

Una bibliografía de didáctica de las matemáticas

Luis PUIG y Fernando CERDÁN *

Introducción

Hacer una bibliografía de didáctica de las matemáticas tropieza inevitablemente con la dificultad de ser ésta un campo de actividad múltiple y no una disciplina científica con objeto y método perfectamente definido. Historia de las matemáticas, teoría de las ciencias, teorías del desarrollo, teorías del aprendizaje, teorías de la instrucción, teorías del *curriculum*, materiales, tecnología, juegos y pasatiempos..., han de ser tomados en cuenta si se quiere que la didáctica pase de ser "el arte de enseñar" a ser el estudio y resolución de los problemas que se plantean en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en un contexto socio-cultural determinado.

La difícil conjunción de tantas cosas tan diversas ha forzado, si se quería poner un poco de orden en tal maraña y no se quería exceder en mucho el espacio asignado, a tomar decisiones sobre qué libros incluir y cuáles no y cómo agruparlos, que en gran medida dependen de nuestras limitaciones y manías, aunque se pretenda justificar las opciones tomadas.

Se ha excluido, por ejemplo, toda referencia a la ola de informática que nos invade porque nos ha parecido que tiene particularidades suficientes como para constituir un capítulo aparte y que, en todo caso, la avalancha publicitaria que la acompaña es suficiente para que cualquiera pue-

* Profesores de la Escuela Universitaria de formación del profesorado de E. G. B. de Valencia.

da estar (excesivamente) informado sobre el asunto. Ejemplos de lo que podría constituir una bibliografía sobre el particular son el libro propagandístico de Seymour Papert "Mindstorms" (Basic Books, New York, 1980), el punto de vista más escéptico de Uri Leron en "Some Problems in Children's Logo Learning" (en Hershkowitz, ed., 1983, ver apartado B), el anuario de 1984 del NCTM, que informa sobre el estado de la cuestión en USA (Hansen, V. P., 1984, *Computers in Mathematics Education*, NCTM, Reston, VA) o el primer informe elaborado por la International Commission on Mathematical Instruction ("L'influence des ordinateurs et de l'informatique sur les mathématiques et leur enseignement", reproducido en *Mathématique et Pédagogie*, núm. 49, pp. 97-107, noviembre-diciembre 1984).

Tampoco se han incluido libros de problemas, juegos y pasatiempos, con la excepción del Polya y Kilpatrick (1974), por haber ejemplos suficientes en el mercado de fácil adquisición y generalmente conocidos.

Por otro lado, se han excluido también sistemáticamente las publicaciones producidas por grupos de trabajo, pese a que entre ellas se encuentran los trabajos más valiosos realizados en España en los últimos años.

En general se ha puesto más énfasis en las publicaciones extranjeras que en las españolas, con el criterio discutible de que éstas pueden ser conocidas por el lector y aquéllas no con la misma facilidad. Huelga decir que no se ha pretendido ser exhaustivo, por ignorancia (por ejemplo, de Alemania o la URSS sólo se dan referencia a través de traducciones) o a propósito. Se ha intentado sólo ofrecer ejemplos significativos de las distintas actividades que configuran el

campo de trabajo que para nosotros puede etiquetarse con el nombre de "didáctica de las matemáticas". Las opciones tomadas han hecho dejar fuera muchos libros que merecerían estar e incluir algunos cuyo interés puede parecer tangencial o incluso dudoso.

1. Teoría de la ciencia

Este apartado y los dos que le siguen tienen características distintas de los demás, ya que constituyen dominios relativamente externos a la didáctica de las matemáticas, pero que le proporcionan el suelo epistemológico. Al contrario de lo que se acaba de afirmar, que constituye el criterio general, aquí los libros en castellano son mayoría.

Para este apartado en particular, se ha hecho una selección de referencias de teoría de la ciencia parcial y partidista (con la excepción quizá de los libros de De Lorenzo y Le Lionnais) que tiene como eje central la obra de Lakatos, de cuyas ideas epistemológicas puede derivarse una "revolución" en la enseñanza de las matemáticas (cf. Joseph Agassi, "On Mathematics Education. The Lakatosian Revolution", *For the Learning of Mathematics*, vol. 1, pp. 27-31).

FEYERABEND, P.: *Tratado contra el método*. Tecnos, Madrid, 1981.

