*Programa:* El agua. Estados físicos del agua. Composición. Es una combinación.

DESARROLLO. Exponer o interrogar de qué forma encontramos el agua en la Naturaleza. Ríos, mares, lagos, fuentes, pantanos. Por el sabor, aguas saladas y dulces. Por su utilidad para el consumo en potables e impotables o crudas. Decir un procedimiento para reconocerlas. Por su estado físico, en sólido (hielo), líquido (ríos, fuentes y mares) y gaseoso (nubes y nieblas). Hágase una disgresión hablando de los mares helados y de los "icebergs" para, trabajando, hacer la lección más amena y descansar.

Por su composición, es una combinación de dos gases, oxígeno e hidrógeno. Escribir y explicar el significado de la fórmula $H_2O$, hablando de moléculas y átomos.

Para el resumen o texto mutilado, proceder como en la explicada lección de Historia. La ilustración puede consistir en un vaso con agua y debajo y en letras de rotular $H_2O$.

*Agrupación 3.ª* LECCIÓN DE CIENCIAS.

*Tema:* El agua.

*Programa:* El agua. Su necesidad para la vida de los seres. Ríos, fuentes y pantanos. Hielo, nubes y lluvia.

DESARROLLO. Conversación sobre la utilidad del agua para el aseo, la bebida y el riego. Surgirán otros aspectos de utilización del agua, y si no, se sugerirán. Canalizar las sugerencias suyas y las nuestras hasta que queden convencidos de la imprescindible necesidad del líquido elemento. Ahora busquemos el agua en la Naturaleza hablando de los ríos, de los pantanos, de las fuentes y de los mares (estado líquido); de las nubes, de las nieblas y del vapor de las vasijas con agua al fuego (gaseoso); del hielo que se forma durante el invierno en los charcos y en el río (sólido). Volveremos a citar las nubes y diremos que cuando se enfrían se convierten en gotitas que caen a tierra. Es la lluvia.

Se hará a continuación el resumen consabido, así como su visado y corrección.

*Momento IV*

*Agrupaciones 1.ª, 2.ª y 3.ª* PROPONER EJERCICIOS DE MATEMÁTICAS.

El maestro escribirá los problemas en octavillas, que entregará a un alumno de cada agrupación. Los demás los copiarán.

Se proponen también las operaciones fundamentales del grupo correspondiente de la agrupación 3.ª y el número de la tabla de multiplicar a los que aún no la sepan.

Todo se comprobará, aclarará o se preguntará en el momento II de la sesión de la mañana del día siguiente.

*Momento V*

Se recogen los utensilios de clase, se ordena el mobiliario y se señalan las lecciones para el día siguiente. A continuación de la oración de salida se pasa lista y, ordenadamente, el aula va quedando vacía. "Hasta mañana, si Dios quiere".

# Fuera de programa

## Datos para lecciones

# MEDIDA DE ANGULOS SOLIDOS

por **LUIS GONZALEZ MAZA**
Inspector de Enseñanza Primaria. Zamora.

## II

*Valor del triángulo trirrectángulo.*—Por ser el triángulo trirrectángulo la octava parte de la superficie esférica, se tiene que el área del triángulo trirectángulo es $4\pi/8 = \pi/2$ sr.

El triángulo trirrectángulo es la base de una pirámide esférica, cuyas caras laterales forman un ángulo sólido trirrectángulo.

Valor del ángulo sólido trirrectángulo: $\pi/2$ sr.

Hacer notar que el valor del ángulo sólido trirectángulo, expresado en esterapiones, es el mismo que el del ángulo recto, expresado en radianes.

Examinando la superficie de una esfera terrestre, llegarán a descubrir que cada dos cuadrantes de meridiano y el arco del Ecuador comprendido entre ellos forman un triángulo esférico que tiene dos ángulos rectos; que lo mismo ocurre con los formados, al cortarse, por el Ecuador, la Eclíptica y el Coluro de los Solsticios.

Decirles que estos triángulos, por tener dos ángulos rectos, se llaman *triángulos esféricos birrectángulos.*

Decirles que los triángulos esféricos se llaman *rectángulos,* si tienen un ángulo recto; *birrectángulos,* si tienen dos; *trirrectángulos,* si tienen tres; *obtusángulos,* si tienen un ángulo obtuso; *biobtusángulos,* si tiene dos; *triobtusángulos,* si tienen tres, y *acutángulos,* si tienen los tres agudos.

