en las que se den orientaciones y normas prácticas para el desarrollo del trabajo escolar en todos sus matices.

*c)* Ficheros documentales, que serán de dos clases: unos de croquis, datos estadísticos, dibujos y maquetas para la realización de las actividades escolares; otros, de preparación, desarrollo y crítica de lecciones, en cuyas fichas el propio Maestro vaya autocensurando sus maneras y enfoques, para hacer posible en cada curso un progreso global respecto del curso anterior.

Complementaría estos elementos de trabajo una Enciclopedia ilustrada, concebida con fines escolares, que en dos o tres volúmenes de un millar de páginas cada uno diera abreviada, pero suficientemente, noticia literaria y gráfica de los aspectos culturales de actualidad más al alcance de las mentes de niños y adolescentes.

Pero queda por hablar del problema árduo que plantean los libros para el niño. Primeramente, habría que estudiar por separado las cuestiones relativas a cada una de sus clases:

*a)* De lectura.
*b)* De materias.
*c)* De consulta.
*d)* De recreo.

No tenemos espacio más que para decir unas palabras respecto de los libros del grupo *b)*, que son los más necesitados de reforma, aunque también los de lectura levantan bandadas de interrogantes, de difícil contestación.

Estamos de acuerdo con Cousinet cuando rechaza en general la concepción del «libro de estudio» tal y como ha llegado a nosotros al fin de un camino que se inició de manera muy distinta. Antaño el libro proporcionaba sólo la parte de materia que el niño había de memorizar. Es evidente que reducir el trabajo de la escuela a tal memorización es erróneo, y contra este error se promovió una especie de «marcha contra el libro» que defendía la «viva voz» como único procedimiento didáctico. No tardó en verse que la escuela no podía prescindir del manual; pero entonces sus redactores, recogiendo en cierto modo las críticas contra él, para evitar los yerros que las motivaron, multiplicaron las ilustraciones, en aras de la «intuición» y multiplicaron las explicaciones, para aumentar la comprensión.

Hemos llegado así al libro de estudio que es casi un libro de lectura, y Enciclopedias hay, de no poca fama, que proclamaron el derecho a considerarse excepcionales por introducir en nuestros usos bibliográficos esta reprobable mescolanza. Cierto que con ella el Maestro se considera relevado, o poco menos, del deber de reorientar en cada momento la marcha mental del alumno para que éste pueda asimilar el proceso intelectual que desemboque en la comprensión de las nociones, y el estudio se convierta así en faena exclusiva del niño, contra el que se alzan toda clase de censuras cuando no llega a captar por entero el mensaje del autor del texto.

En tanto imperen criterios tan equivocados la escuela no saldrá de la inercia y la rutina. Pues lo que necesita el niño es aprender a juzgar, comparar, razonar, inducir, concluir, etc. y ello no se consigue haciendo que recite tales procesos, «hechos por un adulto», y en su mayor parte *sólo mentalmente válidos para él.*

Muchas veces las explicaciones del Maestro embrollan más que aclaran una cuestión; pero lo que puede asegurarse, sin temor a dudas, es que las explicaciones del manual son inútiles y aún contraproducentes en la inmensa mayoría de los casos porque el niño, por lo menos antes de los doce años, es muy poco apto para seguir un razonamiento complejo desarrollado por escrito. Sólo la palabra, acompañada del gesto, las inflexiones de la voz, los matices de la mirada, etc., puede ayudar de verdad al niño en su necesidad de *aprender a razonar.*

Ello depone en favor de una renovación que devuelva al libro su papel de *apoyatura mnemónica,* aunque con hábitos didácticos muy de nuestro tiempo, al par que se inicie al niño en una utilización gradual de los «documentos» de toda clase. Pero las múltiples cuestiones que todo esto suscita no pueden ser ni siquiera enunciadas aquí.

# Metodología y organización

## Sobre la enseñanza de la Aritmética en la Escuela Primaria

por PEDRO PUIG ADAM
Catedrático de Enseñanza Media.

***Método de proyectos.***

Citemos sólo al paso el interesante movimiento pedagógico creado por Dewey en Norteamérica, llamado "Método de proyectos", que afecta más a la concepción general de la enseñanza en los grados superiores que a los detalles específicos de la didáctica del cálculo en los inferiores.

