

CONVOCATORIA PREMIOS NACIONALES DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN
EDUCATIVA 2006.
MODALIDAD TESIS DOCTORALES

RESUMEN DE LA TESIS DOCTORAL

**MOTIVACIÓN E INSTRUCCIÓN:
EFECTOS RELATIVOS Y COMBINADOS DE DOS TIPOS DE
INTERVENCIÓN CON EL PROFESORADO EN LA MOTIVACIÓN
Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS POR PARTE DE LOS
ALUMNOS**

Autora: **NURIA SÁNCHEZ GONZÁLEZ**

Director: **JESÚS ALONSO TAPIA**

1. INTRODUCCIÓN

Es un hecho conocido que una de las materias escolares con mayor índice de fracaso escolar y en el que los alumnos españoles presentan un rendimiento menor en relación con otros países desarrollados es la asignatura de Matemáticas (Informe Pisa 2003). También es un hecho que los alumnos manifiestan muy poco interés por esta asignatura incluso un alto porcentaje muestra un rechazo manifiesto hacia la misma (Alonso Tapia y Regueiro, 1998).

Por tanto, nos propusimos analizar, por una parte, ¿de qué depende que los alumnos se muestren más o menos motivados por el aprendizaje de las matemáticas? ¿Cómo se puede mejorar el aprendizaje de los alumnos en las matemáticas y concretamente en los temas de números enteros, números racionales y proporcionalidad?. ¿Qué es anterior que un alumno se desmotive y al emplear el suficiente esfuerzo empeore su rendimiento o bien que al aprender se desmotive?.

Los estudios sobre la motivación de los alumnos hacia las Matemáticas realizados desde distintos enfoques teóricos se han dedicado durante un largo período a recoger evidencia acerca de los factores personales que influyen en la falta de motivación, centrándose de modo especial en el examen del papel de las atribuciones referidas a la capacidad matemática percibida por los propios alumnos, y dejando de lado en buena medida el análisis de otras variables personales (Grows, 1992). Sin embargo, es escasa la evidencia existente acerca de los factores contextuales que influyen en el hecho de que los alumnos muestren o no una motivación hacia el aprendizaje de los contenidos curriculares en general y de las matemáticas en particular (Alonso Tapia, 2005, en prensa) e igualmente escasa es la evidencia experimental del efecto de planteamientos de la enseñanza basados en principios derivados de propuestas teóricas concretas acerca del desarrollo de los conocimientos matemáticos aunque en los últimos años ha existido un interés creciente en la incorporación de propuestas concretas de instrucción (Stipek y col., 1998; Hoek y col., 1999).

Se ha intentado abordar ambas problemáticas. Es decir, actuar con el profesorado para la introducción de cambios que supongan una mejora de la motivación con que los alumnos afrontan la asignatura de Matemáticas y una mejora en su aprendizaje, ya que, el desarrollo de las clases depende de la acción del profesor tanto en lo relativo a la selección de contenidos y tareas, organización de la actividad, actuación con los alumnos.

2. MOTIVACIÓN: ¿DE QUÉ FACTORES PERSONALES Y CONTEXTUALES DEPENDE EL HECHO DE QUE LOS ALUMNOS SE INTERESEN POR EL APRENDIZAJE EN GENERAL Y POR EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO EN PARTICULAR?

En la actualidad, buena parte de la literatura existente se centra en la descripción de los patrones de afrontamiento de las tareas escolares ligados a las finalidades o metas que se plantean los alumnos con la actividad escolar. Se supone, por ejemplo, que alumnos cuyo interés es acabar cuanto antes la clase o pasar el rato con los amigos se esforzarán y afrontarán el aprendizaje de modo distinto que aquellos a los cuales les interesa realmente aprender durante las clases. Así, se han descrito patrones de afrontamiento más o menos regulares ligados a finalidades o metas específicas (por ejemplo, Ames, 1992; Elliot y Harackiewicz, 1996; Meece, Blumenfeld y Hoyle, 1988). En concreto, se han descrito tres patrones de afrontamiento de las actividades escolares ligados a distintos tipos de metas, el patrón de motivación hacia el aprendizaje, el patrón de motivación por el resultado y patrón de motivación por evitación, siendo aquellos alumnos motivados por el aprendizaje los que muestran modos de afrontamiento de las tareas más eficaces (Ames, 1992; Alonso Tapia, 1992, 1995, 1997; Anderman y Maehr, 1994; Eccles y Wigfield, 2000; Pintrich, 2000, 2001; Urdan, 1997)

Los alumnos con *metas de aprendizaje* muestran preferencia por aquellas tareas que suponen un reto y son variadas, mayor persistencia e interés intrínseco en las mismas, y mayor autorregulación del propio aprendizaje, se plantean las tareas como un reto, suelen focalizar su atención en las habilidades para resolverlas y buscan ante todo aquella información que les ayuda a progresar y avanzar y utilizan estrategias de aprendizaje más efectivas y de mayor elaboración, no dudan en pedir ayuda si lo necesitan y ante los errores intentan buscar la solución y no planteárselos como algo vergonzoso que ponga en duda su capacidad, y atribuyen el éxito al esfuerzo empleado en la tarea. Muestran, en general, sentimientos más positivos hacia la escuela y el trabajo escolar. Perseguir metas de aprendizaje se asocia igualmente a un mejor rendimiento, a mayores expectativas de éxito y a un interés mayor en los contenidos académicos (Alonso Tapia, 2000).

Por su parte, los alumnos que buscan ante todo *metas de ejecución* tienden a evitar las tareas que suponen un desafío, consideran las tareas académicas como una ocasión en la que se cuestiona su habilidad dependiendo de los resultados, su atención se enfoca en la comparación entre su habilidad y el estándar de ejecución, se busca ante todo que los demás valoren positivamente la propia ejecución y ante los errores reaccionan con vergüenza porque los conciben como un reflejo ante los demás de falta de habilidad por lo que reaccionan efectivamente ante el fracaso de modo negativo.

Suelen tener, en general, sentimientos más negativos hacia el trabajo escolar y la escuela. Dentro de estos sujetos habría que distinguir, sin embargo, entre los que tienen un concepto positivo de su propia habilidad de aquellos que consideran que poseen baja habilidad para resolver una tarea dado que en el primer caso se observa una preferencia por tareas de dificultad intermedia – son en este tipo de tareas donde se puede demostrar la propia capacidad - mientras que en el segundo caso escogen aquellas tareas de dificultad extrema (baja o alta) dado que en tareas de dificultad baja se garantiza el éxito y en tareas de dificultad extrema se garantiza la consideración de otros factores y no únicamente la habilidad al explicar el fracaso en su realización. Los resultados experimentales sobre el rendimiento de los alumnos con este tipo de metas es contradictorio. En ocasiones obtienen buenos resultados académicos (Elliot y Church, 1997) mientras que en el estudio de Jesús Alonso Tapia (2005) se obtienen correlaciones nulas o negativas de la orientación al resultado con el rendimiento, con medidas de expectativas con respecto a la ejecución y con medidas de interés hacia los contenidos académicos.

En cuanto a los alumnos que persiguen *metas de evitación* del trabajo escolar, se observa una falta de interés hacia cualquier actividad académica, una preocupación por la pronta realización de las tareas sin importar mucho el resultado, mayor distracción y menor persistencia en su ejecución y una demora en el afrontamiento de las tareas en algunas ocasiones, los errores los consideran obstáculos para terminar cuanto antes la tarea, autorregulan en menor grado el aprendizaje, muestran ansiedad ante la evaluación y, piden ayuda con menor frecuencia que el resto. Se observan correlaciones negativas con el rendimiento, con las expectativas con respecto a la ejecución y con los intereses (Alonso Tapia, 2005).

Por otra parte, ha analizado desde un punto de vista más dinámico las características de los alumnos que persiguen uno u otro tipo de metas (Pintrich, 2000). Se ha fijado en cómo actúan en los distintos momentos de realización de la tarea y en los procesos de autorregulación apoyándose en evidencia de tipo correlacional obtenida a partir del uso de autoinformes, llegando a las siguientes conclusiones.

Los alumnos con *metas de aprendizaje*, desde el punto de vista de la *regulación cognitiva*, utilizan más estrategias de control de sus propias cogniciones cuando utilizan distintas estrategias cognitivas y de aprendizaje, mayor autoevaluación de la propia comprensión y un uso de estrategias cognitivas de procesamiento más profundo – elaboración u organización – en detrimento del uso de estrategias menos efectivas o más superficiales. Desde el punto de vista de la *regulación motivacional*: más interés y disfrute de las tareas, mayor número de atribuciones adaptativas, un mayor mantenimiento de creencias positivas y adaptativas de eficacia, percepción de competencia, una menor ansiedad así como sentimiento de orgullo y satisfacción con la

propia realización. También se observan intentos de controlar el tiempo así como el esfuerzo además de la búsqueda adaptativa de ayuda: es lo que denomina el autor *regulación contextual y conductual*.

Sin embargo, los resultados de los alumnos con *metas de ejecución* son contradictorios dado que en ocasiones no se ha establecido la distinción entre aproximación y evitación de la que hablábamos anteriormente. Así en ocasiones se observa un uso de estrategias cognitivas profundas mientras que en otros casos se observan estrategias más superficiales (*regulación cognitiva*). En cuanto a la *regulación motivacional* se observa una diferencia entre aquellos alumnos con un concepto de autoeficacia elevado. Los sujetos con un concepto de autoeficacia elevado muestran un modo de regularse similar a los alumnos con metas de aprendizaje mientras que se observa un patrón maladaptativo de cogniciones, creencias y conducta de los sujetos que no se consideran eficaces. Por otra parte, buscan menos ayuda, utilizan estrategias para demorarse o bajos niveles de esfuerzo cuando perciben que su habilidad puede ser puesta en duda mientras que ante la seguridad del éxito exhiben públicamente el mismo (*regulación contextual*).