Hacer que busquen sobre la superficie de una esfera terrestre los triángulos esféricos de cada clase

(*Pasa a la página* 21.)

(Viene de la página 12.)
que se forman, al cortarse las circunferencias máximas trazadas en ella; ídem, que formen triángulos, utilizando las gomas y agujas de tricotar, sobre una superficie esférica preparada para ello; que midan sus ángulos y clasifiquen los triángulos formados.

Ejercicios para llegar a distinguir, sin medir los ángulos, las clases de triángulos formados, en casos sencillos.

Medir con el goniómetro los diedros del tetraedro regular, el cubo y el dodecaedro regular y comprobar que en el primero los ángulos sólidos que tienen por vértice los del poliedro tienen el valor de triángulos esféricos acutángulos; los del segundo, el de trirrectángulos, y, los del tercero, el de triobtusángulos.

*Valor del triángulo birrectángulo.*—Decirles que así como para valorar los ángulos planos se suele tomar por unidad el ángulo recto, dividiendo éste en 90 grados sexagesimales o en 100 centesimales, según el sistema que se adopte, para medir ángulos sólidos se suele calcular su valor en función del triángulo trirrectángulo, dividiéndose éste, también, en 90 o en 100 partes iguales. En los casos que se ponen en este trabajo se emplea la división en 90 partes.

Observando los triángulos birrectángulos que forman los meridianos y el Ecuador, y comparando el área de cada uno de éstos con la del triángulo trirrectángulo, llegarán fácilmente a descubrir que el valor del área del triángulo birrectángulo es igual al del ángulo que forman los meridianos, medido en ángulos rectos; y que, como los ángulos que forman los meridianos con el Ecuador son rectos, dicho valor es igual a lo que la suma de los tres ángulos del triángulo excede a la de dos rectos.

Comprobarán, igualmente, que un triángulo birrectángulo es la mitad de un huso esférico, cuyo valor es, también, tomando como unidad el huso recto, lo que la suma de los tres ángulos del triángulo excede a dos rectos.

Decirles que la cantidad que la suma de los valores de los ángulos de un triángulo esférico excede a la de dos rectos se llama *exceso esférico* y que, por tanto, *el valor del área de un triángulo birrectángulo es igual a su exceso esférico.*

*Ejemplo:* El área del triángulo esférico que tiene un vértice en el Polo y dos en el Ecuador, a 10 y a 35° longitud E, respectivamente, es $(35\text{-}10)/90 = 5/18$ triángulos trirrectángulos, equivalentes a $5\pi/36$ sr.

*Valor de un triángulo esférico cualquiera.*—Trazar en una esfera hueca (puede ser una pelota) tres circunferencias máximas, tales que ninguna de ellas tenga sus polos en otra, es decir, que ninguna de ellas corte a otra en ángulo recto.

Observar los triángulos que se forman, contarlos y numerarlos; comprobar que siempre los triángulos formados al cortarse tres circunferencias máximas ocupan el total de la superficie esférica.

Recortar una parte de la superficie esférica que contenga cuatro de los triángulos formados, haciéndolo de todas las maneras posibles. (Conviene que para esta operación dispongan de varias esferas iguales.)

Comparar las piezas que se han obtenido en cada caso; comprobar si cada una de ellas puede transformarse en otra de distinta forma (obtenida por cortes distintos, siguiendo las líneas trazadas), y ver la relación entre el área de la superficie esférica y cada una de estas piezas.

Hacer notar que un hemisferio equivale a dos husos rectos, es decir, que el valor de su área es el mismo que el de dos ángulos rectos.

Decir que se va a buscar el medio de hallar el área de un triángulo esférico cualquiera, tomado como unidad el triángulo trirrectángulo, y que elijan una cualquiera de los que figuran en las piezas obtenidas; que recorten los cuatro triángulos de la pieza y los tengan dispuestos para utilizarlos cuando sea necesario; que, de la otra pieza, o de otra pelota igual a la utilizada, recorten otros dos triángulos iguales al que se trata de medir. (Se darán cuenta de que es muy fácil hacerlo, para uno, en la otra pieza, utilizando las señales de las circunferencias trazadas.)

Ordenarles que con los tres triángulos iguales obtenidos y con los otros tres de la primera pieza formen tres husos, uniendo cada triángulo de los tres iguales con uno de los otros tres por los lados que cada uno de ellos tiene igual a uno del otro.