Partiendo de los mismos principios de activismo, en los cuales pensamiento y acción se involucran mutuamente, Dewey concibe la escuela como un medio fundamentalmente social. El más adecuado acicate disparador de la acción pensante, o del pensamiento activo, en tal medio es la formulación de situaciones problemáticas llamadas "proyectos", vinculadas generalmente a la comunidad escolar: Organización de una fiesta con su presupuesto de gastos, de una visita escolar, de una excursión con estudio de itinerarios en planos y mapas, proyecto de un Banco escolar de ahorro, presupuestos de instalaciones varias en la escuela, de limpieza de la misma, etc. El simple enunciado de tales cuestiones sugiere por sí solo la gran riqueza de estudios y técnicas adherentes y auxiliares necesarias para derivar de ellas un eficaz programa educativo en el que no sólo van a entrar en juego conceptos matemáticos, sino también geográficos, económicos, industriales, éticos, etc.

Desde un punto de vista pedagógico la enseñanza así organizada rompe, naturalmente, con todos los programas preconcebidos, ya que muchos de tales proyectos surgen ocasionalmente de la vida de la escuela, y es de desear que así surjan en gracia al interés y a la espontaneidad de la propia enseñanza. Esta adquiere así un carácter no tan sólo social, sino estrictamente funcional y humano. Por otra parte, la consecución del proyecto da amplio margen a la sensación de plenitud y logro una vez realizado. El ciclo que cada proyecto recorre: propósito, organización, realización, verificación, resulta así de la mayor eficacia educativa.

Solamente al paso hemos querido citar este interesante movimiento pedagógico que, como hemos dicho, proyecta amplias perspectivas sobre la enseñanza en los grados superiores. Practicado por nosotros mismos en los primeros cursos del Bachillerato hemos obtenido con él resultados excelentes en orden al incremento de interés del alumnado, a su organización en equipos, a su contacto con las necesidades vitales del Instituto, al estímulo favorable a su conservación y cuidado, etc.

*Método Mackinder.*

Características muv distintas tiene el método de la profesora Mackinder en su esfuerzo por coseguir una enseñanza individual en clases numerosas. Particularmente interesante es el material usado para la enseñanza de la Aritmética en los párvulos, pero como lo consideramos ampliamente superado por el material Cuisenaire, al que hemos de referirnos en seguida, no haremos más que citarlo muy por encima. Se parte en el método Mackinder de la asociación temprana de la cifra con los conjuntos que representa. El material invita a establecer esta correspondencia mediante un juego de colocación de tarjetones con las cifras impresas junto a los conjuntos representados, y viceversa. Se hace también uso del color para favorecer esta asociación.

Con las primeras cifras se introducen asimismo las primeras operaciones de suma y resta. Es interesante consignar algunas experiencias anotadas con el uso de este material, en lo referente a los procesos espontáneos de automatización del cálculo. Las operaciones son al principio resueltas por los niños, mediante lentos procesos de recuento con los abalorios o fichas manejadas, que sólo al final se traducen en cifras; más tarde los procesos se simplifican sustituyendo los objetos por puntos y, finalmente, escriben directamente el resultado en cifras sin manipulación ni dibujo auxiliar intermedios. La numeración decimal se introduce más o menos como es natural hecerlo, es decir, utilizando los principios de agrupación y de valor relativo de las cifras según su posición. Las agrupaciones en decenas se realizan con cuentas enhebradas en alambres. Un juego de tarjetas favorece el aprendizaje de la lectura e interpretación de números de dos cifras. La multiplicación se inicia mediante manipulación en conjuntos de bandejitas (tantas como indica el multiplicando), en cada una de las cuales se colocan tantas cuentas o judías como indique el multiplicador. La memorización de los resultados se consigue por simple repetición de ellos en colecciones de tarjetas con numerosas multiplicaciones planteadas a modo de ejercicios. De dichas tarjetas se pasa a las de división, invirtiendo el juego.

