

## CURVA DE ACORDO HORIZONTAL

Enrique J. Iglesias Santomé\*  
Instituto Fontiñas  
Santiago de Compostela

Na actualidade os estudos en Matemáticas do noso futuro alumnado perderon carga formativa de Xeometría, e quedaron a unha beira, con menor importancia, aquelas Matemáticas que se xunguían intimamente co mundo das imaxes e polo tanto era máis palpable a súa aplicación práctica.

Este mundo das imaxes e das Matemáticas é o fundamento do deseño de calquera infraestrutura do noso territorio. Así, o trazado dunha estrada sobre o terreo deberá estar perfectamente descrito pola definición xeométrica das aliñacións que o conforman, e estas non deben ser comprendidas tan só polo enxeñeiro proxectista, senón que deben de selo, ademais, por outras persoas que, alleas á concepción do proxecto, han de materializalo *in situ*, proxectándoo fisicamente sobre o terreo.

As principais aliñacións que conforman en planta as nosas estradas son:

as rectas, as curvas circulares e as clotoides<sup>1</sup>.

Todo o noso alumnado ten na mente unha imaxe coa que acompaña-las palabras “recta” e “circo”. Pero, ¿e as clotoides? ¿como é esa curva? Ten forma de espiral e é a curva que describiría o noso vehículo se, xirando o volante dun xeito uniforme, circularásemos a velocidade constante. Pero isto non é abondo para a súa elección e deseño e, desde logo, tampouco para que o noso alumnado realice dun xeito real os puntos que a conforman a partir dos planos e valores definidos nun proxecto.

Unha definición da clotoide podería ser-la seguinte: lugar xeométrico dos puntos do plano nos que o desenvolvemento “L” desde o punto inicial da curva, tanxente a unha recta, multiplicado polo radio “R” da curva nese punto, é igual a unha constante “A<sup>2</sup>” a todo o longo da curva:

\* Profesor de Construcións Cívicas e Edificacións Prácticas.

<sup>1</sup> Segundo a Instrucción da Dirección Xeral de Estradas “Características Xeométricas. Trazado”, adoptárase en tódolos casos como curva de acordo a clotoide, que é a que mellor se presta para conseguir que o tránsito dunha traxectoria curvilínea de radio de curvatura constante —curva circular— a unha traxectoria rectilínea, ou viceversa, se faga gradualmente.

$$L \times R = A^2$$

Esta aparentemente fácil ecuación entraña diversas dificultades na súa utilización e posta en práctica.

A máis inmediata aplicación dun arco de clotoide é o seu uso como unha curva de transición entre unha curva circular e unha aliñación recta. Isto fai que o seu radio "R" varíe desde infinito —no punto de tanxencia coa recta— ata o radio da curva circular.

O parámetro "A" obtense dunhas fórmulas máis ou menos empíricas da Instrucción de Estradas, e as coordenadas para un punto da curva obtéñense das seguintes ecuacións:

$$\frac{X}{R} = \text{Sumatorio} \times 2 \frac{(-1)^{(n+1)} r^{(2n-1)}}{(4n-3)(2n-2)!}$$

$$\frac{Y}{R} = \text{Sumatorio} \times \frac{(-1)^{(n+1)} r^{(2n)}}{(4n-1)(2n-1)!}$$

Normalmente trabállase cos catro ou cinco primeiros termos da serie pero, aínda así, resulta complicado face-los cálculos cunha calculadora científica. Un dos métodos máis prácticos foi a utilización de táboas, hoxe é máis útil unha calculadora programable ou un ordenador.