Fácilmente se darán cuenta de que el área de cada uno de los tres husos vale, en función del huso recto, lo que cada uno de los tres ángulos del triángulo que se trata de medir; que la suma de los tres es un huso cuya área vale lo mismo que la suma de los tres ángulos del triángulo; que lo que este huso excede al hemisferio es la suma de dos triángulos como el que se trata de medir, llegando fácilmente a la conclusión de que, en todos los casos, *el valor del área de un triángulo esférico cualquiera es igual a su exceso esférico.*

*Ejercicios:* Medir los diedros laterales de pirámides triangulares y hallar los valores de sus ángulos sólidos, y, además, el área de sus bases, en las esféricas.

Medir los diedros laterales de prismas triangulares y comprobar que el valor del ángulo sólido es cero.

EJEMPLOS:

1.° Hallar el valor del ángulo sólido de una pirámide triangular cuyos diedros laterales miden, respectivamente, 35, 94 y 112°.

$$35^\circ + 94^\circ + 112^\circ = 241^\circ;$$
$$241^\circ - 180^\circ = 61^\circ;$$

valor del ángulo sólido:

$$\frac{61}{90} \times \frac{\pi}{2} = \frac{61\pi}{180}\ \text{sr}$$

2.° Hallar el valor del ángulo sólido y el área de la base de una pirámide esférica triangular que mide 5 centímetros de radio y cuyos diedros laterales miden, respectivamente, 82, 97 y 99°.

$$82^\circ + 97^\circ + 99^\circ = 278^\circ;$$
$$278^\circ - 180^\circ = 98^\circ;$$

valor del ángulo sólido:

$$\frac{98}{90} \times \frac{\pi}{2} = \frac{49\pi}{90} \text{ sr}$$

área de la base:

$$\frac{49\pi}{9} \times 5^2 = 42{,}76 \text{ cm}^2$$

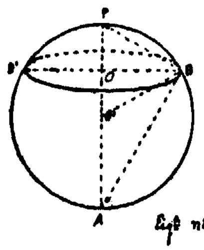
## PERIODO DE INTUICION

*Radio y diámetro de la esfera.*—Hacer notar que los medios empleados para hallar el radio y diámetro de la esfera sólo se pueden emplear en esferas que, por su tamaño, puedan manejarse fácilmente, disponiéndose, además, de la esfera entera, o, por lo menos, de un trozo de ella, en la que se pueda medir directamente el radio o diámetro.

Invitarles a determinar el radio de una esfera del tamaño mayor de que se disponga. (Una esfera de 40 centímetros de diámetro, por ejemplo, ofrece bastantes dificultades para determinar su radio por los medios utilizados anteriormente), o de una de la que sólo se disponga un trozo (un pedazo de una que se haya roto, etc.).

Invitarles a tensar una goma entre dos puntos de la superficie esférica; señalar, en la parte cubierta por la goma, un punto entre los dos extremos; medir con el compás las cuerdas de los tres arcos determinados por los extremos de la goma y cada uno de éstos con el intermedio; construir un triángulo con los tres segmentos... La circunferencia que determina los tres vértices del triángulo es una circunferencia máxima y, por tanto, su radio, el de la esfera.

Comprobarán que, por dificultades para el dibujo, etc., esta operación no puede hacerse, de ordinario, experimentalmente (como se ha descrito) cuando los radios que se han de hallar tengan longitudes superiores a los 20 centímetros y, aún en estos casos, resulta difícil con los medios de que, en general, se dispone en la escuela.



Procede, entonces, dar paso a la intuición, acudiendo al recurso de que construyan triángulos con lados iguales a la mitad, tercio, etc., de las cuerdas y obtengan las circunferencias determinadas por sus vértices, cuyos radios serán, respectivamente, la mitad, el tercio, etc., de la esfera.

Proponerles que hallen el radio de la parte cóncava de una parte de superficie esférica en un objeto que la contenga, preferentemente en uno que no tenga la parte convexa de dicha superficie, comprobando las dificultades que ofrece el empleo del medio utilizado.

Decirles que tracen, en la superficie que se les entrega, una circunferencia (figura núm. 2), con el polo P y distancia polar PB; que hallen su radio, OB, y la altura del casquete, B'PB; ... la hipotenusa, AP, del triángulo rectángulo ABP es el diámetro de la esfera.

En todos los casos en que sea necesario hallar gráficamente el resultado se tropezará con las mismas dificultades que en el caso anterior.