Otros autores (Covington, 1984 a y b; 1998) han destacado que los alumnos tienen una necesidad de aceptarse a sí mismos, de sentirse valiosos y competentes, necesidad que va a condicionar muchas de las explicaciones causales que se dan en situaciones de aprendizaje. El autor denomina *teoría de la valía personal* a estos planteamientos y sostiene básicamente que en este proceso de aceptación de uno mismo los alumnos, en una sociedad competitiva como la nuestra, utilizan toda una serie de excusas para evitar sentirse mal y para mantener una imagen de la propia capacidad positiva tanto ante el fracaso como a la posibilidad de no alcanzar el éxito. Estas excusas están muy relacionadas con el esfuerzo como atribución de éxito o la falta del mismo como atribución del fracaso. Lo importante de la aportación de Covington es el hecho de que todas las posibles atribuciones que realizan los alumnos en situaciones de logro pueden tener una única finalidad que es mantener esta imagen positiva de las propias capacidades con lo cual el proceso atribucional tendría como un sentido general más amplio que simplemente explicarse lo ocurrido en situaciones de logro. Por otra parte, para intentar variar la motivación habría que promover aquellos pensamientos, conductas, afectos que incidieran positivamente en este sentido de valía personal.

Tras un análisis de la literatura al respecto sobre el origen de las dificultades ligadas a ambos tipos de factores, motivacionales y cognitivos, llegamos a la conclusión de que en los dos casos la actividad del profesor tenía una influencia notable tanto en el tipo de metas que se plantean los alumnos y que influyen en las maneras de afrontar los contenidos y, por tanto, en el interés hacia la materia, como en la comprensión de los contenidos matemáticos. Esto se debe, por un lado, a que sus acciones generan un

contexto de aprendizaje en el que se valoran determinadas formas de plantearse las actividades académicas -por ejemplo, como requisito para la evaluación o para aprender algo útil (Alonso Tapia, 1991, 1992 a y b, 1995, 1997; Ames, 1992).

Estos autores han subrayado diferentes variables que pueden favorecer la orientación de los alumnos hacia determinadas metas en la medida en que generan un contexto en el cual se validan determinadas formas de plantearse, pensar y abordar las actividades académicas. Se trata de variables relativas a la forma de presentar y plantear la actividad en el aula, a la forma de evaluar y mostrar reconocimiento, a los mensajes que transmite el profesor, al modo de interacción con los alumnos, a los aspectos de la actuación del profesor que contribuyen a facilitar o a obstaculizar la experiencia de progreso -forma de presentación, tipo de retroalimentación... etc.-. La configuración de la actuación del profesor en relación con estas variables, creando un contexto donde se favorezca el interés de los alumnos hacia las actividades, su implicación autónoma, la superación de las dificultades y la experiencia de progreso de los alumnos y donde no se les compare con los demás, puede promover en el alumnado metas dirigidas hacia el aprendizaje de las tareas y formas de afrontamiento más efectivas.

3. ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS: ¿CÓMO SE PUEDE EVITAR LA DIFICULTAD QUE SUPONE PARA LOS ALUMNOS EL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO?

La mayoría de los trabajos que han tratado de responder a esta pregunta lo han hecho en el contexto de aspectos particulares del aprendizaje matemático. Por esta razón, dado que cualquier intervención ha de hacerse necesariamente ligada a contenidos matemáticos concretos, se ha centrado el estudio en torno a los temas de números enteros, números racionales y proporcionalidad.

Sobre estos temas varios autores (English y Halford, 1995; Carpenter, Fennema y Romberg, 1993) destacan que la evidencia experimental apunta a que el origen de la dificultad se debe fundamentalmente a tres aspectos. Por una parte, a la existencia de formas intuitivas de conocimiento matemático o concepciones inapropiadas de las nociones matemáticas que dificulten la adecuada comprensión de los conocimientos matemáticos implicados (English y Halford, 1995; Carpenter, Fennema y Romberg, 1993; Marshall, 1993 entre otros). Por otra parte, la dificultad en el establecimiento de las correspondencias entre la representación verbal, matemática y gráfica de los conceptos y procedimientos matemáticos (Alonso Tapia y Olea, 1997). Por último, se ha destacado que el origen de las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas puede deberse a la falta o insuficiencia de los tipos de conocimientos específicos necesarios para la solución de problemas matemáticos (Mayer, 1987, 2004). Parece, pues, necesario profundizar en el conocimiento de las dificultades señaladas y en el de

las alternativas de enseñanza que se han propuesto para facilitar su afrontamiento antes de decidir en qué medida y de qué modo un programa de intervención con el profesorado puede contribuir a mejorar el aprendizaje matemático.

En el caso de los **números enteros**, los alumnos deben aprender un conjunto de números que representan posiciones relativas con respecto a un punto de origen o variaciones en una escala. Son situaciones relativas donde existe un punto de origen a partir del cual se ordenan los distintos valores, positivos o negativos. Los números por tanto, representan posiciones o variaciones en una escala, cuyo valor absoluto expresa la posición con respecto al punto de origen y el signo la dirección. Los alumnos tienen dificultades para reconocer las situaciones representables mediante números enteros. Por otra parte, la representación y ordenación de los números enteros es diferente con respecto a los números naturales. Así a mayor alejamiento del punto de origen, mayor cuantía en el caso de los números positivos mientras que en el caso de los números negativos el acercamiento al punto de origen implica mayor cuantía. La variación de menor a mayor en el caso de la representación gráfica vertical es de abajo a arriba mientras que en el caso de la representación horizontal la variación de menor a mayor es de izquierda a derecha.

Las operaciones cambian con respecto a los naturales. La introducción de los números positivos y negativos implica tener en cuenta tanto la cuantía como el signo en los diversos procedimientos de operación. Implica un cambio en concepciones desarrolladas al operar con números naturales tales como que la suma implica un aumento, la resta una disminución, la multiplicación hacer mayor y la división reducir.

Los alumnos pueden tener dificultades derivadas de la falta o insuficiencia de los tipos de conocimientos implicados en el proceso de solución de problemas (Fuson, 1992):

- Representación de las frases del texto
 - Conocimientos lingüísticos y conocimientos generales
- Representación de la estructura del texto
 - Conocimiento de los esquemas correspondientes a distintos problemas
 - Conocimiento específicos: operación, ordenación, etc.
- Planificación del proceso de solución
 - Estrategias de planificación del proceso de solución
- Realización de los cálculos necesarios
 - Conocimiento de los distintos procedimientos de cálculo

Los **números racionales** son números definidos por la relación entre dos cantidades. Tienen diversos significados como parte – todo, cociente, operador, medida

y razón. Operar con ellos implica conocer la noción de fracción equivalente, operaciones con fracciones, clasificación y ordenación de las fracciones y conocimientos implicados en el proceso de solución.

Las principales dificultades de los alumnos en el aprendizaje de estos conocimientos tienen que ver, por una parte, con la falta de consideración de la relación de las dos cantidades y sus múltiples significados así como las restricciones a que está sujeta cada interpretación. En el caso de la noción de fracción equivalente los alumnos operan con ambas cantidades de manera independiente sin considerar que la relación debe permanecer constante. Las dificultades principales en el aprendizaje de las operaciones con fracciones provienen de la falta de consideración de las situaciones en las cuales aplicar la suma, resta, multiplicación y división. Sumar y restar fracciones implica expresar las mismas de forma que sean comparables así como entender aquellas situaciones en las cuales no es aplicable la suma y resta tales como la situación de operador y razón. Las operaciones de multiplicación y división de fracciones tienen sentido en las distintas interpretaciones de fracciones. La multiplicación implica la composición de una unidad a partir de las unidades de referencia y, por tanto, el resultado es igual al producto de ambas fracciones: numerador por numerador y denominador por denominador. La división supone una disgregación de una unidad determinada a partir de una unidad tomada como referencia. Por otra parte, otra de las dificultades principales de los alumnos en el aprendizaje de los números racionales tiene que ver con la falta o insuficiencia de los conocimientos implicados en el proceso de solución de problemas.

En el caso del tema de **proporcionalidad**, la principal dificultad de los alumnos tienen que ver con la falta de consideración de la relación entre dos magnitudes como unidad, relación que permanece constante, se puede cuantificar y que puede ser directa o inversa. En el caso de la relación directa los pares de valores covarían de manera directa, es decir, que un aumento en uno implica el aumento en otra cantidad y en el caso de la relación inversa, covarían de manera inversa, es decir, un aumento en uno implica una disminución en el otro. Los procedimientos para mantener invariante la relación tienen que tener en cuenta esta relación. La falta o insuficiencia de los conocimientos implicados en el proceso de solución de problemas es otra fuente de dificultad en el aprendizaje de los contenidos de este tema.

En la medida en que el profesorado utilice **estrategias** dirigidas a valorar y modificar las ideas previas en cada uno de los temas que pueden ser origen de dificultad para los alumnos, estrategias dirigidas a establecer las correspondencias entre los distintos modos de representación – verbal, matemática y gráfica - y estrategias dirigidas a enseñar los conocimientos implicados en el proceso de solución de problemas favorecerá la superación de estas dificultades y el aprendizaje de los alumnos.

4. FORMACIÓN DEL PROFESORADO: ¿SOBRE QUÉ FACTORES DEBE INCIDIR LA FORMACIÓN PARA PROMOVER UN CAMBIO EN LAS PAUTAS DE ACTUACIÓN DOCENTE QUE REPERCUTA EN SENTIDO POSITIVO EN LA MOTIVACIÓN Y EL APRENDIZAJE DE LOS ALUMNOS?

El diseño de la intervención ha partido de la necesidad de incidir sobre los diversos factores de los cuales depende la acción docente, tales como los conocimientos declarativos aquel conocimiento que el profesor es capaz de manifestar acerca de: la materia que imparte, de las estrategias de enseñanza, modos de organización en el aula, proceso de aprendizaje de los alumnos; conocimiento procedimental y/o estratégico, referente a la acción que el profesor lleva a cabo en el aula, cómo enseña de hecho así como la motivación con que afronta la acción docente partiendo del supuesto de que todo proceso formativo requiere un cambio conceptual, cambio que se favorece en la medida en que se toma conciencia sobre la insuficiencia de los conocimientos y se proponen modelos alternativos de actuación. Por ello, se ha tratado de favorecer la adquisición por parte del profesorado de conocimientos teóricos y prácticos que permitan mejorar la propia actuación a través de la lectura de materiales formativos elaborados específicamente y el análisis de la propia actuación a partir de clases grabadas.

