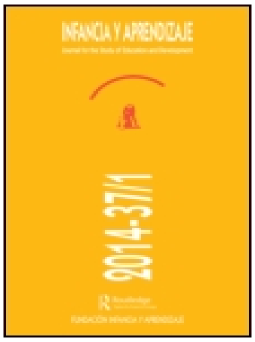


Infancia y Aprendizaje

Journal for the Study of Education and Development

ISSN: 0210-3702 (Print) 1578-4126 (Online) Journal homepage: https://tandfonline.com/loi/riya20

La evolución del pensamiento ordinal en los escolares de 3 a 6 años

Catalina Fernández & Alfonso Ortiz

La evolución del pensamiento ordinal en los escolares de 3 a 6 años

CATALINA FERNÁNDEZ Y ALFONSO ORTIZ

Universidad de Málaga

Resumen

En este artículo veremos que el origen del conteo en el niño está supeditado a relaciones lógicas-ordinales que se desarrollan en el proceso de construcción mental del número natural. Estas relaciones están implícitas en todas las construcciones matemáticas de la aritmética. Muchas de estas relaciones se han considerado en las investigaciones en psicología infantil sin la trascendencia que debieran, ya que, en las mismas, el aspecto cardinal del número natural se ha considerado como soporte del aspecto ordinal. El conteo se ha utilizado para obtener el cardinal de colecciones numerables y no para obtener el término de una serie o el lugar que ocupa un término en relación a otro; su uso ha estado tratado básicamente desde un punto de vista acumulativo. Para fundamentar las afirmaciones anteriores hemos considerado estudios epistemológicos y matemáticos y se han comparado con las investigaciones en Psicología, para posteriormente realizar una investigación empírica con 27 niños con edades comprendidas entre los tres y seis años para estudiar el uso ordinal del conteo.

Palabras clave: Ordinal, relaciones lógicas ordinales, número, contando, posición, secuencia numérica, secuenciando, enumeración, preescolar.

The evolution of logical-ordinal relationships in 3 to 6 year old school children

Abstract

In this paper we will see how the origins of counting in children are dependent on logical-ordinal relationships that develop in the process of mentally constructing natural numbers. These relationships are implicit in all mathematical constructions in arithmetic. Many of these relationships have been mentioned in various research projects carried out in the field of child psychology, but the transcendental importance of these relationships is often not taken into account and as a result the cardinal aspect of natural numbers has been considered as support to the ordinal aspect. Counting has been used to obtain the cardinal number of numerable collections, and not to obtain the term of a series or the place that a term holds in relation to another. The cardinal number of a collection has not been considered as the "last" number used in counting; counting has been used, basically, from an accumulative point of view. To support these statements, we have considered epistemological and mathematical studies and compared them to psychological research. Subsequently, we have carried out an empirical research project involving 27 children aged from three to six years old for the purpose of studying ordinal usage in counting.

Keywords: Ordinal, logical-ordinal relationships, number, counting, position, numerical sequence, sequencing, enumeration, preschool.

Correspondencia con los autores: Departamento de Didáctica de las Matemáticas, de las Ciencias Sociales y de las Ciencias Experimentales. Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Málaga. Campus de Teatinos s/n. 29071. Málaga. E.mail: cfernandez@uma.es - comas@uma.es

Introducción

Al igual que ha sucedido en epistemología, en matemáticas no se considera un único origen del número. Hay distintas construcciones matemáticas del número natural.

De acuerdo con Niddith (1987), el álgebra y la geometría experimentaron, entre 1825 y 1900, grandes cambios que dieron lugar, hacia 1900, a una visión general de la matemática completamente diferente de la que hasta entonces se había mantenido, influyendo decisivamente en un cambio de rumbo en el desarrollo de la lógica y la matemática que constituyen actualmente los fundamentos de la mayor parte del contenido de las ciencias exactas.

Para Mill (1917), los números son el resultado de inferencias inductivas y de generalizaciones empíricas. El hecho de identificar la cantidad *tres*, con independencia de la disposición espacial o constelación, es una verdad adquirida inductivamente sobre la que se funda la ciencia de los números.

Desde un planteamiento lógico, Frege (1972) afirma que las aserciones sobre números y sobre cosas son distintas por su carácter y su sentido, lo que implica que quien confunda el sentido de unas y otras es que no comprende lo que es la aritmética, sino que, lejos de ello, desconoce y falsea su verdadera significación. Su aportación fundamental es el concepto de "número cardinal", cuya más sencilla ejemplificación son los elementos de la serie 0, 1, 2, 3, …, considerando el número cardinal como una propiedad de una clase.

Simultáneamente a Frege, Cantor (1955) realiza una construcción a partir de la idea intuitiva de conjunto, que, al ser ésta última una idea general, es un proceso de lo general a lo particular y, por tanto, se trata de un proceso deductivo y no inductivo, como ha afirmado Mill. Hace uso de los números cardinales sin dar una definición, ya que sólo establece una relación de equivalencia entre conjuntos mediante biyecciones para determinar cuándo dos conjuntos tienen el mismo número cardinal. Sin dar una definición, establece cuándo el cardinal de un conjunto es menor que el de otro. Para ello basta con establecer una aplicación inyectiva del primero en el segundo. Así, elabora una aritmética cardinal y otra ordinal, integradas en lo que se denominó aritmética de conjuntos .

Según Cassirer (1979), entre los matemáticos hay discrepancias en cuanto a cuál deba ser, de estas dos últimas, la interpretación a la que se otorgue preferencia. La teoría cardinal parece imponerse por razón de que se presta a sobreponerse de un modo más claro que la ordinal a todas las consideraciones existentes en torno a los *orígenes psicológicos del número.* La clase se presenta así como lo anterior al número y forma la constante lógica de la que debe derivarse todo el contenido del concepto de número.

Ambas teorías entrañan la necesidad de una continuidad y una transición: la 'ordinal' tenía que demostrar de qué modo podía hacer frente al punto de vista de la pluralidad, de la cantidad en sentido estricto; la 'cardinal', por su parte, debía poner de manifiesto un principio con arreglo al cual pudieran enhebrarse en un orden fijo las cantidades definidas independientemente las unas de las otras. Ambas postulaciones cuentan con la autoría de destacados matemáticos: en los planteamientos ordinales podemos destacar a Hemhlotz, Kronecker, Dedekind y Peano; en los cardinales, a Cantor, Frege y Russell.

Russell (1982), en su crítica al modelo ordinal, generaliza el concepto de progresión considerando como progresión toda serie que verifique los cinco axiomas de Peano (1979). Cualquier progresión podría ser la base de la matemática pura. Por tanto, no tiene por qué ser útil para contar. Por el contrario, los números han de servir para contar objetos corrientes, o sea, determinar los cardinales de colecciones finitas.

En relación con el inductivismo aritmético, un concepto clave en Russell es el de 'propiedad hereditaria'. En la serie de los números naturales, diremos que una propiedad es hereditaria si al pertenecer a un número n, pertenece a todo número siguiente n+1. Una de estas propiedades en la secuencia numérica es la de tener un siguiente.

Teniendo en cuenta el concepto de propiedad hereditaria, enlazamos con el inductivismo numérico, ya que si consideramos 0 como el primer elemento de cualquier serie que verifique los cinco axiomas de Peano, según Russell:

1) Se llama inductiva a la propiedad hereditaria que pertenece al 0.

2) Una clase es inductiva cuando es una clase hereditaria a la cual pertenece el 0.

De este modo, en la serie de los números pares, 2 correspondería al 0 y la propiedad hereditaria sería "ser par" o bien "ser divisible por dos". En términos de Russell podemos decir que si un niño logra contar de dos en dos, es que *ha captado y aplica* al menos dos propiedades hereditarias: la de "siguiente" y la de "ser par", *afirmación que es fortuita ya que no hay evidencia empírica que demuestre que así sea.*

Hemholtz es representativo del convencionalismo epistemológico, concepción según la cual las leyes y teorías científicas son convenciones que dependen de elecciones libres entre varias opciones para describir los fenómenos. Tal como planteaba Hemholtz (1945), el número no sólo es medida de una magnitud (cardinal), sino también repetición o combinación (ordinal). El orden de los signos numéricos se puede considerar como una serie de signos arbitrarios con un orden tan convencional como el orden de las letras en las diversas lenguas. Se evita la idea de cardinal y la idea de unidad. Para los convencionalistas es básico el proceso de contar, ya que, a partir de la acción de contar, podemos definir las distintas operaciones aritméticas. Por ejemplo, para realizar la suma a+b es suficiente contar b a partir de a, o recorrer b términos de la secuencia numérica a partir de a. Esta tesis es amplificativa, ya que, según ella, el origen del número no sólo es la cantidad, sino, también, la repetición o la combinación. En consecuencia, la repetición y la acción de contar están en intima relación.

Con respecto a la construcción del número natural, en psicología nos encontramos con dos paradigmas fundamentales: el *constructivismo genético* y las teorías del *procesamiento de la información*.

Desde la epistemología genética, el número se considera como una síntesis de estructuras lógicas elementales cuales son la 'clasificación' y la 'seriación'. Las correspondencias como instrumentos de construcción de conocimientos juegan un papel elaborador tanto en la conservación de las cantidades como en la construcción de los aspectos cardinales y ordinales del número natural.

Según Piaget (1979), tanto en el caso de reducir los cardinales a las clases lógicas, tal como plantea Russell, como en el caso de considerar la axiomática inductiva de Peano, el razonamiento por recurrencia se convierte en la expresión de la construcción de los enteros finitos.

La recurrencia y la construcción ordinal del número natural han de estar implícitas en la acción de contar. Esta acción se puede considerar como un proceso mental que posibilita computar el cardinal de una colección y, a la vez, la posterior adquisición de las estrategias de cálculo aritmético.

