

INTRODUCCION A LA ESTADISTICA EN LA ENSEÑANZA DE LAS ESCUELAS NORMALES DE MAESTROS

Por S. RIOS

Conferencia pronunciada en la sesión de clausura del Cursillo de Matemáticas para profesores de Escuelas del Magisterio, por el doctor don Sixto Ríos García, catedrático de Estadística matemática de la Universidad Central, académico numerario de la Real Academia de Ciencias Físicas y director del Instituto de Investigaciones Estadísticas del C. S. I. C.

Quiero empezar esta conferencia leyendo un argumento de máxima autoridad. Se trata de una de las conclusiones de la bien conocida reunión de matemáticos de todo el mundo que tuvo lugar en 1959 en Royaumont, bajo los auspicios de la Organización Europea de Cooperación Económica (O. E. C. E.), con el fin de estudiar una reforma profunda de la enseñanza de las Matemáticas al nivel medió.

Tras la conclusión I, que se refiere a la aritmética, álgebra y geometría, contiene una conclusión II relativa a la introducción de la Estadística en los planes de Enseñanza media que dice textualmente (*):

"II. El cálculo de probabilidades elemental debe ser considerado como una rama de las matemáticas susceptible de ser enseñada en las escuelas secundarias.

a) La inducción estadística debe ser considerada como una rama de las matemáticas aplicadas que interviene de un modo fundamental en los procesos de decisión conformes con el espíritu del "método científico" y del cual importantes sectores de las ciencias físicas y de las ciencias del comportamiento humano hacen un uso cada día mayor. Por otra parte, el razonamiento estadístico adquiere una importancia creciente en el dominio de los asuntos y negocios públicos.

b) Una enseñanza elemental apropiada del cálculo de probabilidades y de la estadística debe formar parte del nuevo plan de estudios secundarios.

c) Cursos preparatorios especiales sobre estas materias deberán figurar en los programas de las escuelas normales y otras instituciones de formación del profesorado de enseñanza media".

Esta conclusión relativa a la introducción y orientación de la enseñanza de la Estadística en los estudios medios, aprobada en una reunión internacio-

nal en la que figuraban matemáticos abstractos, tan poco sospechosos de "pasión" o "debilidad estadística", como Dieudonné, Stone, Choquet, me va a permitir reducir mi exposición a algunas glosas y comentarios.

En la enseñanza a nivel medio como es la de las Escuelas Normales de Maestros no puede ni debe llegarse a conocimientos especializados de ninguna rama científica y la selección de materias ha de hacerse por su valor formativo general y porque tales conocimientos puedan ser de utilidad en el mayor número de campos posibles de la actividad (científica, social, etc.) del hombre educado.

Probaremos cumplidamente cuán numerosos y diversos son tales campos en el caso de la Estadística y cómo desde el punto de vista formativo hay razones poderosas para su introducción en la Enseñanza media, pues, como veremos, tales conocimientos han de contribuir de un modo decisivo a aumentar la formación matemática de los alumnos, su formación científica general y también su educación general.

Estas ideas han trascendido ya en algunos países a los libros de Matemáticas de texto en la enseñanza media. Como botón de muestra citemos el magnífico libro norteamericano "*General College Mathematics*", publicado por los profesores W. L. Ayres, C. G. Fry y H. Jonah, el cual no contiene nada de álgebra moderna, aunque sí de topología, dedica 70 de sus 250 páginas a Probabilidades y Estadística, incluyendo nociones elementales sobre inferencia estadística. En su interesante prólogo se lee: "Dedicamos bastante extensión a probabilidades y estadística porque un cierto conocimiento de estas cuestiones es indispensable a toda persona educada. Todo estudio de problemas sociales, situaciones económicas, posibilidades de mercados e investigación científica utiliza ordinariamente el lenguaje de la Estadística. Finalmente, contiene el libro algunas lecciones de lógica y matemática moderna. Con esto espe-

(*) "Mathematiques Nouvelles", p. 129.

ramos desterrar la idea de que las matemáticas terminaron de hacerse en la época de Cristóbal Colón".