HANSON, N. R.: *Patrones de descubrimiento. Observación y explicación*. Alianza, Madrid, 1977.

HANSON, N. R.: *Constelaciones y conjeturas*. Alianza, Madrid, 1980.

HOFSTADTER, D. R.: *Gödel, Escher, Bach. An Eternal Golden Brain*. Harvester, London, 1979.

KHUN, T. S.: *La estructura de las revoluciones científicas*. FCE, Madrid, 1977.

LAKATOS, I.: *Pruebas y refutaciones*. Alianza, Madrid, 1978.

- LAKATOS, I.: *Matemáticas, ciencia y epistemología*, vol. 2. Alianza Ed., Madrid, 1981.
- LE LIONNAIS, F.: *Las grandes corrientes del pensamiento matemático*. EUDEBA, Buenos Aires, 1962.
- LORENZO, J. DE: *La matemática y el problema de su historia*. Tecnos, Madrid, 1977.
- LORENZO, J. DE: *El método axiomático y sus creencias*. Tecnos, Madrid, 1980.
- POINCARÉ, H.: *Ciencia y método*. Espasa Calpe, Madrid, 1963.
- POINCARÉ, H.: *La ciencia y la hipótesis*. Espasa Calpe, Madrid, 1963.
- POPPER, K. R.: *La lógica de la investigación científica*. Tecnos, Madrid, 1977.

2. Historia de las matemáticas

El papel de la historia de las matemáticas en la comprensión de la actividad matemática y sus implicaciones en el diseño del *currículum* y la formación de profesores fue muy discutido a finales de la década de los 70, desde que la revista *Science* publicó en 1974 el polémico artículo de Stephen Brush, "Should the History of Mathematics be rated X?".

Xavier Valls ha recopilado unos "Materiales para la discusión de la historia de la ciencia y su posible uso didáctico" (EUPEGB de Gerona, manuscrito), que la describe. David Pimm, en "Why the History of Mathematics should not be rated X. The Need for an Appropriate Epistemology of Mathematics for Mathematics Education" (incluido en *Zweng*, 1982, ver apartado 9), defiende lo que el título indica, y Hans Freudenthal, en "Should a Mathematics Teacher Know Something about the History of Mathematics?" (*For the Learning of Mathematics*, vol. 2, pp. 30-33), rechaza el uso de anécdotas históricas que se sacan de la manga al comienzo de cada tema, abogando por la historia como conocimiento integrado con el

conjunto del *currículum* de matemáticas.

Una opinión menos optimista se puede encontrar en las discusiones que se produjeron en el Simposio "La Historia de las Ciencias y la Enseñanza", recogidas en las Actas del Simposio (ICE, Universidad de Valencia, 1980).

Aquí hemos relacionado, aparte de los libros que figuran por méritos propios, un conjunto de libros de historia en castellano ("populares" e incluso malos) como fuente de anécdotas históricas, y los dos que describen la opción bourbakista (Bourbaki, 1972, y Dieudonné, 1978).

Por otra parte, Groupe Inter-IREM (1982 a, 1982 b), Hocquenghem et al. (1981) y NCTM (1969) son libros diseñados para su uso más o menos directo en las clases, para los que la historia no se limita a una sucesión de anécdotas, pero que la hacen aparecer de forma más explícita de lo que Freudenthal mantiene que debe hacerse.

- BABINI, S.: *Historia sucinta de las matemáticas*. Espasa Calpe, Madrid, 1969.
- BOLL, M.: *Historia de las matemáticas*. Diana, México, 1976.
- BOURBAKI, N.: *Elementos de historia de la matemática*. Alianza, Madrid, 1972.
- COLERUS, E.: *Breve historia de las matemáticas*, 2 vols. Doncel, Madrid, 1973.
- COLLETE, J. P.: *Histoire des mathématiques*, vols. 1 et 2. Ed. de Renouveau Pédagogique, Ottawa, 1973.
- DIEUDONNÉ, J. (ed.): *Abrégé d'histoire des mathématiques (1700-1900)*, 2 vols. Hermann, Paris, 1978.
- DOU, A.: *Fundamentos de la matemática*. Labor, Barcelona.
- GRUPE INTER-IREM: *Histoire des mathématiques pour les lycées*. CEDIC, Paris, 1982.
- GRUPE INTER-IREM: *Le rigueur et le calcul. Documents historiques et épistémologiques*. CEDIC, Paris, 1982.
- HOCQUENGHEM, M. L., et al.: *Histoire des mathématiques pour les collèges*. CEDIC, Paris, 1981.

