

# Ruleta didáctica y Abaco colectivo



por Pedro Regalado García Ramos  
y Luis Sánchez Moya



## SUMARIO DEL ABACO

- I. OBJETIVOS.
- II. EDADES.
- III. DESCRIPCIÓN DEL ABACO Y DE LA RULETA DIDÁCTICA.
- IV. SIGNIFICADO MATEMÁTICO Y PEDAGÓGICO.
- V. CONTAR DE CERO A NUEVE.
- VI. SUMAS DE DOS SUMANDOS CON CANTIDADES DE UNA CIFRA SIN LLEVARSE.
- VII. SUMAS DE TRES SUMANDOS CON CANTIDADES DE UNA CIFRA.
- VIII. RESTA DE CANTIDADES DE UNA CIFRA.
- IX. SUMAS DE CANTIDADES DE DOS CIFRAS "LLEVÁNDOSE" Y CONTAR HASTA 99.
- IX bis. RESTA DE DOS CIFRAS "LLEVÁNDOSE".
- X. SUMAS Y RESTAS DE CANTIDADES DE TRES CIFRAS "LLEVÁNDOSE" Y CONTAR HASTA 999.
- XI. SUMAS Y RESTAS EN BASE NO DECIMAL.
- XII. MULTIPLICACIÓN CON EL ABACO.

El material didáctico Psicograf, ideado para alumnos de Preescolar y Primer Ciclo de E. G. B., es creación de Pedro Regalado García Ramos y Luis Sánchez Moya, quienes presentaron sus trabajos en la XVI Feria Internacional del Juguete de Valencia. Allí obtuvieron el Premio DIPA-77. El material Psicograf, compuesto por la Ruleta Didáctica, el Abaco con su Ruleta Colectiva y el Cifrador con Ruleta Colectiva, ha sido autorizado por el M. E. C. y ha merecido, tras su experimentación con éxito en varios centros escolares, la atención de Vida Escolar. En este número se ofrecen las dos primeras partes y en el próximo se incluirá la tercera.

## PRIMERA PARTE: RULETA DIDÁCTICA (DEL 0 AL 9)

EDADES: 3 y 4 años.

### 1.º DESCRIPCIÓN

Consta de plataforma, disco-ruleta con índice y 45 clavijas que se encajan en los orificios de la plataforma.

### Plataforma

Es una plancha cuadrada de 23 cm. recogida en un marco.

Lleva tres filas de dibujos:

- Una fila con TRES CASAS, en color rojo.
- Otra con TRES MARIPOSAS, en amarillo.
- Una tercera con TRES TREBOLES, en verde.

Cada figura lleva tantos orificios como expresa el número cardinal impreso al pie.

En la parte superior derecha va la figura del SOL en amarillo, con el número "0" al pie.

### Disco-ruleta

Es un disco con un índice centrado en el lado superior del marco de la plataforma. El diámetro del disco es de 14 cm. Su superficie va distribuida en ocho sectores con los mismos motivos: CASA, MARIPOSA, TREBOL y SOL que aparecen en la plataforma y en los mismos colores. Las figuras mariposa y trébol se repiten tres veces: una con el número "1" ilustrado con un circulito, otra con el número "2" y dos circulitos y otra con el número "3" y tres circulitos, para indicar la cantidad de clavijas que el niño debe encajar en la figura de la plataforma según la que sea señalada por el índice al detenerse la ruleta. Las figuras casa y sol aparecen sólo una vez en el disco: la casa con el número "1" y un circulito para indicar que se pone una clavija, y el sol con el número "0".

### 2.º CARACTERISTICAS DIDACTICAS

A partir de los números 1, 2 y 3, el niño llega hasta el conocimiento del 9 en forma de juego y con participación de su motricidad y elementos sensoriales de diverso tipo. Los números van presentados de acuerdo con las directrices de la Matemática Moderna: el 1, 2 y 3 como simples conjuntos, el 4 como un conjunto del subconjunto 3 (tres orificios en ala izquierda) y del subconjunto 1 (un orificio en ala derecha), etc. Así, con grupos de uno, dos y tres elementos u orificios-clavijas se van componiendo sucesivamente los nueve primeros números.

A la par, el niño se ejercita en el reconocimiento de figuras y colores por la correlación entre los dibujos del disco y los de la plataforma, y de las clavijas en cuanto a color.

### 3.º PROCESO DEL JUEGO

Se impulsa el disco. Si al detenerse éste, el índice señala mariposa-2 amarilla, por ejemplo, el niño encaja dos clavijas amarillas en una de las mariposas; si cae en trébol-3 verde, encajará tres clavijas verdes en uno de los tréboles; si cae en casa-1 roja, encajará una clavija roja en una de las casas; si cae en sol, es jugada nula. Así irá completando las figuras y elaborando los números.

Si el niño juega con la madre, la mamá juega a tréboles y el niño a mariposas o viceversa; la casa sería común a ambos.



## SEGUNDA PARTE: ABACO Y RULETA COLECTIVA

### I. OBJETIVOS

- Contar hasta nueve.
- Sumar y contar hasta noventa y nueve y hasta novecientos noventa y nueve.
- Restar.
- Multiplicar.

Las tres operaciones se realizan en cualquier base.

### II. EDADES

- De 4 a 10 años.

### III. DESCRIPCION DEL ABACO Y DE LA RULETA COLECTIVA

#### ABACO COLECTIVO PSICOGRAF

Es un tablero con marco.

Sus dimensiones son 55 x 68 cm.

Va colgado de escarpías, junto a la pizarra del aula, a la altura precisa para que resulte visible a todos los alumnos. Su superficie presenta NUEVE CORRALITOS o DIAGRAMAS serigrafiados en color blanco, distribuidos en TRES COLUMNAS si se mira en vertical y en TRES FILAS si se mira en horizontal. TRES CUERDAS recorren cada columna de

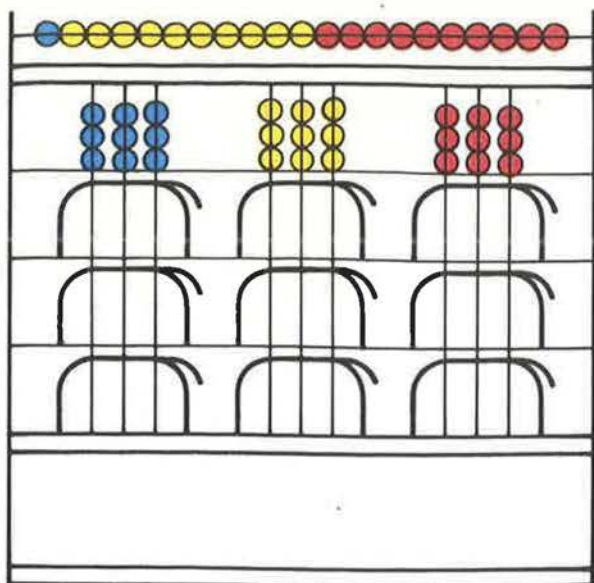


Fig. 1.—Abaco colectivo "Psicograf"

diagramas y por cada cuerda se deslizan TRES BOLAS. Las NUEVE BOLAS de las tres cuerdas de la columna derecha son ROJAS. Las NUEVE BOLAS de la columna central son AMARILLAS. Las NUEVE BOLAS de la columna izquierda son AZULES.

Para que las bolas puedan mantenerse en su lugar de origen (zona superior serigrafiada en BLANCO), o en uno u otro diagrama de su recorrido, van TRES VARILLAS metálicas y un listón de madera horizontales que sirven de apoyo. Las cuerdas son elásticas para que las bolas puedan saltar estas varillas.

El resto del tableto va serigrafiado en color VERDE; es una pizarra. En ella se escriben, en la parte inferior, los resultados de las operaciones, y al lado de cada diagrama, los cardinales.

Finalmente, en la parte superior va una VARILLA DESMONTABLE con diez bolas ROJAS, diez bolas AMARILLAS y una AZUL. A éstas las llamaremos BOLAS LIBRES, porque pueden manipularse libremente; se emplean cuando hemos agotado las bolas de las cuerdas.

#### RULETA COLECTIVA "PSICOGRAF"

Consta de: disco, plataforma y eje de rotación.

El disco lleva tres índices:

- Uno en FLECHA.
- Otro en TRIANGULO CON RAYA.
- Otro en TRIANGULO SIN RAYA.

La plataforma va serigrafiada en cuatro colores:

- Rojo.
- Amarillo.
- Azul.
- Verde.

Cada color va ilustrado con un motivo o dibujo: la banda roja lleva un TREBOL, la banda amarilla una CASA, la banda azul el SOL y la banda verde una MARIPOSA.

El eje está formado por tornillo, casquillo, arandelas y tuercas.

El disco se hace girar impulsándole por el borde con la mano.

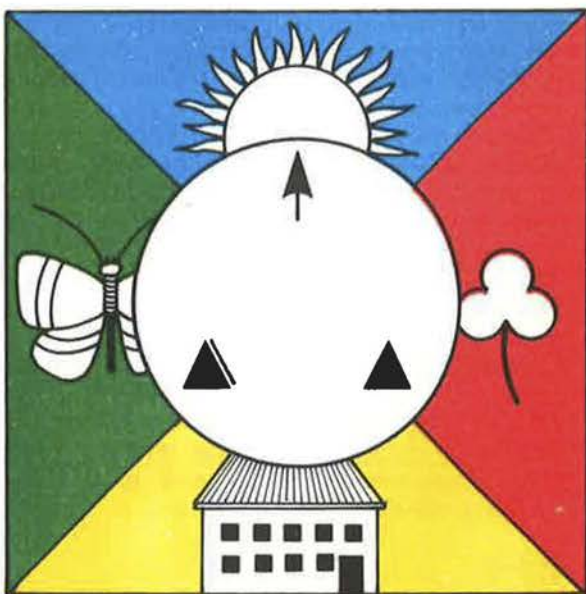
#### IV. SIGNIFICADO MATEMATICO Y PEDAGOGICO

La disposición de las bolas y diagramas en tres filas responde a la estructura de una suma de hasta tres sumandos, o de una resta en minuendo y sustraendo, no haciendo uso de la tercera fila.

La disposición en columnas responde al concepto de valor absoluto y relativo de las cifras. Así, conforme la capacidad del niño lo vaya permitiendo, la columna derecha representará unidades de primer orden; la central, unidades de segundo orden; la izquierda, unidades de tercer orden, en cualquier base.

La presencia de elementos intuitivos (bolas agrupadas en conjuntos) junto a los cardinales correspondientes, da una representación plástica de las cifras y operaciones matemáticas.