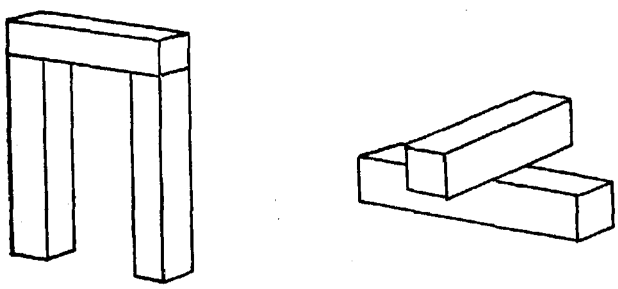
Interrumpimos aquí la reseña de este método, que constituyó una notable novedad hace unos treinta años, limitándose a resaltar el respeto que se sigue guardando en él a la noción de número como agregado de unidades. Carácter mucho más sutil y acorde con las corrientes del pensamiento matemático actual, van a tener los números en el método que pasamos a exponer.

*El método de los números en color.*

Hemos visto como María Montessori señala agudamente las dificultades primeras del párvulo para reconocer los números como agregados de unidades. Por ello prefiere materializarlos en un principio mediante barras de longitud proporcional, si bien pintando de colores alternados las unidades que integran cada longitud para distinguirlas. Más tarde se considera obligada a separar las unidades y a reagruparlas para materializar la numeración y las operaciones.

El profesor belga Cuisenaire representa también los diez primeros números mediante barritas de longitudes proporcionales a ellos (regletas prismáticas cuya sección en un centímetro cuadrado y cuyas longitudes varían de centímetro en centímetro. Pero da un paso más audaz al reforzar la personalidad de cada número: 1.° No señalando las unidades que integran cada regleta; 2.° Pintando, por el contrario, de un mismo color todas las regletas de igual longitud, y variando los colores de un número a otro (blanco para el 1, rojo para el 2, verde claro para el 3, rosa para el 4, amarillo para el 5, verde oscuro para el 6, negro para el 7, marrón para el 8, azul para el 9 y naranja para el 10). Con este material desarrolla Cuisenaire todo el aprendizaje de la Aritmética. El elemento físico de referencia que así queda asociado a cada número ya no es el conjunto de sus unidades (conjuntos que tantas confusiones originan al niño), sino más bien la doble adherencia de longitud y color, con lo que vista y tacto intervienen conjuntamente en el reconomiento estereognósico del número. Cuisenaire de este modo no solamente logra suministrar al niño un soporte del número mucho más dúctil y manejable, sino que, de paso, dando a los números personalidad propia, y sometiéndolos a un juego perceptivo-activo adecuado, acierta a materializar el campo numérico y a desarrollar en él una dinámica aritmética desde la primera infancia, que concuerda (tal vez sin proponérselo) maravillosamente con la concepción estructural de la matemática abstracta del siglo XX. Veamos someramente cómo se realiza tal milagro.

Al ofrecer a los niños un montón de regletas para que jueguen libremente con ellas, la inmensa mayoría se entrega inmediatamente a una actividad constructiva, y la primera y más frecuente construcción que realizan es un dintel con sus dos jambas (véase figura). No yerran al elegir



éstas de igual color (por ejemplo, marrón), ya que pronto han intuído, o comprobado, adosándolas, que todas las regletas de un mismo color tienen igual longitud. Cuando no hallan regleta pareja de igual color pronto componen una jamba de igual altura, reperponiendo, bien alineadas, dos regletas (amarilla y verde clara), que suman la misma longitud. Este simple ejercicio, espontáneo e inmediato, ha suministrado ya a los niños una rica experiencia: 1.ª La equivalencia de regletas de igual color; 2.ª La equivalencia de cada regleta con alineaciones compuestas de otras dos o más.

Las acciones de *adosar* y la de *alinear* han sugerido espontáneamente las nociones de *igualdad* y de *suma*. Pero, al mismo tiempo, el niño, al buscar la regleta que falta para completar con otra una jamba mayor, invierte la operación de suma, es decir, *resta* complementando. Los errores se rectifican por sí mismos. El material permite constantemente la autocorrección, lo que constituye una de sus más acusadas y apreciadas cualidades.