Las investigaciones realizadas en psicología han demostrado que los niños manejan la secuencia numérica desde muy temprano (Brannon 2002; Fuson, 1988; Gelman y Gallistel, 1978) , pero es posible que sólo sepan que la secuencia de conteo se compone de números (o numerales) y que éstos han de repetirse siempre en el mismo orden (Baroody, 1988), sin que por ello se infiera una cierta comprensión conceptual como, por ejemplo, que el orden de emisión de los términos de la secuencia se mantiene constante a lo largo de sucesivas aplicaciones de la misma, o que cada elemento de la lista es único, es decir, aparece una y sólo una vez a lo largo de la emisión de la secuencia (Fuson, 1988).

Fuson, Richards y Briars (1982) realizaron un estudio longitudinal transversal que les llevó a distinguir dos fases en el proceso constructivo de la secuencia numérica por parte de niños de dos a ocho años. Una primera fase de 'adquisición' y una segunda de 'elaboración'. En la fase de elaboración distinguen cinco niveles: nivel cuerda, nivel cuerda irrompible, nivel cadena fragmentable, nivel cadena numerable y el nivel cadena bidireccional.

En relación con el convencionalismo epistemológico, y por tanto desde una perspectiva ordinal del número natural, nos encontramos con autores que, en sus investigaciones, consideran las postulaciones de Hemholtz: principio de orden estable, principio biunivocidad, etc. Están los que defienden que vale cualquier lista (Gelman y Gallistel, 1978; Saxe, 1979; Wagner y Walters, 1982) y los que defienden que la secuencia de numerales es insustituible (Fuson 1988; Song y Ginsburg, 1988).

Otra cuestión investigada y sobre la que no hay consenso es la referente al aprendizaje memorístico o no de la secuencia numérica. Autores ya citados, como son Song y Ginsburg (1988), Fuson y Hall (1983) o Ginsburg (1982), defienden el aprendizaje memorístico de los diez primeros términos. Por otra parte, para Gelman y Gallistel (1978), Wagner y Walters (1982), Brannon (2002) o Sarnecka y Gelman (2004), no puede haber un aprendizaje memorístico sin una comprensión previa o, por lo menos, sin la adquisición de principios básicos como el principio de orden estable.

Todas las características de las investigaciones anteriormente expuestas se dirigen a estudiar la adquisición y conceptualización de la secuencia numérica por parte del niño pequeño. De otra parte, resulta que la habilidad de contar no tiene una meta en sí misma, sino que se trata de un comportamiento instrumental, esto es, de una estrategia extraordinariamente potente en el desarrollo matemático del niño. En tal sentido, se ha investigado la capacidad de los niños para resolver problemas en los que el conteo se usa como procedimiento (Cowan, 1987; Fuson y Hall, 1983; Geary, Hoard, Byrd-Craven y DeSoto 2004; Sophian, 1988).

En esta línea de trabajo hemos de destacar las investigaciones que se detienen a observar cómo el niño utiliza la secuencia numérica para determinar el cardinal de una colección o conjunto: Gelman y Gallistel (1978) establecen el principio de cardinalidad; Klarhr y Wallace (1973) estudian el conteo como "operador cuantificador" y Schaeffer, Eggleston y Scott (1974) determinan cuatro estadios diferenciados hasta que el niño logra el uso funcional del conteo para calcular el cardinal de un conjunto con menos de 10 elementos.

Según Fernández (2001), las investigaciones en las teorías procesuales tratan en profundidad el aspecto cardinal del número natural en detrimento del aspecto ordinal. La mayoría de los trabajos encontrados en la literatura con relación al carácter funcional del conteo en cuanto a la "ordinalidad" llevan como soporte mental la "cardinalidad", se estudian comparaciones ordinales cuantitativas; cada número de la secuencia representa *a priori* el cardinal de un conjunto para después realizar la comparación entre los términos; por consiguiente, dicha comparación se da entre magnitudes, y no en cuanto a posición en la secuencia numérica.

Esta visión se enmarca dentro de la construcción lógica de Russell: el número natural se define a través de cardinales finitos y posteriormente se definen las relaciones de orden.

En esta línea se sitúan los trabajos de Bermejo y Lago (1991), para estudiar el *carácter funcional* del conteo en las tareas de orden. Parece ser, según estos autores, que ésta es una forma útil de evitar el conocimiento puramente memorístico de la secuencia de numerales. Sostienen la idea de que si en una tarea no interviene la cardinalidad, los niños no son capaces de establecer comparaciones ordinales entre los numerales ya que éstas adquieren la forma "más/después" y "menos/antes" donde el cardinal y el ordinal aparecen, de nuevo, interrelacionados por una relación isomórfica *sui géneris*. En consecuencia, parecen habituales las tareas en las que se adopta la forma en la que se comparan dos numerales que representan dos números cardinales obtenidos previo conteo, se tratan de las habituales tareas de comparación de magnitudes (Ashcraft, 1982; Bermejo y Lago, 1991; Cowan 1987; Fuson y Hall, 1983; Russac, 1983; Sophian, 1988).

Desde las teorías del procesamiento de la información, y, en concreto, desde el modelo de integración de habilidades, el punto de partida del aprendizaje del número es la acción de 'contar'. El conteo es una estrategia de cuantificación aritmética que se encuentra vinculada a la construcción del concepto de número (Serrano y Denia, 1987), pero no es suficiente para la conceptualización del número desde un punto de vista matemático. Por ello, se hace necesario el estudio de las relaciones lógicas ordinales de la secuencia numérica y su evolución en los niños.

Entre las preguntas que nos podemos hacer está la siguiente: "¿Hasta qué punto las construcciones matemáticas del número natural y las construcciones investigadas en psicología se aproximan?" Desde un punto de vista formal y lógico, cualquier sistema de axiomas que cumpla las condiciones de completitud e independencia es punto de partida para una construcción formal del número natural. Una cuestión que urge revisar es si las postulaciones en las que se basan las aserciones psicológicas posibilitan o no una construcción formal del número natural: ¿los procesos de la reelaboración de las propiedades aritméticas en una matemática formal están o no en relación con los procesos de cuantificación del ser humano? Esta cuestión es de vital importancia para comprender los procesos de enseñanza-aprendizaje en los escolares, ya que nos puede llevar a considerar la relevancia de los resultados de la investigación psicológica para elaborar un currículum adecuado al sujeto que aprende.

Tal y como hemos expuesto en los párrafos anteriores, desde una perspectiva matemática las investigaciones psicológicas en torno a la construcción de la secuencia numérica y las competencias sobre la misma por parte del niño tienen como referencia fundamental los modelos cardinales del número natural, supeditando a los mismos las construcciones ordinales. En las ciencias exactas existen construcciones formales del conjunto de los números naturales basadas exclusivamente en nociones primitivas ordinales que, con independencia de las cardinales, justifican toda la aritmética (por ejemplo, la axiomática de Peano).

Con nuestro trabajo, nos adentramos en la 'visión ordinal' del número natural para estudiar si el escolar integra en la acción de contar los aspectos ordinales de la secuencia numérica, considerando la secuencia numérica como un constructo cuantificador de colecciones y base del desarrollo de posteriores estrategias de cálculo aritmético.

Los aspectos ordinales de la secuencia numérica son regularidades, y relaciones recurrentes y secuenciales. Si el escolar integra dichos aspectos, podemos decir que el dominio de la secuencia numérica es significativo desde el punto de vista de los modelos matemáticos ordinales.

Con el fin de comprobar empíricamente la anterior afirmación, consideraremos la secuencia numérica como un tipo de serie que puede generarse a partir de relaciones lógicas ordinales. Estas definiciones están dadas a partir de la construcción que Russell hace de las relaciones de orden, quien, a su vez, se basa en las relaciones asimétricas biunívocas definidas por Bolzano (1851), que conlleva como concepto primario lo que él denomina "*inmediato posterior al lado de*" e "*inmediato anterior al lado de*".

Hay otra alternativa al método anterior, como el dado por Vivanti en Russell (1982), que se caracteriza por las relaciones "*los siguientes a un término*" y "*los anteriores a un término*", que se consideran como *conceptos primarios*, para que, a partir de ellos, se puedan definir el *siguiente inmediato* y el *anterior inmediato.*

En consecuencia, con respecto a los dos métodos de generación de la serie de los números naturales señalados, podemos puntualizar lo siguiente:

El primero relaciona cada término con uno y sólo uno de la misma serie; por eso, la relación es biunívoca.

El segundo pone en relación cada uno de los términos con todos los demás; la relación es transitiva.

En cualquier construcción del número natural, tanto cardinal como ordinal, juega un papel muy importante la relación de orden definida en el sistema, se trata de una *buena ordenación y un orden completo o total*, y esto conlleva varias cosas: existencia de primer elemento, existencia de elementos consecutivos y algo muy importante que se desprende del orden total: que dos elementos cualesquiera son comparables. Éstas son las razones por las que debemos hacer intervenir relaciones asimétricas consideradas como biunívocas para la existencia de "siguiente inmediato" y, con ello, los términos consecutivos, y también relaciones transitivas para tener garantizadas las conexiones entre los términos y, con ello, el orden total.

Siempre es posible encontrar un contexto ordinal adecuado para explorar con niños de temprana edad la secuencia numérica y las relaciones ordinales. Hemos de buscar situaciones que nos posibiliten observar un uso ordinal de la acción de contar por parte de los niños para poder demostrar que, *paralelamente* a una construcción cardinal, hay una construcción ordinal del número natural. Al igual que las investigaciones expuestas han hecho un uso cardinal de la acción de contar y han observado relaciones ordinales, nosotros hemos invertido los supuestos y hemos conseguido realizar una investigación que parte de un uso ordinal de la secuencia numérica. Para ello hemos considerado un *uso funcional de la secuencia numérica,* pero en un contexto ordinal y no cardinal como, por ejemplo, los trabajos de Bermejo y Lago (1991).