NCTM: *Historical Topics for the Mathematics Classroom. 31th Yearbook.* NCTM, Reston, VA, 1969.

RADICE, L.: *La matemática de Pitágoras a Newton.* Laia, Barcelona, 1983.

REY PASTOR, J., y BABINI, J.: *Historia de las matemáticas*, vol. I. Gedisa, Barcelona, 1984.

VERA, F.: *Breve historia de la geometría.* Losada, Buenos Aires, 1963.

VERA, F. (ed.): *Científicos griegos.* Aguilar, Madrid, 1970.

3. Visión general de las matemáticas. Aspectos culturales

No hay didáctica posible sin un conocimiento de la materia, pero no es éste el lugar de relacionar textos de matemáticas. En efecto, un texto de álgebra, por ejemplo, suele presentarse como autosuficiente, buscando la coherencia interna y desarrollando un conocimiento minucioso de ésta. Sin embargo, cuando se trata de la enseñanza, el análisis previo de la materia que hay que enseñar requiere, a nuestro entender, mirarla desde otros puntos de vista distintos del de la coherencia interna. En este sentido, hemos seleccionado libros que se plantean el lugar de las matemáticas en el mundo, o que presentan las ideas matemáticas relacionadas con otras cosas, o las presentan de forma particularmente clara, original o inusual.

Los clásicos Alexandrov y otros (1973) y Courant y Robbins (1962) presentan una visión general del conjunto de las matemáticas; Newman, ed. (1969) y Kline (1974) hacen lo mismo a través de una recopilación de textos, y Kline (1962,1972) presenta también el conjunto de las matemáticas poniendo más énfasis en el origen social de las ideas matemáticas y en su influencia en la sociedad, a lo largo de la historia. Steen, ed.

(1978, 1981) y Davis and Hersh (1982), más recientes, completan el panorama.

El resto de los libros tratan partes o conceptos fundamentales desde algunos de los puntos de vista señalados; por ejemplo, Griffiths (1976) presenta una aproximación sugestiva a la topología de superficies.

ALEXANDROV y otros: *Las matemáticas: su contenido, método y significado*, 4 vols. Alianza, Madrid, 1973.

BUDDEN, F. J.: *La fascination des groupes.* OCDL, Paris, 1976.

COURANT, R., y ROBBINS: *¿Qué es la matemática?* Aguilar, Madrid, 1962.

COXETER, H. S. M.: *Fundamentos de geometría.* Limusa Wiley, México, 1971.

DANTZIG, T.: *El número, lenguaje de la ciencia.* Hobbs Sudamericana, Buenos Aires, 1971.

DAVIS, M., and HERSH, R.: *The Mathematical Experience*, Penguin, London, 1982.

EVES, H.: *Estudio de las geometrías*, 2 vols. UTEHA, México, 1969.

GRIFFITHS, H. B.: *Surfaces.* CUP, London, 1976 (trad. francesa, *Surfaces.* CEDIC, Paris, 1977).

HALMOS, P. R.: *Teoría intuitiva de conjuntos.* CECSA, 1965.

HILBERT, D., and COHN-VOSSEN, S.: *Geometry and the Imagination.* Chelsea Publishing Co., New York, 1952.

KLINE, M.: *Mathematics: A Cultural Approach.* Addison Wesley, New York, 1962.

KLINE, M.: *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times.* Addison Wesley, New York, 1972.

KLINE, M. (ed.): *Matemáticas en el mundo moderno. Selecciones de Scientific American.* Blume, Barcelona, 1974.

KLINE, M.: *Mathematics: The Loss of Certainty.* Oxford University Press, Oxford, 1980.

NEWMAN, R. S. (ed.): *Sigma. El mundo de las matemáticas*, vols. 1 a 5. Grijalbo, Barcelona, 1969.

PEDOE, D.: *La geometría en el arte.* Gustavo Gili, Barcelona, 1979.

RUSSELL, B.: *Los principios de la matemática.* Aguilar, Madrid, 1948.

STEEN, L. A. (ed.): *Mathematics Today: Twelve Informal Essays.* Springer, New York, 1978.