Se dará paso a la intuición, haciendo que procedan como sigue:

$$AP = AO + OP;$$

comparar los triángulos ABO y BPO y descubrir su semejanza, de donde:

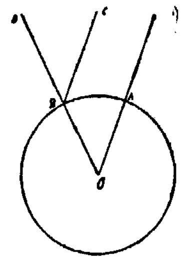
$$\frac{OA}{OB} = \frac{OB}{OP}; \qquad OA = \frac{OB^2}{OP},$$

que proporciona el medio de obviar los inconvenientes aludidos.

Sin necesidad de aclaraciones, llegarán a la conclusión de que este recurso es aplicable a la superficie convexa.

Trazar una circunferencia (figura núm. 3); dos radios, OA y OB, prolongándolos; por B, una paralela, BC, a OA; comprobarán que áng. CBD = áng. AOB; conociendo la distancia AB sobre la superficie esférica y el valor del ángulo CBD, será fácil conocer la longitud de la circunferencia y, por tanto, su radio.

Dar una brevísima información sobre el medio utilizado por Eratóstenes para hallar la longitud de la circunferencia del Meridiano Terrestre.



*Determinación de polos.*—Invitarles a que determinen los polos de una circunferencia mínima en una superficie esférica.

Cuando se haga absolutamente preciso, decirles que determinen los extremos de dos diámetros en la circunferencia dada y que tensen dos gomas, una entre los extremos de cada diámetro, sobre los arcos menores que la semicircunferencia máxima; ídem, que, recordando el medio de trazar una mediatriz a un segmento rectilíneo, tracen las circunferencias de dos círculos máximos perpendiculares al círculo de la circunferencia dada... Fácilmente llegarán a descubrir medios para resolver el problema.

*Triángulos eulerianos.*—Tensar una goma sujetándola en tres puntos de la superficie esférica, no situados en una circunferencia máxima; hacer observar que la superficie esférica queda descompuesta en dos triángulos esféricos, uno convexo (el más pequeño) y otro cóncavo. Recordar que no existen triángulos planos cóncavos. Decir que los triángulos esféricos convexos se llaman *triángulos eulerianos* y que es a los que, en general, se hace referencia.

*Area de un polígono esférico cualquiera.*—Descomponer, utilizando las gomas, un polígono esférico cualquiera en triángulos esféricos, a partir de un vértice; verán que el número de triángulos resultante es siempre igual al de número de lados del polígono menos dos y que la suma de todos los ángulos de los triángulos formados es igual a la suma de todos los ángulos interiores del polígono.

Representando por S la suma de todos los ángulos interiores del polígono y por $n$ el número de lados y teniendo en cuenta que el área del polígono es igual a la suma de las áreas de los triángulos en que se descompone, llegarán fácilmente a la fórmula siguiente, siendo la unidad de medida angular el ángulo recto:
área del polígono en triángulos trirrectángulos:

$$S - 2n + 4.$$

PROBLEMAS:

1.° Supuesta la Tierra esférica, hallar el valor del ángulo sólido que tiene por medida el casquete polar hasta el paralelo 70°.

RESOLUCIÓN:

Construcción de la figura núm. 4, en la que el radio del arco es 10 centímetros, para hacer más fáciles las medidas.

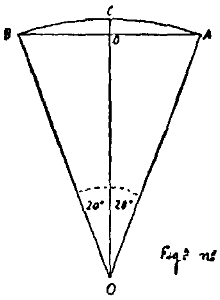



Fig. nº 4

Midiendo CD, verán que es, aproximadamente, 6 milímetros, es decir, 0,06 de OC (hallado con más precisión, es 0,06.031);

valor del ángulo sólido: $2\pi \times 0{,}06 = 0{,}12\pi$ sr.

2.° Hallar el ángulo sólido cuyas aristas son las ocho varillas largas de un paraguas, cuando éstas forman con el eje (bastón) ángulos de 30°.

RESOLUCIÓN:

Construir en cartulina una pirámide recta octogonal regular, en la que el radio de la base sea igual a la mitad de su arista lateral, y medir con el goniómetro el ángulo diedro que forman cada dos caras laterales.

Deben medir dichos diedros varias veces y hallar el término medio. Verán que el valor más probable es de unos 165° (con más precisión, 164° 56'-.

Valor del ángulo sólido:

$$165 \times 8/90 - 2 \times 8 + 4 = 8/3$$

triángulos trirrectángulos, equivalentes a $4\pi/3$ sr.