Cuadro 1. Principios para el diseño de los programas formativos

Principios para el diseño del material formativo
<ul style="list-style-type: none">■ Promover la reflexión sobre los supuestos desde los cuales el profesor afronta la actividad docente■ Proporcionar información al profesorado sobre los determinantes y pautas de actuación docente dirigidas a mejorar la motivación con que los alumnos afrontan la actividad escolar■ Proporcionar información al profesorado sobre las principales dificultades de aprendizaje en los temas de números enteros, números racionales y proporcionalidad desde un enfoque concreto de análisis de estos contenidos, de las principales dificultades en su adquisición y de las pautas de actuación docente del profesorado para la superación de estas dificultades■ La realización constante de preguntas a lo largo del documento con el fin de favorecer la lectura activa y crítica del profesorado■ El análisis de fragmentos de clases que requieren por parte del profesor la aplicación de los principios analizados■ La transferencia de estos conocimientos en el diseño de propuestas de actividades concretas a realizar en el contexto de la clase.

Principios para la organización del análisis de las clases grabadas
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Analizar los supuestos desde los cuales el profesorado lleva a cabo esta actuación y valorar su adecuación y/o restricciones para los objetivos propuestos de mejora de la motivación de los alumnos hacia las matemáticas y su aprendizaje ▪ Analizar el grado en que tal actuación se adecua a los criterios y principios descritos en el material de trabajo y en las primeras sesiones formativas ▪ Modelar y moldear pautas alternativas de actuación dirigidas a mejorar las pautas motivacionales y a mejorar la enseñanza de las matemáticas ▪ Reflexionar sobre la integración de nuevas pautas docentes
Principios para favorecer la motivación del profesorado para la acción formativa
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Destacar la utilidad de los conocimientos que se van a adquirir ▪ Permitir al profesorado la realización de la propia valoración anterior al comentario por parte de la investigadora y el planteamiento de modos alternativos de actuación: ▪ Destacar en primer lugar, los elementos positivos en las intervenciones analizadas y comentar los aspectos menos favorables desde el punto de vista de las consecuencias para la motivación y el aprendizaje de los alumnos, formuladas en términos de preguntas del tipo “¿Qué te parece la intervención?” ▪ Sugerir modos alternativos de actuación preguntando al profesorado su valoración sobre los mismos ▪ Proponer al profesorado la síntesis e integración de las nuevas propuestas, de forma que, se asuman como propias. ▪ Propiciar la autoevaluación del profesorado y la autorregulación de la propia actuación

5. OBJETIVOS E HIPÓTESIS

El estudio pretende determinar el efecto individual y conjunto de dos tipos de intervención diferenciadas con el profesorado: una dirigida al cambio motivacional y otra dirigida a la mejora de la enseñanza de las matemáticas en tres temas concretos – números enteros, números racionales y proporcionalidad- analizando el efecto de estas intervenciones en las pautas motivacionales y de enseñanza del profesorado y, por otra parte, en el aprendizaje y motivación de los alumnos.

Con relación a los objetivos descritos, se espera un efecto significativo de ambas intervenciones con el profesorado en el sentido de un aumento de frecuencia de pautas docentes dirigidas a favorecer una motivación de los alumnos hacia el aprendizaje y un aumento de frecuencia de pautas dirigidas a favorecer una comprensión significativa y un aprendizaje significativo de los contenidos. Estos cambios en la actuación del profesorado producirán una mejora de los resultados en pruebas motivacionales y

pruebas de rendimiento matemático. Se espera, asimismo, que el cambio en las pruebas de aprendizaje y en las pruebas de motivación está modulado por el conocimiento previo de los alumnos así como el patrón motivacional previo de los alumnos.

6. PLANTEAMIENTO DEL ESTUDIO

El estudio se ha realizado durante tres años de forma intensiva con una profesora y un profesor en colegios privados de la zona Sur y de la zona Norte de Madrid respectivamente.

Cuadro 2. Resumen del diseño del estudio

1º año: Condición control			
Evaluación previa del alumnado		Grabación y análisis de pautas motivacionales y de enseñanza del profesorado en tema números racionales y proporcionalidad	Evaluación posterior del alumnado
2º año: Condición motivación			
Evaluación previa del alumnado	Formación motivacional	Grabación y análisis de pautas motivacionales y de enseñanza del profesorado en temas de números enteros, números racionales y proporcionalidad	Evaluación posterior del alumnado
3º año: Condición motivación y enseñanza matemáticas			
Evaluación previa del alumnado	Formación en enseñanza y aprendizaje de los números enteros, números racionales y proporcionalidad	Grabación y análisis de pautas motivacionales y de enseñanza del profesorado en temas de números enteros, números racionales y proporcionalidad.	Evaluación posterior del alumnado

Durante el *primer curso*, se grabaron y analizaron las clases correspondientes a los temas de números racionales y proporcionalidad con el objeto de evaluar las pautas motivacionales y las pautas de enseñanza de ambos profesores en los temas referidos.

Para ello, se desarrolló un código de observación de las pautas motivacionales del profesorado (Anexo 1) sobre la base del modelo propuesto por Jesús Alonso Tapia (1997) sobre los factores que influyen en que los alumnos desarrollen una motivación por el aprendizaje de los contenidos. En cada uno de los cursos y para cada profesor en cada uno de los temas fueron seleccionadas 6 unidades de análisis de distintos momentos en el desarrollo del tema: comienzo de la clase, explicación, realización de ejercicios, planteamiento del trabajo en clase, planteamiento del trabajo para casa y final de las clases. En cada una de estas unidades de análisis se registró la frecuencia de

actuaciones del profesorado en las diferentes categorías de análisis destacadas descritas en el cuadro 3.

Se analizaron, asimismo, las pautas de enseñanza de los contenidos matemáticos en función de los modelos de enseñanza propuestos (English y Halford, 1995; Carpenter, Fennema y Romberg, 1993) sobre los aspectos que deberían estar presentes en la enseñanza para favorecer el desarrollo de una comprensión significativa de los números enteros, números racionales y proporcionalidad anotando la frecuencia de las pautas destacadas en cada uno de los momentos del desarrollo de los distintos temas..

Al comienzo del curso escolar se evaluó, por una parte, los patrones motivacionales de los alumnos mediante la prueba MAPE – II (Alonso Tapia y Montero, 1992), los automensajes que regulan la conducta de estudio de los alumnos mediante la prueba AM (Automensajes) así como las actitudes, expectativas, autoconcepto e interés de los alumnos hacia las Matemáticas mediante la prueba ACS- 2 y 3 (Alonso Tapia y Regueiro, 1998). Así mismo se aplicó una prueba de conocimientos previos diseñada específicamente para este estudio. Después, al término del curso escolar, se volvieron a aplicar la pruebas dirigidas a evaluar la motivación de los alumnos – MAPE –II; AM; ACS – 2 y 3-. De igual forma, se aplicaron pruebas de aprendizaje de números enteros, números racionales y proporcionalidad basadas en los planteamientos descritos por Jesús Alonso Tapia (1997). Un total de 135 alumnos/as fueron evaluados.

Durante el *segundo año* de estudio, se realizó la intervención motivacional con el profesorado. Esta intervención tuvo dos partes. En la primera los profesores leyeron un documento elaborado específicamente para el profesorado en el cual se explicaron los determinantes de la conducta motivada así como las pautas de actuación motivacionales del profesorado que favorecen una motivación por el aprendizaje de los alumnos. En la segunda los profesores analizaron los vídeos de sus propias clases, reflexionando sobre el efecto de determinadas intervenciones y sobre el efecto de pautas alternativas de actuación en los distintos momentos de desarrollo de las mismas sobre la motivación de los alumnos. Las pautas a que nos referimos son aquellas que están dirigidas a activar la curiosidad y el interés, a mostrar la relevancia de los aprendizajes, a mostrar el reconocimiento a los alumnos, a enseñar modos de autorregulación y afrontamiento de las tareas escolares, a superar las dificultades, mostrar una aceptación incondicional hacia los alumnos y a evaluar sus progresos.

Durante el *tercer año*, se llevaron a cabo las intervenciones con el profesorado dirigidas a mejorar la enseñanza de los números enteros, números racionales y proporcionalidad. Estas intervenciones se realizaron antes de que los profesores comenzasen a dar cada tema. Como en el caso anterior, cada una de las intervenciones estuvieron compuestas por la lectura de un documento de trabajo por parte del profesorado dirigido al análisis de las principales dificultades en el aprendizaje de los números enteros, números racionales y proporcionalidad así como a las estrategias de enseñanza dirigidas a superar estas dificultades. Tras la lectura del documento por parte de los se analizaron las clases correspondientes al año anterior con el objeto de reflexionar sobre las pautas de enseñanza de las matemáticas que pueden mejorar el aprendizaje en estos temas. Tras la aplicación de la intervención, se aplicó al profesorado un cuestionario de evaluación de las distintas intervenciones.

Como en el resto de cursos, se grabaron y analizaron las clases correspondientes a los temas de números enteros, números racionales y proporcionalidad. Los alumnos fueron evaluados al comienzo y término de cada curso escolar con las pruebas mencionadas anteriormente. Durante este tercer año se evaluó a un total de 112 alumnos/as.

Cuadro 3. Materiales del estudio

Alumnado	
Evaluación previa	Evaluación posterior
Cuestionario MAPE-II Cuestionario AM Cuestionario AVCS 2-3 Prueba de conocimientos previos	Cuestionario MAPE -II Cuestionario AM Cuestionario AVCS 2-3 Prueba de aprendizaje de los números enteros Prueba de aprendizaje de los números racionales Prueba de aprendizaje de la proporcionalidad
Profesorado	
Materiales de evaluación	Materiales de intervención
Código de observación Categorías de análisis de las pautas de enseñanza y aprendizaje de los números enteros, números racionales y proporcionalidad	Programa de formación en pautas motivacionales Programa de formación en enseñanza y aprendizaje de los números enteros Programa de formación en enseñanza y aprendizaje de los números racionales Programa de enseñanza y aprendizaje de la proporcionalidad

6. RESULTADOS

6.1. Resultados del profesorado

6.1.1. Evaluación del programa por parte de los profesores

El impacto de la formación en el profesorado se evaluó mediante la aplicación de cuestionarios diseñados específicamente para cada uno de los programas.