La formación de trenes de igual color, mediante alineación de regletas todas iguales, origina simultáneamente los conceptos de múltiplo, de divisor, de producto y de cociente. La estudiada asociación de colores con que se han teñido las regletas favorece esta relación de multiplicidad. Así los colores con pigmento encarnado (rojo, rosa, marrón) corresponden a las primeras potencias de dos: dos, cuatro, ocho; mientras los de pigmento azul (verde claro, verde obscuro y azul) corresponden a los múltiplos de tres: tres, seis y nueve, y los de amarillo (amarillo y naranja) corresponden al cinco y al diez. El uno, divisor de todos, queda en blanco, mientras el siete (que no admite otro divisor) se ha teñido de negro. Jugando a trenes, pronto se da cuenta el niño de que no todas las longitudes pueden descomponerse en regletas de igual color, como no sea echando mano de las blancas; queda así caracterizada la singularidad de los números primos.

En toda esta dinámica operatoria las propiedades asociativa y conmutativa de la suma se adivinan implícitamente intuídas en la misma conducta constructiva de los niños, los cuales asocian y permutan regletas indistintamente. En resumen, todas las longitudes que pueden obtenerse alineando regletas forman un grupo conmutativo respecto de la operación de suma, y tal estructura es la que los niños practican, ejercitan y aplican intuitivamente desde sus primeros juegos aritméticos, realizados todavía al margen de toda representación simbólica. Saben, por ejemplo, que la verde clara más la rosa equivalen a la negra, que la marrón equivale a la amarilla más la verde clara, y a otras muchas combinaciones que han ido experimentado; los niños descubren una aritmética de longitudes y colores que en el momento que el Maestro juzgue oportuno puede convertir en la Aritmética ordinaria mediante la aportación de las representaciones cifradas de los colores y longitudes.

Otros niños (los menos) empiezan su juego libre ordenado las regletas en escalera. De las manipulaciones efectuadas en esta ordenación se ve asimismo cómo intuyen pronto las propiedades características de los conjuntos bien ordenados. La estructura de orden es otra de las que el material Cuisenaire ejercita inmediatamente. Una vez formada la escalera de regletas, pronto se dan cuenta de que la altura de los peldaños es la de la regleta blanca (la misma que al formar trenes estaba exactamente contenida en todas las demás). Sobre los peldaños de esta escalera se pueden introducir las cifras y su expresión verbal. El número ordinal y el cardinal sinónimo surgen, pues, a la par (como orden y como agregado de regletas blancas). La limitación a diez del número de regletas diferentes sugiere más tarde la numeración decimal y la dinámica de la suma en ella.

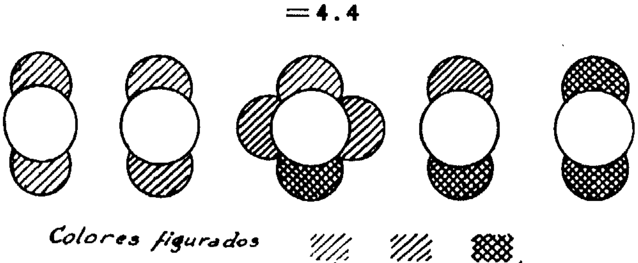
Otros niños clasifican adosando unas al lado de otras las regletas de igual longitud. Forman así placas o pavimentos que pueden ser cubiertos igualmente por otro sistema de regletas en el sentido del ancho. Esta experiencia sugiere la conmutatividad del producto y la representación del mismo por los dos factores, es decir, por dos regletas cruzadas. una de cada sistema, (multiplicando y multiplicador). La conmutatividad del producto se simboliza así por la inversión de la cruz, de modo que el brazo superior pase a ser inferior y viceversa. Es maravillosamente rápida la asimilación por los niños de este primer lenguaje simbólico algebraico, utilizado por Cuisenaire para representar un producto y descubrir sus propiedades. A partir de cierta edad los niños, por sí solos, saben interpretar correctamente una cruz, uno de cuyos brazos es suma de dos regletas, y llegan a la equivalencia con la suma de las cruces construídas sobre cada uno de los sumandos. La propiedad distributiva del producto queda así establecida mediante un juego que supone ya un considerable grado de abstracción. El grupo aditivo queda enriquecido con la multiplicación, cerrando la estructura el anilo característico del conjunto de los números enteros. Apilando regletas varias en cruz quedan simbolizados los productos de varios factores, y en particular cuando son iguales las potencias. La dinámica operatoria con los exponentes surge al superponer dos o más pilas. En grados superiores de primaria puede llegarse de esta manera hasta descubrir jugando las propiedades de las progresiones aritméticas y geométricas elementales (1).