Fig. 2.—Ruleta Colectiva



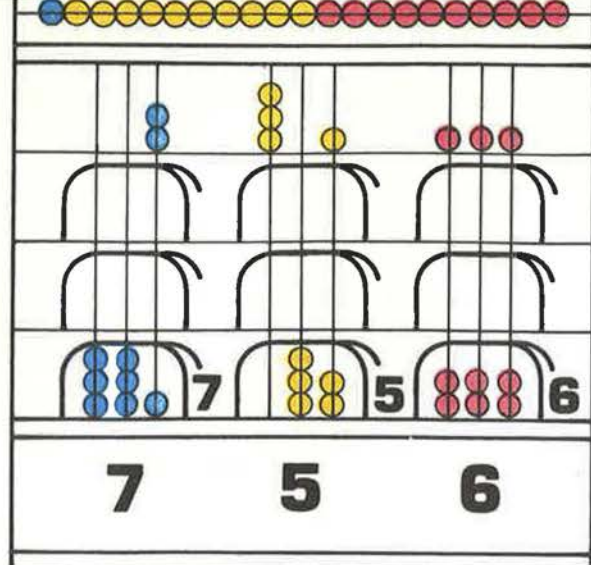


Fig. 3.—Contar del cero al nueve

El juego como forma de empleo de este material didáctico garantiza el interés del niño.

El que sea juego colectivo supone ahorro de espacio, de dinero y de energía por parte del profesor.

## V. CONTAR DE CERO A NUEVE

**PROCESO DEL JUEGO:** Distribuimos a los niños en tres equipos.

El primero juega con el color rojo de la ruleta, donde está el trébol (EQUIPO TREBOL).

El segundo con el color amarillo, donde está la casa (EQUIPO CASA).

El tercero con el azul, donde está el sol (EQUIPO SOL).

Más adelante pueden sustituirse estas denominaciones de los equipos por las de BOTANICOS, ARQUITECTOS, ASTRONOMOS, respectivamente.

El color verde de la ruleta no forma equipo.

Como la Ruleta Colectiva tiene tres índices y cuatro colores, en cada tirada pueden conseguir bola dos equipos (si uno de los índices cae en verde), o los tres (si los índices caen en rojo, amarillo y azul).

Los equipos que consiguen bolita celebran su suerte con un aplauso.

Cada vez que consiga una bola el equipo identificado con el color rojo (EQUIPO TREBOL), se registrará el punto conseguido bajando una bola al diagrama inferior de la primera columna, que es la zona de las bolas rojas (fig. 4).

Quando gana el equipo identificado con el color amarillo (EQUIPO CASA), se baja bola al diagrama inferior de la columna central,

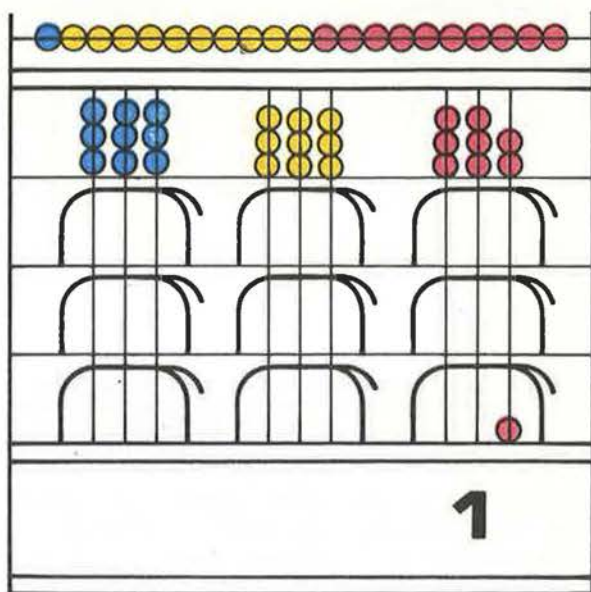


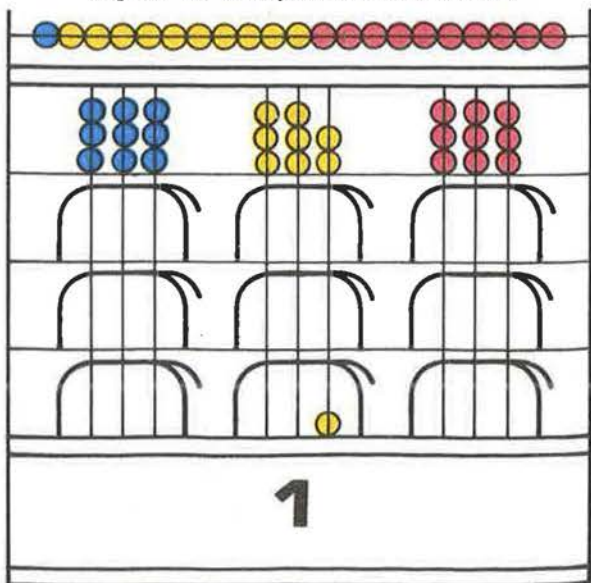
Fig. 4.—Se ha bajado una bola roja

que es la zona de recorrido de las bolas amarillas (fig. 5):

Quando gana el equipo identificado con el azul (EQUIPO SOL), se baja bola azul al diagrama inferior de la columna de la izquierda, que es la zona de recorrido de las bolas azules (fig. 6).

Simultáneamente, cada vez que bajamos una bola a un equipo, se escribe debajo el

Fig. 5.—Se ha bajado una bola amarilla



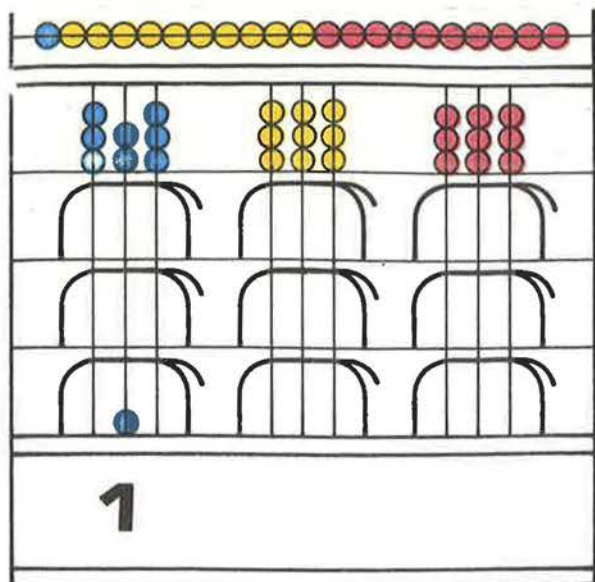


Fig. 6.—Se ha bajado una bola azul

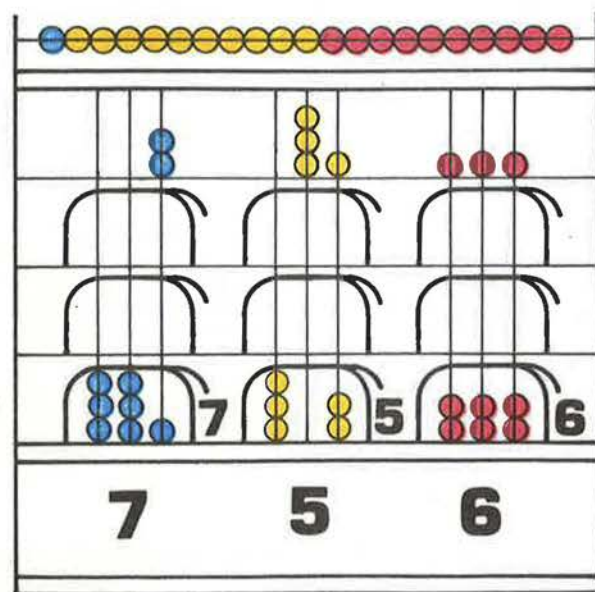


Fig. 7.—Al final se escriben los cardinales, como etiqueta de cada conjunto

número correspondiente y se borra el anterior; al final, puede escribirse también el cardinal, como etiqueta, del conjunto de bolas o elementos que tiene cada equipo (figs. 3 y 7).

CONTAR SERIA RELACIONAR NUMERO CON ELEMENTOS O BOLAS, A LO LARGO DEL JUEGO, REITERADAMENTE:

También se explicarán a los niños los conceptos:

- Mayor que.
- Menor que.
- Igual que

comparando los tantos que va haciendo cada equipo. También los conceptos:

- Derecha.
- Izquierda.
- Centro.
- Arriba.
- Abajo.
- En medio.

Terminado el juego, se pasan a la pizarra común de la clase los números de los puntos o bolas ganados por cada equipo, y a su derecha o a su izquierda se pintan tantos

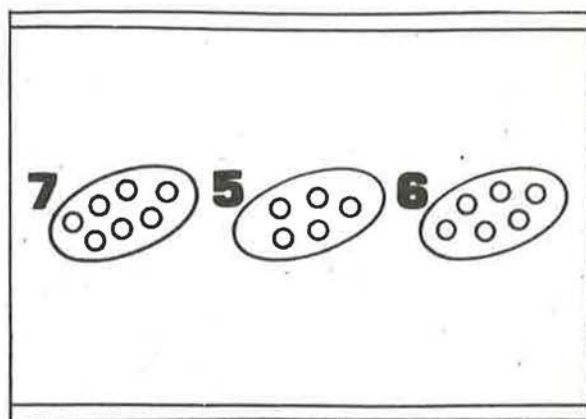


Fig. 8.—Circulitos y números cardinales

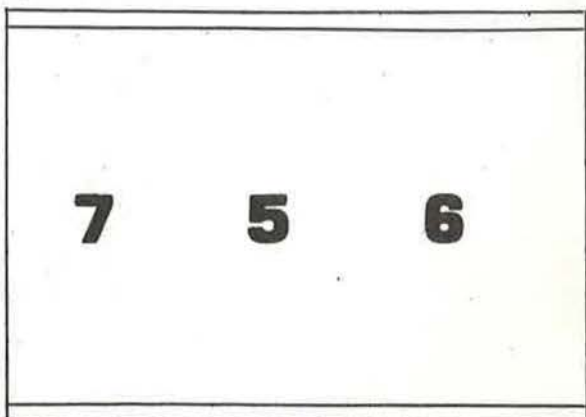


Fig. 9.—Números abstractos

circulitos como bolas tiene el conjunto correspondiente (fig. 8).

Después se borran los circulitos para que el niño se enfrente con el número abstracto (fig. 9).

Este uso de la pizarra permite que el niño vea en dos dimensiones lo que en el Abaco ve en tres. Además, se evita el peligro de que el niño establezca una asociación fija entre número y color.

Al final se canta una canción en honor del equipo que haya conseguido más bolitas. El canto y el aplauso liberan tensiones del niño y ayudan a centrar más su atención en el juego.

Cuando están cansados o alterados, se relajan y descansan jugando a cerrar los ojos en silencio, con la cabeza reclinada sobre la mesa, y a conseguir bolitas por comportamiento, colaboración..., en lugar de conseguir las con la ruleta. La profesora va indicando en voz alta los equipos a los que va bajando bolitas por hacer mejor este juego.