La valoración de las diversas intervenciones con el profesorado ha sido positiva en todos los casos destacando su claridad, utilidad, comprensibilidad y aplicabilidad de los contenidos descritos. Los documentos de trabajo utilizados se han valorado por el profesorado positivamente, mencionando en todos los casos que proporcionan la información suficiente para comprender tanto los condicionantes de la motivación por el aprendizaje y las pautas docentes que influyen en la motivación de los alumnos por aprender como las dificultades principales en el aprendizaje de los números enteros, números racionales y proporcionalidad y las estrategias docentes que pueden mejorar la enseñanza y aprendizaje en estos temas. Ambos profesores han valorado la parte correspondiente al análisis de los vídeos como la más interesante, destacando la adecuación de las distintas unidades seleccionadas, la utilidad para la valoración de la propia actuación, para el análisis de los errores y como elemento favorecedor del cambio. Se considera que los programas favorecen en gran medida el cambio en las pautas motivacionales y de enseñanza de los números enteros, números racionales y proporcionalidad.

Cuadro 4. Ejemplo de evaluación del programa de formación motivacional

<p>Los comentarios concretos de los profesores fueron los siguientes ante la pregunta <i>¿Cómo valora la formación a través del análisis y evaluación de los vídeos grabados en sus clases?:</i></p> <p>Profesora 1</p> <p><i>“Me ha resultado interesante, te ves tus propios fallos mucho más destacado que lo bueno que realizas. Te provoca el planteamiento de cambio en la metodología empleada”</i></p> <p>Profesor 2</p> <p><i>“Considero que es la parte más positiva y donde más he reflexionado. Creo que sería mucho más positivo, aunque también mucho más duro, el analizar los videos con otros compañeros para el intercambio de los distintos puntos de vista y experiencia”</i></p>

Cuadro 5. Ejemplo de evaluación del programa de formación en enseñanza y aprendizaje de la proporcionalidad

En la pregunta relativa al grado en que consideran que la formación ha permitido el cambio en las distintas pautas docentes, las respuestas de los profesores han sido las siguientes (0 = nada 10= mucho):

	Profesora 1	Profesor 2
Activación de conocimientos previos	9	10
Explicación de los conceptos y procedimientos	9	10
Correspondencias entre representaciones	8	10
Modelado de los procesos de pensamiento	8	10
Moldeado (práctica) de los contenidos	8	10
Solución de problemas	9	10
Generalización de los aprendizajes	8	10
Evaluación de los aprendizajes	9	10

6.1.2. Cambios en las pautas motivacionales del profesorado

Tras registrar la frecuencia de actuación en cada una de las categorías del código de observación se realizó un análisis de medidas repetidas para cada categoría con los factores intrasujeto tema con dos niveles – racionales y proporcionalidad¹ - y año con 3 niveles – año 1, año 2 y año 3- y el factor intersujetos profesor para valorar el cambio en la frecuencia de observación de las categorías consideradas entre cada profesor, en los distintos años y en cada uno de los temas.

El análisis de los datos revela diferencias significativas en algunas de las categorías de observación analizadas. Vamos a realizar el resumen de los resultados organizando la exposición en función de los distintos momentos de desarrollo de las clases.

6.1.2.1. Comienzo de las clases

Como fruto de las intervenciones, se ha observado un aumento en la frecuencia de utilización de las distintas categorías que muestran comportamientos del profesorado dirigidos a estimular una motivación por el aprendizaje de los alumnos. Especialmente este cambio se ha observado en las primeras clases de los temas, como es el mayor tiempo de dedicación a estos comienzos, sobre todo, por parte del profesor 2 y comparativamente mayor en las primeras clases con respecto a las segundas.

¹ Dado que el tema de enteros no se grabó el primer año se ha decidido eliminar este tema de los análisis. El análisis del contenido de las observaciones revela que la actuación del profesor es bastante común en los tres temas de modo que este cambio no afectará de manera significativa a los resultados.

En el tercer año ambos profesores han utilizado en mayor medida estrategias dirigidas a activar la curiosidad, mostrar la relevancia de los aprendizajes y activar los conocimientos previos de los alumnos si bien estas diferencias no han sido significativas estadísticamente. Tampoco existen diferencias en la frecuencia de utilización de estas categorías en los distintos temas.

Activar la curiosidad es una práctica poco frecuente mientras que preguntar a los alumnos sobre los conocimientos que poseen como fruto de su experiencia académica o cotidiana es una actividad habitual del profesorado. El profesor 2 utiliza con mayor frecuencia este tipo de actuaciones siendo significativa la diferencia con respecto a la profesora 1 en el caso de la categoría activación de conocimientos previos

Mostrar la relevancia de las tareas al comienzo del tema es una práctica más habitual por parte del profesor 2 en comparación con la profesora 1. Este tipo de actuación es más frecuente en el tema de proporcionalidad, diferencia que no es significativa estadísticamente.

Retomar los contenidos y señalar las actividad a realizar son dos prácticas frecuentes por el profesorado. En el tercer año los profesores utiliza en mayor medida como pauta retomar los contenidos al comienzo de las clases. La profesora 1 utiliza con mayor frecuencia señalar las actividades a realizar

Planificar las actividades a realizar es una práctica habitual en los comienzos correspondientes a las primeras clases. Sin embargo, en el resto de las clases no es habitual realizar este tipo de actuación.

Señalar las metas y objetivos de la actividad al comienzo de las clases es una práctica poco frecuente entre los profesores. El profesor 2 utiliza en mayor medida este tipo de actuación , sin embargo, no han existido cambios significativos en la frecuencia de este tipo de actuaciones por parte de los profesores.

6.1.2.2. *Explicación de los contenidos*

Se ha observado una mayor frecuencia de las actuaciones codificadas en las explicaciones. Sin embargo, estas diferencias no son significativas en términos generales. Como fruto de las intervenciones la frecuencia con que el profesorado utiliza el moldeamiento ha sido mayor en el tercer año con respecto a los anteriores. La participación del alumnado en las explicaciones ha sido activa en los tres cursos si bien se observa en cada año un incremento del número de preguntas formuladas por el profesor o alumno, incremento que denota un intento del profesorado de favorecer esta participación. En las explicaciones se ha tratado de introducir ejemplos cotidianos y

gráficos con mayor frecuencia a medida que se avanzaba en el estudio, tal y como se sugería en el programa de intervención.

El profesor 2 utiliza con mayor frecuencia en sus explicaciones la creación de la conciencia del problema, los ejemplos gráficos, el modelado, el moldeamiento, preguntas dirigidas al alumnado, la síntesis en las explicaciones y la propuesta de actividades prácticas tras finalizar la explicación, actividades deseables según el programa.

6.1.2.3. *Planteamiento y desarrollo de los ejercicios o problemas*

Como hemos descrito anteriormente, no existen unidades comparables en el *planteamiento de ejercicios o problemas*, dado que, no es una práctica habitual del profesorado plantear los ejercicios o tareas en clase que se resuelven en el momento. El profesor 2 realiza de forma más habitual este tipo de actuación mientras que la profesora 1 suele plantear los ejercicios al final de la clase para ser realizados en casa.

Cuando se plantean estas tareas en la mayoría de las ocasiones el profesorado únicamente indica los ejercicios o problemas a realizar y es poco frecuente el planteamiento de las metas, objetivos de la actividad o el planteamiento de las estrategias para superar posibles bloqueos. No se ha observado un cambio significativo en este tipo de actuaciones como fruto de la intervención realizada con el profesorado.

En todas las ocasiones se ha proporcionado al alumnado un tiempo suficiente y adecuado para la realización de los ejercicios.

Con respecto a las actuaciones del profesorado durante la *corrección de ejercicios* cuando la actuación del alumnado es *adecuada* se han observado cambios en las actuaciones más frecuentes del profesorado dirigidas a orientar al alumnado en el proceso de solución y pedir razones de cada uno de los pasos, observándose un incremento en este tipo de actuación como fruto de las intervenciones tal y como se pretendía en nuestra intervención. El refuerzo de la actuación durante la ejecución del alumno es poco frecuente y no se han observado cambios debidos a este hecho.

Cuando los ejercicios se resuelven de manera correcta es frecuente que el profesorado refuerce la actuación del alumnado y dirija la atención del alumno al proceso de solución. El profesor 2 utiliza con mayor frecuencia actuaciones dirigidas a favorecer la generalización de los procedimientos empleados en la solución de los ejercicios o procedimientos. La categoría de no respuesta no se ha codificado en ninguna ocasión, es decir, en todos los casos el profesorado proporciona algún tipo de retroalimentación al alumnado. No se han observado diferencias significativas en este tipo de actuación como fruto de las intervenciones.

Con respecto a las actuaciones del profesorado durante la *corrección de ejercicios* cuando la *actuación del alumnado es inadecuada* se han observado cambios significativos durante el desarrollo, concretamente un incremento en las actuaciones dirigidas a proporcionar pistas, pedir revisar el procedimiento, dividir la tarea en pasos y pedir razones; efectos deseables a partir de los planteamientos motivacionales de partida.

Al término de la corrección el profesorado utiliza con mayor frecuencia actuaciones dirigidas a hacer reflexionar al alumnado sobre el origen de la dificultad, sobre las estrategias utilizadas para superar las dificultades, pensar sobre lo aprendido, refuerzo y generalización de las actuaciones, tal y como se buscaba. El profesor 2 utiliza con mayor frecuencia actuaciones dirigidas a detectar el origen de las dificultades en comparación con la profesora 1.

6.1.2.4. *Planteamiento del trabajo cooperativo en clase*

Una parte importante de las actividades que se realizan en clase consisten en la realización de ejercicios o problemas.