Por otra parte, en Francia, en 1947, y en Inglaterra, en 1952, sendas comisiones presididas, la francesa, primero por el físico Langevin y, a su muerte, por el profesor Fréchet, y la inglesa, por el eminente estadístico profesor E. S. Pearson, han redactado ponencias razonando la necesidad urgente de la introducción de la Estadística en la Enseñanza media y concretando incluso en detallados programas las materias que deben ser estudiadas. En el *Rapport* de la Reunión de Royaumont se recogen datos de otros países, como Estados Unidos, Canadá, Suecia, Austria, que han incorporado la Estadística a sus programas de enseñanza media.

Campos de aplicaciones

De acuerdo con la línea de desarrollo que hemos trazado señalaremos los recintos principales en que encuentran hoy aplicación los métodos estadísticos

La Estadística, que fue en sus comienzos una modesta auxiliar de la Economía política, ha penetrado ya con sus métodos en casi todas las ramas del conocimiento científico y aun de las Artes, con un poder arrollador y una velocidad de conquista que, como dice Kendall, recuerda las campañas de Atila y Alejandro Magno.

Como consecuencia del amplísimo programa de instrucción en los métodos de muestras desarrollado por los Estados Unidos durante la última gran guerra, que convirtió en expertos estadísticos a más de 6.000 matemáticos, ingenieros, etc., puede hablarse hoy de una ciencia de los sondeos estadísticos que ha creado métodos eficacísimos por su rapidez, precisión y bajo coste.

En los países que van en vanguardia, estos servicios oficiales de sondeos se dedican al estudio de problemas económicos, demográficos, sociales, etc., de vital importancia en la economía de las naciones, a saber: extensión de tierras cultivadas, de pastos, bosques, etc.; coeficientes de producción por área, producción total de sustancias alimenticias coeficientes de natilidad y mortalidad en los diversos tipos de población, paro obrero, nivel de vida, presupuesto familiar, problemas de alojamiento, estudio de mercados, gastos de los individuos, opiniones públicas, etc.

Un problema de interés económico tan grande como la previsión de las cosechas agrícolas se puede resolver gracias a los métodos estadísticos. Se conoce, desde luego, la dependencia existente entre la cuantía de las cosechas y factores meteorológicos del año, que se ha podido precisar mediante el cálculo de coeficientes de *correlación*, gracias a observaciones reiteradas varios años en una extensa región.

El extenso programa de adiestramiento de estadísticos en Estados Unidos a que antes he aludido

tuvo como causa inmediata importante la puesta en práctica en gran escala de los métodos de control de calidad en las industrias y especialmente en la de guerra.

La fabricación en serie no permite, por su rapidez, el control 100 por 100 de las piezas producidas, lo cual, por otra parte, sería muy costoso. Vienen así los métodos de muestras a dar una solución a los problemas de mantener la producción dentro de los límites de tolerancia admitidos, habiendo permitido tales métodos, durante la última guerra y actualmente, importantísimas reducciones de gastos en la producción industrial.

He empezado a indicar aplicaciones de los métodos de muestras, pero no es posible proseguir siquiera la enumeración de tantas otras importantísimas.

Permítasenos, sin embargo, señalar algunos otros campos de aplicación de la Estadística. Progresos importantes se han hecho en Genética, en Biología y en Medicina, gracias al empleo de los métodos estadísticos. La nueva ciencia, Cibernética, construida por matemáticos y neuólogos, de tan trascendentes aplicaciones, utiliza la moderna teoría de procesos estocásticos y lo mismo ocurre con la teoría de la información y la comunicación, tan importante en el funcionamiento fiable de los satélites artificiales.

La economía y las ciencias sociales, en su estado actual, hacen uso extensivo de los métodos estadísticos y matemáticos, que han transformado a los economistas de historiadores filosófico-sociales en ingenieros.

La Agricultura, la Meteorología y otras ciencias resuelven sus problemas de previsión o pronóstico gracias a la Estadística.

En el campo clásico, los seguros con base estadística constituyen un importante servicio social y un éxito comercial. En Psicología y Pedagogía el análisis factorial trata de separar los factores diversos que intervienen en la inteligencia.

Citemos a título de curiosidad interesantes aplicaciones hechas por Yule y otros en las artes. Así, las estadísticas de longitudes de frases de ciertos literatos han permitido determinar la paternidad de algunas obras anónimas. La frecuencia de las pinceladas en los cuadros ha sido utilizada para clasificar ciertas pinturas de autenticidad dudosa. La proporción de terminaciones femeninas han permitido fechar las obras de Shakespeare, etc.