NOTA: Antes de enseñar los cardinales en su expresión gráfica es aconsejable que el niño llegue a asignar a los conjuntos de bolas del Abaco el valor de "símbolo" de todos los conjuntos reales de igual número de elementos: si en la clase hay dos niños con gafas, formarán un conjunto de dos bolas; si hay dos niños cuyo apellido empiece por "A" formarán también un conjunto de dos bolas, etcétera...; así hasta que el conjunto de dos bolas sea representativo de todos los conjuntos de dos elementos. De esta forma, el DOS, por ejemplo, y después su expresión gráfica "2" tendrá un valor universal. Para este fin es preferible que el Abaco esté tumbado en el suelo.

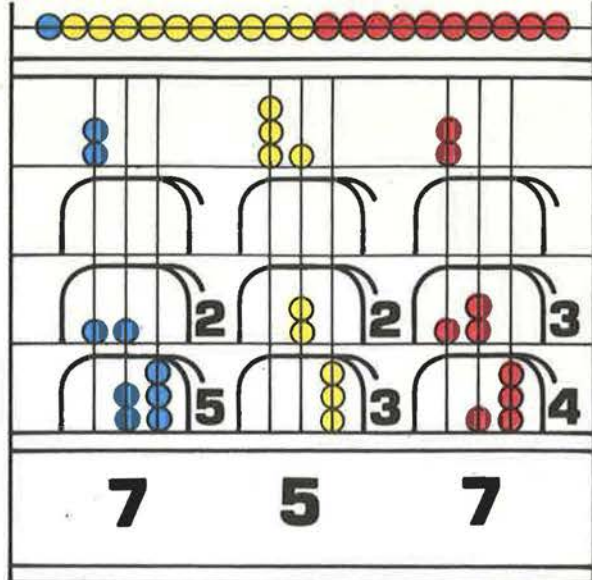


Fig. 10.—Sumas de cantidades de una cifra y dos sumandos

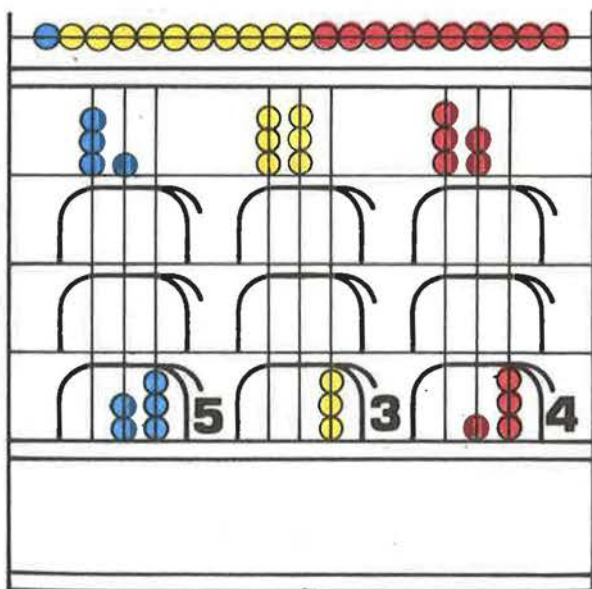


Fig. 11.—Primeros sumandos

## VI. SUMAS DE DOS SUMANDOS CON CANTIDADES DE UNA CIFRA "SIN LLEVARSE"

En el Abaco se construyen tres sumitas. Cada equipo construye una suma con los puntos o bolas que va consiguiendo con la Ruleta colectiva. Las bolas, que son del mismo color y están en una misma columna para cada equipo, reflejan en el Abaco los puntos obtenidos en el juego (fig.10).

### PROCESO DEL JUEGO

Se distribuye a los niños en TRES EQUIPOS y se procede de la misma forma que

hemos descrito anteriormente, cuando se jugaba a contar del "cero al nueve".

En un primer momento se construyen los PRIMEROS SUMANDOS colocando las bolitas obtenidas en los diagramas inferiores, cada equipo en su columna, como se hacía al contar del "cero al nueve", pero ahora no se escribe la cifra debajo cada vez que se baja una bola. Al terminar esta fase se escriben como ETIQUETAS los cardinales correspondientes a los conjuntos conseguidos por cada equipo; son los PRIMEROS SUMANDOS (fig. 11).

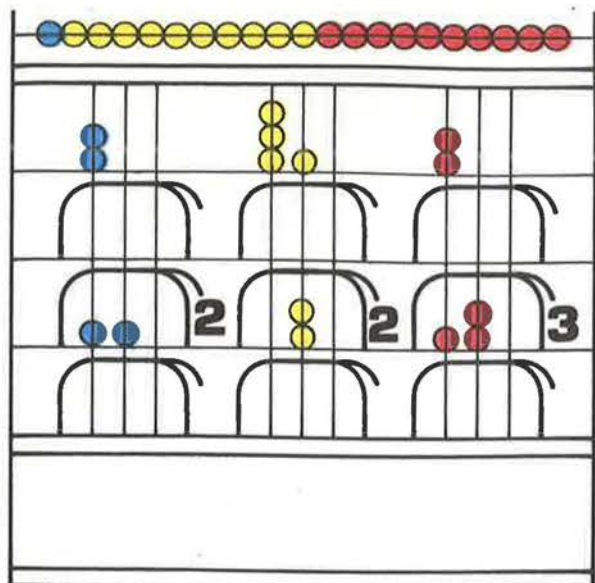


Fig. 12.—Segundos sumandos

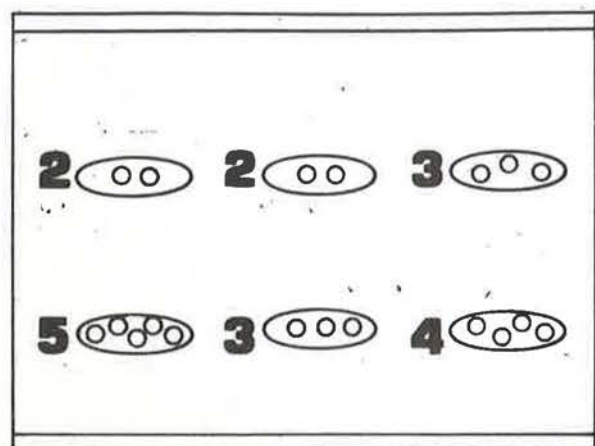


Fig. 13.—Cardinales con circulitos dispuestos en sumandos

Se interrumpe el juego con una canción o actividad cualquiera y seguimos jugando para construir los SEGUNDOS SUMANDOS. Para ello se procede de la misma forma que en los primeros, sólo que ahora se colocan las bolas en los diagramas centrales, cada equipo en la columna de su color (fig. 12).

Después se pasan los números a la pizarra, colocándolos en disposición de suma, con los circulitos correspondientes (fig. 13).

Al final podremos decir: "Los niños del equipo rojo (TREBOL), en el primer momento hicieron estas cuatro bolas; en el segundo

momento, estas tres. En total han hecho... Se bajan provisionalmente todas las bolas al diagrama inferior y se cuentan (fig. 14); en la pizarra se cuentan los circulitos, recogidos con un diagrama (fig. 15).

En total han hecho "7". Y escribimos el "7" en la parte inferior del Abaco, bajo la columna de las bolas rojas (figs. 10 y 14). Y también en la pizarra común (fig. 15).

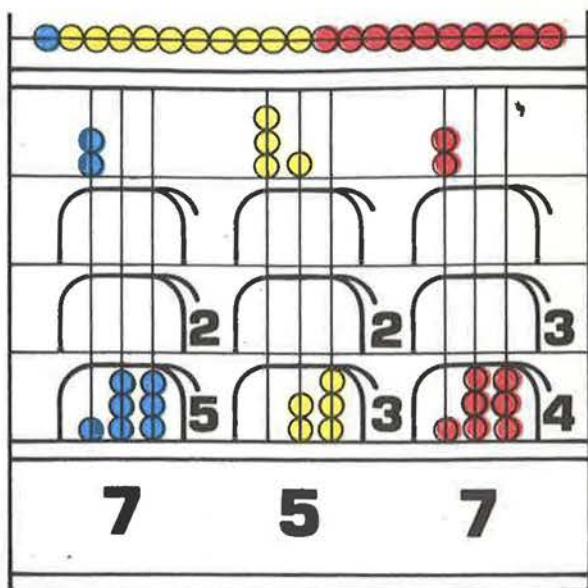


Fig. 14.—Se bajan las bolas al diagrama inferior

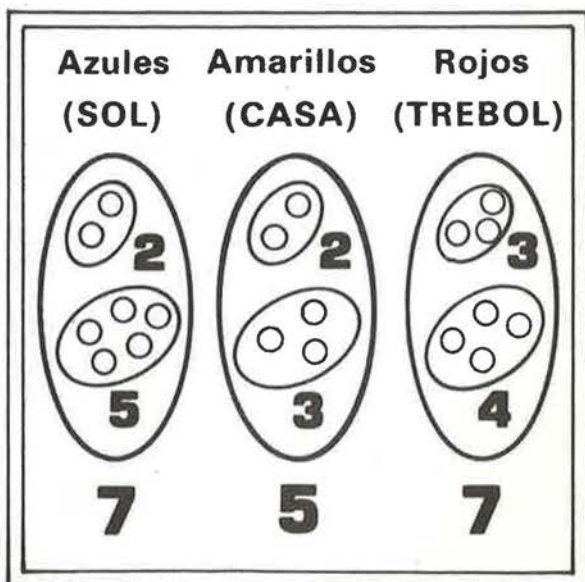


Fig. 15.—Cardinales con circulitos dispuestos en sumandos

## AZULES AMARILLOS ROJOS

$$\begin{array}{r} 2 \\ +5 \\ \hline 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ +3 \\ \hline 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ +4 \\ \hline 7 \end{array}$$

También:



$$2 + 5 = 7 \quad 2 + 3 = 5 \quad 3 + 4 = 7$$

Fig. 16.—Suma con números abstractos y otras formulaciones

Igualmente se procede con los tantos obtenidos por los otros dos equipos.

Finalmente se borran los circulitos y aparecerá la suma con los números abstractos (fig. 16).

Cuando ha terminado esta explicación con las tres sumas, se canta una canción en honor del equipo que ha conseguido más puntos, que a su vez aplaudirá a los otros equipos, agradeciendo su colaboración.

El aplauso y el conceder o quitar bolas por comportamiento, colaboración del equipo... son recursos que deben aprovecharse por las razones expuestas anteriormente. Con niños inestables es especialmente recomendable el relajamiento o descanso antes indicado.

NOTA: Antes de proponer a los niños el aprendizaje de la suma, es aconsejable, como paso intermedio entre contar y sumar, colocar las bolas o puntos ganados en la fila de diagramas de arriba. Cuando han conseguido un determinado número de puntos, se dejan caer estirando las cuerdas a los diagramas inferiores, donde se van almacenando los puntos o bolas que cada equipo consigue en los diversos momentos. Se cuentan las bolas y se pone el cardinal correspondiente a cada conjunto.