En tan solo un caso ambos profesores han planteado trabajo cooperativo, en el caso de la profesora 1 el trabajo consistió en la corrección de un cuaderno de ejercicios correspondiente al tema de números racionales. Por grupos los alumnos realizaron una co-evaluación consistente en revisar los ejercicios o problemas realizados por ellos. Cuando este trabajo fue planteado, no se proporcionaron instrucciones al alumnado sobre cómo organizar la tarea sino que simplemente se mencionó que se juntaran y se revisarían mutuamente los cuadernos. El profesor 2 planteó una actividad cooperativa consistente en la realización de un juego de naipes con fracciones. El profesor indicó cómo organizar el juego, así como las metas principales del mismo, en este caso, ganar los máximos puntos posibles (es decir, una meta competitiva). Simplemente se mencionó la actividad a realizar así como el número de miembros de cada grupo pero no se tuvo en cuenta las características de cada miembro del grupo en el momento de realizar las agrupaciones.

Cuando se plantea este trabajo normalmente se proporciona tiempo suficiente a los alumnos y el profesor suele pasearse por las mesas revisando los trabajos así como resolviendo cualquier duda sobre los mismos. Se suelen realizar indicaciones generales en la mayoría de los casos. El profesor 2 menciona con mayor frecuencia las estrategias de bloqueo en comparación con la profesora 1. En escasas ocasiones, se mencionan las metas en el planteamiento del trabajo. El profesor 2 sólo plantea la posibilidad de

elección en el planteamiento del trabajo en clase, en concreto, en un total de tres ocasiones del total de 34 unidades analizadas.

6.1.2.5. Planteamiento del trabajo para casa

Normalmente, el profesorado al plantear actividades para realizar en casa suele dar indicaciones generales sobre los ejercicios o problemas a realizar. Con escasa frecuencia se mencionan las metas de estas tareas o se mencionan las estrategias ante bloqueos. No se han observado cambios significativos en este tipo de actuaciones como fruto de las intervenciones.

6.1.2.6. Final de las clases

La actuación más habitual al finalizar las clases consiste en terminar sin más, en algunas ocasiones, se mencionan las metas de la clase siguiente, indicando los contenidos de la clase siguiente. El resumen de los contenidos se utiliza con menor frecuencia. No existen cambios significativos en la actuación del profesorado al término de las clases como consecuencia de la intervención con el profesorado.

6.1.3. Cambios en las pautas de enseñanza de las matemáticas

Tras la grabación de las clases correspondientes a los temas de números enteros, números racionales y proporcionalidad, descritas al comienzo de este apartado², se realizó una transcripción de cada una de estas clases. Posteriormente, se ha realizado un análisis cualitativo de las clases analizando la presencia o ausencia de aquellas pautas dirigidas a desarrollar en los alumnos una comprensión significativa de los distintos contenidos en diferentes momentos del desarrollo de los temas.

Los aspectos analizados han sido los siguientes en cada uno de los temas:

² Las clases de ambos profesores correspondientes al tema de números enteros del primer año de estudio no se grabaron, de forma que, se omite este análisis para este primer año. En el resto de años si se grabaron estas clases, de modo que, se incluyen en el análisis.

Cuadro 6. Análisis de las pautas de enseñanza en los distintos temas

Números enteros	Números racionales	Proporcionalidad
<i>Activación de conocimientos previos</i>		
<i>Exposición de los contenidos</i>		
<i>Conceptos básicos</i> <i>Representación gráfica</i> <i>Operaciones básicas</i>	<i>Conceptos básicos: Parte-todo, Cociente,</i> <i>Medida, Razón, Operador</i> <i>Fracciones equivalentes</i> <i>Clasificación y ordenación de fracciones</i> <i>Operaciones con fracciones</i>	<i>Conceptos básicos</i> <i>Relación directa</i> <i>Relación inversa</i>
<i>Secuencia preferente en la exposición de los contenidos</i>		
<i>Periodo de práctica</i>		
<i>Evaluación de los aprendizajes</i>		

6.1.3.1. Cambios observados como fruto del programa de formación en la enseñanza de los números enteros

Se ha observado un cambio fundamental en las pautas de enseñanza de los números enteros por parte de la **profesora 1** en el tercer año. La profesora ha introducido el “significado” de los números enteros analizando distintos ejemplos y destacando cada uno de los conocimientos esenciales para el desarrollo de una comprensión significativa por parte de los alumnos. En los años anteriores se analizan los números enteros desde un punto de vista exclusivamente matemático como conjunto de números que incluyen a los naturales y los negativos. En el tercer año se analizan este conjunto de números como representación de posiciones relativas con respecto a un valor relativo (cero). Y con relación a situaciones concretas.

Se ha favorecido en mayor medida la participación de los alumnos en las explicaciones tanto al comienzo como en el desarrollo de las clases y el establecimiento de las correspondencias entre la representación verbal, matemática y gráfica de los distintos conocimientos implicados.

Sin embargo, existe un momento en el desarrollo del tema, tras la explicación de las operaciones, en el cual los ejercicios realizados por los alumnos sólo requieren operar a nivel simbólico y no se realizan problemas. De modo que, no se favorece la práctica e integración de los distintos conocimientos analizados en la primera parte. Esto ha podido tener repercusiones negativas en la comprensión de los alumnos desarrollando finalmente una concepción de los números enteros como un conjunto de símbolos matemáticos con los cuales se opera de forma determinada.

El **profesor 2** ha integrado las pautas de enseñanza analizadas durante la intervención. Comienza el tema planteando un problema a los alumnos favoreciendo la

toma de conciencia del significado y utilidad de este conjunto de números. Por otra parte, introduce la representación gráfica de los números enteros en las explicaciones, otorgando mayor importancia al desarrollo de los conocimientos necesarios para representar los números enteros en la recta numérica. De hecho, las operaciones se introducen estableciendo la relación entre la representación matemática, verbal y gráfica de las mismas. Se ha favorecido, en mayor medida, la participación de los alumnos en las explicaciones.

El esquema general del tema favorece la comprensión significativa de este conjunto de números al proponer una fase de significación de estos números, automatización de las operaciones e integración de ambos aspectos en la solución de problemas.

6.1.3.2. Cambios observados como fruto del programa de formación en enseñanza de los números racionales

La **profesora 1** ha intentado introducir las diversas interpretaciones de las fracciones en las primeras clases del tema pero sin establecer una definición clara de las fracciones como relación entre dos números que expresan distintos significados y las restricciones a que está sujeta esta interpretación. En este sentido es una actuación diferente a anteriores años donde únicamente se definían las fracciones como una división sin incidir en el significado de la fracción como relación entre dos números. Sin embargo, tras estas exposiciones no se vuelven a analizar en el desarrollo del tema estas interpretaciones, desarrollando el resto de contenidos del tema sin relación con situaciones significativas y planteando ejercicios que implican únicamente el manejo de representaciones matemáticas de las fracciones. La impresión general es que la profesora ha intentado integrar las pautas analizadas en el programa de formación pero se ha limitado a mencionar las diversas interpretaciones debido, también en parte, a la referencia en el libro de texto a estas interpretaciones. Al igual que ocurría en el caso de los números enteros esto ha podido repercutir negativamente sobre los alumnos desarrollando una comprensión limitada del concepto de número racional.

El **profesor 2** ha integrado las pautas de enseñanza de los números racionales analizadas durante el programa de formación exponiendo las diferentes interpretaciones de las fracciones, establecimiento las correspondencias entre el significado verbal, matemático y gráfico de los conceptos y procedimientos del tema e integrando en la solución de problemas los diversos significados y los procedimientos de operación.

La secuencia de exposición de los contenidos no ha variado significativamente siendo fundamental la participación de los alumnos durante las exposiciones y el análisis de las concepciones de los alumnos sobre los contenidos a lo largo del tema.

6.1.3.3. Cambios observados como fruto del programa de formación en enseñanza de la proporcionalidad

Uno de los cambios fundamentales en las pautas de enseñanza de la **profesora 1** en el desarrollo del tema es que existen menos “interrupciones” en el desarrollo del tema que en años anteriores con actividades frecuentes correspondientes a otros temas y sin relación con los actuales. Por otra parte, se introducen de forma significativa los distintos conceptos del tema a partir de situaciones cotidianas analizando las características básicas de la proporcionalidad. Sin embargo, se ha hecho poco énfasis en la cuantificación de la relación y en el establecimiento de relaciones entre la primera parte del tema de definición de los conceptos básicos y la segunda parte de análisis de los distintos tipos de relación proporcional.

En las exposiciones de los contenidos se favorece en mayor medida la participación de los alumnos y se abandona el esquema de años anteriores de “dictado” de apuntes. Los problemas se plantean desde las primeras clases del tema otorgando una importancia mayor a la solución de estos problemas por parte de los alumnos en comparación con años anteriores.

El **profesor 2** ha integrado en mayor medida las pautas de enseñanza analizadas en el programa de formación ayudando a desarrollar en los alumnos una comprensión significativa de la proporcionalidad. Se han integrado los distintos conceptos del tema en un esquema coherente de análisis de los mismos alternando periodos de exposición y práctica que han favorecido la integración de los diversos contenidos. El profesor ha mostrado un mayor interés en la comprobación de los conocimientos de los alumnos y en su participación en el desarrollo de las distintas explicaciones.

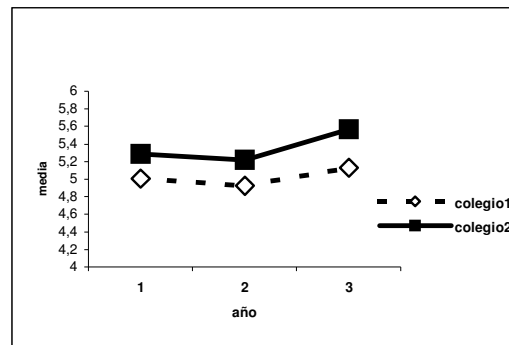
6.2. Resultados de los alumnos

6.2.1. Pruebas de aprendizaje

En primer lugar, se comprobó si existían diferencias significativas entre los conocimientos previos de los alumnos de los distintos grupos que pudieran influir en los resultados en las pruebas de conocimiento aplicadas al término de cada curso escolar, se

procedió a realizar un análisis de varianza (ANOVA) con la condición (año) y el centro (colegio) como factores intergrupo. Para ello, antes se verificó que se cumplieran los supuestos del análisis de varianza (homogeneidad de varianza). Existen diferencias significativas en los conocimientos previos de los alumnos en las distintas condiciones experimentales. Los alumnos que acceden al colegio 2 tienen un conocimiento previo relacionado con los temas de números enteros, números racionales y proporcionalidad mayor que los alumnos que acceden al colegio 1 ($F= 11.422$, $P< .05$; $I- J= .339^*$). Los alumnos del curso escolar 2000/2001 (año 3) obtienen mayores puntuaciones en la prueba de conocimientos previos ($F= 2.666$, $P< .05$) con respecto a los alumnos del curso 2 ($I-J= .281^*$) y los alumnos del primer curso ($I-J= .205$). No existe interacción entre el factor colegio y año ($F= .242$ $p>.05$). En el siguiente gráfico se reflejan los resultados del análisis de varianza.