Si proponemos al niño tareas en las que tenga que determinar, a través de la secuencia numérica, una posición ordinal de un elemento en un conjunto contable, estaremos evaluando sólo y exclusivamente las competencias ordinales del sistema a través de su uso. Estas tareas son relevantes para nuestro estudio frente a otras en las que el recitado de la secuencia numérica puede ser memorístico, ya que, si ponemos al niño, simplemente, a contar objetos, nos resultará difícil evaluar si establece o no relaciones lógicas entre sus términos; o bien, si proponemos las habituales tareas de comparación de magnitudes, estaremos evaluando el 'isomorfismo' entre la cardinalidad y la ordinalidad (*i.e.* "a es mayor que b si y solo si a es posterior a b"; y "a es menor que b si y solo si a es anterior a b") y nos alejaríamos de nuestro objetivo, que no es otro que la comparación de dos términos cualesquiera de la secuencia a través de la posición ordinal que ocupan en ésta.

Este tipo de tareas del uso funcional ordinal de la secuencia numérica supone:

La aplicación práctica a través de la acción de contar de las propiedades internas del sistema; i.e. términos de la secuencia numérica y operaciones lógicas ordinales entre ellos.
Se pasa de un recitado memorístico de la secuencia numérica al valor funcional de la misma en la resolución de problemas ordinales.

El valor funcional ordinal de la secuencia numérica se manifiesta cuando, con la acción de contar, los niños tienen que resolver problemas de ordenación.

Con la investigación realizada, objeto de este artículo, hemos estudiado la evolución de las relaciones lógicas-ordinales en un grupo reducido de niños seleccionados al azar. Hemos considerado una relación ordinal como es la alternancia, que en aritmética es un soporte ordinal del concepto de par e impar.

Para evaluar el alcance de los resultados obtenidos, conviene exponer antes unas precisiones de naturaleza metodológica. Hemos utilizado entrevistas semiestructuradas (Bisquerra, 1989; Ortiz, 2001) para recoger la información de un modo organizado. Estas entrevistas conllevan unas preguntas claves que han de responder todos los entrevistados. Todas las entrevistas han sido grabadas en audio y video.

El objetivo de las entrevistas consiste observar cómo se manifiestan los niños ante la relación lógico-ordinal de "siguiente inmediato" entre términos consecutivos de la secuencia numérica mediante la comparación que se presenta entre ellos a través de la relación establecida por una correspondencia serial dada, correspondencia que debe establecer el niño entre una serie con un criterio de alternancia simple y la serie de la secuencia numérica.

Nuestra hipótesis de partida objeto de confirmación es que las tareas soporte de la entrevista posibilitan, de acuerdo con las respuestas obtenidas, establecer un escalograma (escalabilidad de respuestas, Molenaar, 1997) para organizar a los individuos en niveles diferenciados desde un punto de vista evolutivo. Aclarar que un número de tareas están ordenadas en escala si todo individuo que responde correctamente a una de ellas, ha respondido correctamente todas las que le preceden. En cuanto se equivoca en una tarea o no responde, ya no tiene éxito en ninguna de las tareas que le siguen. Los sujetos se organizan de acuerdo con el número de respuestas acertadas y el tipo de respuestas.

Método

Para estudiar la evolución de las relaciones lógicas-ordinales, se realiza un estudio empírico de carácter cualitativo basado en la observación de los comportamientos individuales, de un grupo reducido de niños seleccionados al azar, ante situaciones ordinales. En la observación de los comportamientos individuales es necesario diseñar una prueba, sobre la base de un material concreto que presenten las características lógico-matemáticas que queremos que los escolares manifiesten, mediante una conversación mantenida entre experimentadora y niño.

Teniendo como soporte concreto una escalera, un osito, trocitos de pan y un paño, la prueba y el protocolo general de la entrevista es el siguiente: a) Aplicar una alternancia a los elementos de una serie dada, b) Contar los elementos de la serie y c) Realizar la correspondencia serial entre la alternancia y la secuencia numérica. La serie en cuestión es una escalera con 10 peldaños, la alternancia es colocar pan en un escalón sí y en otro no, y la correspondencia serial referida es: *1-sí, 2-no, 3-sí, 4-no, 5-sí, 6-no, 7-sí, 8-no, 9-sí, 10-no.*

Cada tarea tiene una finalidad determinada para obtener un tipo concreto de información. En el transcurso de la entrevista se provoca, intencionadamente, la interacción constante entre el entrevistador y el entrevistado, dependiendo el desarrollo de la misma, de las respuestas de cada sujeto.

Veamos, a continuación, algunas consideraciones generales sobre las tres tareas, la información que se pretende obtener con cada una de ellas y la justificación de las mismas desde el punto de vista de las relaciones lógicas-ordinales.

1. Alternancia. Al niño se le muestra la escalera y debe realizar y describir una alternancia (colocar pan en un escalón sí y en otro no). Al alumno se le muestra dos peldaños consecutivos, sin percibir la alternancia, y sabiendo lo que ocurre en el primero de ellos debe anticipar lo que sucederá en el siguiente inmediato. El procedimiento se repite con peldaños distintos. También se pide la comparación de dos peldaños cualesquiera.

Se pretende obtener información sobre los conocimientos y competencias del alumno ante la necesidad de establecer relaciones lógicas-ordinales no numéricas.

2. Contar. El niño debe contar los escalones, determinar una posición ordinal cualquiera mediante el número correspondiente y determinar una posición ordinal a partir de otra dada como dato. Se pretende recoger información acerca de hasta qué punto el recitado correcto de la secuencia numérica es condición suficiente para que el niño sea capaz de establecer las relaciones lógicas ordinales necesarias para resolver un problema ordinal.

3. Secuencia numérica/Alternancia. El niño debe realizar la correspondencia serial entre la secuencia numérica y la alternancia, describirla y determinar para cada posición las características definidas por la correspondencia serial. También debe anticipar qué ocurrirá en un escalón conociendo lo que ocurre en otro dado como dato, pero en este caso el dato que se da es numérico y el niño debe responder igualmente con una posición numérica de la secuencia describiéndola mediante la alternancia.

La información se refiere aquí a la capacidad de los alumnos de establecer la relación lógica de siguiente inmediato entre dos elementos consecutivos de la escalera mediante la comparación que se presenta entre ellos a través de la relación establecida por la correspondencia serial dada.

Participantes

La muestra utilizada estaba compuesta por 27 niños (13 niñas y 14 niños), seleccionados mediante un proceso aleatorio simple, entre los cursos de segundo ciclo de Educación Infantil del Colegio Público "Juan Martín Pinzón" de la ciudad de Ronda. Este centro se encuentra ubicado en un entorno socio-económico de tipo medio.

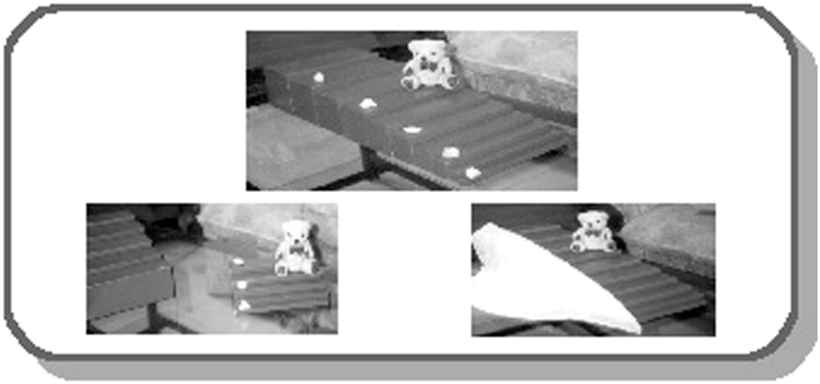
De los 27 niños, ocho eran de tres años, ocho de cuatro y once de cinco. En el grupo de los de tres, el rango de edad era de tres años y un mes a tres años y once meses, con una media de tres años y cuatro meses; en la clase de "Infantil 4 Años", el rango oscila entre cuatro años y cuatro años y once meses, con una media de cuatro años y tres meses; y en "Infantil 5 Años", va desde cinco años a cinco años y once meses, con una media de cinco años y cuatro meses.

Procedimiento y material

Material. Una escalera desmontable con 10 peldaños. Cada uno de ellos tiene unos 25 centímetros de largo, el primero tiene un centímetro de ancho por uno de alto, siendo estas dimensiones para el segundo de 2x2, para el tercero 3x3 y así sucesivamente hasta el décimo. Además de la escalera, contamos con un osito de peluche de unos 6 centímetros de alto, al que se le puede doblar las piernas y sentarse en cualquier peldaño; trocitos de pan para colocarlos según un criterio ordinal en orden ascendente, y un paño de tela para ocultar la parte de la escalera en la que está colocado el pan.

Presentación del material y desarrollo de las entrevistas. Como ya hemos indicado, la prueba consta de tres tareas bien diferenciadas: 1) Aplicar una alternancia a los elementos de la serie que determina los escalones; 2) Contar los elementos de la serie, y 3) Realizar la correspondencia serial entre la alternancia y la secuencia numérica. Todas las tareas se han intercalado en la entrevista individual, de

FIGURA 1
Material presentado en las tareas ordinales



manera que cada una de ellas puede aparecer en distintas partes de la misma según se vaya desarrollando con cada niño.

En 4 años se realizan, en primer lugar, las tareas con 5 peldaños y después se pasa a 10; para 5 años lo hacemos desde el principio con 10, y para 3 años empezamos con 5 y, si la situación lo requiere, continuamos con 10. Podemos añadir que la entrevista es semiestructurada, con preguntas abiertas y múltiples, en función a como se vaya desarrollando.

En cuanto a los aspectos protocolarios de la entrevista, debemos indicar que se inicia siempre con esta frase por parte de la investigadora: "Tú te llamas *Tal* y el osito *Saltarín*, tiene K años, los mismos que tú (K igual a la edad del niño); el osito va subiendo por esta escalera que le lleva a su casa", y se termina con esta otra: "A Saltarín le ha gustado jugar contigo y ahora tiene que despedirse. ¡Hasta pronto, amiguito!"