## VII. SUMAS DE TRES SUMANDOS CON CANTIDADES DE UNA CIFRA

En un tercer momento se colocan las bolas en los diagramas de arriba o fila de los TERCEROS SUMANDOS (fig. 17).

El proceso del juego es análogo al descrito para las sumas de dos sumandos. La figura 18 es la representación plana de la suma que en el Abaco tiene una representación en volumen.

## VIII. RESTA DE CANTIDADES DE UNA CIFRA

Se disponen los sustraendos de antemano colocando las bolas, con sus cardinales co-

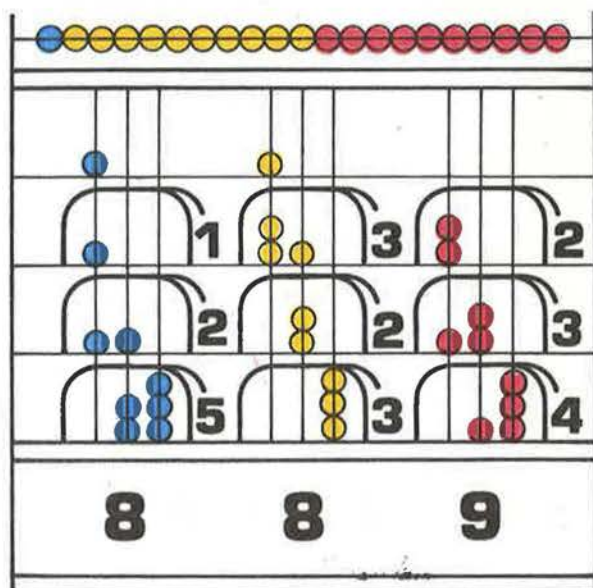
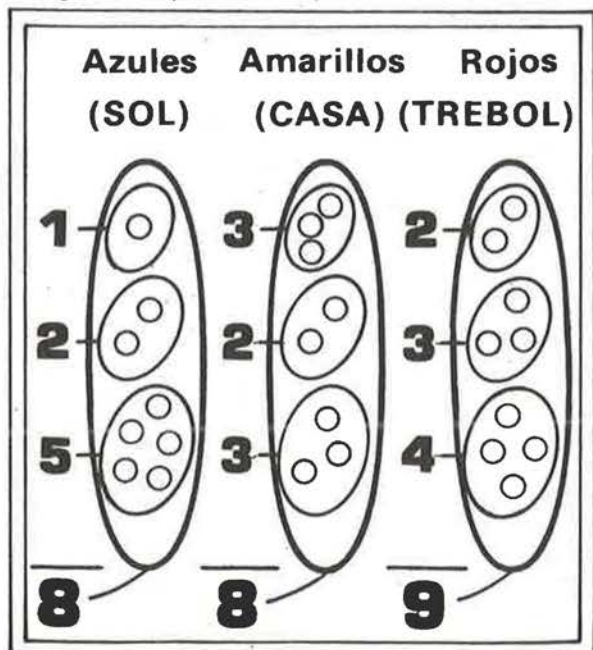


Fig. 17.—Sumas de tres sumandos

Fig. 18.—Representación plana de la figura 17





respondientes, en los diagramas inferiores (fig. 19).

Se justifican estas posturas diciendo que son los puntos conseguidos por equipos de otro colegio.

Se propone como razón del juego el ver si nuestros equipos consiguen mayor número de puntos o bolas para averiguar después LAS DIFERENCIAS.

El juego no se detiene hasta que los minutos o puntos conseguidos por nuestros equipos no sean mayores o iguales a los sustraendos.

El proceso del juego es similar a los descritos anteriormente: las bolas conseguidas se colocan en los diagramas centrales (figura 20). En el diagrama de la derecha o zona de las bolas rojas puntúa el equipo identificado con el color rojo; en el del centro, el equipo identificado con el amarillo; en el de la izquierda, el equipo identificado con el color azul.

Cuando se da por terminado el juego se escriben los cardinales correspondientes a cada conjunto de bolas (fig. 21).

Después se pasan a la pizarra, sustituyendo las bolas por circulitos (fig. 22) y explicamos la resta del modo siguiente:

"El equipo del color rojo (TREBOL) del otro colegio hizo cuatro bolas, por ejemplo; nuestro equipo, habiendo ganado cinco, ha hecho cuatro también, como los otros y, además, una más: LA DIFERENCIA ES UNA."

Se retira una bola hacia el conjunto vacío superior para que vean el minuendo y el sustraendo iguales (fig. 23) y se vuelve a introdu-

Fig. 19.—Se colocan los sustraendos de antemano

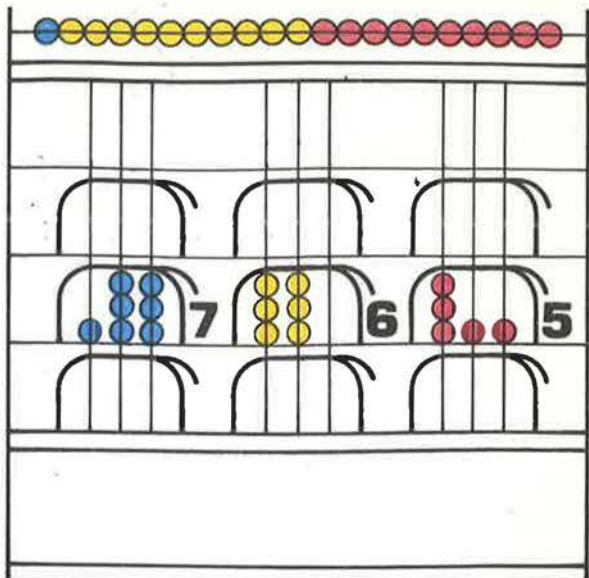
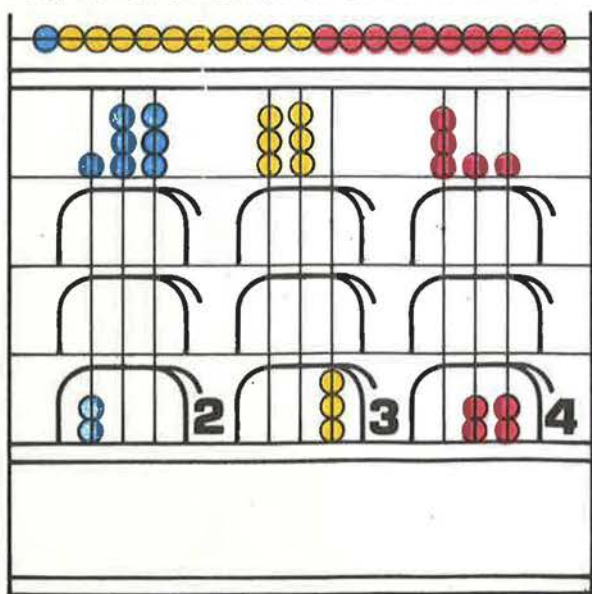


Fig. 20.—Las bolas conseguidas se colocan en los diagramas centrales y constituyen los minuendos

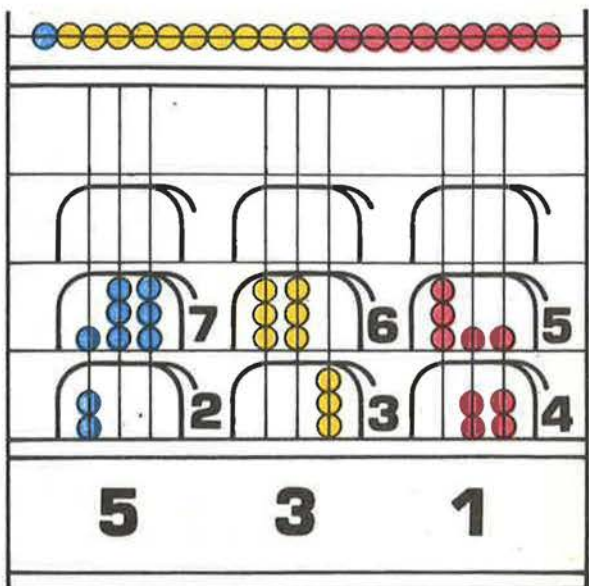


Fig. 21.—Se escriben los cardinales correspondientes a cada conjunto

cir en el conjunto, destacando que es esta bola la que los hace diferentes.

En la pizarra se cogen con una cuerda tantos circulitos del conjunto minuendo como círculos hay en el conjunto sustraendo y se cuentan los que quedan al otro lado de esta cuerda, que será la DIFERENCIA (figura 24).

De igual forma se procede con las bolas o puntos de los equipos amarillo y azul: "El equipo de color amarillo del otro colegio hizo

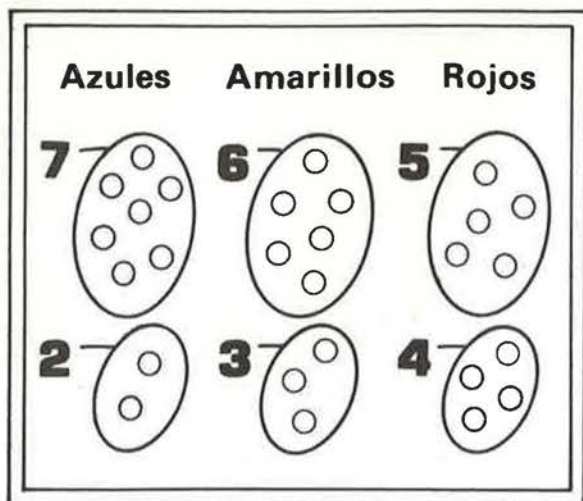


Fig. 22.—Se pasan a la pizarra sustituyendo las bolas por circulitos

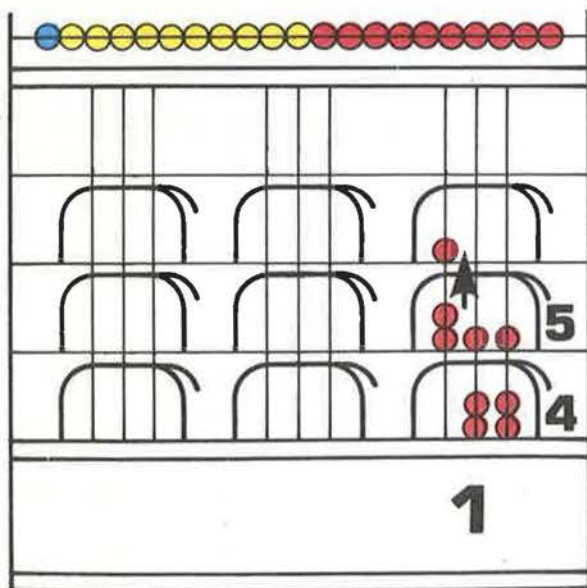


Fig. 23.—Se retira una bola hacia el conjunto vacío superior

tres bolas; nuestro equipo, habiendo conseguido seis, ha hecho tres también, como los otros y, además, tres más: LA DIFERENCIA SON TRES PUNTOS". Se retiran tres bolas hacia el conjunto vacío superior para que vean IGUALES EL MINUENDO Y EL SUSTAENDO, y después se vuelven a introducir en el conjunto, destacando que son estas tres bolas las que los hace diferentes (figura 25).