Gráfico 1. Conocimientos previos de los alumnos en cada año y en cada colegio



Estas diferencias pueden influir en el resultado en las pruebas de enteros, racionales y proporcionalidad, de manera que se ha incluido la puntuación en la prueba de conocimientos previos como covariable al realizar los análisis de los resultados en las distintas pruebas de conocimiento en cada una de las condiciones experimentales.

Los resultados de los alumnos en las pruebas de aprendizaje de números enteros, números racionales y proporcionalidad muestran que apenas existen variaciones en los puntuaciones de los alumnos con motivo de las intervenciones con el profesorado. En concreto, en la prueba de Números enteros y Números Racionales se encuentran diferencias significativas pero en sentido contrario al esperado, así en el primer año los alumnos obtienen mejores puntuaciones con respecto a los cursos posteriores. En el caso de la prueba de Proporcionalidad no se encuentran diferencias significativas en los resultados en los tres cursos. Si se obtiene, sin embargo, diferencias significativas en algunas de las escalas que componen las pruebas.

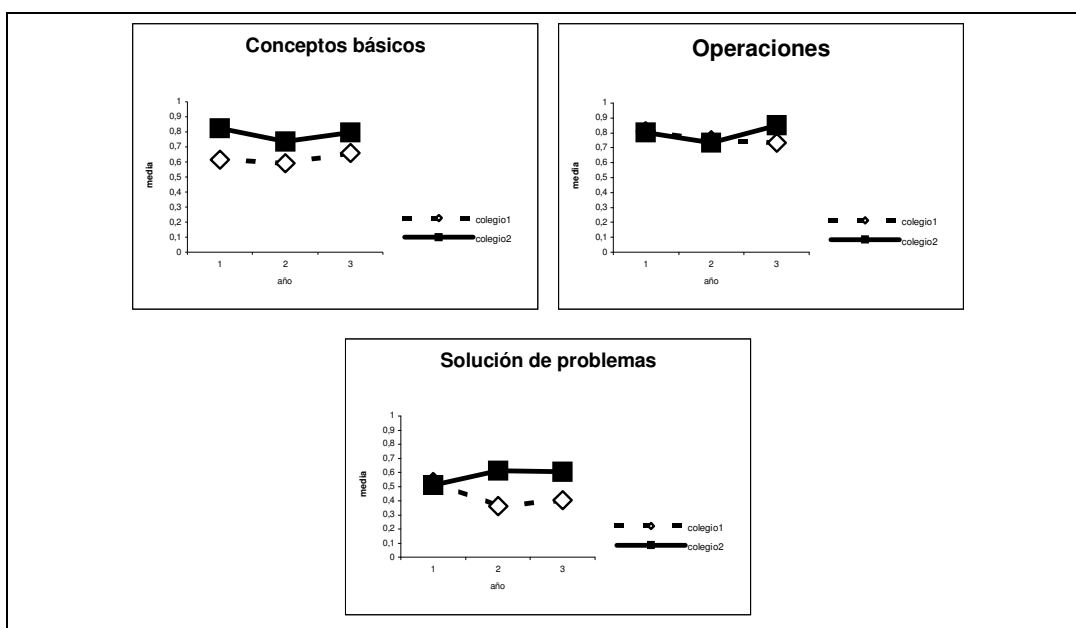
Cuadro 7. Escalas de las pruebas de aprendizaje

Números enteros	Números racionales	Proporcionalidad
Puntuación general Conocimientos básicos Operaciones con enteros Representación de los números enteros Solución de problemas con números enteros	Puntuación general Información necesaria Identificación de los problemas Relaciones básicas Planteamiento y solución de problemas con racionales Interpretación de los resultados de los problemas	Puntuación general Zumos proporcionalidad Balanzas proporcionalidad Identificación del tipo de relación

En las *escalas* correspondientes a las *pruebas de números enteros* los alumnos del colegio 1 han obtenido puntuaciones mejores en el tercer año como fruto de la intervención con el profesorado en la escala de conceptos básicos ($F= 43.573$ $p<.05$).

Los alumnos del colegio 2 como efecto de la intervención con el profesorado han mejorado de manera significativa las puntuaciones en las escalas de operaciones ($F= 8.896$ $p<.05$) y solución de problemas ($F= 11.369$ $p<.05$) correspondientes a la prueba de números enteros en el tercer año de estudio. Los alumnos del colegio 2 han obtenido mejores puntuaciones en solución de problemas con respecto a los alumnos del colegio 1 ($F=24.168$ $p<.05$).

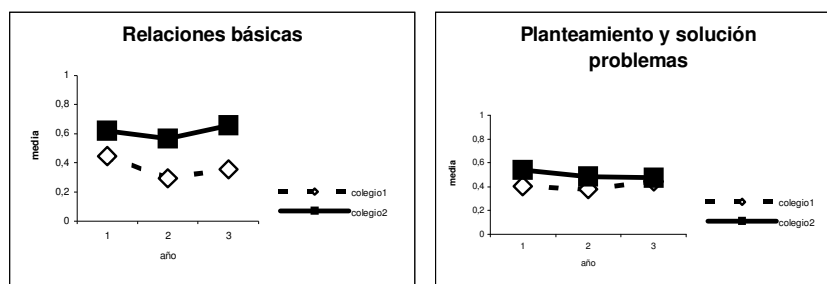
Gráfico 2. Resultados significativos en la escalas de las prueba de números enteros



En el caso de las *escalas* que componen las *prueba de números racionales*, los alumnos del colegio 2 obtienen mejores puntuaciones en la escala de identificación de problemas. Sin embargo, estas diferencias no son significativas ($F= 2.204 p>.05$).

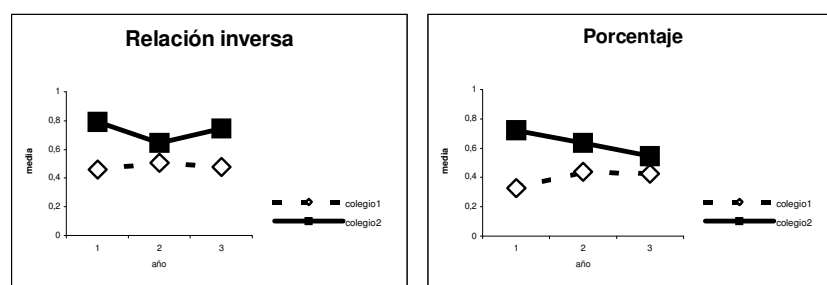
Como fruto de las intervenciones ha mejorado significativamente en el tercer año la puntuación de los alumnos del colegio 2 en la escala de relaciones básicas ($F= 3.286 p<.05$) y una mejora significativa de las puntuaciones de los alumnos en el colegio 1 en la escala de planteamiento y solución de problemas ($F= 3.676 p<.05$).

Gráfico 3. Resultados significativos en la escalas de las prueba de números racionales



En las *escalas* que componen la *prueba de proporcionalidad*, el tercer año los alumnos del colegio 1 obtienen mejores puntuaciones en la escala de relación inversa ($F= 5.699 p<.05$). En la escala de porcentajes los alumnos del colegio 1 en el segundo y tercer año obtienen mejores puntuaciones ($F=8.622 p<.05$).

Gráfico 4. Resultados significativos en las escalas de las prueba de proporcionalidad



Por otra parte, cabe destacar que en la mayor parte de las escalas así como en las pruebas consideradas en conjunto las puntuaciones de los alumnos del colegio 2 son significativamente más altas con respecto a los puntuaciones de los alumnos del colegio 1.

6.2.2. Pruebas de motivación

En primer lugar, se llevaron a cabo análisis de varianza con dos factores intersujetos – año y colegio – para comprobar en qué medida existían diferencias significativas en las puntuaciones de los alumnos al comienzo del curso escolar en los factores de segundo orden del cuestionario MAPE-II que pudieran explicar los resultados en las variables motivacionales analizadas. Estos resultados revelaron que no existían diferencias significativas en los patrones motivacionales de los alumnos de los dos centros al comienzo del curso en los distintos cursos que pudieran influir en los resultados de las pruebas motivacionales y de rendimiento. De modo que, no se ha considerado como covariable en los análisis posteriores.

Posteriormente, para cada una de las variables motivacionales se ha realizado un análisis de medidas repetidas con dos niveles (pre-post) con los factores intersujetos colegio y año en las distintas condiciones experimentales.

Con relación a los *patrones de afrontamiento* de las tareas escolares, se ha encontrado por una parte, que los alumnos se muestran menos motivados hacia el aprendizaje al término de los cursos escolares ($F= 4.136 p<.05$). Al término del segundo año, coincidiendo con la intervención motivacional, los alumnos de ambos centros se muestran menos preocupados por la obtención de resultados positivos en comparación con el comienzo del curso. Este efecto no se observa en el tercer año de estudio, siendo las medias similares al comienzo y término del curso escolar, como en el caso del colegio 2, o mayores al término del curso con respecto al comienzo como en el caso del colegio 1 ($F= 5.383 p<.05$). Sin embargo, contrariamente a lo esperado, en el segundo año los alumnos del colegio 2 han obtenido puntuaciones medias más altas en el factor Miedo al Fracaso y similares en el caso del colegio 1 si bien esta diferencia no ha sido significativa estadísticamente, siendo esperable que como fruto de las intervenciones los alumnos mostraran una menor preocupación por el fracaso.