Pero volviendo atrás, señalemos también el interés didáctico que tiene el material gráfico que acompaña a las regletas en el método de Cuisenaire.

La experiencia en la alineación de trenes de igual color que sugirió el concepto de número primo, sugiere asimismo la posibilidad de construir de modos diferentes un número compuesto. Se obtiene así un nuevo modo de descubrir la propiedad conmutativa (por ejemplo: un tren de tres regletas amarillas es igual a otro de cinco regletas verdes). Pero en ocasiones la posibilidad de soluciones es más rica, como en el caso de $12 = 3 . 4 = 4 . 3 = 2 . 6 = 6 . 2$ y de $20 = 4 . 5 = 5 . 4 = 2 . 10 = 10 . 2$, etc. La estructura multiplicativa de los varios números compuestos obtenidos por producto de dígitos (regletas), se resume en un cartel mural en el que se agrupan sucesivamente los múltiplos de dos, de tres, de cinco y de siete— Cada número compuesto se designa simbólicamente mediante dos lúnulas coloreadas con los colores de los factores que lo componen, lúnulas que abrazan diametralmente un circulito en blanco, en el que el niño coloca, jugando, el guarismo correspondiente a dicho número. Si alguno de tales productos admite dos descomposiciones en factores, el sistema de lúnulas es también doble.

A continuación indicamos en un grabado (simbolizando los colores mediante diversidad de rayados), el aspecto que ofrece la primera fila de figuras representativas de tales productos. Se trata de los productos

$4 = 2 . 2 \quad 8 = 2 . 4 \quad 16 = 2 . 8 = 4 . 4 \quad 32 = 4 . 8 \quad 64 = 8 . 8$




Análogamente se disponen las restantes filas hasta completar el cuadro mural de productos siguientes que, por comodidad, transcribimos en cifras:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4 = 2 . 2 | 8 = 2 . 4 | 16 = 4 . 4 | 32 = 4 . 8 |
| 10 = 2 . 5 | 20 = 2 . 10<br>= 4 . 5 | 40 = 4 . 10<br>= 5 . 8 | 80 = 8 . 10 |
| 6 = 2 . 3 | 12 = 2 . 6<br>= 3 . 4 | 24 = 3 . 8<br>= 4 . 6 | 48 = 6 . 8 |
| 9 = 3 . 3 | 18 = 2 . 9<br>= 3 . 6 | 36 = 4 . 9<br>= 6 . 6 | 72 = 8 . 9 |
| 25 = 5 . 5 | 50 = 5 . 10 | 100 = 10 . 10 | |
| 15 = 3 . 5 | 30 = 3 . 10<br>= 5 . 6 | 50 = 6 . 10 | |
| 14 = 2 . 7 | 28 = 4 . 7 | 56 = 8 . 7 | |
| 63 = 7 . 9 | 49 = 7 . 7 | 81 = 9 . 9 | |
| 45 = 5 . 9 | 90 = 10 . 9 | | |
| 27 = 3 . 9 | 54 = 6 . 9 | | |
| 35 = 5 . 7 | 70 = 10 . 7 | | |
| 21 = 3 . 7 | 42 = 6 . 7 | | |

Esta tabla de estructuras coloreadas, simbólicamente representativas de las diversas descomposiciones factoriales de los productos de la tabla de multiplicar, sustituye con enorme ventaja a ésta. En primer lugar, porque habitúa al niño a renonocer y a memorizar visualmente tales estructuras por vía directa. Cada producto no es ya el término de un sonsonete fijado en la memoria auditivamente a fuerza de repetir la tabla en sentido irreversible. Cada producto tiene su personalidad propia (y a veces múltiple), dispuesta a ser aplicada en sentido directo o inverso, lo mismo en la multiplicación que en la división, y, lo que es más difícil, en la descomposición en factores. La fijación en la memoria no se fuerza; se deja que se establezca por sí sola, según procesos necesarios de repetición, amenizados mediante juegos de lotería y de cartas, cuyos símbolos lunulares (los mismos del cartel mural), tiene que interpretar el niño para reconocer si corresponde a su lote el número sorteado, o para saber si gana o pierde al evaluar las bazas en el juego con su compañero.