Sobre las bolas del equipo azul se da la misma explicación (fig. 25).

En la pizarra quedará reflejada esta separación por medio de cuerdas, igual que hici-

mos con las bolas o puntos del equipo rojo (TREBOL) (fig. 26).

Finalmente se borran los circulitos y aparecen las tres restas en la pizarra en números abstractos (fig. 27).

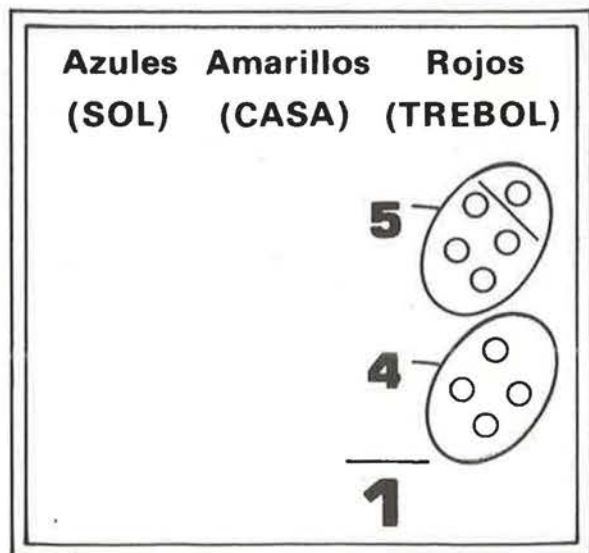
Más tarde, cuando los niños han comprendido la técnica de la resta, se les enseñará a operar prescindiendo de los circulitos. Primeramente, como los circulitos comunes al minuendo y sustraendo no se cuentan, se escriben sólo los que quedan al otro lado de la cuerda: los que resultan de contar desde el sustraendo hasta el minuendo. Finalmente, los escribirán "mentalmente", tocando con una mano tantos dedos de la otra como círculos habría desde el sustraendo hasta el minuendo.

Cuando la capacidad del niño lo permite, se le hace ver que la diferencia más el sustraendo son en conjunto iguales al minuendo. Por tanto, la diferencia y el sustraendo son dos subconjuntos del conjunto minuendo. Por ello podemos decir también que RESTAR ES SEPARAR UN SUBCONJUNTO (sustraendo) DEL CONJUNTO MINUENDO PARA AVERIGUAR EL OTRO SUBCONJUNTO O DIFERENCIA.

Separamos 4 del conjunto 5 y queda 1 ( $5 - 4 = 1$ ). Cuatro unido a uno hacen el completo del conjunto 5 ( $4 + 1 = 5$ ). Conocemos el conjunto 5 y el subconjunto 1 y deducimos que el otro subconjunto es 4 ( $5 - 1 = 4$ ) (fig. 28).

Restar es lo contrario de sumar. Al sumar conocíamos el conjunto que formaban dos o varios subconjuntos; al restar conocemos un

Fig. 24.—Representación en la pizarra de la figura 23



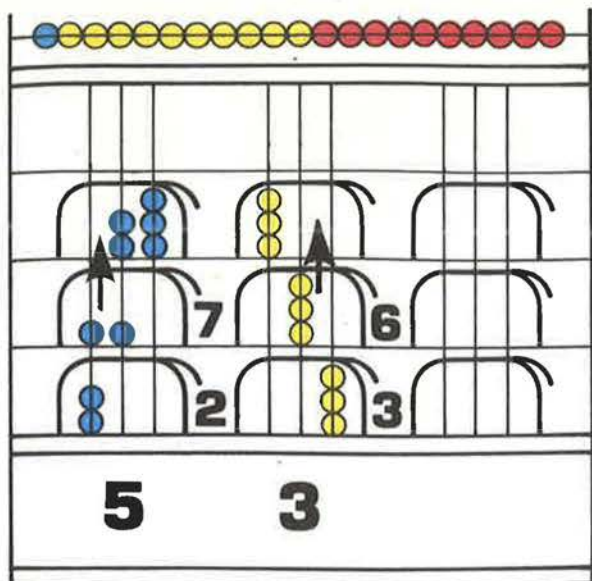


Fig. 25.—Bolas retiradas hacia los conjuntos vacíos de los equipos amarillo y azul

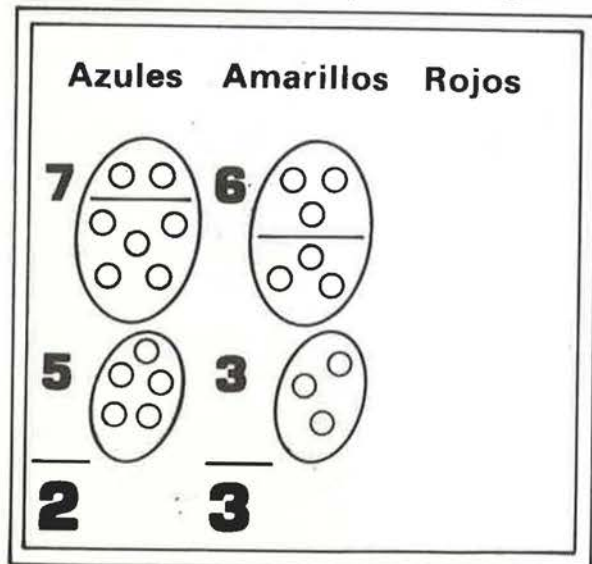
subconjunto cuando nos dan el otro subconjunto y el conjunto.

**IX. SUMAS DE CANTIDADES DE DOS CIFRAS, "LLEVANDOSE" Y CONTAR HASTA 99**

Las bolas amarillas o de la columna central van a tener, de ahora en adelante, el valor de DECENAS, y las rojas o de la columna de la derecha, el valor de UNIDADES; después, cuando se opere con cantidades de tres cifras, las azules o de la columna izquierda tendrán el valor de CENTENAS (fig. 29).

Si en la clase se dispone de nuestro

Fig. 26.—Representación en la pizarra de la figura 25



juego Cifrador, que presenta material de UNIDADES, DECENAS y CENTENAS, cortado a escala matemática, el niño aceptará abiertamente esta convención del VALOR RELATIVO de las bolas. Para ello nos apoyamos en el juego del "¿VALE QUE...?". Les diremos:

"Una regleta amarilla o decena valía por diez cubitos rojos, ¿vale también que una bola amarilla es como diez bolas rojas?"

Se hace ver una vez más la equivalencia de una regleta con diez cubitos rojos y, seguidamente, en el Abaco se colocan diez bolas rojas, y frente a ellas una amarilla, insistiendo en que acepten que las bolas amarillas son DIECES: que va a valer lo mismo la bola amarilla que las diez rojas (diez puntos), igual que la regleta valía diez cubitos o unidades.

Azules	Amarillos	Rojos
$\begin{array}{r} 7 \\ -2 \\ \hline 5 \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ -3 \\ \hline 3 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ -4 \\ \hline 1 \end{array}$

Fig. 27.—Resta con números abstractos

A continuación, les advertimos que si dos regletas amarillas, o sea veinte, valían veinte cubitos rojos, y tres, treinta..., igualmente dos bolas amarillas van a valer veinte bolas rojas (veinte puntos), tres, treinta...: cada bola amarilla va a ser un diez o decena de bolas rojas.

Aceptadas estas equivalencias, al sumar podremos subir diez bolas rojas y bajar una amarilla ("LLEVAR NOS UNA"). O, más tarde, refiriéndonos en el "¿VALE QUE...?", al material de regletas de base 7, por ejemplo, subir siete bolas rojas y bajar una amarilla.

A las tres o cuatro sesiones de juego dominan este código de equivalencias; les es muy familiar jugar a identificarse con el tendero, con los papás... y aceptar que un cerco de piedras es la casa, etc.; con la misma facilidad aceptan que una bola amarilla vale diez rojas en base 10.

Si operáramos con material de regletas, de magnitudes estrictamente matemáticas, el

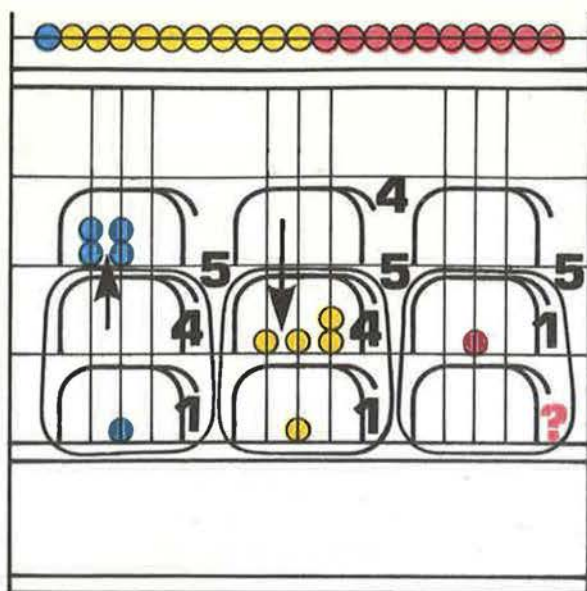


Fig. 28

proceso de la suma sería más intuitivo, pero el niño tiene que pasar de las regletas a la infinita pluralidad de objetos numerables. El manejo de bolas, como paso intermedio, creemos por ello que es muy conveniente. En un tercer momento, las bolas pueden valer por pesetas, kilos, etc.

Si la clase no tuviera CIFRADOR, el juego del "¿VALE QUE...?", se propone directamente sobre el Abaco. Les diremos:

"¿Vale que una bola amarilla (la colocamos en un diagrama) es como este montón de diez bolas rojas (se colocan enfrente, en otro diagrama)?"

Entonces, el equipo que consiga bola amarilla ya sabe que lo que ha conseguido en realidad son diez bolas rojas. A las bolas

Fig. 29.—Valor relativo de las bolas

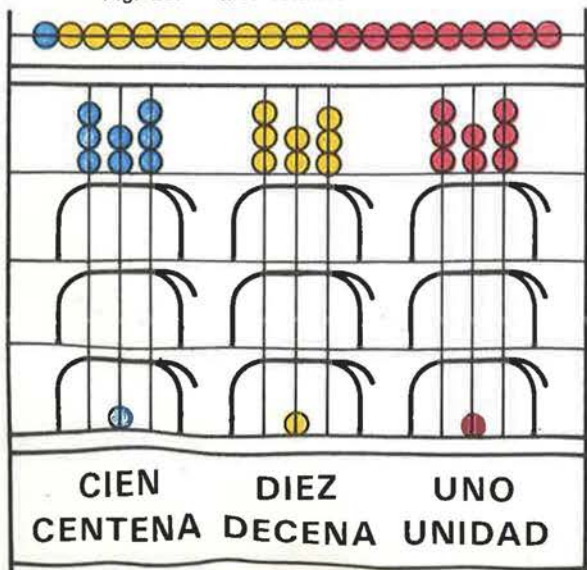


Fig. 30.—Cada fila de diagramas constituye un sumando

rojas, como valen un punto cada una, las podemos llamar también unidades; a las amarillas, como valen diez puntos cada una o diez bolas rojas, las podemos llamar dieces o decenas.