El desarrollo de cada una de las tareas consta de tres fases, que son las que describen a continuación:

–Tarea 1. Alternancia: A. *Fase 1A:* La investigadora explica que el osito come pan en un escalón sí y en otro no. El niño debe colocarlo en el escalón correspondiente, con lo cual el niño debe confeccionar por sí mismo la serie y tomar conciencia del principio de esa "ordenación"; se trataría de un proceso sintético y constructivo. *Fase 2A:* Una vez realizada la correspondencia serial, la investigadora insiste sobre el proceso con miras a que el niño describa la correspondencia en cuestión, para lo cual se oculta el pan y se invita al niño a que describa la correspondencia en esta nueva situación; con ello, manifestaría una representación mental de la alternancia y su criterio. Además, el hecho de ocultar el pan tendría otra función: se trataría de poner al alcance del niño un sistema de autocorrección. *Fase 3A:* La investigadora señala una posición ordinal y pregunta sobre lo que ahí ocurre: "El osito está sentado en este escalón, ¿come ahí?" Sabiendo lo que ocurre en una posición ordinal determinada, pregunta sobre lo que ocurrirá en el siguiente inmediato: "Si el osito está sentado aquí y sí come, ¿qué ocurre en este otro?" y señala el siguiente inmediato; con ello pasamos de lo global a lo particular.

–Tarea 2. Contar: C. *Fase 1C:* La investigadora le dice al niño que al osito le gusta mucho contar; por eso, cuando sube la escalera, siempre cuenta los peldaños. El niño debe contarlos. *Fase 2C:* Una vez contados, la investigadora coloca al osito en uno determinado y el niño tiene que determinar el número que le corresponde (número correspondiente en la correspondencia serial que se establece cuando se cuentan los peldaños). *Fase 3C:* Sabiendo el número correspondiente al peldaño en que está sentado el osito, se pregunta por el siguiente inmediato, cualquier siguiente, anterior inmediato o cualquier anterior.

–Tarea 3. Secuencia Numérica/Alternancia: S/A. *Fase 1S/A:* La investigadora relata que al osito le gusta mucho contar y también comer pan, e inventa un juego: cuando sube la escalera, cuenta siempre los escalones y dice si come o no come de la siguiente manera: "en el 1 sí como, en el 2 no como,…" y pide al niño que continúe. Aparecería un razonamiento inductivo con la secuencia a partir de dos términos. Una vez realizada la correspondencia serial, insiste para que la describa ocultado el pan; el niño debe describir la correspondencia en esta nueva situación en la que la alternancia se deja de percibir. *Fase 2S/A:* La investigadora señala una posición ordinal y pregunta sobre lo que ocurre ahí. El niño tiene que determinar el número correspondiente al peldaño y si come o no come: "El osito está sentado en este escalón, ¿qué número es? ¿Come ahí?" *Fase 3S/A:* Sabiendo el número correspondiente al peldaño en que está sentado el osito y si come o no come en dicho número, la investigadora puede preguntar por el siguiente inmediato, cualquier siguiente, anterior inmediato o cualquier anterior: "el osito está sentado en este escalón, que es el número *a,* y sabemos que aquí sí come. ¿Qué ocurre en *b*?"

Análisis de datos

Los datos que se obtienen son de naturaleza cualitativa, estando contenidos en expresiones verbales. Para agrupar las respuestas orales del estudio, nos hemos basado en un proceso de codificación y clasificación de respuestas en cada una de las tres tareas presentadas, atendiendo a tres parámetros claros que se dan en cada una de ellas:

- Construcción del instrumento secuencial,
- Uso del instrumento construido para localizar posiciones ordinales,
- Uso del instrumento para localizar posiciones lógicas ordinales, esto es, posiciones ordinales que se determinan a partir de un dato.

El procedimiento para llevar a cabo el análisis cualitativo en cada una de las tareas queda sistematizado en los siguientes puntos: 1. Categorización y codificación de respuestas, 2. Escalabilidad de respuestas, y 3. Determinación de niveles.

1. Categorización y codificación de respuestas. Para cada una de las tareas propuestas se ha realizado, a su vez, una categorización en tres bloques: **1K**: Construcción del instrumento secuencial. **2K**: Determinación de una posición ordinal con el instrumento construido en 1K. **3K**: Determinación de una posición lógica ordinal con el instrumento construido. **K** toma, sucesivamente, los valores **A**, **C** y **S/A**.

Para cada uno de los bloques de cada tarea se ha realizado una clasificación de respuestas que hemos codificado de esta forma: **iK0**: No entienden nada. **iK1**: Responden al azar. **iK2**: Dan la respuesta correcta mediante ensayo y error. **iK3**: Dan la respuesta correcta y la justifican mediante relaciones lógicas ordinales. Con **i** variando de 0 a 3.

Las respuestas de los niños a las diversas tareas son codificadas y categorizadas según las distintas tablas: tabla II; tabla III y tabla IV, que podemos ver a continuación:

A modo de síntesis, las codificaciones aparecidas en las distintas tablas se recogen en la Tabla V.

Según la codificación de respuestas, observamos que en cualquier categoría **iKs** con **i** variando de 1 a 3 y **s** variando de 0 a 3, tenemos que fijando **i**, las res-

TABLA I
Bloques que organizan cada una de las tareas

Alternancia. A	**Contar. C**	**Secuencia numérica/alternancia. S/A**
1A. Realización de la alternancia	**1C**. Contar los escalones	**1S/A**. Realización y descripción de la correspondencia serial
2A. Descripción de la alternancia	**2C**. Número ordinal de un escalón determinado.	**2S/A**. Descripción de una posición ordinal usando como instrumento la correspondencia serial
3A. Describir una posición ordinal mediante la alternancia. Teniendo en cuenta una posición dada como dato, describir otra	**3C**. Se da un número como dato y el niño debe determinar el número de otra posición ordinal	**3S/A.** Se da una posición ordinal como dato, el niño debe determinar otra mediante la correspondencia serial

TABLA II
Codificación y categorización de respuestas de la Alternancia

1A	1A0	No sabe o no contesta	
	1A1	Estado de duda en la alternancia con 5 escalones. Al azar con 10.	
	1A2	Realiza de primera instancia la alternancia con 5 escalones, se equivoca con 10, lo consigue, estado de duda.	
	1A3	Entiende de primera instancia el criterio y realiza la alternancia con 5 y 10 escalones	
2A	2A0	No sabe o no contesta	
	2A1	Al azar	
	2A2	Describe la alternancia pero sin usar la secuencia numérica	
	2A3	Describe la alternancia cuando deja de percibirla e introduce la secuencia numérica, por propia iniciativa, para explicarla	
3A	3A0	No sabe o no contesta	
	3A1	Al azar	
	3A2	3A21	Duda y cambia el criterio a lo largo de la entrevista
		3A22	Da la respuesta correcta a preguntas relativas al siguiente inmediato pero falla en cuestiones sobre cualquier siguiente
		3A23	Da la respuesta correcta pero sin justificación
	3A3	Contesta y da indicios de conocer el criterio, anticipa y/o usa la secuencia numérica.	

puestas más evolucionadas son cuando **s=3** y las menos se dan cuando **s=0**, y así, en la escala de 0 a 3, podemos medir de la menos a la más evolucionada según el orden natural.

TABLA III
Codificación y categorización de respuestas de la tarea de Contar

1C	1C0	No sabe o no contesta	
	1C1	El orden estable y convencional llega a 4 ó menos de 4, algunos errores en la correspondencia uno a uno	
	1C2	Comete algunos errores previos al conteo	
	1C3	Contar correctamente	
2C	2C0	No sabe o no contesta	
	2C1	Al azar	
	2C2	2C21	Da la respuesta correcta cambiando el criterio a lo largo de la entrevista.
		2C22	Da la respuesta correcta pero sin justificación
	2C3	2C31	Da la respuesta correcta y la justifica de manera espontánea a través del conteo.
		2C32	Da la respuesta correcta y la justifica de manera espontánea usando siguiente inmediato ó alguna relación lógica ordinal.
3C	3C0	No sabe o no contesta	
	3C1	Al azar	
	3C2	3C21	Da la respuesta correcta cambiando el criterio a lo largo de la entrevista.
		3C22	Da la respuesta correcta pero sin justificación
	3C3	3C31	Da la respuesta correcta y la justifica usando alguna relación lógica ordinal. No tiene en cuenta el dato.
		3C32	Da la respuesta correcta y justificarla usando alguna relación lógica ordinal. Tiene en cuenta el dato

Finalizamos este apartado indicando la codificación y categorización de respuestas de tres niños entrevistados, uno de cada año:

Nu. (3,11)

1A3, 2A3, 3A3 –N. Es en uno sí y en otro no. –E. ¿Qué ocurre en éste? (Señala 7). –N. En este sí (señala 1), en este no (señala 2), en este sí (señala 3), en este no (señala 4), en este sí (señala 5), en este no (señala 6) y en este sí (señala 7), ¡Sí hay!

1C3, 2C32, 3C32. –E. ¿Este es el …? (señala 7). –N. El 7 (cuenta en voz baja desde uno). –E. Sentamos al osito en el 7 ¿cuál es el 8? –N. Este (señala 8). –E. ¿Por qué? –N. Porque se contar y después del 7 viene el 8.

1S/A3, 2S/A3, 3S/A31 –E. Es en el 1-sí, 2-no,…. –N. En el 3-sí (señala 3), en el 4-no (señala 4), en el 5-sí, en el …(cuenta en voz bajia 1, 2, 3, 4, 5, 6, mientras señala 6) 6-no,…(repite el proceso hasta 10). –E. El osito está en el 7 y sí hay, ¿hay en el 8?, ¿cuál es el 8? –N. Este (señala 8) porque después del 7 viene el 8. –E. ¿come? –N. No.