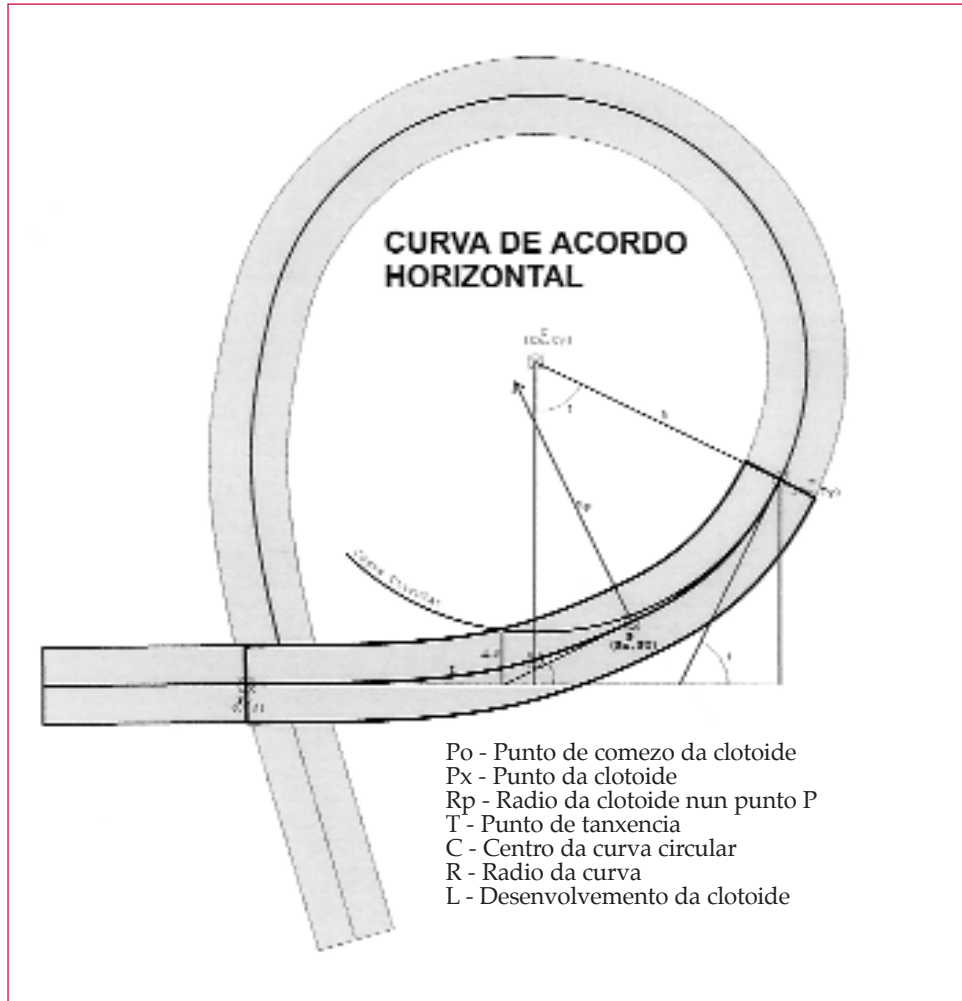
Proposto o problema e chegados a este punto, pensamos que sería moi importante, para evita-lo fracaso didáctico, tratar de achegar e facer accesible ó noso alumnado a súa realidade xeométrica e, reafirmando o dito popular de "vale máis unha imaxe...",

preguntámonos ¿por que só calculala?, ¿por que non aproveitar xa para debuxala?

As ferramentas témolas todas.

Na programación do módulo de Trazados Viarios comezamos coa explicación e as prácticas necesarias para conquista-las habilidades suficientes para traballar con AutoCAD. Nos equipamentos das aulas do módulo témolos ordenadores. Así pois, independentemente da versión de AutoCAD coa que traballemos, contamos cunha ferramenta que nos serve para acadalo obxectivo fixado, non só calcula os puntos da curva, senón que tamén a debuxa. Trátase da linguaxe de programación chamada Lisp na versión adaptada para AutoCAD, denominada Autolisp.