Los niños así ejercitados adquieren una riqueza tal de vivencias numéricas estructurales que el cálculo mental resulta para ellos infinitamente más fácil que para los instruídos según los sistemas anteriores. Su enorme facilidad sorprendió grandemente al profesor Gattegno, del Ins-

---

(1) Es más: en un experimento efectuado en el Instituto de San Isidro con alumnos de quinto de Bachillerato, partiendo de estructuras en escalera y en pirámide, formada con regletas, he conseguido desarrollar la teoría y cálculo de progresiones de aritmética de orden superior, con sus tablas de diferencias, logrando hacer en una lección aplicaciones de cálculo de la suma de cuadrados y cubos de los $n$ primeros números, y al de las regiones en que $n$ planos genéricos dividen al espacio.

tituto de Educación de la Universidad de Londres, cuando, hacia el año 1952, acertó a pasar por Thuin (Bélgica), tomando contacto con el profesor Cuisenaire. Desde entances Gattegno ha dedicado casi íntegramente su actividad a la propagación del método por el mundo entero. Sólo el convencimiento profundo de que tal método constituía la solución definitiva de la enseñanza del cálculo aritmético y la liberación de la tortura que esta enseñanza había supuesto hasta entonces para la infancia, pudo determinar a este matemático, tan eminente como psicólogo y educador, a llevar la buena nueva a todas las latitudes, efectuando miles de experiencias con niños de todas las razas y condiciones, llegando finalmente, en aras de su apostolado, a renunciar incluso a la estable y brillante situación de que gozaba en la Universidad de Londres. La enorme y variada experiencia acumulada en estos años le ha permitido profundizar en el método y dominarlo en tal forma, que en varios aspectos, especialmente en los que se proyectan sobre la matemática del futuro, ha llegado mucho más lejos que el propio Cuisenaire. El es, en definitiva, quien ha sabido ver en el método de los números en color el lenguaje elemental adecuado a la matemática de hoy y de mañana.

Mención especial merece a este respecto la técnica que Gattegno propugna para la enseñanza de las fracciones con el material Cuisenaire. En la Aritmética clásica la fracción se introduce siempre como un operador que actúa sobre la unidad determinada, descomponiéndola en partes equivalentes y reuniendo un cierto número de ellas. Sumar fracciones en Aritmética clásica es hallar la fracción operador que da directamente la suma de los resultados de los operadores sumandos aplicados a la misma unidad. La fracción producto no es otra cosa que el operador resultante de aplicar uno de los factores al resultado de aplicar el otro a la unidad. La equivalencia entre operadores, y el hecho de ser la suma y el producto independientes de la unidad a que se aplican sugiere en un segundo estracto de abstracción el concepto de número fraccionario; de este concepto se suele pasar finalmente (en grados mucho más avanzados) al concepto mucho más abtracto de par de números naturales dados en un orden.

Pues bien; el enfoque inicial del concepto de fracción que propugna Gattegno con el material Cuisenaire responde mucho más al de par ordenado de regletas que al de operador antedicho. Se comprende que así sea, puesto que las regletas son indivisibles o no cabe fraccionarlas, sino compararlas, con lo que el concepto de razón que involucra el par, desplaza al de operador.

Si adosamos la regleta blanca a otra cualquiera de las demás, por ejemplo, la amarilla, la comparación de ambas puede enunciarse diciendo: "Si la blanca vale uno, la amarilla vale cinco", o también: "Si la amarilla vale uno, la blanca vale un quinto", o bien: "Es un quinto de la amarilla". Introducido este vocabulario el niño contesta inmediatamente "Dos quintos" a la pregunta: "¿Qué es la roja de la amarilla?". Análogamente, la nomenclatura de un tercio, un séptimo, etcétera, permite contestar que la roja los dos tercios de la verde clara y los dos séptimos de la negra; mientras la verde clara es los tres medios de la roja, y la negra los siete medios de la roja, etc. Cada regleta adquiere así nombre distinto, según la que se le adosa como término de comparación, y también según el orden de comparación. Tal nombre, es, pues, atributo del par de regletas y de su orden.