3.° Supuesta la Tierra esférica y que sus dimensiones son las que se deducen de la definición histórica del metro, averiguar la extensión sometida a la vigilancia del personal encargado de ella, que va en un buque que recorre el perímetro de un triángulo con la velocidad media de 25 nudos entre cada dos estaciones situadas en los vértices del mismo, al llegar a las cuales debe darse el parte correspondiente, si el buque hace el recorrido por el camino más corto y desde que se da el primer parte (en el punto de partida) hasta que se da el segundo transcurren 36 horas; del segundo al tercero, 28 horas y 48 minutos, y del tercero al cuarto (punto de partida), 24 horas.

RESOLUCIÓN:

En 36 horas recorre el buque $36 \times 25 = 900$ millas marinas, equivalentes a $900/60 = 15°$:

28 horas y 48 minutos equivalen a 28,8 horas;

en 28,8 horas recorre $28{,}8 \times 25 = 720$ millas marinas, equivalentes a $720/60 = 12°$;

en 24 horas recorre $24 \times 25 = 600$ millas marinas, equivalentes a $600/60 = 10°$.

Construir en cartulina el ángulo sólido cuyas caras midan, respectivamente, 15, 12 y 10°; medir sus diedros con el goniómetro y hallar el valor del ángulo sólido y, conocido éste, hallar el área de la base en kilómetros cuadrados, etc.

Deben hacer las medidas varias veces y elegir los términos medios, como valores más probables.

Obtendrán, aproximadamente: 53, 25, 43 y 82,25°.

(Aproximando en minutos, son: 52° 14', 42° 53' y 85° 13'.)

Tomando los primeros valores, la suma de los tres ángulos es 181,5°;

la extensión sometida a la vigilancia sería:

$$(181{,}5-180)/90 = 1/60$$

triángulos trirrectángulos, equivalentes a $\pi/120$ sr;

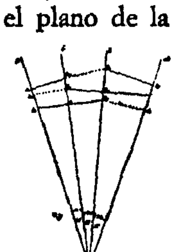
llamando R al radio de la Tierra:

$R = 40.000/2\pi = 20.000/\pi$ Km; $R^2 = 400.000.000/\pi^2$ Km$^2$;

extensión sometida a la vigilancia:

$$\frac{\pi}{120} \times \frac{400.000.000}{\pi^2} = \frac{10.000.000}{3\pi} \text{ Km}^2$$

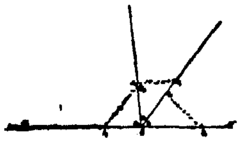
Pasando a la intuición, más breve y que permite aproximar más, aunque no llegar a la exactitud, se tiene (figura núm. 5), rebatiendo dos caras del ángulo sólido sobre el plano de la otra:



el rectilíneo correspondiente al diedro cuya arista es VA está formado por las perpendiculares $A_1B_1$ y $A_1C_1$, a dicha arista el punto $A_1$ y situadas, respectivamente, en las caras AVB y AVC; uniendo $B_1$ con $C_1$, se forma el triángulo $A_1B_1C_1$.

Del mismo modo se obtienen los rectilíneos correspondientes a los diedros, cuyas aristas son VB y VC y los triángulos $A_2B_2C_2$ y $A_3B_3C_3$.

Con estos datos se pueden transportar los ángulos y sumarlos (figura núm. 6).



El valor del ángulo $A_3OM$ es el valor en triángulos trirrectángulos del ángulo sólido, equivalente a la extensión sometida a vigilancia.

NOTA.—Aunque no es absolutamente necesario, estimamos conveniente hacer las siguientes aclaraciones:

1.ª Debe extenderse la intuición a todas las cuestiones tratadas experimentalmente en este trabajo, cosa fácil de hacer teniendo en cuenta cómo se ha procedido en los casos en que se ha hecho.

2.ª Parecerá, a primera vista, que es demasiada la extensión de este trabajo, dedicado a un punto concreto; pero, al reparar en lo que de él se dedica a recordar, para fundamentarle y hacerle más inteligible, un buen número de conocimientos que son precisos para otros fines, se verá que lo que exclusivamente se refiere al ángulo sólido y su medida no rebasa los límites perfectamente admisibles.

## ACLARACION

En el trabajo sobre "Medida de Angulos Sólidos", publicado en el número 49, deben corregirse las siguientes erratas:

Página 21, columna 2.ª, línea 8, dice: $4\pi Rh$; debe decir: $2\pi Rh$.

Página 21, columna 2.ª, línea 25, dice: $2\pi R \times O$. $3R = O$, $9\pi R^2$; debe decir: $2\pi R \times O$, $3R = O$, $6\pi R^2$.