Autolisp permítelles ós programadores, e a tódolos usuarios que desexen desenvolver AutoCAD, escribir macroprogramas e funcións nunha linguaxe de alto nivel, perfectamente axeitada ás necesidades gráficas ó ser moi flexible e sinxela de aprender e utilizar. É case ideal para o tipo de interacción non estruturada que caracteriza o proceso de debuxo, así como para a investigación e desenvolvemento de intelixencia artificial e sistemas expertos. O intérprete de Lisp vén implantado no AutoCAD xa desde versións antigas. Na última versión do AutoCAD témo-lo Visuallisp, que non deixa de se-lo mesmo Lisp, pero baixo un contorno operativo baseado en cores que facilita a escritura e a estrutura-



ción das funcións compoñentes do programa.

Con estas ferramentas e perseguindo os fins didácticos que sinalamos, configurámo-la rutina ou programa, escrito en Autolisp, que a continuación se presenta. Esperamos

que poida ter unha utilidade práctica, tanto para o alumnado coma para outros usuarios. Esta rutina, baixo as limitacións da Instrucción de Estradas, calcula as coordenadas dos puntos da curva baixo un intervalo fixo e debuxa a clotoide na súa capa respectiva.

Antes de pasar a comentala indicaremos que se pode escribir en calquera procesador de textos e gravala en formato ASCII, dándolle a extensión “.lsp”.

A rutina estrutúrase en catorce funcións, unhas máis complexas cás outras. As trece primeiras funcións internas son de cálculos, e a número catorce é o verdadeiro motor principal do programa.

1ª *Debuxa*: Toma os puntos dun ficheiro e debuxa unha poliliña curvada coa forma da clotoide.

2ª *Itera*: Calcula, por medio de iteracións, o ángulo para o cal outras dúas funcións “iti” e “ib” obteñen o mesmo resultado cunha aproximación de 0,00001 m.

3ª *Desclo*: Escribe ó final dun ficheiro os valores da clotoide, o radio da curva circular, o parámetro e o desenvolvemento da clotoide.

4ª *ITI*: Toma o valor do ángulo de “itera” e calcula un valor para a ordenada.

5ª *Des*: Calcula o desenvolvemento en función do parámetro e do radio.

6ª *Para*: Calcula o parámetro en función do radio e do ángulo.

7ª *Rara*: Serve para te-lo valor do incremento do radio partido polo radio.

8ª *Ib*: Calcula en función do ángulo a ordenada para que, a seguir,

“itera” a compare coa calculada en “iti”.

9ª *Ptan*: Calcula o punto de tangencia da clotoide coa curva circular.

10ª *Puntos*: A partir dun intervalo fixado, calcula os puntos da clotoide nese intervalo ó longo de toda a curva.

11ª *Truc*: Comproba que a velocidade da curva circular estea en consonancia co seu radio e fixa unha serie de parámetros que se utilizarán na función “normativa”.

12ª *Mifi*: Comproba que o nome de ficheiro que se lle asigne á clotoide non exista xa.

13ª *Normativa*: Comproba que a clotoide cumpra os parámetros mínimos establecidos pola Instrucción de Estradas.

14ª *CG*: É a verdadeira función, unha vez cargada pasa a ser unha orde de comando de AutoCAD. É o verdadeiro motor da rutina, desde onde se chaman as outras funcións para que efectúen os cálculos ou comprobacións.

Na súa segunda liña “(SETQ CAM “E:/ACAD2000/LISP/CLOTOIDE/”)” establece o camiño out “path” onde se gravará o ficheiro cos datos e o nome da clotoide. Este camiño ou subdirectorio pódese cambiar polo que a un máis lle guste, sempre que exista.

O ficheiro co nome da clotoide ten a extensión “.cl1” e pódese ler con calquera programa de tratamento de textos. Contén os puntos de deseño da curva partindo do seu sistema de

coordenadas particulares, é dicir, o "0,0" está no punto de tanxencia da clotoide coa recta, o eixo "X" de abscisas é prolongación da recta, e o eixo "Y" de ordenadas vai en dirección da recta cara á curva circular, independentemente da situación de ambas. Ó remata-la rutina o "SCP" de AutoCAD volve ó sistema de coordenadas universais e a referencia a obxectos queda activada co "fin".