Pat. (4,6)

1A2, 2A2, 3A21 –E. Si ponemos aquí al osito (en el 6), ¿come? –P. No come porque me acuerdo (toca por encima del trapo). –E. El osito está aquí (en el 6)

TABLA IV
Codificación y categorización de respuestas de la tarea de correspondencia serial

	1S/A0	No sabe o no contesta	
	1S/A1	Al azar	
1S/A	1S/A2	1S/A21	Tiene dudas y equivocaciones, no llega a realizar la correspondencia serial
		1S/A22	Llega a realizar la correspondencia serial Secuencia Numérica /Alternancia con dudas y equivocaciones.
	1S/A3	Entiende de primera instancia el criterio y realiza correctamente la correspondencia serial. Aparece un razonamiento inductivo con la secuencia numérica a partir de dos términos.	
	2S/A0	No sabe o no contest	
	2S/A1	Al azar	
2S/A	2S/A2	2S/A21	Da la respuesta correcta cambiando el criterio a lo largo de la entrevista. No usa la correspondencia serial.
		2S/A22	Da la respuesta correcta sin justificación
	2S/A3	Da la respuesta correcta y la justifica usando una relación lógica ordinal de la secuencia numérica.	
	3S/A0	No sabe o no contesta	
	3S/A1	Al azar	
3S/A	3S/A2	3S/A21	Da la respuesta correcta cambiando el criterio a lo largo de la entrevista
		3S/A22	Da la respuesta correcta pero sin justificación
	3S/A3	3S/A31	Da la respuesta correcta y la justifica usando alguna relación lógica ordinal. No tiene en cuenta el dato.
		3S/A32	Da la respuesta correcta y la justifica usando alguna relación lógica ordinal. Tiene en cuenta el dato.

y no come, ¿come en éste? (señala 7). –P. No come porque me acuerdo. –E. Pero sabemos que aquí no come (señala 6), ¿come en éste? (señala 7). –P. Sí come porque me acuerdo (levanta el trapo para comprobarlo)

1C3, 2C31, 3C31 –E. Colocamos a Saltarín en éste escalón (en el 6), ¿cuál es? –P. El 5. –E. ¿Cómo sabes que ese es el 5? –P. No me acuerdo. –E. Si piensas seguro que me lo puedes decir. –P. Entonces hay que contarlo, 1 (señala 1), 2 (señala2), 3 (señala 3), 4 (señala 4), 5 (señala 5), 6 (señala 6), es el 6. –E. El osito está en el 6, ¿cuál es el 7? –P. Éste (señala 7). –E. El osito está en el 6, ¿cuál es el 5? –P. Éste (señala 5). –E. El osito está en el 6, ¿cuál es el 4? –P. Éste (señala 4). –E. ¿Por qué sabes que ese es el 4? –P. Porque este es el 3 (señala el 3) y yo sé contar hasta 4.

1S/A21, 2S/A21, 3S/A21 –E. En el 1-sí, en el 2-no, …–P. En el 4-sí (señala 3). *–E.* Ahora vamos a decirlo todo, decimos en el 1-sí,....*–E.* Señala el 2.–P. El 2 no hay.. *–E* Señala el 3.. *–P.* El 3 sí hay. *–E.* Señala el 4. *–P.* duda pero finalmente dice “en el 4 sí hay”. *–E.* Señala el 5. *–P.* El 5 sí hay. *–E.* ¡Está (el osito) en el 6!. Ahora quiero que me digas si en el 6 come pan o no come. *–P.*

TABLA V
Codificación de respuestas de cada uno de los bloques de las distintas tareas

1A	1A0	1C	1C0	1S/A	1S/A0
	1A1		1C1		1S/A1
	1A2		1C2		1S/A2
	1A3		1C3		1S/A3
2A	2A0	2C	2C0	2S/A	2S/A0
	2A1		2C1		2S/A1
	2A2		2C2		2S/A2
	2A3		2C3		2S/A3
3A	3A0	3C	3C0	3S/A	3S/A0
	3A1		3C1		3S/A1
	3A2		3C2		3S/A2
	3A3		3C3		3S/A3

Sí *–E.* ¿Por qué? *–P.* (No sabe qué contestar y quita el trapo) ¡oh!, ¡No hay!. *–E.* El osito está en el 6 y no come, en el 7 ¿come?, ¿cuál es el 7? *–P.* Este es el 7 (señala 7), y no se si come o no come. ¡No come! (quita ella misma el trapo y ve que sí come).

Mab. (5,11)

1A3, 2A3, 3A3 –E. ¿Cómo lo has contado? –M. Mira en el 1 come pan, en el 2 no y así. –E. En el 5 ¿hay? –M. Sí porque lo he contado. –E. Si en el 5 hay ¿en éste hay? (señala 6). –M. No porque si en este, que es el 5, sí hay entonces en éste, que es el 6, no hay.

1C3, 2C32, 3C32 –E. Colocamos al osito aquí (en el 7), ¿en qué escalón está? –M. En el 7.–M. ¿Por qué sabes que es el 7? –M. Porque lo he pensado. –E. ¿Lo has contado? –M. ¡Sí, lo he contado! –E. Desde dónde has contado. –M. Desde éste (señala 1). –E. Si el osito está en el 7 ¿cuál es el 8? –M. Este (señala 8). –E. ¿Por qué? –M. Porque éste es el 1 (señala 1), éste es el 2 (señala 2), éste es el 3 (señala 3), éste es el 4 (señala 4), éste es el 5 (señala 5), éste es el 6 (señala 6), éste es el 7 (señala 7) y éste es el 8 (señala 8). –E. Si, pero ¿has tenido en cuenta que éste (señala 7) es el 7? –M. No. –E. ¿Y el 9? –M. Este (señala 9). –E. ¿Por qué? –M. Porque éste es el 7 (señala 7), éste es el 8 (señala 8) y éste es el 9 (señala 9).

1S/A3, 2S/A3, 3S/A32 –E. Sentamos al osito aquí (en el 7), ¿cuál es?, ¿come? –M. El 7 y sí come. –E. ¿Por qué? –M. Mira en el 1 come pan, en el 2 no y así. –E. Si el osito está aquí que es el 7 y sí come pan, qué pasaría si se va al 8 ¿cuál es el 8? *–M.* Este es el 8 (señala el 8) y no come pan. *–E.* ¿Por qué? *–M.* Porque este es el 1 (señala el 1) y sí come y éste es el 2 (señala el 2) y no come. *–E.* Sí, pero ¿has tenido en cuenta que en el 7, donde está el osito, sí come? *–M.* No. *–E .*¿Y en el 9? *–M.* Sí come.. *–E.* ¿Por qué? *–M.* Porque éste es el 7 (señala 7), entonces este es el 8 (señala 8) y éste es el 9 (señala 9) y sí come.

2. Escalabilidad de respuestas. Dada la categorización de las mismas en cada una de las tareas, se establece una escalabilidad entre la respuesta más evolucionada, en la que el niño, además de dar la respuesta correcta, la justifica aplicando alguna relación lógica ordinal, y la menos evolucionada, en la que no entiende nada.

Consideramos ahora como iKs (con i variando de 1 a 3, K toma los valores A, C o S/A y s varía entre 0 y 3) el conjunto de niños que presentan esa categoría de respuestas. En este sentido, 3C3, por ejemplo, representa el conjunto formado por aquellos niños que, con respecto al tercer bloque en la tarea de Contar, 3C, dan una respuesta del tipo 3, es decir, son capaces de localizar una posición ordinal a partir de otra dada como dato. Gráficamente, representaremos a esos conjuntos de esta forma (Figura 2).

FIGURA 2

Representación gráfica del conjunto de niños que han dado la respuesta iks

iKs

De acuerdo con nuestro diseño, tabla I, y categorizada cada una de las respuestas de los niños entrevistados, se da la escalabilidad presente en los diagramas de la figura 3.

Para la interpretación correcta de la figura 3, debemos tener en cuenta la lógica conjuntista; esto es, si nos encontramos con esta situación (Figura 4) extraída del sistema de escalabilidad representado en la figura anterior, significará que todos los que han dado la respuesta 3C3, es decir, localizan una posición ordinal a través de otra dada como dato, han dado como respuesta 2C3 (por ello la inclusión) o, lo que es lo mismo, encuentran una posición ordinal mediante el conteo, y todos esos niños son los que cuentan correctamente los diez peldaños por ello están dentro de 1C3, dándose las respectivas inclusiones de conjuntos.