### PROCESO DEL JUEGO

Se mantiene la misma distribución de los alumnos en TRES EQUIPOS. Pero ahora no construirá cada equipo una suma, sino un SUMANDO, de la única suma que aparecerá en el Abaco al final del juego.

Cada fila de diagramas es un sumando; por tanto, cada equipo PUNTEA EN UNA FILA (fig. 30), en el diagrama de bolas amarillas, o en el de bolas rojas, o en ambos, según el valor de la jugada.

Se indica a los niños que la primera jugada va a valer una unidad o bolita roja, o cubito: UN PUNTO.

Si los índices de la Ruleta Colectiva dan la suerte, por ejemplo, a los equipos TEBOL y CASA, bajamos bola roja al diagrama inferior derecho y bola roja al diagrama central derecho, marcadores de las unidades de los equipos TEBOL y CASA, respectivamente (fig. 31).

La segunda jugada va a valer UNA UNIDAD Y UNA DECENA, o una bola roja y una amarilla: ONCE PUNTOS.

Si los índices de la Ruleta Colectiva dan ahora la suerte a los tres equipos, bajamos una bolita roja a los tres diagramas de la

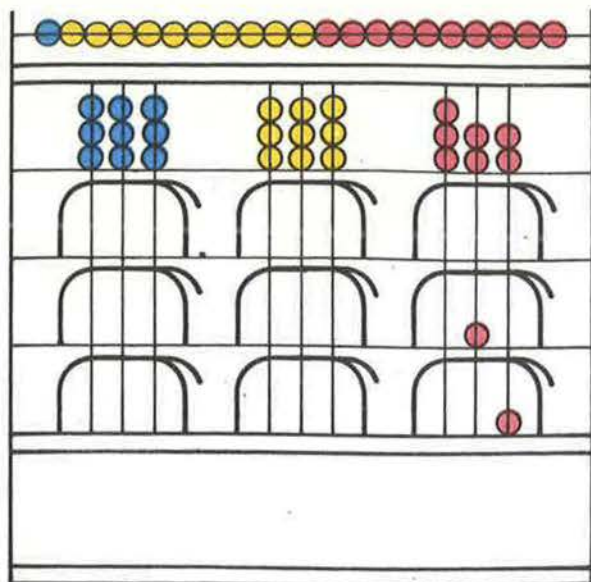


Fig. 31.—La jugada vale una unidad y puntúan los equipos TREBOL y CASA

columna derecha y bola amarilla a cada uno de los diagramas centrales (fig. 32).

La tercera jugada volverá a valer una unidad; la Ruleta Colectiva ha dado la suerte a los equipos TREBOL y CASA (figura 33).

El ritmo de las posturas o valor de las jugadas será este:

- Una vez, UNA UNIDAD.
- Otra vez, ONCE UNIDADES.
- Después, UNA UNIDAD.
- ONCE UNIDADES (alternando UNO y ONCE).

Se pretende con ello que la columna de las unidades rebese el número DIEZ para "llevarnos una", y que la columna de los dieces o decenas sume MENOS DE DIEZ.

De las tres cuerdas que recorren cada columna de diagramas, conviene utilizar una para cada equipo; así evitamos que las bolas puestas en un diagrama superior intercepten el paso de bolas a un diagrama inferior y nos ahorramos manipulaciones con ellas.

Cuando se han terminado las NUEVE BOLAS DE LAS CUERDAS, emplearemos las que van en la VARILLA DESMONTABLE de la parte superior del Abaco (fig. 34). Estas se intercalan entre las cuerdas y se mantienen suficientemente estables.

Terminado el juego, escribimos los cardinales correspondientes a cada conjunto de unidades y decenas de los sumandos (fi-

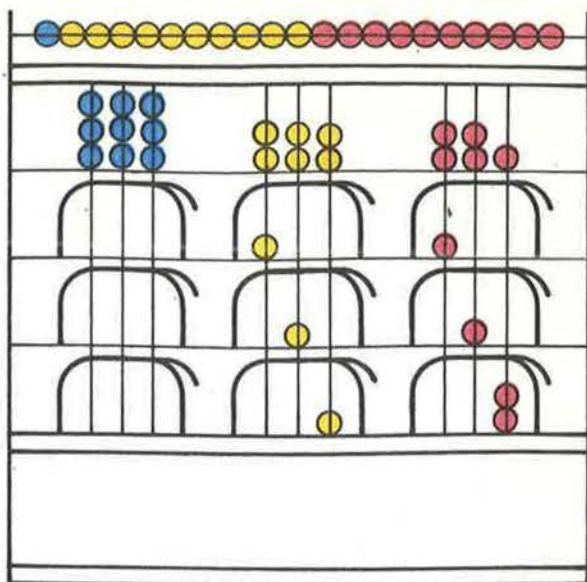


Fig. 32.—La jugada vale una unidad y una decena. Puntúan los tres equipos

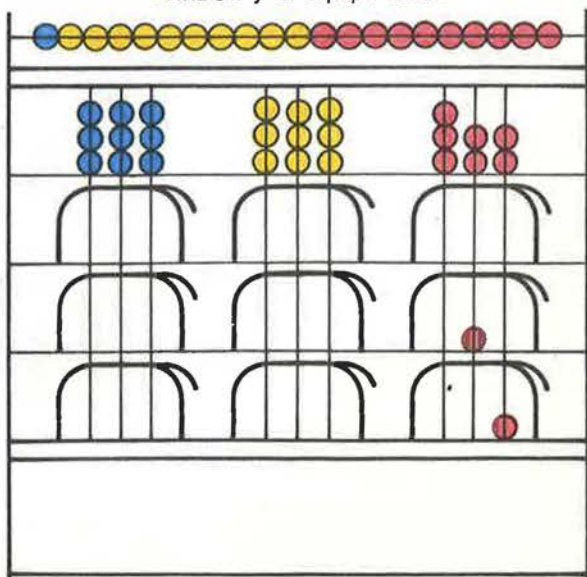
gura 35). Se aplaudirá al equipo que haya conseguido un sumando mayor.

Si se pretendiera practicar exclusivamente la lectura de cantidades de dos cifras, el juego concluiría aquí. Tratándose de enseñar la operación de sumar, continuamos la explicación de la forma siguiente:

"Ya sabemos que los que más han colaborado porque han hecho más bolas o puntos, han sido los del equipo TREBOL. Se trata ahora de conocer qué número hemos alcanzado, qué monton de bolas o suma de puntos hemos hecho entre todos.

Sabemos que la bola roja vale una unidad o punto y la amarilla una decena o diez puntos. Vamos a contarlas todas (ya no es

Fig. 33.—La jugada vale una unidad. Ganan el equipo TREBOL y el equipo CASA



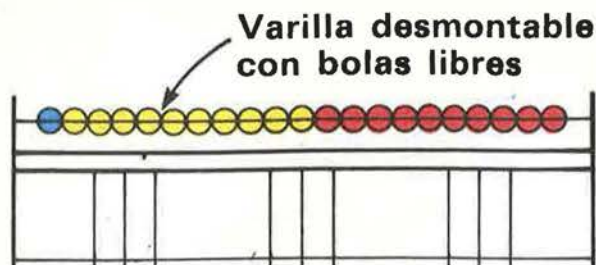


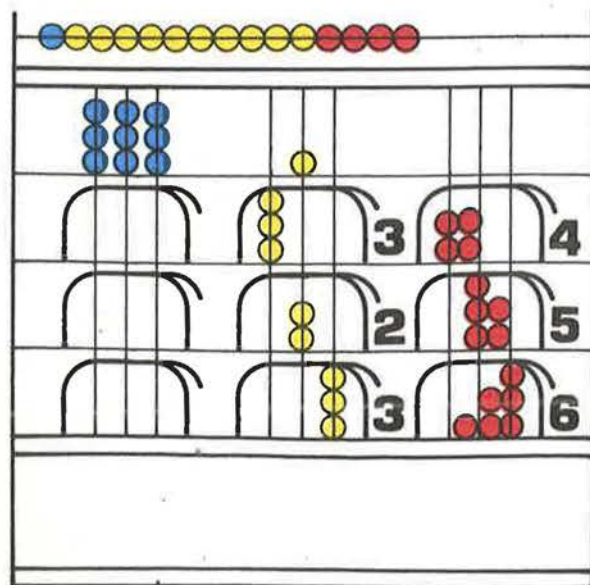
Fig. 34

necesario juntarlas en el diagrama inferior). En la pizarra de la clase hacemos la representación plana de la figura 35 para que los niños vean en dos dimensiones y sin color lo que los niños ven en el Abaco en tres dimensiones y en color. Se les dice que los equipos de otro colegio, con seis tiradas han conseguido sólo hacer "72" puntos; si nosotros hemos conseguido más con las mismas tiradas, habremos hecho un buen juego (fig. 36).

Primero se cuentan las bolas rojas del Abaco y los circulitos de la columna derecha de la pizarra: hay "15" bolitas rojas o unidades (15 puntos) (figs. 35 y 36). Se les dice que para mayor claridad vamos a quitar o subir 10 bolas rojas y poner en su lugar 1 amarilla, pues ya sabemos que 1 amarilla es igual que 10 rojas (en el Abaco subimos 10 bolas rojas y bajamos 1 amarilla. Fig. 37); en la pizarra tachamos 10 circulitos y escribimos un "1" con un circulito en las decenas (fig. 38).

Ahora, en la pizarra, no se han cambiado

Fig. 35.—Terminado el juego se escriben los cardinales



**Azules Amarillos Rojos**

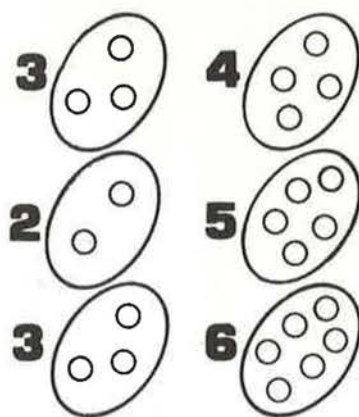


Fig. 36.—Representación en la pizarra de la figura 35

los cardinales 4, 5 y 6, como se cambiaron en el Abaco. Se explica que el cambio se hace ahora en el pensamiento para no andar borrando. Más tarde, tampoco tacharán los 10 circulitos porque también es muy fácil hacerlo sólo con el pensamiento (en diez y cinco o quince borramos 10 y quedan 5...). También es muy fácil prescindir de los circulitos y contarlos en el pensamiento o por los dedos. Finalmente se habituarán a llevarse de memoria el "10" de las unidades a las decenas sin apuntar el "1".