Entre las aplicaciones de la Estadística más recientemente cultivadas y desarrolladas destaca, por su importancia para la Economía y potencia de las naciones, la llamada Investigación Operativa, que puede considerarse ya como una ciencia aplicada por el interés de los problemas que aborda y la unificación reciente de sus métodos.

Estos trabajos comenzaron en forma sistemática en 1940, durante la histórica batalla de Inglaterra. El Estado Mayor inglés puso en las manos de un

equipo de seis hombres de ciencia lograr el aprovechamiento máximo del sistema de defensa británico. Este grupo, que comenzó con los problemas que planteaba la utilización óptima del radar, consiguió, sin modificar o aumentar los armamentos, duplicar la eficacia de la fuerza aérea inglesa y salvar a su país de la inminente invasión alemana.

Tras el éxito rotundo de este equipo de I. O. se estableció una serie de grupos de Investigación Operativa adscritos a diversas ramas de la actividad militar, que ocuparon a cerca de 400 hombres de ciencia procedentes de los más diversos campos de la investigación científica. Al terminar la guerra se comenzó a aplicar la Investigación Operativa al estudio de las actividades industriales, administrativas, gubernamentales y, en general, de organismos extensos y complejos en que existe la necesidad de suministrar a los altos dirigentes una base cuantitativa para tomar decisiones en los múltiples problemas que se les presentan.

En este orden de ideas y en relación con los métodos de enseñanza, es interesante señalar aquí el proyecto de trabajo presentado por el doctor Wall, de la Fundación Nacional de Investigación Pedagógica de Londres, al Coloquio de Royaumont. El doctor Wall observa que aunque las investigaciones sobre pedagogía de las matemáticas se han multiplicado en los últimos cincuenta años, se trata generalmente de estudios en pequeña escala, de los que es difícil obtener consecuencias generales de interés. Muchas de las conclusiones que se obtienen, dice el doctor Wall, vienen falseadas porque no tienen en cuenta más que uno o dos aspectos del problema, cuando los resultados de la enseñanza dependen de un complejo de variables interdependientes cuyo efecto conjunto difiere cualitativa y cuantitativamente de la acción de cada una de ellas aisladamente y de su suma.

Para remediar esta situación de ignorancia propone el doctor Wall una triple investigación operativa a largo plazo para conocer objetivamente los resultados de las reformas en curso y en proyecto y, más concretamente, introducir en un sistema escolar en condiciones rigurosamente controladas, métodos, procedimientos o materiales nuevos para evaluar cuidadosamente los efectos, tanto inmediatos como lejanos. Las conclusiones objetivas resultantes de tales investigaciones permitirían tomar decisiones de cambio de métodos antiguos a otros con un fundamento y lógica superiores a las que por desgracia ordinariamente se utilizan para hacer cambios de planes de enseñanza.

Vemos, pues, que si uno de los criterios para seleccionar materias que han de formar parte de los programas de enseñanza media es que tales disciplinas tengan un gran número de aplicaciones posibles, las nociones fundamentales de la Estadística deben, desde luego, figurar en los programas de la Enseñanza media.

Influencia sobre la educación general del hombre culto

El carácter de ciencia básica que tiene hoy la Estadística se debe tanto a los problemas importantes que resuelve como a la frecuencia con que algunos de sus más sencillos conceptos se encuentran en la vida diaria. Es una realidad que los medios más corrientemente utilizados por el hombre medio actual para adquirir información relativa al mundo exterior son la prensa, radio y televisión. Por tales vías recibe noticias y comentarios que le obligan a tener una idea clara, por ejemplo, de la relación entre el índice de coste de la vida y el valor adquisitivo de su salario o sueldo, de cuestiones económico-sociales relativas a producción, importación y exportación, balanza de pagos entre distintos países, estadísticas demográficas, sanitarias, etc.

Todas estas cuestiones, tan frecuentemente tratadas en los diarios y que son de indudable interés general, implican un conocimiento de algunas nociones estadísticas elementales: promedios, porcentajes, números índices, gráficos sencillos en forma de diagramas, histogramas, etc., si pretendemos que no suenen en los oídos del hombre medio como palabras vacías de sentido, y si, además, tratamos de evitar que en algún momento quieran sorprenderle utilizándolas con fines propagandísticos no siempre correctos.