Por otra parte, se encuentran diferencias significativas en la medición de los *automensajes* con que los alumnos regulan su conducta de estudio en ambos centros y por años. En el colegio 1 se obtiene una media de puntuaciones en la escala de Automensajes positivos mayores al término del primer y tercer año y menor al término del segundo año con respecto al comienzo mientras que en el colegio 2 las puntuaciones son mayores en el segundo y tercer año al término del curso escolar con respecto al comienzo ($F= 9.784 p<.05$). Es decir, en el colegio 1 la intervención motivacional ha tenido un efecto contrario al esperado mientras que en el colegio 2 se han observado las tendencias esperadas. Esta intervención si ha tenido efectos significativos en la medida relacionada con Automensajes Negativos. Al término del curso escolar en el segundo

año los alumnos muestran medias más bajas en esta escala en ambos centros mientras que en el resto de condiciones experimentales los alumnos manifiestan medias más altas al término del curso en la medición de esta variable ($F= 9.784 p<.05$).

Se han encontrado diferencias significativas en ambos centros en las *actitudes* que son objeto de trabajo en el área de Matemáticas.

Concretamente, los alumnos del colegio 1 muestran una actitud más favorable hacia las Matemáticas en términos generales ($F= 5.246 p<.05$) si bien en los tres cursos académicos esta actitud es más positiva al comienzo que al término del curso escolar ($F= 17.877 p<.05$). Esta tendencia se observa igualmente en el colegio 2 en el primer y segundo año. Sin embargo, en el tercer año como fruto de la intervención con el profesorado los alumnos del colegio 2 muestran al término del curso escolar una actitud más positiva hacia las Matemáticas ($F= 5.683 p<.05$)

Por otra parte, en los tres años de estudio los alumnos manifiestan una actitud menos positiva hacia el trabajo preciso al término del curso escolar ($F= 20.338 p<.05$). En el colegio 2 los alumnos obtienen en términos generales puntuaciones más altas en este factor ($F= 9414 p<.05$) Resultados similares se encuentran en la medida de la Actitud hacia el orden. Los alumnos manifiestan al término del curso escolar una actitud menos positiva hacia el orden ($F= 30.042 p<.05$), concretamente los alumnos del colegio 1 obtienen puntuaciones menores en esta escala ($F=17.035 p<.05$).

En todos los cursos analizados, los alumnos muestran menores *expectativas* de éxito al finalizar el curso con respecto al comienzo ($F= 40.065 p<.05$). Los alumnos del colegio 2 tienen mejores expectativas en relación con la materia ($F= 21.741 p<.05$). Cabe destacar que como fruto de la intervención motivacional con el profesorado, se han encontrado puntuaciones en esta escala más elevada en estos factores y una menor variación en el segundo año entre las puntuaciones previas y posteriores ($F= 4.516 p<.05$).

Por otra parte, en general los alumnos muestran un menor *autoconcepto* en Matemáticas al término del curso escolar con respecto al comienzo ($F= 18.998 p<.05$). Tan sólo en el segundo año, los alumnos mejoran sus puntuaciones al finalizar el curso con respecto al comienzo en el colegio 1 ($F=7.667 p<.05$). Los alumnos del colegio 2 obtienen puntuaciones más elevadas en este factor en términos generales aunque la variación entre la puntuación previa y posterior es mayor en el caso de los alumnos del colegio 1 ($F=5.322 p<.05$).

Por último, los alumnos del colegio 1 muestran un mayor *interés* hacia las Matemáticas al finalizar el primer y segundo año, al contrario que los alumnos del colegio 2. Como efecto de la intervención con el profesorado, en el tercer curso los alumnos del colegio 2 muestran mayor interés hacia las Matemáticas al finalizar el curso escolar ($F= 5.403 p<.05$) mientras que los alumnos del colegio 1 se muestran menos interesados con respecto al comienzo

Según se ha analizado, cabe destacar que han existido variaciones significativas en medidas generales y específicas de la motivación con que los alumnos afrontan la actividad escolar. Estas diferencias no han sido generalizables en todas las variables analizadas y en los distintos centros, probablemente debidas a las diferencias observadas entre uno y otro profesor.

7. CONCLUSIONES Y DISCUSIÓN

En términos generales podemos afirmar que las intervenciones con el **profesorado** han producido cambios en la dirección esperada si bien estos cambios no han sido generalizables.

Se esperaba un efecto significativo de la formación motivacional en el sentido de un aumento de frecuencia de utilización de las pautas docentes dirigidas a favorecer la motivación de los alumnos hacia el aprendizaje en los distintos momentos de desarrollo de las clases. Los resultados expuestos revelan cambios en la actuación del profesorado cualitativamente importantes si bien estos cambios no han sido siempre significativos estadísticamente. Las actuaciones del profesorado en los comienzos de las clases, durante las explicaciones y en la corrección de los ejercicios, actividades que suelen ocupar una gran parte del desarrollo de las clases, se han visto modificadas en el sentido de una mayor utilización de pautas docentes dirigidas a estimular la motivación del alumnado. Se observan diferencias significativas entre las actuaciones de la profesora 1 y el profesor 2 siendo el profesor 2 el que utiliza en mayor medida actuaciones dirigidas a favorecer la motivación hacia el aprendizaje.

Un aspecto que ha sido objeto de comentario en las sesiones de formación es la escasez de propuestas de trabajo en grupo en el desarrollo de las clases o la inclusión de actividades diferentes como juegos, invención de problemas o cualquier otro tipo de actividad diferentes a las rutinarias. Desde el primer año ambos profesores mantienen un esquema de desarrollo de los temas muy estereotipado, con una secuencia concreta. En las distintas sesiones desarrolladas a lo largo de los tres años se ha comentado en varias ocasiones con los profesores la estructura general de los distintos temas, haciendo énfasis en la secuencia de actividades y la falta de innovación en las mismas.

El cambio en las pautas de enseñanza en los distintos temas ha sido notable en el tercer año como fruto de las intervenciones. El profesor 2 ha integrado en mayor medida las pautas de enseñanza propuestas mientras que la profesora 1 ha integrado estas pautas al activar los conocimientos previos y explicar los conceptos básicos, sin embargo, no ha aplicado las pautas propuestas en la explicación de operaciones y en el periodo de práctica en los temas de números enteros y números racionales. Se han observado diferencias importantes en la actuación de la profesora 1 y el profesor 2, diferencias que

pueden explicar las diferencias en los resultados de aprendizaje de los alumnos y las diferencias en medidas motivacionales. Los profesores tenían presenten los documentos de trabajo lo cual ha podido ser un elemento decisivo en la planificación de las clases.

Un aspecto ausente en los tres temas a lo largo de los distintos años ha sido la consideración de la solución de problemas como punto de partida o forma de organizar el desarrollo del tema. En las distintas sesiones se analizó con el profesorado la posibilidad de utilizar un problema para activar los conocimientos previos de los alumnos y explicar los diversos conocimientos en función del planteamiento de situaciones problemáticas. Sin embargo, ha sido una propuesta que los profesores no han integrado en ningún caso, comentando la necesidad de explicar previamente a los alumnos los diversos contenidos y la dificultad para integrar esta propuesta.

Contrariamente a lo deseado, pero en parte en línea con lo que cabría esperar a partir de los cambios observados en los profesores, las intervenciones realizadas con el profesorado no han tenido en el **alumnado** las repercusiones motivacionales deseadas ni han producido una mejora significativa generalizada en el aprendizaje en los temas de interés.

La intervención motivacional ha tenido como efecto una menor preocupación de los alumnos por la obtención de resultados positivos al término del segundo año en ambos centros, una mejora en los automensajes positivos de los alumnos en el colegio 2 al término del segundo curso mientras que los alumnos del colegio 1 han obtenido puntuaciones menores al término del segundo año con respecto al comienzo, menos automensajes negativos al término del segundo año en ambos centros, puntuaciones más elevadas en las expectativas y menor variación en las puntuaciones en ambos centros, mejora del autoconcepto del alumnado del colegio 1 al término del curso. Los alumnos del colegio 1 han mostrado un mayor interés en el primer y segundo año al término del curso con respecto al comienzo si bien estas diferencias no son significativas.

Las intervenciones en enseñanza de las matemáticas han producido en el alumnado del colegio 2 una mejora al término del curso en automensajes positivos, mejora de la actitud hacia las Matemáticas y del interés.

Estas intervenciones han producido mejoras significativas en el aprendizaje de los conceptos básicos, operaciones y solución de problemas del tema de números enteros por parte del alumnado del colegio 2, una mejora en el aprendizaje de las relaciones básicas en el tema de números racionales por parte del alumnado del colegio 2 y una mejora del aprendizaje de la solución de problemas en este mismo tema por parte del alumnado del colegio 1. En el tema de proporcionalidad como fruto de la intervención con la profesora los alumnos del colegio 1 han mejorado el aprendizaje de

la relación inversa y los porcentajes. Sin embargo, al contrario de las hipótesis de partida la intervención en enseñanza de las matemáticas no ha producido mejoras significativas en las puntuaciones generales en las pruebas de aprendizaje de los números enteros, números racionales y proporcionalidad

Una de las principales aportaciones del estudio es la introducción de la reflexión y análisis de la propia actuación a través del visionado de vídeos en la formación del profesorado. Ambos profesores han valorado positivamente este tipo de intervención de cara al aprendizaje e integración de nuevas estrategias docentes. Sin duda, esta reflexión y análisis sobre la propia actuación a partir de unos criterios concretos que permitan valorar su actuación y la propuesta de modelos alternativos de actuación debería ser una constante en la labor docente. Hemos comprobado que intervenciones puntuales en sesiones determinadas que no se acompañan de un seguimiento, autoevaluación y/o autorregulación de la propia acción tienen un efecto mínimo o residual que requiere de cierto tiempo para su consolidación en propuestas de acción concreta. La elaboración de instrumentos o materiales que permitan al profesorado tener presente esta evaluación de su propia acción y enmarcar la formación en un proyecto de mejora continua y constante es una línea de trabajo que puede ser interesante.