La suma roja + verde clara se interpreta 2 + 3 si el término de comparación de ambas es la blanca, pero se interpreta $2/7 + 3/7 = 5/7$ si se comparan con la negra. La suma de fracciones de igual denominador se obtiene así por sí sola.

La equivalencia de fracciones $a/b = am/bm$ aparece también como consecuencia del mismo juego comparativo. Si la roja (2) es los 2/3 de la verde obscura (6), formada por tres rojas. Análogamente, para establecer $am/bm = a/b$ basta tomar la regleta $m$ como término de comparación del numerador y denominador. Una vez establecida la transformación de fracciones por equivalencia, la suma de fracciones de denominadores distintos se reduce fácilmente al caso anterior.

Para el producto introduce Gattegno técnica análoga a la de la suma, observando la existencia de un caso trivial por el que se comienzan los ejercicios; es el caso en el que el denominador del primer factor coincide con el numerador del segundo: 1/3 de 3/5 es evidentemente 1/5, y, en consecuencia, 2/3 de 3/5 será 2/5, etcétera; en general,

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} = \frac{a}{c}.$$

Si las fracciones dadas no verifican esta condición se pueden transformar en otras dos equivalentes a ellas que la verifiquen:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a\,c}{b\,c} \cdot \frac{b\,c}{b\,d} = \frac{a\,c}{b\,d},$$

obteniéndose la regla clásica.

Para más detalles y aplicaciones del método de los números en color remitimos al lector a los libros que los mismos Cuisenaire y Gattegno tienen publicados, bien sea por separado, bien en colaboración (2). En ellos se ilustrará el lector de la forma en que los autores establecen el tránsito del aprendizaje con el material a los problemas aritméticos de la vida, tránsito interesante dado el carácter semiabstracto del material.

Terminamos reproduciendo las palabras que el propio Gattegno estampa al final de uno de sus artículos sobre el método (3).

"Estamos excesivamente atentos al modo cómo el niño asimila los conocimientos de los adul-

(2) En castellano puede consultar: G. CUISENAIRE y C. GATTEGNO: Números en color, publicado por la Sección de Publicaciones de la Secretaría General Técnica del Ministerio de Educación Nacional. Madrid, 1956. Así como C. GATTEGNO: Aritmética con números en color, libros primero, segundo y tercero. Madrid, 1957-58.

(3) V. C. GATTEGNO: "El estudio de la Aritmética con ayuda del color asociado a la longitud. El método Cuisenaire". *Gaceta Matemática*, núms. 2 y 3, 1956 (traducción del que con igual título publicó en el mismo año en *Le Courier de la Recherche Pédagogique*).

tos, de tal forma que algunos juzgan escandaloso que el niño muestre saber algo sin que el adulto se lo haya enseñado. Sin embargo, cualquiera puede asegurarse de que el niño, en presencia de una situación a su alcance, interviene todos los modos de hacer que se le atribuyen y ofrece siempre al observador atento un punto de vista original.

"No temo equivocarme volviendo a decir que, en el trabajo aritmético, la aparición del color, tal como Cuisenaire la ha concebido, ha permitido liberar al niño de mil obstáculos situados en su camino por el adulto inhábil. Nuestros sabios psicólogos tendrán gran alegría en reanudar sus estudios sobre el pensamiento numérico del niño si aceptan no volver a preguntarle con intención de averiguar hasta qué punto piensa como ciertos adultos, y si utilizan, por el contrario, para su edificación una situación compleja en la que el niño se sienta absorbido y creador, como en las que nosotros le hemos ofrecido.

"Nuestros Maestros hallarán también en el material Cuisenaire un medio radical de renovar su enseñanza, mantenida en su aridez durante siglos, a causa del predominio de la unidad, y de la ausencia de una verdadera comunicación con el espíritu investigador del niño, mucho más cercano de nuestras concepciones matemáticas modernas, en parte cualitativas."