A rutina explícase por si mesma, as diferentes funcións van separadas unhas das outras; en Autolisp pódense escribir deste xeito ou todo seguido. Déixanse as indicacións de seguimento e as explicacións —que non fai falta copiar— reconécese en que a liña comenza por un ";".

Nos sistemas de AutoCAD que non teñan o Vllisp implantado, a carga farase manualmente desde a liña de comandos de AutoCAD.

Comando: (load "aquí poñerase o camiño e o nome da rutina coa extensión .lsp")

A partir da carga teremos un novo comando en AutoCAD para debuxar clotoides.

Comando: CG

#### RUTINA

; FEITA POLO AUTOR PARA  
DEBUXAR CLOTOIDES @Eu

; Permítese toda reprodución  
total ou parcial sen petición de permiso

```
(DEFUN DEBUXA ()
  (SETQ POS 0
    FPS(* 2(1+ NTO)))
  (SETQ F(OPEN NOM1 "R"))
  (SETQ WF (LIST 0 0)
    CUEN 0)

  (WHILE (/= POS FPS)
    (SETQ PIN(READ-
      -LINE F))
    (SETQ PUN(READ-LINE F))
    (SETQ WE(LIST (ATOF PIN)
      (ATOF PUN)))
    (COMMAND "POL" WF WE "")
    (SETQ WA WF)
    (SETQ WF WE)
    (SETQ POS(+ 2 POS))
    (SETQ CUEN 1)
  )
  (CLOSE F)
  (COMMAND "EDITPOL" "ULTI-
    MO" "J" (SSGET "X" (LIST (CONS 8
      NON ))) "" "V" ""))
)

(DEFUN ITERA ()
  (SETQ TA 135
    CONTO 10.00000
    YA 2
    YB 1)
  (WHILE (> (ABS (- YA YB)) 0.000001)
    (WHILE (< (- YB YA) 0)
      (SETQ FR TA)
      (SETQ TA (- TA CONTO))
```

```

        (SETQ TR (/ (* TA 3.14159) 200))
        (ITI)(RARA)(IB)
        (PRINT "" )(PRIN1 "YA-YB = ")(PRIN1
        (- YA YB))(PRIN1 "  YA = ")(PRIN1
        YA)(PRIN1 "  YB = ")(PRIN1 YB)(PRIN1
        "  TA = ")(PRIN1 TA)(PRINT)
    )
    (SETQ TA FR)
    (SETQ TR (/ (* TA 3.14159) 200))
    (SETQ CONTO (/ CONTO 10))
    (PRIN1) (PRINT (ABS CONTO))
    (PRINT "")
    (IF (< (ABS CONTO) 0.000001) (SETQ
    PAR (GETREAL "N\ ISTO NON VAL
    PULSA ESC"))
    (ITI)(RARA)(IB)
    )
    )

(DEFUN DESCLO ()
  (SETQ HR(RTOS (FLOAT R) 2 3)
  HA(RTOS (FLOAT A) 2 3)
  HL(RTOS (FLOAT L) 2 3)
  )
  (SETQ F(OPEN NOM1 "A"))
  (WRITE-LINE HR F)
  (WRITE-LINE HA F)
  (WRITE-LINE HL F)
  (WRITE-LINE NTT F)
  (CLOSE F)
  )

(DEFUN ITI ()
  (SETQ YR1 (/ (* 2 (EXPT TR 2)) 3)
  YR2 (- YR1 (/ (* 2 (EXPT TR 4)) 42 ))

```

```

  YR3 (+ YR2 (/ (* 2 (EXPT TR 6))
  1320))

```

```

  YR4 (- YR3 (/ (* 2 (EXPT TR 8))
  75600))

```

```

  YA (+ YR4 (/ (* 2 (EXPT TR 10))
  6894720))

```

```

  )

```

```

)

```

```

(DEFUN DES ()

```

```

  (SETQ L (/ (* A A) R))

```

```

)

```

```

(DEFUN PARA ()