Por esto mismo creemos que el alumno que termina la Enseñanza media (bachillerato o magisterio) debe ser capaz de comprender que una muestra adecuada de datos relativos a una población puede dar información sobre la población considerada, y esto con errores predecibles. Digamos de paso que es lamentable que ciertas encuestas, realizadas sin los requisitos estadísticos básicos por organismos con más deseos de propaganda o apetencias económicas que preocupación por la verdad estadística, pueden llevar al ciudadano culto a confusión. Ello se evitaría con una modesta, pero adecuada, preparación estadística en la enseñanza media.

He aquí algunos ejemplos de incorrecciones inconscientes o conscientes, a veces con fines de propaganda, que frecuentemente se cometen en la utilización de las ideas estadísticas más elementales.

a) A pesar de la sencillez de la idea de porcentaje, es frecuente encontrar noticias de prensa como ésta: Al aumentar la producción diaria de una fábrica en 2,5 por 100, el aumento semanal (seis días) resulta ser el 15 por 100.

b) La idea de promedio es también sencillísima y, sin embargo, resulta curioso observar cuán pocas personas dan la respuesta correcta a la siguiente cuestión: Si usted conduce un coche una distancia de 20 km. a una velocidad de 80 km. por hora y después otros 20 kilómetros a 90 por hora, ¿cuál es la velocidad media?

c) Se dice frecuentemente en la prensa que la

proporción de muertos de cáncer aumenta constantemente, pero para que tal afirmación tenga un sentido claro y no pueda interpretarse como un retroceso de la medicina en tal tratamiento, deben tenerse en cuenta, entre otros, los siguientes factores: 1.º El diagnóstico es actualmente más preciso, de modo que muchos casos que hace unos años se habrían atribuido a "causa desconocida" se incluyen actualmente en el concepto de cáncer. Asimismo la recopilación de datos estadísticos es hoy más completa que hace años. e incluso se practican en algunos países diagnósticos "post mortem" de fallecidos por "causa desconocida". Además, el progreso extraordinario en la curación de otras enfermedades y la higiene han dado como resultado una disminución en la mortalidad infantil, y por ser el cáncer una enfermedad principalmente de viejos no es raro que haya aumentado la correspondiente tasa de mortalidad.

d) La seguridad relativa de los viajes aéreos es un tema de gran actualidad y sobre el que se hace mucha propaganda periodística. Los que desean demostrar que el riesgo es muy pequeño, hacen estadísticas en que figura el número de accidentes por pasajero y kilómetro recorridos. En cambio, los que quieren exagerar el riesgo presentan las estadísticas de accidentes por pasajero y hora de vuelo. Tanto uno como otro punto de vista son excesivamente simplistas, ya que es muy diferente el riesgo de un vuelo según sea con o sin escalas, por encima del mar o no, etc.

e) La consideración abusiva del promedio sin tener en cuenta la dispersión, que fue en otros tiempos grave defecto de la Estadística, puede hacerse patente con el siguiente problema interesante para los automovilistas: es un hecho bien conocido que el consumo de gasolina por kilómetro depende de la velocidad del automóvil, disminuye al aumentar la velocidad hasta un mínimo y luego vuelve a aumentar con la velocidad. Si la velocidad de consumo mínimo es 70 km. por hora, el que un conductor haya tenido esta velocidad media durante un largo viaje no permitirá afirmar de modo alguno que habrá hecho el mínimo consumo de esencia.

f) Con una mezcla de malicia e ignorancia se ha dicho a veces que "la Estadística demuestra que si Pedro se come un pollo y Juan ninguno, esto equivale a que ambos coman medio pollo". La sencilla idea de dispersión sirve para dejar definitivamente a un lado a los que, por esta anécdota, consideran a la Estadística como una gran mentira.

g) Dice Bernard Shaw en una novela: "El uso del paraguas aumenta el perímetro torácico, prolonga la vida y confiere inmunidad para las enfermedades, pues se puede probar con estadísticas que las personas que usan paraguas son más gruesas y saludables y viven más tiempo que las otras". No hace falta gran perspicacia para comprender que la causa de esta diferencia no es el paraguas, sino la riqueza y alimentación de las personas que lo poseen.