Después contamos las bolas amarillas y en la pizarra los circulitos de las decenas: 9 amarillas o dieces con la que nos hemos llevado de las 10 unidades.

Los totales se escriben en la parte inferior del Abaco (fig. 39) y en la cuenta de la pizarra (fig. 40). Los circulitos se borran para que aparezca la suma en números abstractos.

Conviene explicar bien este resultado: "Tenemos 9 bolas amarillas; como cada una vale por un montón de 10 bolas rojas, o 10 puntos, son 90 bolas rojas o 90 puntos. (A nueve montones de 10 se les llama "noventa", como en las regletas del Cifrador). Y además de las 90, hemos hecho 5 bolas rojas; como cada bola roja vale 1 punto, son 5 puntos más, además de los 90. Hemos hecho entre todos NOVENTA y CINCO PUNTOS; hemos ganado.

Los niños no sólo asimilan con este juego la técnica de la operación de sumar, sino

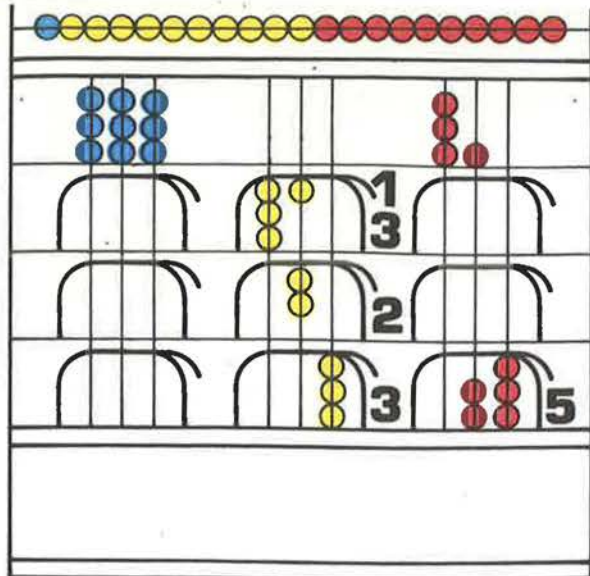


Fig. 37.—Subimos 10 bolas rojas y bajamos 1 amarilla

que viven una experiencia paradigma de todos los problemas de sumar que se les proponga con pesetas, kilbs, lápices, etc.

Lo dicho anteriormente sobre el aplauso y el conseguir bolas por colaboración, comportamiento..., hacen más viva la experiencia.

#### X. RESTA DE DOS CIFRAS, "LLEVANDOSE"

El problema principal que tratamos de abordar es el de la estructuración de sus elementos cuando "NOS LLEVAMOS UNA": cuando decimos de tres a doce, por ejemplo.

Como habitualmente nos basamos en la

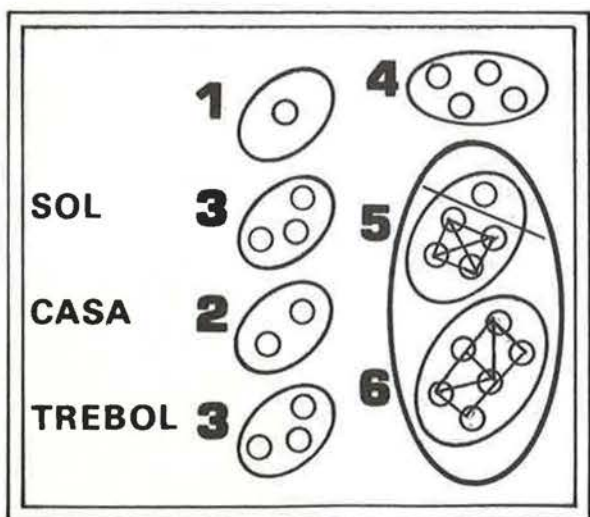


Fig. 38.—Tachamos 10 circulitos y escribimos un "1" con su circulito en las decenas

propiedad de que la diferencia no varía cuando añadimos al minuendo y sustrayendo la misma cantidad (10 unidades al minuendo y 1 decena al sustraendo), los alumnos deben comprobar esta propiedad previamente.

Hacemos para ello restas sencillas con números y bolas 3—2. Vamos añadiendo bolas al minuendo y al sustraendo y comprobando que la diferencia sigue siendo la misma: que el minuendo sigue teniendo las mismas bolas más que el sustraendo (figuras 41 y 42).

El razonamiento animista empleado por muchos profesores de que hay que añadir al sustraendo la misma cantidad que al minuendo para que no se enfade, es convincente para los niños. Efectivamente, ven que no tiene por qué enfadarse, ya que la diferencia sigue siendo la misma.

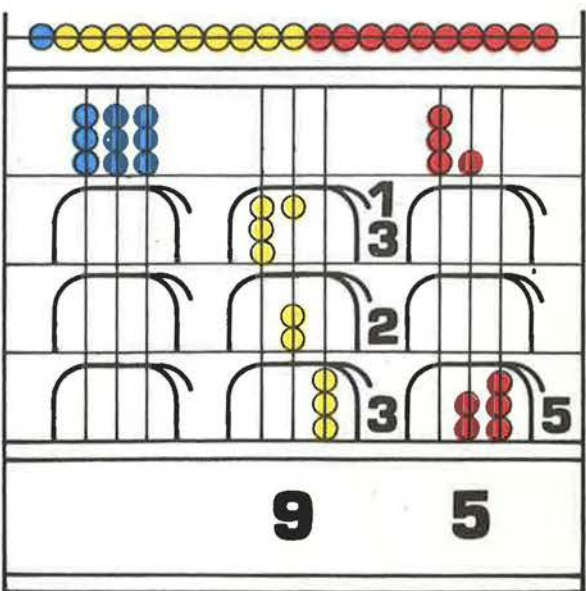
Cuando los alumnos han comprendido esta propiedad, podemos empezar a hacer restas "llevándose".

En las figuras 43 y 44 tenemos un ejemplo de resta de dos cifras "LLEVANDOSE".

Para restar no nos valemos del juego; efectuamos directamente la operación sobre el Abaco y la pizarra.

Se les propone a los niños la operación como un medio para AVERIGUAR LA DIFERENCIA EXACTA entre los puntos conseguidos por dos de los tres equipos que jugaron a sumar, o entre los puntos conseguidos y la cifra propuesta como meta, o entre la supuesta cifra conseguida por niños de otro colegio y la de nuestros alumnos; pro-

Fig. 39.—El total se escribe en la parte inferior del Abaco



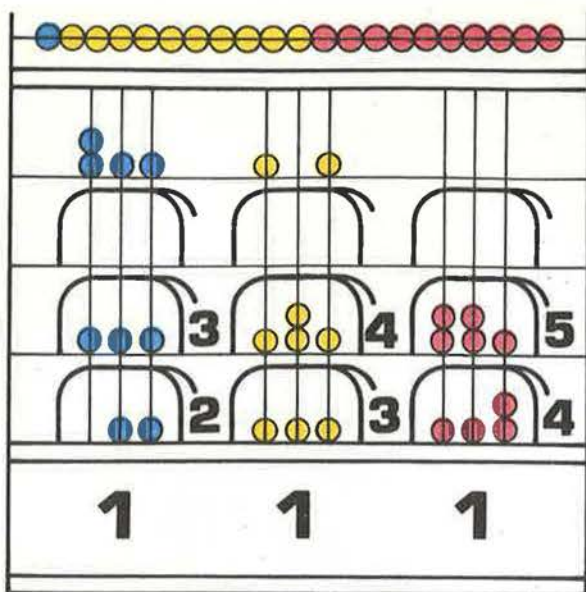


Fig. 41.—El resultado no varía cuando al minuendo y sustraendo se les añade la misma cantidad

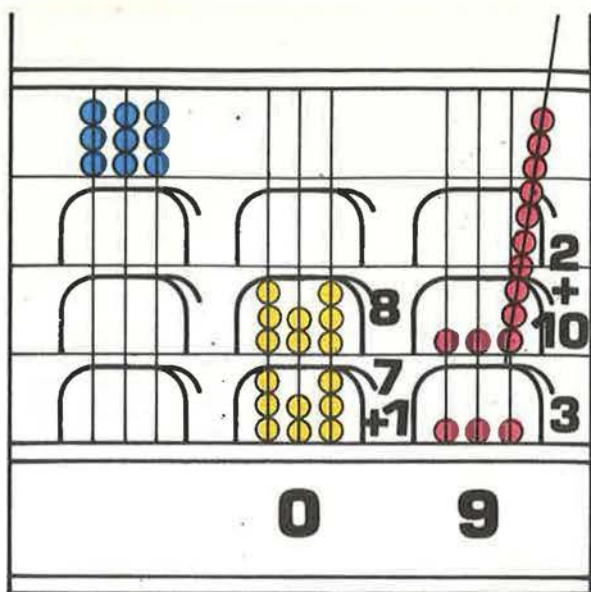


Fig. 45.—Varilla desmontable con diez bolas rojas apoyada en la varilla fija inferior

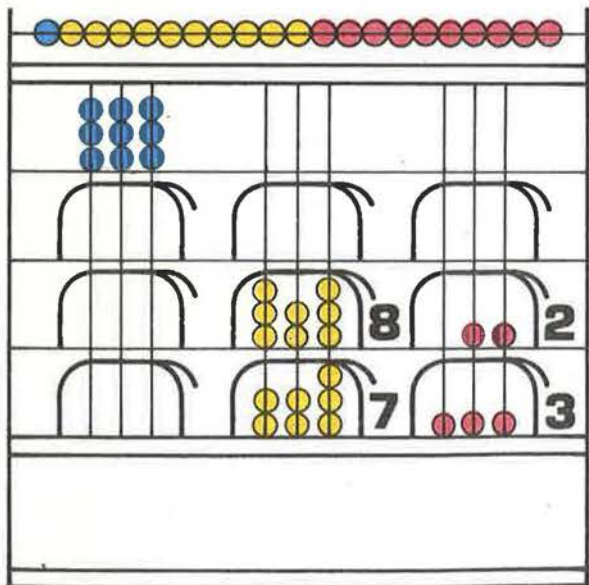


Fig. 43.—Las unidades del minuendo son menores que las del sustraendo

curaremos que la primera cifra del sustraendo sea superior a la del minuendo.

La resta se propone como una operación para conocer exactamente cuántos puntos han hecho unos (MINUENDO) más que otros (SUSTRAENDO).

En la figura 43 hemos puesto el ejemplo de "82—73". Al restar la primera cifra explicaremos que no podemos decir "de tres a dos" porque a "tres" no le falta nada para alcanzar a "dos".