```

```

  (SETQ A (SQRT (* (* (EXPT R 2) TR)
  2)))

```

```

)

```

```

(DEFUN RARA ()

```

```

  (SETQ RR (/ AR R))

```

```

)

```

```

(DEFUN IB ()

```

```

  (SETQ YB (1+ (- RR (COS TR))))

```

```

)

```

```

(DEFUN PTAN ()

```

```

  (SETQ XT1 (- (* 2 TR) (/ (* 2 (EXPT TR
  3)) 10))

```

```

  XT2 (+ XT1 (/ (* 2 (EXPT TR 5)) 216))

```

```

  XT3 (- XT2 (/ (* 2 (EXPT TR 7)) 9360))

```

```

  XT4 (+ XT3 (/ (* 2 (EXPT TR 9))
  685440))

```

```

  XT (* XT4 R)

```

```

  UT (RTOS (FLOAT XT) 2 3)

```

```

)

```

```

(SETQ YT1 (/ (* 2 (EXPT TR 2) 3)
  YT2 (- YT1 (/ (* 2 (EXPT TR 4) 42))
  YT3 (+ YT2 (/ (* 2 (EXPT TR 6)
  1320))
  YT4 (- YT3 (/ (* 2 (EXPT TR 8)
  75600))
  YT5 (+ YT4 (/ (* 2 (EXPT TR 10)
  6894720))
  YT (* YT4 R)
  VT (RTOS (FLOAT YT) 2 3)
)
(SETQ PT (LIST XT YT))
)
(DEFUN PUNTOS ()
(SETQ IN (GETREAL "\NINTERVALO =
")
  K (* 1 IN)
  E (* (* 2 R) L)
  NTO (FIX (/ L IN))
  NTK (+ 6 NTO)
  NTT "FIN"
)
(WHILE (< IN L)
  (SETQ XP1 (- IN (/ (EXPT IN 5) (* 10
  (EXPT E 2))))
    XP2 (+ XP1 (/ (EXPT IN 9) (* 216
  (EXPT E 4))))
    XP3 (- XP2 (/ (EXPT IN 13) (*
  93600 (EXPT E 6))))
    XP (+ XP3 (/ (EXPT IN 17) (*
  685440 (EXPT E 8))))
  )
  (SETQ YP1 (/ (EXPT IN 3) (* 3 E))
    YP2 (- YP1 (/ (EXPT IN 7) (* 42
  (EXPT E 3))))
    YP3 (+ YP2 (/ (EXPT IN 11) (* 1320
  (EXPT E 5))))
    YP4 (- YP3 (/ (EXPT IN 15) (*
  75600 (EXPT E 7))))
    YP (+ YP4 (/ (EXPT IN 19) (*
  6894720 (EXPT E 9))))
  )
  (SETQ UX (RTOS (FLOAT XP) 2 3)
    VY (RTOS (FLOAT YP) 2 3)
  )
  BUCLE QUE ESCRIBE PX, PY
  (SETQ F(OPEN NOM1 "A"))
  (WRITE-LINE UX F)
  (WRITE-LINE VY F)
  (CLOSE F)
  (SETQ P (LIST XP YP)
    RP (/ (* A A) IN)
    TP (/ (* A A) (* 2 (* RP RP)))
    ANGU (+ TP 1.57079)
  )
  (SETQ RX (- XP (* RP (SIN TP)))
    RY (+ YP (* RP (COS TP)))
    PC (LIST RX RY)
  )
)
(SETQ IN (+ IN K)
;FIN WHILE
)
;CALCULO O PUNTO DE TANXENCIA
COA L MÁXIMA