Ya nadie toma en consideración a los que hablan de las mentiras de la Estadística. Incurren en erro-

res aquellos que aplican la Estadística sin conocerla suficientemente o los que carecen de un mínimo de sentido común o de conocimientos técnicos del problema práctico que tratan de resolver.

Todo esto pone de manifiesto un hecho importante: la Estadística no es un conocimiento demasiado especializado, sino que afecta a la actividad cotidiana de todo hombre culto. Y de ahí el interés de incluirla en la Enseñanza media y elemental.

Influencia sobre la educación científica

En la enseñanza media el modo de pensar cuantitativo se desarrolla especialmente mediante el estudio de las Matemáticas y las ciencias de la Naturaleza (Física, Química, Biología, etc.), en cuyo estudio sigue predominando la tendencia determinista de la mecánica de Newton. Mas esto va resultando claramente anticuado en vista de la evolución científica de la Ciencia Natural en los últimos cincuenta años.

El estudio de nuevos fenómenos físicos, cada vez más complejos, y de los fenómenos biológicos, sociales, etc., impuso la sustitución de tal punto de vista determinista por el probabilístico. Por ejemplo, al tratar de estudiar la evolución de una masa gaseosa no es posible, mediante las ecuaciones del movimiento de Newton, seguir las trayectorias individuales de los millones de moléculas que integran la masa, ni por otra parte, este estudio tendría interés. Lo que interesa es el conocimiento del fenómeno colectivo, lo cual se hizo, naturalmente, por métodos estadísticos, que condujeron a la teoría cinética de los gases. Después surgieron la termodinámica estadística y la mecánica cuántica.

Este paso de leyes físicas, basadas sobre la noción de causalidad a las teorías estadísticas, se debe, principalmente, a la influencia de la interpretación de Boltzman, de la segunda ley de la Termodinámica que puede considerarse como una ley esencialmente estadística.

Posteriores contribuciones, como el principio de incertidumbre de Heisenberg, han revolucionado las leyes de la Física clásica y han contribuido a construir el edificio sobre la concepción estadística de la Naturaleza. Como ha dicho Maxwell: la "verdadera lógica del Universo es el Cálculo de Probabilidades". Es interesante observar que los físicos han ido desarrollando sus métodos estadísticos con independencia de los de otros campos, y sus métodos han ido penetrando en muy diversos procesos y teorías, tales, como por ejemplo, el estudio de la radiactividad, la energía atómica y la radiación cósmica mediante los procesos estocásticos, en el comportamiento de las células fotoeléctricas, en la teoría de los metales, etc.

Las brillantes victorias conseguidas en la Física, y más tarde en la Biología, llevaron a los matemáticos a enfrentarse con un nuevo tipo de problemas conocidos genéricamente con el nombre de procesos de decisión.

En la vida corriente nos enfrentamos a cada paso con situaciones en que se nos presentan varios cur-

cos de acción posibles y, de la elección apropiada de uno de ellos o decisión acertada, depende el éxito posterior. Puede decirse que cualquier acción humana implica una elección y que el medio ambiente limita las posibilidades de variación; pero rara vez se reducen a uno los caminos posibles. Tales situaciones complejas tienen una importancia singular en el director de una Empresa, de un ejército o de una gran administración, cuyas decisiones pueden tener consecuencias trascendentales. Se trata, en definitiva, de partir de un conocimiento generalmente imperfecto del futuro y de una valoración de las consecuencias de los distintos actos posibles, para llegar a elegir un curso de acción particular. Puede decirse que la decisión será óptima si conduce a las consecuencias que consideramos como más deseables, de acuerdo con el sistema de valoración adoptado.

En los últimos veinticinco años matemáticos de primera fila, al lado de economistas, sociólogos e ingenieros han buscado trajes flexibles, hechos a medida, para los nuevos y complejos problemas del comportamiento humano individual y colectivo y la cosecha empieza a ser óptima.

Sus raíces científicas profundas se encuentran muy lejos del cálculo infinitesimal y las Matemáticas que manejaban los economistas del siglo XIX. Son la teoría de la probabilidad, la teoría de juegos de estrategia, el cálculo operacional, los espacios abstractos que representan un conjunto de ideas nuevas cuya fecundidad está lejos de agotarse.