STEEN, L. A. (ed.): *Mathematics Tomorrow.* Springer, New York, 1981.

WEYL, H.: *La simetría.* Promoción Cultural, Madrid, 1975.

4. Curriculum

En este apartado se han incluido libros que tratan desde teorías generales de diseño de curriculum de cualquier materia (Gimeno, 1981) a ejemplos muy particulares de curricula de matemáticas (School Council, 1975-78), pasando por una teoría de evaluación que ha tenido gran influencia social (Bloom, 1956) o juicios críticos sobre curricula diseñados casi exclusivamente a partir de una teoría de evaluación (Gimeno, 1983).

Griffiths and Howson (1974) y Howson, Keitel and Kilpartrick (1981) examinan los factores que intervienen en el diseño, desarrollo e implementación de los curricula de matemáticas (sociedad, profesores, niños y matemáticas). En el segundo se presenta una clasificación de los curricula diseñados a partir de la reforma de los 60, con ejemplos significativos de cada uno de los tipos que muestra cómo el dar más peso a un factor u otro los determinan. Además señalan las estrategias que se han seguido o pueden seguirse para la introducción de reformas o innovaciones en éstos, en particular la estrategia investigación-desarrollo-difusión.

Cockcroft, ed. (1982) es un informe realizado por encargo de las autoridades educativas inglesas, donde se da cuenta del estado de la enseñanza de las matemáticas en su totalidad y se señala el marco en el que ha de situarse el diseño de nuevos curricula. NCTM (1981 b) es un informe similar en USA, y Shufelt, ed. (1983), la situación un año después. Kuntzmann (1976) presenta la evolución histórica de los curricula matemática en Francia en donde, como en España, los programas están fijados por el Ministerio competente. CBMS (1975)

es un análisis de un curriculum particular.

Están también incluidos los informes de la UNESCO y algunos libros que discuten la reforma de los 60.

El resto de los libros son o libros de texto correspondientes a curricula de otros países, o libros en los que se analiza el curriculum de una parcela de las matemáticas, o se indican las directrices que deben seguirse en su enseñanza.

- AMA: *The Teaching of Secondary School Mathematics*. CUP, London, 1973.
- BLOOM, B. S.: *Taxonomy of Educational Objectives*. Longman, New York, 1956 (trad. castellana, *Taxonomía de los objetivos educativos*. Marfil, Alcoy, 1979).
- BRENY, H. (ed.): *The Teaching of Statistics in Schools*. International Statistical Institute, 1976.
- CASTELNUOVO, E.: *La via della matematica. I numeri*. La Nuova Italia, Firenze, 1977.
- CASTELNUOVO, E.: *La matematica. La geometria*. La Nuova Italia, Firenze, 1979 (trad. castellana, *La matemática. La geometria*. Ketres, Barcelona, 1979).
- CBMS: *Overview and Analysis of School Mathematics. Grades K-12*. NCTM, Reston, VA, 1975.
- CHOQUET, G.: *L'Enseignement de la géométrie*. Hermann, Paris, 1964.
- COCKCROFT, W. H. (ed.): *Mathematics Counts*. HMSO, London, 1982.
- COOKE, C., and ANDERSON, I.: *The Mathematics Curriculum. Counting and Configurations*. Blackie, London, 1978.
- ENGEL, A.: *L'enseignement des probabilités et la statistique*, 2 vols. CEDIC, Paris, 1979.
- ENGEL, A.; VARGA, T., y WALSER, W.: *Hasard ou stratégie?* OCDEL, Paris, 1976.
- FIELKER, D.: *Removing the shackles of Euclid*. ATM, Nelson, Lancs, 1984.
- GIMENO, J.: *Teoría de la enseñanza y desarrollo del curriculum*. Anaya, Madrid, 1981.
- GIMENO, J.: *La pedagogía por objetivos: la obsesión por la eficiencia*. Morata, Madrid, 1983.
- GLAYMANN, M., y VARGA, T.: *Las probabilidades en la escuela*. Teide, Barcelona, 1975.
- GRIFFITHS, H. B., and HOWSON, A. B.: *Mathematics: Society and Curricula*. CUP, London, 1974.