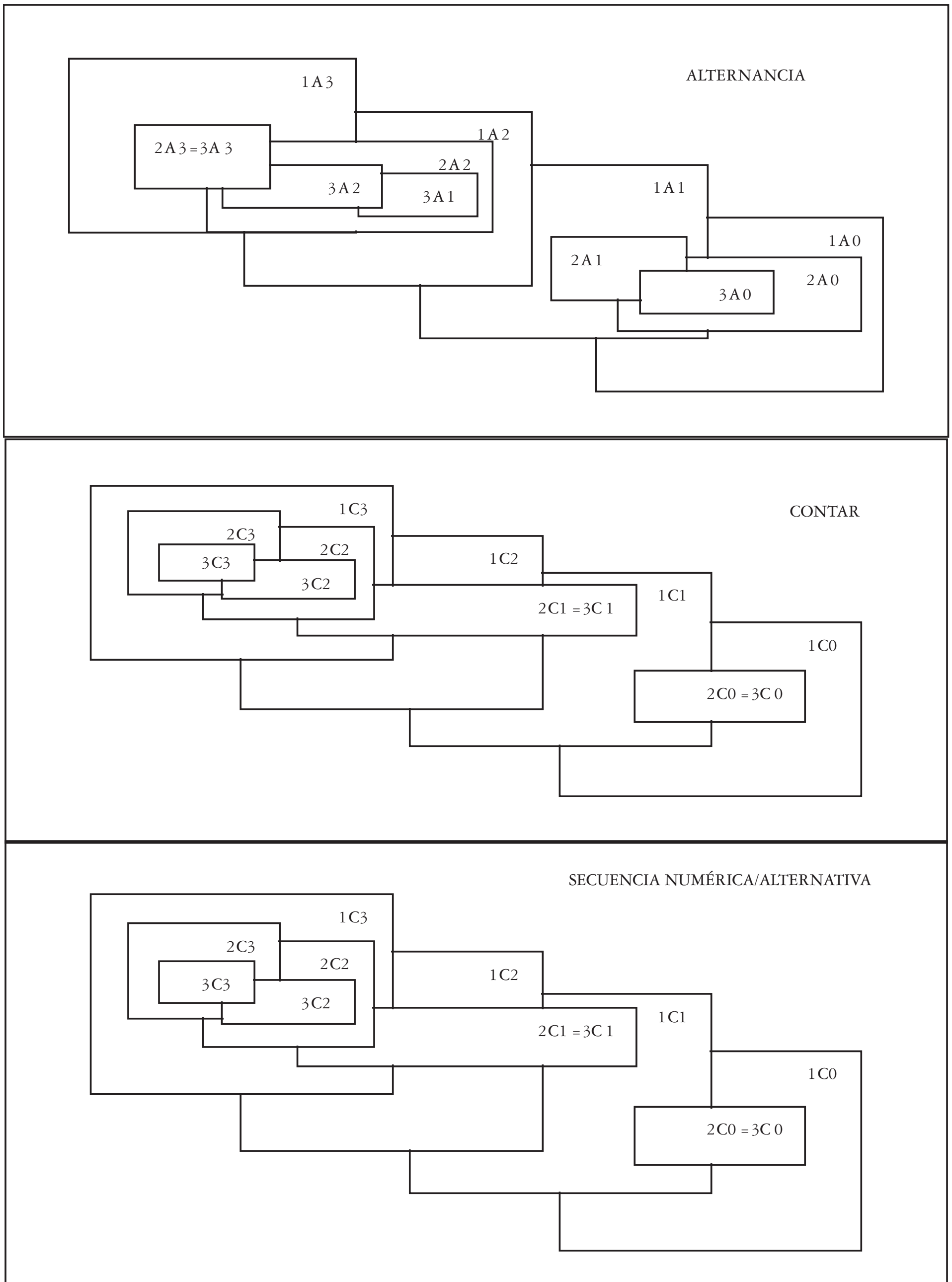
Dando una interpretación por tareas de la escalabilidad de las respuestas, tenemos que: Si la respuesta de un niño está en la categoría más evolucionada de 3A, es decir, está en 3A3, lo cual quiere decir que el niño justifica su respuesta de comparar (frente a la acción de etiquetar) dos elementos consecutivos de la escalera, usando la alternancia como instrumento de comparación, las respuestas de esos niños también están en la categoría más evolucionada de 1A y 2A, o sea, están en 1A3 y 2A3; por tanto, son niños que han realizado de primera instancia la serie (1A3) y han sido capaces de describirla usando la secuencia numérica.

En esta situación se encuentran Ver (4, 11) y Non (5, 2), el primero es un caso de anticipación ya que una vez que se le ha dicho lo que ocurre en los primeros peldaños sabe lo que ocurrirá en el siguiente adelantándose incluso a la pregunta del experimentador; mientras que el segundo niño sigue una estrategia en la que usa la secuencia numérica para describir una realidad no numérica.

Para la tarea de contar, tenemos que el conjunto de niños cuyas respuestas están en la categoría 3C3 es un subconjunto de la categoría 2C3 y que las respuestas de todos ellos están en la categoría 1C3, es decir, todos los niños que determinan una posición ordinal a partir de otra han descubierto previamente que contar es un procedimiento válido para obtener el número que ocupa un elemento en una serie.

Por último, el que la respuesta de un niño esté en la categoría más evolucionada de 3S/A, es decir, en 3S/A3, significa que el niño anticipa lo que sucederá, con respecto a la correspondencia serial, en una posición determinada teniendo en cuenta lo que ocurre en otra dada como dato. Al ser la correspondencia serial entre la secuencia numérica y la alternancia, ésta se convierte en un instrumento de comparación de términos de la primera, lo cual implica que el niño es capaz de comparar (frente a la acción de etiquetar) dos términos consecutivos de la secuencia numérica usando la alternancia como instrumento de comparación. Si las respuestas de los niños son de la categoría 3S/A3, las respuestas de esos niños también están en la categoría más evolucionada de 1S/A y 2S/A, es decir, están en 1S/A3 y 2S/A3; por tanto, son niños que han realizado y comprendido en primera instancia el criterio de la correspondencia serial (1S/A3) y han sido capaces

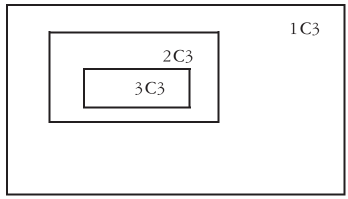
FIGURA 3
Diagramas que manifiestan la escalabilidad de las respuestas



de determinar y describir una posición ordinal usando la secuencia numérica/alternancia (2S/A3).

3. Determinación de niveles. Dado que las respuestas presentan un escalonamiento y que cada una de las tareas está dividida en distintos bloques, podemos

FIGURA 4
Situación extraída de la figura 3



realizar combinaciones de respuestas de los distintos bloques y con ello establecer niveles evolutivos en cada una de las tareas.

La escalabilidad de las respuestas en las diferentes tareas presentadas, nos permite categorizar a los niños por niveles. La codificación de los mismos se presenta en la tabla VI.

TABLA VI
Codificación de niveles en las distintas tareas

TAREAS	NIVELES
A. Alternancia	**AN0.** Nivel 0 de la Alternancia
	AN1. Nivel 1 de la Alternancia
	AN2. Nivel 2 de la Alternancia
	AN3. Nivel 3 de la Alternancia
C. Contar	**CN0.** Nivel 0 de contar
	CN1. Nivel 1 de contar
	CN2. Nivel 2 de contar
	CN3. Nivel 3 de contar
S/A. Secuencia numérica/alternancia	**S/AN0**. Nivel 0 de Sec. Num./alternancia
	S/AN1. Nivel 1 de Sec. Num./alternancia
	S/AN2. Nivel 2 de Sec. Num./alternancia
	S/AN3. Nivel 3 de Sec. Num./alternancia

Con respecto a la Alternancia, los niños del nivel *AN0* son los que no entienden ninguna de las cuestiones planteadas. Los del nivel *AN1* se caracterizan por ser incapaces de anticipar qué ocurrirá en una posición ordinal determinada teniendo como dato lo que ocurre en otra, aunque algunos de ellos han sido capaces de describirla cuando la han dejado de percibir. La característica para el *AN2* es que no se introduce la secuencia numérica para explicar la alternancia: en este nivel están los niños que realizan la alternancia y conocen el criterio sin hacer uso de la secuencia numérica, es decir, dan siempre la respuesta correcta cuando tienen que determinar qué ocurrirá en una posición determinada dando como dato lo que ocurre en otra, pero no tienen argumentos para justificar su decisión, no usan la alternancia como instrumento que explique situaciones ordinales no numéricas. Concluimos con el nivel *AN3,* caracterizado porque entienden en primera instancia el criterio y realizan la alternancia, usan la secuencia numérica para describirla y son capaces de anticipar lo que va a ocurrir en una posición ordinal determinada respecto de la alternancia mediante el uso de la secuencia numérica; son los niños que usan la secuencia numérica para describir, actuar y explicar una situación ordinal no numérica.

Para la tarea de contar tenemos que los niños del nivel *CN0* se caracterizan por no entender ninguna de las cuestiones planteadas sobre posiciones ordinales y carecer de los principios de orden estable y correspondencia uno a uno del conteo. En el *CN1*, los niños responden al azar en las cuestiones referentes a la determinación de una posición ordinal, no usan el conteo para resolver esas cuestiones y carecen de método sistemático para determinar una posición a partir de otra. En el nivel *CN2* utilizan el conteo como instrumento para determinar una posición ordinal, pero no relacionan una posición ordinal con otra para su determinación. Para el más evolucionado *CN3*, además de darse los mismos logros que en el nivel anterior, se consigue manifestar que 'contar' es un instrumento válido para resolver la cuestión planteada y se determina una posición ordinal a partir de otra que puede ser el dato o no.

Con respecto a la tarea secuencia-numérica/alternancia, el nivel menos evolucionado es *S/AN0.* En este caso, los niños son incapaces de realizar la correspondencia serial y responden al azar o no comprenden nada de las cuestiones planteadas sobre posiciones ordinales. En el *S/AN1* llegan a realizar la correspondencia serial, aunque no sea en primera instancia, responden al azar o sin argumentos en las cuestiones referentes a la determinación de una posición ordinal, carecen de método sistemático para comparar un término numérico con otro a través de la alternancia, son incapaces de anticipar qué ocurrirá, respecto a la correspondencia serial, en una posición ordinal determinada teniendo como dato lo que ocurre en otra. En *S/AN2* están los niños que realizan la correspondencia, dan siempre la respuesta correcta cuando tienen que determinar qué ocurrirá en una posición determinada dando como dato lo que ocurre en otra, pero no tienen argumentos para justificar su decisión. Esta falta de argumentación nos hace pensar que los niños no disponen de una representación mental de la correspondencia serial previamente realizada que les permita establecer relaciones lógicas ordinales en una de las series usando la otra como instrumento. En el nivel más evolucionado *S/AN3,* los niños son capaces de relacionar y comparar términos de la secuencia numérica, estableciendo relaciones lógicas ordinales entre ellos, cuando tienen que determinar posiciones ordinales mediante una correspondencia serial en la que una de las series en litigio es dicha secuencia y la otra es una alternancia.

Vamos a considerar la tabla de distribución por niveles en la que todos y cada uno de los niños entrevistados presentan un único nivel (Tabla VII).

Teniendo en cuenta la tabla anterior, tenemos la siguiente tabla cuantitativa (Tabla VIII).