```

```

(SETQ IN L)
(SETQ XP1 (- IN (/ (EXPT IN 5) (* 10
(EXPT E 2))))
  XP2 (+ XP1 (/ (EXPT IN 9) (* 216
(EXPT E 4))))
  XP3 (- XP2 (/ (EXPT IN 13) (*
93600 (EXPT E 6))))
  XP (+ XP3 (/ (EXPT IN 17) (*
685440 (EXPT E 8))))
)
(SETQ YP1 (/ (EXPT IN 3) (* 3 E))
  YP2 (- YP1 (/ (EXPT IN 7) (* 42
(EXPT E 3))))
  YP3 (+ YP2 (/ (EXPT IN 11) (* 1320
(EXPT E 5))))
  YP4 (- YP3 (/ (EXPT IN 15) (*
75600 (EXPT E 7))))
  YP (+ YP4 (/ (EXPT IN 19) (*
6894720 (EXPT E 9))))
)
(SETQ UX (RTOS (FLOAT XP) 2 3)
  VY (RTOS (FLOAT YP) 2 3)
)
(PRIN1 L)(PRIN1 "-")(PRIN1 XT):(PRIN1 "
"): (PRIN1 YT) (PRINT)
(SETQ F(OPEN NOM1 "A"))
(WRITE-LINE UX F)
(WRITE-LINE VY F)
(CLOSE F)
(DESCLO)
)
(DEFUN TRUC ()
(PRINT)

```

```

(SETQ VEL (GETREAL "VELOCIDADE
MÁXIMA NA CURVA KM/H.))
(IF (AND (= VEL 30) (>= R 25)) (SETQ
FI "N" PERA 0.1 JOTA 0.5 EPSI 0.7))
(IF (AND (= VEL 40) (>= R 45)) (SETQ
FI "N" PERA 0.1 JOTA 0.5 EPSI 0.7))
(IF (AND (= VEL 50) (>= R 75)) (SETQ
FI "N" PERA 0.09 JOTA 0.5 EPSI 0.6))
(IF (AND (= VEL 60) (>= R 120)) (SETQ
FI "N" PERA 0.08 JOTA 0.5 EPSI 0.6))
(IF (AND (= VEL 70) (>= R 175)) (SETQ
FI "N" PERA 0.075 JOTA 0.5 EPSI 0.5))
(IF (AND (= VEL 80) (>= R 250)) (SETQ
FI "N" PERA 0.065 JOTA 0.4 EPSI 0.5))
(IF (AND (= VEL 90) (>= R 350)) (SETQ
FI "N" PERA 0.055 JOTA 0.4 EPSI 0.45))
(IF (AND (= VEL 100) (>= R 450))
(SETQ FI "N" PERA 0.045 JOTA 0.4
EPSI 0.4))
(IF (AND (= VEL 120) (>= R 800))
(SETQ FI "N" PERA 0.030 JOTA 0.4
EPSI 0.4))
(IF (AND (>= R 800) (<= R 940)) (SETQ
PERA 0.03))
(IF (AND (>= R 940) (<= R 1100))
(SETQ PERA 0.025))
(IF (AND (>= R 1100) (<= R 1500))
(SETQ PERA 0.02))
(IF (>= R 1500) (SETQ CUMPRE
"NO"))
)
(DEFUN MIFI ()
(SETQ CONFI (OPEN (STRCAT CAM
NON ".CL1") "R"))
(PRIN1 CONFI) (PRINT ""))
(IF (= NIL CONFI)
(PRINT "NOME VALIDADO")
(PROGN)