- HOWSON, A. B.; KEITEL, C. H., and KILPATRICK, J.: *Curriculum. Development in Mathematics*. CUP, London, 1981.
- KLEIN, F. (s. f.): *Matemáticas elementales desde un punto de vista superior*, 2 vols. Biblioteca Matemática, Madrid.
- KLINE, M.: *El fracaso de la matemática moderna. Por qué Juanito no sabe sumar*. Siglo XXI, Madrid, 1973.
- KLINE, M.: *Why the Professor Can't Teach*. St. Martin's Press, New York, 1977.
- KUNTZMANN, J.: *Evolution et étude critique des enseignements de mathématique*. CEDIC, Paris, 1976.
- LING, J.: *The Mathematics Curriculum. Mathematics Across the Curriculum*. Blackie, London, 1977.
- MATTHEWS, G. (ed.): *Mathematics Through School*. John Murray, London, 1972.
- MORRIS, R. (ed.): *Estudios en educación matemática*, 2 vols. UNESCO, Paris, 1981.
- NCTM: *Geometry in the Mathematics Curriculum. 36th Yearbook*. NCTM, Reston, VA, 1973.
- NCTM: *Application in School Mathematics. 1979 Yearbook*. NCTM, Reston, VA, 1979.
- NCTM: *Teaching Statistics and Probability. 1981 Yearbook*. NCTM, Reston, VA, 1981 a.
- NCTM: *Priorities in School Mathematics. Executive Summary of the PRISM Project*. NCTM, Reston, VA, 1981 b.
- Nuffield Mathematics Project*. John Murray, London, 1971.
- OCDE (s. f.): *Programme moderne de mathématiques pour l'enseignement secondaire*. OCDE, Paris.
- PIAGET y otros: *La enseñanza de las matemáticas modernas*. Alianza, Madrid, 1978.
- SANTALÓ, L. A.: *Enseñanza de la matemática en la escuela media*. Docencia, Buenos Aires, 1981.
- SCHOOLS COUNCIL: *Mathematics for the Majority*. Chatto & Windus, London, 1970-74.
- SCHOOLS COUNCIL: *Mathematics Applicable*. Heinemann, London, 1975-1978.
- SERVAIS, W., y VARGA, T.: *Teaching School Mathematics*. Penguin Books - UNESCO, Paris, 1971.
- SHUFELT, G. (ed.): *The Agenda in Action*. NCTM, Reston, VA, 1983.
- SMP: *Teacher's Guides for Books A, B, C, D, E, F, G & H*. Cambridge University Press, London, 1969.
- SMP: *SMP 11-16*. Cambridge University Press, London, 1983.
- THAWAITES, B. (ed.): *The School Mathematics Project. The First Ten Years*. Cambridge University Press, London, 1972.
- UNESCO: *New Trends in Mathematics Teaching (1966)*, vol. I. UNESCO, Paris, 1967.
- UNESCO: *New Trends in Mathematics Teaching (1970)*, vol. II. UNESCO, Paris, 1970.
- UNESCO: *New Trends in Mathematics Teaching (1972)*, vol. III. UNESCO, Paris, 1973.
- UNESCO: *New Trends in Mathematics Teaching*, vol. IV. UNESCO, Paris, 1979.
- WHYNE, W.: *The Mathematics Curriculum: Geometry*. Blackie, London, 1977.

5. Aprendizaje e instrucción

En este apartado se da una visión general de los trabajos relacionados con el aprendizaje de las matemáticas desde perspectivas predominantemente psicológicas.

Ausubel and Robinson (1971), Bruner (1978) y Gagné and Briggs (1974) son ejemplos de tres autores populares que tratan los problemas generales del aprendizaje y la instrucción.

En lo relativo al aprendizaje y la instrucción en matemáticas, Resnick and Ford (1981) es un tratado general; Brainerd, ed. (1982), Ginsburg, ed. (1983) y Lesh and Landau, ed. (1983) presentan un panorama casi completo de lo que se está haciendo actualmente en USA, y Kilpatrick and Wirsup (1969 - 75) y Krutetskii (1976) constituyen la información más fácilmente accesible de la URSS.

No se incluye aquí la obra de Piaget (ver el apartado 10), pero sí algunos ejemplos de su escuela (Copeland, 1974; Kamii, 1978, 1982; Lovell, 1977). Por su parte, los que trabajan en el paradigma del "information processing system" están representados por Simon (1979), aunque este libro estaría mejor clasificado en un apartado de estudios cognitivos (ver también

en el apartado 7, Newell and Simon, 1972).