Atendiendo a los niveles en la tarea de Alternancia, más de la mitad de los niños de 5 años se encuentra en el nivel AN3, siendo sólo un 12,50% y un 25,00% de niños de 3 y 4 años, respectivamente, de este nivel. Podemos concluir que, a medida que los niños van creciendo, es más frecuente el uso de la secuencia numérica para explicar una realidad ordinal. Todos los niños de 5 años están entre los niveles AN2 y AN3, lo que quiere decir que están capacitados para comparar posiciones ordinales a través de la alternancia. Los niños de 3 y 4 años del nivel AN1 describen la alternancia, pero responden al azar las cuestiones de anticipación; por consiguiente, la descripción de la alternancia no es condición suficiente para anticipar una posición ordinal. Un 85,19% de los niños

Tabla VII
Tabla de distribución por niveles

	AN0	AN1	AN2	AN3	CN0	CN1	CN2	CN3	S/AN0	S/AN1	S/AN2	S/AN3
Pab. 3,1	■				■				■			
Lou. 3,3	■				■				■			
Mar. 3,3			■			■				■		
Sal. 3,4			■			■				■		
Luc. 3,9		■				■			■			
Ir. 3,9			■			■			■			
Mi. 3,10		■				■			■			
Nu. 3,11				■				■				■
Fr. 4,0				■				■				■
Adr. , 4,1												
An. 4,3		■				■			■			
Beg. 4,6	■					■			■			
Pat. 4,6			■					■			■	
Nar. 4,8			■				■			■		
Sal. 4,11			■					■			■	
Ver. 4,11				■				■				■
Ja. 5,0			■				■				■	
Esp. 5,2				■				■				■
Non. 5,2				■				■				■
Cri. 5,5			■				■				■	
Is. 5,6				■				■				■
Clar. 5,7				■				■				■
Ari. 5,7				■				■				■
Ant. 5,9			■				■				■	
Mar. 5,9			■				■				■	
Par.5, 11			■				■				■	
Mab.5,11				■				■				■

TABLA VIII
Distribución por edades de niños de cada nivel

NIVELES	Frecuencia y Porcentaje de niños que presentan un nivel	Frecuencia y Porcentaje de niños de 3 años que presentan un nivel	Frecuencia y Porcentaje de niños de 4 años que presentan un nivel	Frecuencia y Porcentaje de niños 5 años que presentan un nivel
AN0	4/27 (14,81%)	2/8 (25,00%)	2/8 (25,00%)	-
AN1	3/27 (11,11%)	2/8 (25,00%)	1/8 (12,50%)	-
AN2	11/27 (40,74%)	3/8 (37,50%)	3/8 (37,50%)	5/11 (45,45%)
AN3	9/27 (33,34%)	1/8 (12,50%)	2/8 (25,00%)	6/11 (54,54%)
CN0	3/27 (11,11%)	2/8 (25,00%)	1/8 (12,50%)	-
CN1	7/27 (25,92%)	5/8 (62,50%)	2/8 (25,00%)	-
CN2	6/27 (22,22%)	-	1/8 (12,50%)	5/11 (45,45%)
CN3	11/27 (40,75%)	1/8 (12,50%)	4/8 (50,00%)	6/11 (54,54%)
S/AN0	8/27 (29,61%)	5/8 (62,50%)	3/8 (37,50%)	-
S/AN1	3/27 (11,11%)	2/8 (25,00%)	1/8 (12,50%)	-
S/AN2	7/27 (25,96%)	-	2/8 (25,00%)	5/11 (45,45%)
S/AN3	9/27 (33,33%)	1/8 (12,50%)	2/8 (25,00%)	6/11 (54,54%)

entrevistados llegan a realizar la alternancia y describirla cuando no la perciben (todos los niños excepto los del nivel AN0), pero no la usan como método para determinar el siguiente inmediato; los niños que usan un método sistemático son los de la secuencia numérica.

Haciendo un estudio comparativo entre la *alternancia* y el *conteo*, nos encontramos con que los niños de 3 años que estaban en el nivel 2 de la alternancia (AN2), han pasado al nivel 1 en la tarea de contar (CN1). Son niños que, con respecto a la tarea 1, llegan a realizar bien la alternancia, pero sin introducir la secuencia numérica para explicar la situación planteada (AN2), y, con respecto a la tarea 2, pueden llegar a realizar la acción de contar sin cometer errores; sin embargo, no usan la secuencia numérica para determinar una posición ordinal, lo que significa que los niños de 3 años resuelven mejor las cuestiones sobre el siguiente inmediato con la alternancia como instrumento de comparación que con el conteo. En los niños de 4 años se da el efecto contrario: contestan mejor el conteo que la alternancia, conocen el criterio de la alternancia, pero no usan la secuencia numérica para explicarlo, o sea, son niños que no usan la secuencia numérica en un contexto no numérico y, sin embargo, son capaces de usarla como instrumento para resolver problemas ordinales en contextos numéricos. Los niños de 5 años no cambian de nivel en cuanto a la alternancia y el conteo, llegan a tener una representación mental de la secuencia numérica que les permite trasladar las relaciones lógicas ordinales entre sus términos a otros tipos de secuencias como la alternancia para la resolución de problemas ordinales.

La comparación de términos numérico mediante la alternancia denota la capacidad de establecer las relaciones lógicas-ordinales entre los términos de la secuencia numérica. Los niños que establecen dichas relaciones son los que describen una posición lógica-ordinal mediante la correspondencia serial secuencia numérica/alternancia y éstos son los del nivel S/AN3. Las respuestas que manifiestan relaciones lógicas ordinales entre los términos de la secuencia numérica están presentes en los tres cursos que intervienen en el estudio, con un aumento considerable al pasar de 4 a 5 años. Estos niños son capaces de usar la alternancia como instrumento de comparación entre los términos de la secuencia numérica.

Conclusiones y discusión

Existen tareas exclusivamente ordinales para evaluar las relaciones lógicas ordinales entre los términos de la secuencia numérica. Es posible determinar pruebas para niños de 3 a 6 años que formen parte de un diseño experimental cualitativo, constituidas por una serie de tareas que podemos ordenar de menor a mayor dificultad dependiendo de los esquemas lógicos-ordinales implicados en cada una de ellas.

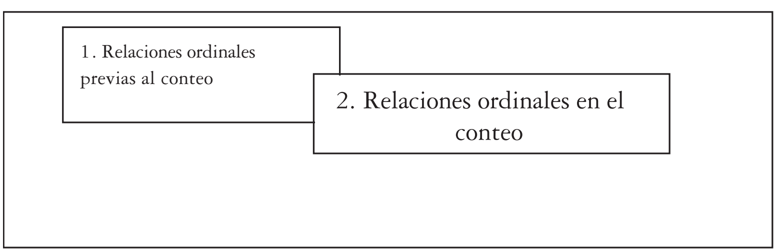
Uno de los propósitos de este estudio es caracterizar y justificar los resultados de una prueba de carácter ordinal que dé significado a los comportamientos generales encontrados, así como a los procedimientos, destrezas y estrategias ordinales que los niños de Educación Infantil utilizan para resolver problemas de ordinación, es decir, mostrar los perfiles de competencias ordinales en relación con *unas tareas dadas*.

Para mostrar estos perfiles, las tareas se encuentran cuasi escalonadas según los parámetros siguientes:

1. Relaciones ordinales previas al conteo.
2. Relaciones ordinales en el conteo.
3. Relaciones ordinales en la secuencia numérica como herramienta.

El hecho de que cualquier niño de la muestra presente una de estas habilidades y deje de presentar otras hace que sus respuestas se sitúen en una categoría u otra. Dichos parámetros aparecen en una especie de jerarquización en el sentido del esquema de la figura 5.

FIGURA 5
Esquema de jerarquización de las relaciones ordinales de la secuencia numérica



Es decir, de mayor a menor sería:

I. Si un niño es capaz de establecer relaciones ordinales entre los términos de la secuencia numérica cuando la usa como herramienta para organizar y describir una situación ordinal con un material concreto manipulativo, ese niño es capaz de contar estableciendo relaciones ordinales en el conteo, así como indicar las mismas relaciones ordinales en series sencillas.

II. Si estamos en el supuesto de que realiza correctamente el conteo y, con ello, establece algunas relaciones ordinales entre los términos de la secuencia, el niño podría llevar a cabo relaciones ordinales entre términos de series sencillas, pero no tendría por qué ser capaz de establecer relaciones ordinales entre los términos de la secuencia cuando la usa en un contexto manipulativo, concreto y ordinal combinándola con otra secuencia para la comparación de sus términos.

III. Por último, si un niño es capaz de reconocer el anterior y el posterior de un término en una serie sencilla, no tiene por qué ser capaz de establecer las capacidades correspondientes a los otros dos parámetros.

Si un niño realiza bien alguna de las actividades de la tarea secuencia numérica/alternancia, es porque ha respondido con éxito a las actividades homólogas de las otras tareas. Recíprocamente, hay niños que usan la alternancia y/o el conteo adecuadamente y, por contra, no son capaces de usar la correspondencia serial Secuencia Numérica/Alternacia como instrumento secuencial para resolver los mismos problemas ordinales. Estos niños se encuentran a partir de los cuatro años y medio.

Desde el punto de vista evolutivo, esta jerarquía muestra, en primer lugar, que los niños son capaces de realizar, con un nivel de éxito evaluable de 0 a 3, actividades en las que usan la acción de contar o la alternancia para determinar o resolver problemas ordinales antes que la resolución de los mismos problemas ordinales en la propia secuencia numérica.