# SOCORRISMO EN LA ESCUELA

Por el doctor SERRANO GALNARES
Inspector médico escolar de Madrid

Sabido de todos es que las cosas que se aprendieron en la escuela son las que más difícilmente se olvidan. Y pocas tendrán tanto interés como el socorrismo.

La Cruz Roja ha iniciado un movimiento de difusión de estas normas de asistencia más urgentes al accidentado, y entendemos que es en la escuela donde mejor debe iniciarse su enseñanza.

Por un lado la circulación de las calles y carreteras, cada día más abundante en tráfico; por otro, la amenaza de una posible agresión bélica, donde toda la población sería afectada, y la multiplicidad de accidentes y traumatismos hace que todos debamos estar preparados con unos conocimientos someros, pero suficientes, para la asistencia más inmediata al herido mientras llega al centro quirúrgico.

Y pocas veces es un médico o un sanitario quien tiene oportunidad de atenderle. La gente se aglomera alrededor del lesionado, se limita a observar, a discutir lo que debe hacerse, o lo que es aún peor, surge el «entendido», que cree saber de todo, y actúa de modo totalmente inoportuno, perjudicando y aumentando las lesiones. De aquí que en este capítulo nos interese tanto destacar lo que se debe hacer como lo que «no se debe hacer».

Y sin más preámbulo, vamos a dar las orientaciones, según que nos encontremos ante un fracturado, ante un herido con hemorragia, un lesionado en estado de shock, un electrocutado o ahogado que no respira, y en otras situaciones de menos importancia.

1. *Ante un fracturado.*—Se sospecha la fractura por la incapacidad para mover el miembro lesionado y el haber notado un crujido al sufrir el golpe. No buscaremos la movilidad anormal, ni los puntos dolorosos, ni la crepitación, porque ello no hará sino aumentar las lesiones. En estos casos es más importante «no hacer nada» que intentarlo. Lo más urgente es inmovilizar el miembro herido. Allí mismo, en el lugar del accidente, debe hacerse la inmovilización provisional (en tanto que pueda hacerse la definitiva con escayola), usando los medios improvisados que tengamos más a mano: tela metálica, aluminio, cartón, esteras con almohadillado de algodón, celuloide, carpetas de archivos, escobas, etc. Todas estas piezas improvisadas se enrollarán con tela para darles solidez y se amoldarán con algodón para que se apoye sobre las eminencias óseas sanas.

Se cogerán los miembros fracturados con las dos manos, dejando las palmas hacia arriba, para ejercer menos presión con los dedos, y no forzando el movimiento se dejarán en la posición media de flexión, como indica la figura 1.

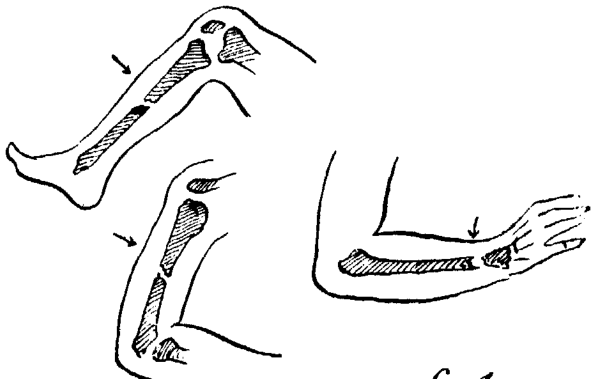


*fig 1*

Cuando la lesión es del miembro inferior y no se dispone de ningún medio de contención, puede fijarse el miembro herido vendándolo, anudándolo con cuerdas al miembro sano, que hará de sujeción.

En el caso del brazo o antebrazo un simple pañuelo colocado en triángulo y anudado alrededor del cuello consigue eficazmente esta contención (Fig. 2). Si el accidente ocurre en la ciudad esta sujeción provisional es suficiente para el traslado al centro quirúrgico más cercano, pero si ocurre en carretera o en pleno campo, y si se teme que el traslado va a durar aún varias horas, habrá de procederse a desnudar al paciente, con vistas a una mejor contención. Para ello se desnudará primero el brazo no lesionado y después, mientras otra persona sujeta el brazo herido, otra tirará de la manga. En caso de que sea difícil sacar la chaqueta o camisa, o sea una mujer con vestidos de una pieza, no se dudará en cortarlos o descoserlos. El tronco se desnuda cortando el traje