# LOS CONCEPTOS MATEMATICOS EN LOS TEXTOS DE ENSEÑANZA PRIMARIA

por JULIO GARCIA PRADILLO
Catedrático de Escuela de Magisterio.

Queriendo enjuiciar los textos de enseñanza primaria en relación con los conceptos matemáticos que contienen u omiten hay que tener en cuenta dos aspectos fundamentales: el científico y el pedagógico.

El rigor científico exige que se tengan en cuenta los dos principios siguientes:

1.° HAY IMPOSIBILIDAD LOGICA DE DEFINIR TODOS LOS CONCEPTOS DE LA MATEMATICA.

2.° TODAS LAS DEFINICIONES DADAS HAN DE SER GRAMATICAL, LOGICA Y CIENTIFICAMENTE CORRECTAS.

El primer principio exige, tanto en Aritmética como en Geometría, dejar algunos conceptos sin definir. Estos conceptos suelen elegirse entre los más sencillos desde el punto de vista intuitivo, y en las construcciones ordinarias de dichas ciencias son principalmente los de UNIDAD y CONJUNTO, por una parte, y PUNTO, RECTA, PLANO y ESPACIO, por otra.

En relación con el segundo principio hay que desechar como seudodefiniciones expresiones tales como las siguientes:

"DIFERENCIA de dos números en hallar otro número que sumado con el segundo no dé el primero."

"Un PARALELOGRAMO es una parte de plano limitada por rectas."

"RESTAR es quitar de un número otro."

"RADIO de una circunferencia es la recta que une su centro con un punto cualquiera de ella."

Desde el punto de vista pedagógico se plantean las cuestiones siguientes:

1.ª ¿DEBEN DEFINIRSE TODOS LOS CONCEPTOS QUE PUEDEN DEFINIRSE?

2.ª ¿EN QUE EPOCA CONVIENE DAR DEFINICIONES?

3.ª ¿DEBEN FIGURAR LAS DEFINICIONES EN LOS LIBROS?

A la primera cuestión hay que contestar que no, puesto hay algunos conceptos, como los de CUERPO, SUPERFICIE y LINEA, cuyas correctas definiciones serían inaccesibles para los niños. Pero excluyendo estos casos excepcionales deben darse las definiciones de los conceptos que se utilizan, para que sean memorizadas en la época en que el niño tiene mejor memoria mecánica y sirvan de base a todo ulterior razonamiento sobre aquéllos.

Conviene advertir que la exclusión de las difiniciones de cuerpo, superficie y línea no supone ningún trastorno, ya que ni en la enseñaza primaria, ni siquiera en la media, se estudian propiedades generales de los cuerpos, superficies o líneas, sino solamente de algunas clases particulares de dichas figuras.

En cuanto al momento oportuno para dar deficiones es posible hacer alguna distinción entre las definiciones geométricas y las aritméticas. En Geometría caben unas primeras etapas intuitiva y activa en las que los niños pueden adquirir sin definiciones las ideas de las diversas figuras geométricas y hacer construcciones en relación con ellas. A estas etapas deberá seguir otra en la que los niños, mediante preguntas convenientes del Maestro, lleguen por sí mismos, es decir, heurísticamente, a las definiciones que habrán luego de memorizar. En Aritmética las definiciones fundamentales son las que se refieren a las operaciones con números naturales y con números racionales, y a la proporcionalidad. Y si aquí, como en Geometría, conviene también dar primero idea de los conceptos en cuestión sin definiciones para llegar luego heurísticamente a éstas, creemos que estas dos cosas deben ser aquí inmediatas. Para la introducción a cada operación o a la porporcionalidad parecen convenientes estos dos pasos:

1.° Proposición de problemas previos sencillos, redactados en el lenguaje familiar del niño, y que éste pueda resolver sin el uso explícito de la operación en cuestión.

2.° Reflexión sobre dichos problemas para llegar heurísticamente a las definiciones relativas a esa operación.

En cuanto a la tercera pregunta parece conveniente lo siguiente:

1.° Excluir casi totalmente de los libros las definiciones geométricas en las primeras etapas escolares.

2.° En las etapas posteriores, en las que, como he-