La realización correcta de la acción de contar no garantiza que se use como estrategia para resolver problemas ordinales. La comparación de términos numérico mediante la alternancia denota la capacidad de establecer las relaciones lógicas-ordinales entre los términos de la secuencia numérica. Los niños que establecen dichas relaciones son los que describen una posición lógica-ordinal mediante la correspondencia serial secuencia numérica/alternancia. Por último, el éxito en la construcción de la correspondencia serial secuencia numérica/alternancia no garantiza su uso como herramienta para la determinación de una posición lógica-ordinal y, por tanto, no se garantiza el éxito en el establecimiento de relaciones lógicas ordinales entre los términos de la secuencia numérica. En otro orden de cosas, cabe corroborar que las metodologías cualitativas son efectivas en este tipo de investigaciones en las que se estudian conceptos lógicos-matemáticos en niños de Educación Infantil.

Podemos considerar que hemos obtenido unos resultados relevantes a partir de una muestra intencional de alumnos de Educación Infantil. Estos resultados tienen un significado debido al análisis didáctico sobre la secuencia numérica (Fernández, 2001) que sustenta el esquema de competencias ordinales aquí presentado.

Teniendo en cuenta la gran importancia que tiene la secuencia numérica en el currículum de Educación Infantil, consideramos que los resultados obtenidos son de gran valor ya que posibilitan una adaptación curricular a las posibilidades reales de los niños de Educación Infantil, con unos currículum que se adapten a los niveles adecuados del conocimiento lógico ordinal de la secuencia numérica.

La investigación plantea un reto a los maestros de Educación Infantil: conseguir en sus alumnos la integración de habilidades y rutinas presentes en la acción de contar en estrategias que manifiesten algún tipo de relación lógica ordinal entre los términos numéricos.

Una realidad que no debe olvidarse es que todos los alumnos de un curso no están en posesión del mismo grado de conocimiento lógico ordinal de la secuencia numérica, lo que justifica, en parte, la diferencia de rendimiento que se observa entre ellos en cuanto a la asimilación de los conocimientos que se les pretende enseñar.

Con todo ello y a modo de síntesis podemos dar las siguientes orientaciones a los maestros para usar los niveles de esta investigación en la actuación en el aula y los alumnos alcancen el dominio operatorio de la secuencia numérica. (Para cada edad las competencias o habilidades a conseguir en función de las relaciones lógicas ordinales y la actuación en el aula). Según los resultados obtenidos el criterio para diferenciar a los niños en la resolución de problemas ordinales con el uso de la secuencia numérica es "que tengan en cuenta un dato dado o no", por consiguiente la actuación en el aula sería:

Clase de 3 años: Los niños de 3 años, en general, no tienen en cuenta el dato, por ello la competencia o habilidad lógica ordinal sería "localizar posiciones ordinales". Una actuación concreta en el aula atendiendo a la competencia dada sería: "Se presentan filas de objetos, el niño tiene que averiguar: el primero, el quinto, etcétera. Recíprocamente, se da unas posiciones ordinales y el niño tiene que averiguar qué objeto de la fila es"

Clase de 4 años: estos niños tienen en cuenta el dato por lo que pueden localizar el siguiente. La competencia es "localizar posiciones lógicas ordinales".

Clase de 5 años. La característica fundamental a tener en cuenta en esta clase es que ya no dependemos de objetos tangibles, no se presentan filas de objetos se manejan sólo con la secuencia numérica, han conseguido el éxito operatorio en las relaciones lógicas ordinales entre los términos de la secuencia numérica y ello permite realizar estas actuaciones en el aula:

- Localizar el siguiente y el anterior de cualquier número entre 1 y 10
- Contar a partir de un término
- Contar a partir de un término hasta llegar a otro
- Contar a partir de un término *a* n-términos

En definitiva, esta investigación cambia las competencias básicas en el aspecto de conteo, así, la habilidad "recitado memorístico de la secuencia numérica" se cambia por las competencias en función de las relaciones lógica-ordinales que se dan entre los términos numéricos ("si en a ocurre tal cosa ¿qué ocurre en b?"). Algunas de estas competencias serían:

- Determinar todos los posteriores a "a" hasta llegar a "b" (primer y último elemento)
- Determinar todos y cada uno de los términos de la secuencia del "tramo a,b" (entre)
- Tener un elemento generatriz de la serie sobre el cual razonar inductivamente (primer elemento)
- Determinar los "siguientes" mediante el "siguiente inmediato", y recíprocamente
- Determinar el "siguiente inmediato" conociendo los siguientes

El dominio de la secuencia numérica es significativo desde el punto de vista de los modelos ordinales de la lógica formal del número natural: las competencias ordinales que manifiestan los niños están en relación con los axiomas de los modelos ordinales del número natural.

De acuerdo con los resultados expuestos hemos dado un pequeño paso aclaratorio en la dirección que plantea Geary (2006) para conocer cómo los niños aprenden matemáticas en la escuela.

Referencias

ASHCRAFT, M. H. (1982). The development of mental arithmetic: A chronometric approach. *Developmental Review, 2* (3), 213-236.

BAROODY, A. J. (1988). *El pensamiento matemático de los niños.* Madrid: Aprendizaje Visor.

BERMEJO, V. & LAGO, M. O. (1991). *Aprendiendo a contar. Su relevancia en la comprensión y fundamentación de los primeros conceptos matemáticos.* Madrid: C.I.D.E.

BISQUERRA, R. (1989). *Métodos de Investigación Educativa, guía práctica*. Barcelona: CEAC

BOLZANO, B. (1851). *Paradoxien des Unendlichen*. Lepizig: C.H. Reclam.

BRANNON, E. M. (2002). The development of ordinal numerical knowledge in infancy. *Cognition, 83* (3), 223-240.

CANTOR, G. (1955). *Contributions to the founding of the theory of transfinite numbers.* Nueva York. Dover.

CASSIRER, E. (1979). *El problema del conocimiento.* México. Fondo de Cultura Económica.

COWAN, R. (1987). When do children trust counting as a basis for relative number judgment? *Journal of Experimental Child Psychology, 43,* 328-325.

FERNÁNDEZ, C. (2001). *Relaciones lógicas-ordinales entre los términos de la secuencia numérica en niños de 3 a 6 años.* Tesis Doctoral: Universidad de Málaga.

FREGE, G. (1972) *Fundamentos de la aritmética.* Barcelona: Laia.

FUSON, K. (1988). *Children's counting and concept of number.* Nueva York: Springer-Verlag.

FUSON, K. & HALL, J. (1983). The acquisition of early number word meanings: A conceptual analysis and review. En H. Guinsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 49-107). Nueva York: Academic Press.
FUSON, K., RICHARDS, J. & BRIARS, D. (1982). The acquisition and elaboration of the number word sequence. En C. J. Brainerd (Ed.), *Children's logical and mathematical cognition: Progress in cognitive development* (pp. 33-92*).* Nueva York: Sprigen-Verlag.
GEARY, D. C. (2006). Development of Mathematical Understanding. En W. Damon & R. Lerner (Eds.), *Handbook of child psychology. Vol. 2. Cognition, perception and language* (pp. 777- 810). Nueva York: Wiley.
GEARY, D. C., HOARD, M. K., BYRD-CRAVEN, J. & DESOTO, M. C. (2004). Strategy choices in simple and complex addition: Contributions of working memory and counting knowledge for children whit mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology, 88* (2), 121-151.
GELMAN, R. & GALLISTEL, C. R. (1978). *The child's understanding of number.* Cambridge, MA: Hardward University Press.
GINSBURG, H. (1982). *Children's arithmetic.* Austin: Litton Educational Publishing.
HELMHOLTZ, A. (1945). *Las etapas de la Filosofía Matemática.* Buenos Aires: Lautaru.
KLARHR, D. & WALLACE, J. G. (1973). The role of quantification operators in the development of conservation. *Cognitive Psychology, 4* (3), 301-327.
MILL, J. S. (1917). *Sistema de lógica inductiva y deductiva.* Madrid: Daniel Jorro Editor.
MOLENAAR, I. W. (1997). Nonparametric Models for Polytomous responses. En W. van der Linden & R. K. Hamblenton (Eds.), *Hand book of modern item Response theory* (pp. 369-380). Nueva York: Springer.
NIDDITH, P. H. (1987). *El desarrollo de la lógica matemática.* Madrid: Catedra.
ORTIZ, A. (2001). Entrevistas semiestructuradas. Una aplicación en Educación Primaria. *Actas II Simposio de la SEIEM.* Navarra: Universidad Pública de Navarra.
PEANO, J. (1979). *Los principios de la Aritmética.* Oviedo: Clásicos El Basilisco.
PIAGET, J. (1979). *Tratado de lógica y conocimiento científico. Epistemología de la matemática*. Buenos Aires: Guadalupe.
RUSSAC, R. J. (1983). Early discrimination among small object collections. *Journal of Experimental Child Psicholigy*, *36* (1), 124-138.
RUSSELL, B. (1982). *Los Principios de la Matemática.* Madrid: Espasa Calpe.
SARNECKA, B. W. & GELMAN, S. A. (2004). Six does not just mean a lot: Preschoolers see number words as specific. *Cognition, 92* (3), 329-352.
SAXE, G. (1979). Developmental relations between notational counting and number conservation. *Child Development, 50* (1), 180-187.
SCHAEFFER, B., EGGLESTON, V. H. & SCOTT, J. L. (1974). Number development in young children. *Cognitive Psychology, 6* (3), 357-379.
SERRANO, J. M. & DENIA, A. M. (1987). Estrategias de conteo implicadas en los procesos de adición y sustracción. *Infancia y Aprendizaje, 39-40*, 57-69*.*
SONG, M. J. & GINSBURG, H. P. (1988). The effect of the Korean number system on young chidren's counting: A natural experiment in numerical bilingulism. *International Journal of Psychology, 23* (3), 319-332.
SOPHIAN, C. (1988). Limitations on preschool children's knowledge about counting: Using counting to compare two sets. *Development Psychology, 24* (5), 634-640.
WAGNER, S. & WALTERS, J. A. (1982). A longitudinal analysis of early number concepts: From numbers to number. En G. Forman (Ed.), *Action and thought* (pp. 137-161). Nueva York: Academic Press.