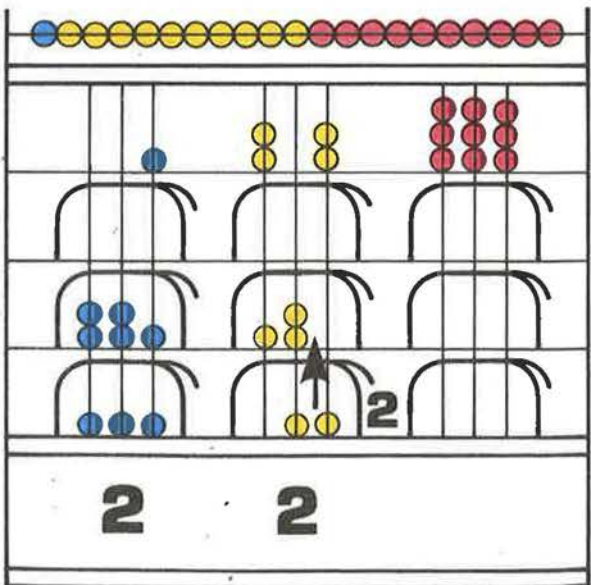


Fig. 47.—5—3 = a quitar 3 de 5

Explicaremos que el número del minuendo tiene que ser siempre mayor que el número del sustraendo, porque lo que vamos a ver es CUANTOS PUNTOS O BOLAS MAS tiene el minuendo que el sustraendo: CUANTO SE DIFERENCIA DE GRANDE EL MINUENDO SOBRE EL SUSTRAENDO.

El caso es, diremos, que el minuendo 82 es mayor que el sustraendo 73, y la resta por tanto se puede hacer. La dificultad la tenemos solamente en las unidades o puntos de las bolas rojas, que es donde el





Fig. 40.—Se escribe el total en la cuenta de la pizarra y se borran los circulitos

minuyendo no es mayor que el sustraendo. Pero hay un "truco" para resolver esta dificultad: ya sabemos que dando las mismas bolas al minuendo y al sustraendo, la diferencia sigue siendo la misma. Entonces vamos a dar 10 bolas rojas al minuendo y 1 amarilla, que también vale 10 puntos, al sustraendo.

A continuación, intercalamos la varilla desmontable con diez bolas rojas entre la varilla fija inferior, sobre el diagrama de las unidades del minuendo (fig. 45).

Separamos hacia un extremo tantas bolas como hay en el sustraendo y decimos: "Si en el minuendo hubiera tres bolas nada más, habría igual de bolas que en el sustraendo, pero además de "3" hay "9" más: la DIFERENCIA ES NUEVE MAS y se escribe el "9" en la parte inferior del Abaco.

En las decenas colocamos la bolita amarilla convenida y se procede a ver cuántos puntos o bolas amarillas hay más en el minuendo que en el sustraendo. En nuestro ejemplo no hay ninguna más y por eso ponemos un "0" en la parte inferior del Abaco.

En la pizarra sustituimos las bolas por circulitos (fig. 46). Cogemos con una cuerda tantos círculos del minuendo como círculos hay en el sustraendo y contamos los que quedan, y el resultado se escribe debajo.

Más tarde (lo enunciamos en el capítulo VII), como los circulitos comunes al minuendo y al sustraendo no se cuentan, se escribirá sólo la diferencia desde el "3" al "12" (los nueve que quedaban al otro lado de la cuerda). Finalmente, los escribirán "mentalmente", tocando con una mano tantos dedos de la otra como círculos habría desde el "3" del sustraendo al "12" del

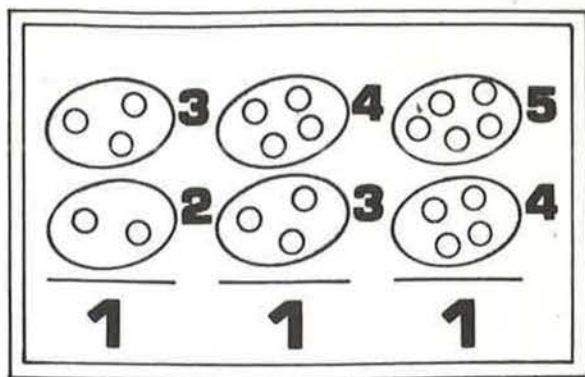


Fig. 42.—Representación en la pizarra de la figura 41

minuyendo. Del mismo modo, añadirán mentalmente el "un diez" que nos llevamos al "7" del sustraendo, y contarán por el mismo procedimiento hasta el número del minuendo.

Cuando los niños comprenden la operación de restar como medio para conocer la diferencia entre dos cantidades, se les enseña que la resta sirve también para conocer el número de puntos, o bolas, o caramelos... que le quedan a un niño o a un equipo, cuando da o le quitan algunos de ellos.

Como minuendo se pone la cantidad que tienen y como sustraendo la que les quitan o dan.

En el Abaco se comprueba con ejemplos sencillos cómo coincide el resultado de restar de "3 a 5" con el número de bolas que quedan cuando a un conjunto de "5" bolas le quitamos "3". La demostración se hace simultáneamente, valiéndose de los diversos diagramas del Abaco (figs. 47 y 48).

## XI. SUMAS Y RESTAS DE CANTIDADES DE TRES CIFRAS "LLEVANDOSE" Y CONTAR HASTA 999

El proceso es similar al descrito anteriormente. Sólo que ahora se juega también con bolas azules o centenas. En la suma, el valor de cada jugada seguirá ahora este ritmo:

— Primera jugada: UNA UNIDAD (1 punto).

— Segunda jugada: UNA UNIDAD y UNA DECENA (11 puntos).

— Tercera jugada: UNA UNIDAD, UNA DECENA y UNA CENTENA (111 puntos).

— Cuarta jugada: UNA UNIDAD (1 punto).

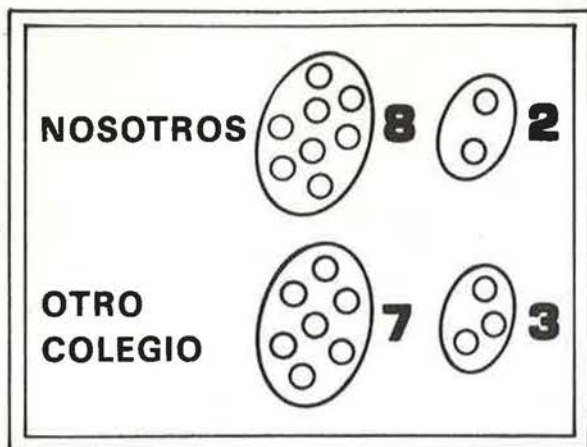


Fig. 44.—Representación en la pizarra de la figura 43

— Quinta jugada: UNA UNIDAD y UNA DECENA (11 puntos).

— Sexta jugada: UNA UNIDAD, UNA DECENA y UNA CENTENA (111 puntos).

— Séptima jugada: UNA UNIDAD...

Se pretende con ello que haya más unidades que decenas y más decenas que centenas.

## XII. SUMAS Y RESTAS EN BASE NO DECIMAL

Si sumamos o restamos en BASE-7, por ejemplo, es necesario insistir, valiéndose del juego ¿"VALE QUE?", en la equivalencia de una bola amarilla con siete rojas, igual que en el Cifrador, las regletas amarillas o unidades de segundo orden contienen, en esta base, siete unidades de primer orden o cubitos rojos. Aceptadas estas equivalencias, podremos subir siete bolas rojas y bajar una amarilla cuando "NOS LLEVAMOS UNA".

Por lo demás, el proceso es análogo al que se ha seguido en sumas y restas en BASE-10.

## XIII. MULTIPLICACION CON EL ABACO

Para explicar el concepto de multiplicación y para hacer prácticas de esta operación matemática en forma lúdica y colectiva, remitimos a nuestro juego CIFRADOR "PSICOGRAF", que se explica en la TERCERA PARTE de este Manual.

Si en la clase no se dispone del Cifrador, el Abaco puede servir para practicar la multiplicación en forma de juego colectivo.

Como MULTIPLICANDO actúa la cantidad que pongamos en bolas en el Abaco.

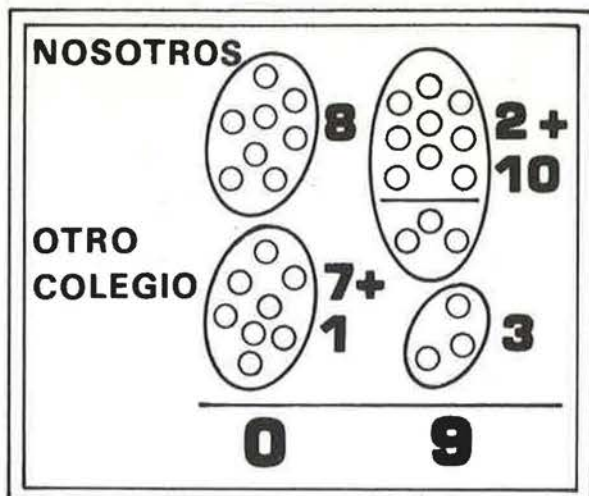


Fig. 46.—Pizarra de la figura 45

Como MULTIPLICADOR actúan los índices de la Ruleta Colectiva. Si queremos practicar la multiplicación por "2", "3" y "4", por ejemplo, damos al índice en flecha el valor de "4", al índice en triángulo con raya el valor de "3" y al índice en triángulo sin raya el valor de "2". Si queremos multiplicar por "12", "13" y "14", se dan estos valores a los índices de la Ruleta Colectiva, respectivamente.

Los niños de cada equipo multiplicarán en sus cuadernos la cantidad puesta en el Abaco por el valor dado al índice que ha caído en su color.

Otro niño escribirá en la pizarra, a tres columnas (una para cada equipo) los resultados de las operaciones.

Al final se aplaude al equipo que ha conseguido mayor número de puntos.

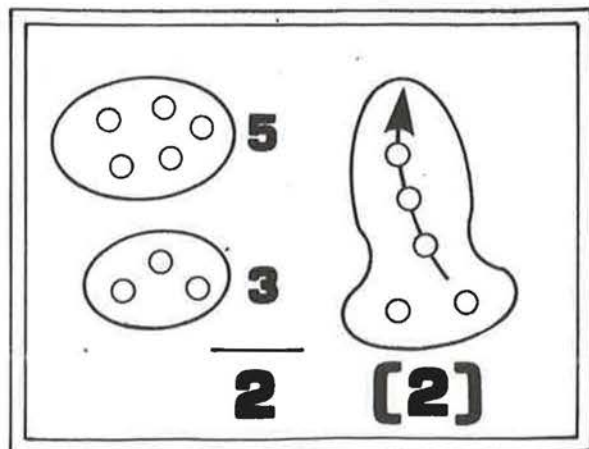


Fig. 48.—Representación gráfica de la figura 47