No hay que olvidar que con los planes de desarrollo en proyecto estamos tratando de que España evolucione rápidamente hacia una industria moderna. Ello exige una adecuada formación matemática en extensos sectores de nuestra juventud. Pero como ha dicho el matemático inglés Hamersley: "Las matemáticas que se utilizan en las aplicaciones industriales son de un tipo distinto de las que se cultivan corrientemente en los círculos académicos. Lo fundamental es la construcción de nuevos modelos y el empleo de coputadores".

Todo esto apoya la introducción en la enseñanza media de esta nueva matemática de lo aleatorio si queremos tener una juventud capaz de apoyar nuestro desarrollo económico.

Influencia sobre la formación matemática de los alumnos.

Es indudable que la enseñanza media de matemática, la Física, la Biología, etc., deberá dejarse influenciar por estos progresos si no queremos que choquen violentamente tales enseñanzas con lo que después el hombre aprenderá en la vida.

En este período la matemática resulta antipática a muchísimos alumnos porque frecuentemente los profesores la presentan en forma descarnada, quizá con ejercicios, incluso demasiados, pero pocos reales sin gracia y sin contenido humano.

A veces el alumno supera al profesor como en cierta ocasión en que a un muchacho se le propuso el famoso problema de la regla de tres para calcular la cantidad de tapia que construirían cincuenta obre-

ros e hizo observar a su maestro que tantos obreros se estorbarían mutuamente.

No hay que olvidar que con la manera corriente de enseñar la matemática y con el contenido de los programas de enseñanza media, el alumno saca la impresión de que ha aprendido una gran pila de teoremas que no tienen ninguna aplicación a la práctica ni a otros estudios.

Según mi experiencia no llega al 0,01 por 100 el número de alumnos que al terminar la enseñanza media tiene una idea clara del papel de la matemática en el estudio de los fenómenos naturales y de las tres fases fundamentales de conceptualización o abstracción, de desarrollo lógico y de desconceptualización o traducción de los resultados abstractos a la realidad. Como dice nuestro llorado maestro Puig Adam de quien tanto tenemos todos que aprender "la ausencia de cultivos de estas fases supone un concepto restringido de actividad matemática que hay que evitar, pues no se remedia *a posteriori* con la adición circunstancial de los llamados problemas y ejercicios de aplicación. Se hace necesario prevenir el mal desde el origen mismo de la enseñanza de las Matemáticas, atacando el problema genético de la formación de las abstracciones y añadiendo el sentido posterior de readaptación suficiente de las abstracciones formadas a la realidad concreta". Y añado yo, si queremos que la matemática sea formativa en la enseñanza media no la hagamos como si estuviéramos preparando a los alumnos para esmuchar disertaciones de profesores de una Facultad de Ciencias Matemáticas. Pues bien, este aspecto de una formación matemática completa que evite que ésta se reduzca a la fase central operatoria reclama justamente la inclusión en la enseñanza del Cálculo de Probabilidades. Porque, en efecto, la exposición del Cálculo de Probabilidades suministra un gran número de modelos matemáticos de situaciones experimentales fácilmente realizables en una clase con sencillo material de urnas con bolas y es sumamente educativo ver también el ajuste de estos mismos modelos a las observaciones estadísticas de fenómenos reales de la Demografía, Física, Técnica, etc.

Desde el punto de vista matemático hay interés fundamental en introducir nociones de inferencia estadística para que el alumno aprenda a distinguir claramente la diferencia entre la estructura de las verdades de la matemática ligadas entre sí y deducidas unas de otras y de los axiomas por razonamientos lógicos y la manera de establecer las leyes de los fenómenos naturales mediante inducciones a partir de una muestra de un número finito de experimentos.

Cuando se habla del valor formativo de las Matemáticas se insiste mucho sobre el aspecto de su influencia en la formación de espíritus lógicos y desapasionados. Cuando se dice esto se piensa en la matemática como la ciencia deductiva por excelencia, en que el rigor exige que cada teorema resulte por una cadena de razonamientos lógicos de otros anteriores o de los axiomas de partida.

Pero conviene no olvidar que en el mundo complejo en que vivimos los razonamientos lógico deductivos forman una parcela relativamente pequeña.