```



```
(SETQ NON (GETS-
TRING T "XA EXISTE: DALLE OUTRO
NOME ==> "))
```

```
(CLOSE CONFI)
```

```
(MIFI)
```

```
)
```

```
)
```

```
)
```

```
(DEFUN NORMATIVA ()
```

```
(SETQ NCAR (GETREAL "\N NÚMERO
DE CARRÍS DA CALZADA 2, 3, 4 OU 6 =
"))
```

```
(SETQ ACH (GETREAL "\N ANCHO DA
CALZADA ="))
```

```
(IF (= 2 NCAR) (SETQ NC 1))
```

```
(IF (= 3 NCAR) (SETQ NC 1.2))
```

```
(IF (= 4 NCAR) (SETQ NC 1.5))
```

```
(IF (= 6 NCAR) (SETQ NC 2))
```

```
(SETQ LMI1 (* (* (/ 1 (* 46.656
JOTA)) VEL) (- (/ (* VEL VEL) R) (* 127
PERA)))
```

```
LMI2 (/ R 9)
```

```
LMI3 (/ (* NCAR (*
ACH PERA)) (+ 2 EPSI))
```

```
)
```

```
(IF (> LMI1 LMI2) (SETQ LM
LMI1) (SETQ LM LMI2))
```

```
(IF (> LM LMI3) (SETQ LM LM)
(SETQ LM LMI3))
```

```
(IF (> L LM) (SETQ CUMPRE "SI")
(SETQ CUMPRE "NO"))
```

```
)
```

```
(DEFUN C: CG ()
```

```
(SETVAR "CMDECHO" 0)
```

```
(COMMAND "SCP" "U")
```

```
(SETQ CAM
"E:/ACAD2000/LISP/CLOTOIDE/")
```

```
NON (GETSTRING T "NOME
PARA A CLOTOIDE =====>
")
```

```
(MIFI)
```

```
(SETQ EXT1 ".CL1"
```

```
EXT2 ".CL2"
```

```
NOM1 (STRCAT CAM NON
EXT1)
```

```
NOM2 (STRCAT CAM NON
EXT2)
```

```
)
```

```
(COMMAND "CAPA" "C" NON "O" "3"
NON "ACT" NON "E" NON "")
```

```
(COMMAND "REFENT" "CEN
TRO")
```

```
(SETQ PO (GETPOINT "\NSINA
LA A CURVA"))
```

```
XO (CAR PO)
```

```
YO (CADR PO)
```

```
)
```

```
(COMMAND "REFENT" "CUA")
```

```
(SETQ RO (GETPOINT "\NSINALA
UN PUNTO DA CURVA"))
```

```
XT (CAR RO)
```

```
YT (CADR RO)
```

```
)
```

```
(COMMAND "REFENT" "CER")
```

```
(SETQ PP (GETPOINT "\NSINALA
UN PUNTO DA RECTA DE EMPALME"))
```

```
XI (CAR PP)
```

```
YI (CADR PP)
```

```
)
```

```

(COMMAND "REFENT" "NIN")

(COMMAND "LINEA" PO "PER" PP "" )

(SETQ LL (ENTGET (ENTLAST))
  PF (CDR (ASSOC 11 LL))
)
(SETQ FX (CAR PF)
  FY (CADR PF)
)

;CÁLCULO DO RADIO

(SETQ R (DISTANCE PO RO))
(SETQ AR (- (DISTANCE PO PF) R))
(TRUC) (PRIN1 PERA)
(IF (OR (= FI "N") (= FI "N"))) (PROGN
  (ITERA)
  (PTAN)
  (SETQ XC (- XT (* R (SIN TR))))
  (SETQ PIE (DISTANCE PF PP))
  (SETQ PIEX (- PIE XC))
  (SETQ PC (LIST PIEX 0))
  (COMMAND "BORRA" "ULTIMO" "" ""))
(COMMAND "SCP" "3" PP PF PO )
(COMMAND "SCP" "DE" PC)

(PRIN1 R)(PRIN1 " ")(PRINT AR)
(PARA)(DES)

;COMEZAN AS COMPROBACIÓNS DA
NORMATIVA

(NORMATIVA)

(IF (= "SI" CUMPRE)
  (PROGN
    (PUNTOS)
    (DEBUXA)
    (COMMAND "SCP" "U")
  )
  ( PRIN1 "ALGÚN DOS
  PARÁMETROS NON CUMPRE,
  COMPROBA-LO PARÁMETRO OU O
  INCREMENTO DO RADIO")
)
) ;FIN DO PROGN
) ;FIN DO IF
(PRINC) (PRINC)
(IF (OR (= FI "S") (= FI "S"))) (PRINT "<<<<
NON CUMPRE O RADIO MÍNIMO
>>>>"))
(PRINC)(COMMAND "REFENT" "FIN")
)

```