Bouvier (1981) es el único ejemplo de los problemas del aprendizaje desde el punto de vista de un matemático profesional, ya que los trabajos cruciales de Freudenthal se citan en el apartado 10.

Finalmente, Nimier (1976) se ha incluido aquí porque conviene considerar los procesos de aprendizaje no sólo desde el punto de vista de su eficacia, sino tener en cuenta que se está tratando con personas y no olvidar por tanto la componente efectiva.

AUSUBEL, D. P., and ROBINSON, F. G.: *School Learning*. Holt, Rinehart and Winston, Inc., London, 1971.

BOUVIER, A.: *La mystification mathématique*. Hermann, Paris, 1981.

BRAINERD, C. J.: *Children Logical and Mathematical Cognition: Progress in Cognitive Development Research*. Springer Verlag, New York, 1982.

BRUNER, J.: *Toward a Theory of Instruction*. Harvard University Press, Cambridge, MA, 1978.

COPELAND, R. W.: *How Children Learn Mathematics. Teaching Implication of Piaget's Research*. McMillan, Publishing Co., New York, 1974.

CROSSWHITE, F. J., and REIS, R. E. (eds.): *Organizing for Mathematics Instruction. 1977 Yearbook*. NCTM, Reston, VA, 1977.

GAGNE, R. M., and BRIGGS, L. J.: *Principles of instructional Design*. Hall, Rinehart & Winston, New York, 1974.

GINSBURG, H. P. (ed.): *The Development of Mathematical Thinking*. Academic Press, New York, 1983.

KAMIL, C.: *Number in Preschool and Kindergarten*. NAEYC, Washington, D. C., 1982.

KAMIL, C., and DE VRIES, R.: *Piaget. Children and Number*. NAEYC, Washington, D. C., 1978.

KILPATRICK, J., and WIRSZUP, I. (eds.): *Soviet Studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics*, 14 vols. NCTM, Stanford, CA, 1969-75.

KRUTESKII, V. A.: *The Psychology of Mathematics in School Children*. University of Chicago Press, Chicago, 1976.

LESH, R., and LANDAU, M. (eds.): *Acquisition of Mathematics Concepts and Pro-*

cesses. Academic Press, New York, 1983.

LOVELL, K.: *Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños*. Morata, Madrid, 1977.

NIMIER, J.: *Mathématique et affectivité*. Stock, Paris, 1976.

PAYNE, J. N. (ed.): *Mathematics Learning in Early Childhood. 37th Yearbook*. NCTM, Reston, VA, 1975.

RESNICK, L. B., and FORD, W. W.: *The Psychology of Mathematics for Instruction*. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, N. J., 1981.

SIMON, H. A.: *Models of Thought*. Yale University Press, London, 1979.

SKEMP, R.: *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Morata, Madrid, 1980.

6. Métodos, materiales

Los artículos de revistas constituyen la fuente usual y más abundante de ideas, materiales, métodos o puntos de partida, que pueden utilizarse en la práctica diaria de la enseñanza. En nuestro país no existe aún ninguna revista con la tradición suficiente como para ser la fuente a la que acudir para resolver estos problemas cotidianos. Tampoco hay en el mercado libros que sirvan para ello. Los que se recogen en este apartado son algunos ejemplos, presentados sin orden ni concierto, de lo que hay en otros países.

ATM: *Notes on Mathematics for Children*. Cambridge University Press, London, 1977.

BANWELL, C.; SAUNDERS, K., and TAKTA, D.: *Starting Points*. Oxford University Press, London, 1972.

BEARD, Col. R. S.: *Patterns in Space*. Creative Publications, Palo Alto, CA, 1973.

BOSSARD, Y.: *Rosaces, frises et pavages*, 2 vols. CEDIC, Paris, 1977-79.

CASTELNUOVO, E., and BARRA, M.: *Matematica nella realtà*. Boringhieri, Torino, 1976.

CUNDY, H. M., and ROLLET, A. P.: *Mathematical Models*. Oxford University Press, London, 1961 (trad. francesa, *Modèles Mathématiques*. CEDIC, Paris, 1978).