El gran matemático Pólya ha escrito recientemente un libro de dos tomos "*Patterns of plausible Inference*", cuyo estudio debía ser obligatorio para todo profesor de enseñanza media. Separa Pólya en *razonamiento deductivo*, típico de la matemática y la Lógica, del *razonamiento plausible*, al cual pertenecen "la evidencia" inductiva del físico, la evidencia circunstancial del abogado, la evidencia documental del historiador y la evidencia estadística del economista".

De hecho, en la investigación, los matemáticos utilizan también los razonamientos plausibles y por ello son tan importantes en la enseñanza los métodos heurísticos. Justamente introduce Pólya en su libro una importante interpretación de la noción de probabilidad que permite precisar las reglas de los razonamientos *plausibles*. Es notable ver cómo un matemático de primera fuerza analiza el material de los razonamientos plausibles en Matemáticas, con el mismo espíritu de observación, con que un naturalista estudiaría las funciones fisiológicas de un ser vivo para "abrir la puerta que conduce a la inducción investigando inductivamente". Este ensayo cuyas repercusiones en la metodología de las Matemáticas son trascendentales, apoya de un modo decisivo la inclusión del Cálculo de Probabilidades en el plan de estudios de enseñanza media, justamente por su valor formativo en este campo amplísimo del razonamiento plausible.

Por otra parte, teorías de naturaleza abstracta como la combinatoria, el álgebra de conjuntos, el álgebra de Boole, encuentran una exposición más natural que justifica su explicación si se hace simultáneamente con la noción de probabilidad.

Análogas consideraciones podríamos hacer de la geometría analítica de la recta, que puede introducirse en forma más natural, agradable y útil al alumno presentándola como necesaria para la expresión

de las leyes físicas lineales y las correlaciones lineales en los fenómenos biológicos, sociales, etc.

Una objeción a la inclusión de la Estadística en los planes de estudio podría ser el que éstos ya se encuentran bastante recargados. A nuestro juicio la solución no está en crear una nueva asignatura con el nombre de Estadística, sino en hacer una distribución adecuada de materias en los programas de Matemáticas, teniendo en cuenta para romper la inercia de la tradición su importancia en el estado actual del desarrollo científico y social. Creemos que no hay duda para preferir las nociones básicas de la Estadística a multitud de teoremas, corolarios y escolios que abundan en los libros que suelen estudiar los escolares de Matemáticas. He aquí un botón de muestra de teoremas (que desgraciadamente recordamos haber estudiado a los doce años): Teorema. Si se resta de un número el cubo de las decenas de su raíz cúbica exacta o entera por defecto y se divide la diferencia por el triplo del cuadrado de dichas decenas, la parte entera del cociente es igual o mayor que la cifra de las unidades de la referida raíz. Demostración:

Escolio 1.º En la práctica se acostumbra, al dividir $N-(d.10)^3$ por $3(d.10)^2$, o sea, $3d^2.100$, suprimir los dos ceros del divisor y las dos últimas cifras de la derecha en el dividendo. Por tanto, es dividir las centenas de $N-(d.10)^3$ por $3d^2$.

¿Es que alguien puede sostener que los escolares de doce años se forman mejor y más completamente estudiando estos y análogos teoremas que adquiriendo y manejando nociones como las de promedio, dispersión, probabilidad, correlación lineal, etc?

Si pensamos que en las Normales se van a formar los maestros que han de enseñar Matemáticas a todos los niños españoles nos damos cuenta de que lo que decimos, que vale en general para la enseñanza media, cobra en este caso una especial importancia por la misión fundamental de iniciación de la infancia que han de cumplir los maestros que forméis.

Páginas selectas

COMO COMBATIR

LA FATIGA DE LOS ESCOLARES (I)

El fin del invierno es, tradicionalmente y para todos, el período de menor resistencia física, de mayor laxitud.

En el adulto, lo mismo que en el niño, las causas de esa laxitud son el frío, el sol insuficiente, una alimentación escasa en diversas vitaminas. A estos

factores se añaden, en el caso del niño, el absurdo de los horarios de invierno, que deberían haberse reducido, las salidas de casa casi de noche, el exceso de trabajo y la mala organización del mismo.

Los reumas, las gripes, las anginas (que han sido particularmente numerosas en este año), determinadas enfermedades causadas por virus son, además, fre-

(1) De «Le Monde», 14 febrero, 1963. Trad. de A. M.