En el tercer curso académico, en el cual los profesores habían recibido ambos tipos de formación, es el momento en el cual se observan mayores cambios en el profesorado. Parece, por tanto, que motivar hacia el aprendizaje de los contenidos supone en cierta medida salirse del esquema tradicional de enseñanza e intentar buscar modos alternativos de análisis de los contenidos lo que requiere sin duda un conocimiento amplio del contenido a impartir así como el conocimiento de pautas concretas para motivar a los alumnos. Al mismo tiempo, un nivel de dominio amplio de los conocimientos no garantiza necesariamente una enseñanza que favorezca la motivación de los alumnos. Por ello, se considera necesario abordar ambos aspectos en la formación con el profesorado de forma conjunta.

Por otra parte, se ha comprobado que los cambios en el alumnado han sido mínimos aunque significativos si tenemos en cuenta los cambios observados en el profesorado. Aunque estos cambios hubieran sido generales en el profesorado, ¿se hubieran observado cambios en el alumnado?. Probablemente sería necesario actuar de manera paralela con el alumnado dado que una instrucción dirigida a fomentar la motivación de los alumnos hacia el aprendizaje no es efectiva necesariamente para todos los alumnos (Alonso Tapia, 1997) Es más es una instrucción rechazada por aquellos alumnos a los cuales interesa terminar cuanto antes o realizar el mínimo esfuerzo. Al igual puede ocurrir en el caso de la enseñanza de los contenidos

matemáticos. Los alumnos que carecen de los conocimientos previos o estrategias necesarias para comprender los contenidos cuando se imparten desde un modelo de instrucción que obliga a la reflexión y a una comprensión significativa de los contenidos pueden mostrar rechazo o incluso tener efectos contrarios a lo esperado, como son peores resultados académicos.

En este estudio se ha partido de la realidad de dos profesores con un modelo de instrucción concreto en el cual el profesor dirige la clase y la totalidad de los alumnos realizan el mismo tipo de tarea. La propuesta de nuevas formas de organización en el aula, teniendo en cuenta la diversidad del alumnado y actuaciones paralelas con el alumnado de evaluación y reflexión sobre los factores de los cuales depende su motivación y esfuerzo, promoviendo un cambio que mejore sus resultados y la motivación con que afrontan el estudio serían actuaciones que podrían mejorar los resultados de los alumnos.

8. BIBLIOGRAFÍA

Ames, C. (1992). Classrooms: goals, structures and student motivation. *Journal of Educational Psychology*, 73, 411 – 418.

Alonso Tapia, J. (1991). *Motivación y aprendizaje en el aula. Cómo enseñar a pensar*. Madrid: Santillana.

Alonso Tapia, J. (1992a). *Motivar en la adolescencia: teoría, evaluación e intervención*. Madrid: Servicios de publicaciones Universidad Autónoma de Madrid.

Alonso Tapia, J. (1992b). ¿Qué es lo mejor para motivar a mis alumnos?. Análisis de lo que los profesores saben, creen y hacen al respecto. Madrid: Servicios de Publicaciones de la Universidad Autónoma. (Colección Cuadernos del ICE, nº 5).

Alonso Tapia, J. (1995). *Orientación educativa. Teoría, evaluación e intervención*. Madrid: Editorial Síntesis, S.A.

Alonso Tapia, J. (1997). *Motivar por el aprendizaje. Teorías y estrategias*. Barcelona: Edebé.

Alonso Tapia, J. (2002). Evaluación del conocimiento y formación del profesorado. Diseño, evaluación y valoración inicial de un programa de formación del profesorado en Ciencias Sociales de Secundaria en evaluación de conocimientos y capacidades cognitivas. Convocatoria de Premios Nacionales de Investigación Educativa.

Alonso Tapia, J. (2002). Knowledge assessment and conceptual understanding. En M. Limón y L. Mason. (eds). *Reconsidering conceptual change. Issues in theory and practice* (pp. 389 – 414). Dordrecht: Kluwer.

- Alonso Tapia, J. (2005). *Motivar en la escuela, motivar en la familia. Claves de la motivación para el aprendizaje*. Madrid: Morata.
- Alonso Tapia, J. y Montero, I. (1992). El cuestionario MAPE- II: Motivación hacia el aprendizaje. En J. Alonso Tapia: *Motivar en la adolescencia: Teoría, evaluación e intervención* (pp. 53-92). Madrid: Servicio de Publicaciones de la Universidad Autónoma.
- Alonso Tapia, J. y Regueiro, R. (1998). Instrumentos para la evaluación de las actitudes en las áreas de Matemáticas, Ciencias Naturales y Experimentales, y Lengua y Literatura: un estudio piloto. *Revista de Ciencias de la Educación* 175, 283 – 308.
- Anderman, E. y Maehr, M.L. (1994). Motivation and schooling the middle grades. *Review Educational Research*, 64, 287-309.
- Carpenter, T.P.; Fennema, E. y Romberg, T.A. (1993). *Rational Numbers. An integration of research*. Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Covington, M. V. (1984a). The motive for self – worth. In R. E. Ames y C. Ames (Eds.), *Research on Motivation in Education* (pp. 77 – 113). London, Academic Press, Inc.
- Covington, M. V. (1984b). The self – worth theory of achievement motivation: findings and implications. *Elementary School Journal*, 85, 5 – 20.
- Covington, M.V. (1998). *The will to learn: a guide for motivating young people*. Cambridge Press, New York.
- Eccles, J. S., y Wigfield, A. (2000). Expectancy – value theory of achievement motivation. *Contemporary Educational Psychology*, vol. 25, 68 – 82
- Elliot, A.J. y Church, M.A. (1997). A hierarchical model of approach and avoidance motivation. *Journal of Personality and Social Psychology*, 72, 218-232.
- Elliot, A.J. y Harackiewicz, J.M. (1996). Approach and avoidance achievement goals and intrinsic motivation: A mediational analysis. *Journal of Personality and Social Psychology*, 70, 461-475.
- English, L.D. y Halford, G.S. (1995). *Mathematics Education. Models and processes*. Lawrence Erlbaum, Inc.
- Fuson, C. (1992). Research on whole number, addition and subtraction. En D.A. Grows (ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 243 – 275). Nueva York: Mc Millan.
- Grows, D.A. (ed.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 276 – 295). Nueva York: McMillan.

Hoek, D.; Van den Eeden, P. y Termel, J. (1999). The effects of integrated social and cognitive strategy instruction on the mathematics achievement in secondary education. *Learning and Instruction*, 9, 427 – 448.

Informe Pisa (2003). Pisa: 2003. Preguntas liberadas. Matemáticas y solución de problemas. INCESE. Ministerio de Educación y Ciencia.

Marshall, H.H. (1993). Assesment of rational number understanding: a schema – base approach. In T.P. Carpenter; E. Fennema y T.A. Romberg, (1993). *Rational Numbers. An integration of research*. Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Mayer, R.E. (1987). *Educational Psychology. A cognitive approach*. Boston. Little, Brown and Co.

Mayer, R.E. (2004). Teaching of subject matter. *Annual Review of Psychology*, 55, 715 – 744.

Meece, J.L.; Blumenfield, P.C. y Hoyle, R.H. (1988). Student's goal orientations and cognitive engagement in classroom activities. *Journal of Educational Psychology*, 80, 514-523.

Pintrich, P.R. (2000). The role of goal orientation in self – regulated learning. In M. Boekaerts, P.R. Pintrich y M. Zeidner (Eds.), *Self – regulation: directions and challenges for future research* (pp. 451 - 502). San Diego, CA: Academic.

Pintrich, P.R. (2001). An achievement goal theory perspective on issues in motivation terminology, theory, and research. *Contemporary Educational Psychology*, vol. 25, nº 1, 92 – 105.

Stipek, D. y Daniels, D.H. (1988). Declining perceptions of competence: a consequence of changes in the child or in the educational environment?. *Journal of Educational Psychology*, 80, 352 – 356.

Urduan, T. (1997). Achievement goal theory: past results, future directions. In M. Maher y P. Pintrich (eds.). *Advances in motivation and achievement* (vol. 10, pp. 243 – 29). Greenwich, CT: JAI:

ANEXO 1. CATEGORÍAS DE OBSERVACIÓN DE PAUTAS MOTIVACIONALES

Comienzo de la clase		Explicación	
<ul style="list-style-type: none"> Activación de la curiosidad Relevancia de los aprendizajes Activación de los conocimientos previos Retomar contenidos Señalar las actividades a realizar Planificar Señalar los objetivos Señalar las metas Orientar la atención al proceso Posibilidad de elección Tiempo suficiente 		<ul style="list-style-type: none"> Conciencia del problema Exposición Incoherencia Ejemplos cotidianos Ejemplos numéricos Ejemplos gráficos Modelado Moldeamiento Síntesis Periodo de práctica Preguntas del profesor Preguntas del alumnado 	
Actuación ante la corrección de ejercicios			
Planteamiento			
Objetivos	Metas	Orientación al proceso	Estrategias
			Claridad en las instrucciones
Desarrollo ante actuación correcta		Finalización ante actuación correcta	
<ul style="list-style-type: none"> Orientación al proceso Pedir razones de la actuación Reforzar 		<ul style="list-style-type: none"> Orientar al proceso Reforzar Disfrutar de los logros Generalizar 	
Desarrollo ante actuación incorrecta		Finalización ante actuación incorrecta	
<ul style="list-style-type: none"> Solución directa Pistas Reproche Ejecutar Pedir revisar el procedimiento Sustituir Dividir la tarea en pasos Pedir razones 		<ul style="list-style-type: none"> Origen de la dificultad Estrategias para superar las dificultades Hacer pensar al alumno sobre lo aprendido Reforzar al superar el error Disfrutar de los logros Generalización 	
Actividad autónoma en clase		Planteamiento del trabajo para casa	
<ul style="list-style-type: none"> Metas Estrategias de bloqueo Planteamiento de trabajo cooperativo Posibilidad de elección Tiempo suficiente Instrucciones generales Revisar el trabajo realizado por los alumnos 		<ul style="list-style-type: none"> Metas Estrategias Posibilidad de elección Planteamiento de trabajo cooperativo 	
Final de las clases			
			<ul style="list-style-type: none"> Terminar Resumir Metas clase siguiente