ERNST, B.: *The Magic Mirror of M. C.*

- Escher. Ballantine Books, New York, 1976.
- FIELKER, D. S.: *Cubes*. Cambridge University Press, London, 1969.
- FIELKER, D. S., and MOLD, J.: *Squares*. Cambridge University Press, London, 1974.
- GATTEGNO, C.: *Aritmética con números en color*. Cuissenaire de España, Madrid, 1965.
- GATTEGNO, C., y otros: *El material para la enseñanza de las matemáticas*. Aguilar, Madrid, 1967.
- LOCKWOOD, E. H.: *A Book of Curves*. CUP, London, 1961.
- LOCKWOOD, E. H., and MACMILLAN, R. H.: *Geometric Symmetry*. CUP, London, 1978.
- MCGILLAVRY, C. H.: *Fantasy & Symmetry. The Periodic Drawings of M. C. Escher*. Harry N. Abrams, New York, 1976.
- NCTM: *Experiences in Mathematical Ideas*, vols. 1 & 2. NCTM, Reston, VA, 1971.
- NCTM: *Instructional Aids in Mathematics. 34th Yearbook*. NCTM, Washington, D. C., 1973.
- NCTM: *Experiences in Mathematical Discovery, units 1 to 10*. NCTM, Reston, VA, 1974.
- NCTM: *Developing Computational Skills. 1978 Yearbook*. NCTM, Reston, VA, 1978.
- PAIGE, D.; BAZIK, E.; BUDRECK, F.; THIESSEN, D., and WILD, M.: *Elementary Mathematical Methods*. John Wiley & Sons., New York, 1978.
- RANUCCI, E. R., and TEETERS, J. L.: *Creating Escher-Type Drawings*. Creative Publications, Palo Alto, CA, 1977.
- STEINHAUS, H.: *Mathematical Snapshots*. Oxford University Press, New York, 1969.
- WENNINGER, M. J.: *Polyhedron Models*. CUP, London, 1971.
- WENNINGER, M. J.: *Polyhedron Models for the Classroom*. NCTM, Washington, D. C., 1975.

7. Resolución de problemas

La literatura de resolución de problemas es inmensa y está de moda. NCTM (1981 b), citado en el apartado 4, declara que ésta es la prioridad fundamental para la década de los 80.

Los libros de Polya (1954, 1957, 1976) son los clásicos y hemos inclui-

do los de Descartes porque Polya hace referencia a ellos e incluso reescribe las "reglas para la dirección del espíritu" (matemático).

Wickelgren (1974) y Hughes (1976) son libros que tratan de técnicas heurísticas. Greenes et al. (1977) y Thompson (1976) añaden además problemas directamente aplicables a las clases.

Mason, Burton and Stacey (1982) presenta el proceso de resolución de problemas en el corazón del pensamiento matemático; Burton (s. f.) es el informe final de un proyecto de investigación donde se trata de introducir en el curriculum de matemáticas la idea anterior, y Burton (1984) es el resultado comercial del proyecto.

Brown and Walter (1983) estudia cómo el ponerse un problema está íntimamente conectado con el proceso de resolución.

Schoenfeld (1983) describe cómo puede procederse para impartir un curso de resolución de problemas.

Newell and Simon (1972) es un libro que ya se ha convertido en clásico, porque inaugura un nuevo paradigma en el análisis de la resolución de problemas (no sólo de matemáticas), al considerar que el resolutor se comporta como un sistema de procesamiento de información.

El campo de la investigación está representado por Goldin and McClintock, ed. (1979), Hatfield and Bradnard, ed. (1978), Lesh et al., ed. (1979) y Lester and Garofalo (1982). Los volúmenes III, IV, VI, IX y XI de Kilpatrick and Wirszup, ed. (1969-75) informan de lo que se hace en la URSS. El anuario de 1980 del National Council of Teachers of Mathematics de USA (Krulik, ed., 1980) estuvo dedicado a la resolución de problemas en la escuela y trata, superficialmente,

todos los temas relacionados, desde si puede enseñarse la heurística hasta el uso de las calculadoras para incrementar la habilidad al resolver problemas.

- BROWN, S. I., and WALTER, M. J.: *The Art of Problem Posing*. Franklin Institute Press, Philadelphia, PA, 1983.
- BURTON, L. (s. f.): *The Skills and Procedures of Mathematical Problem Solving*. Report of an SSRC Sponsored Project at the Politechnic of the South Bank, London.
- BURTON, L.: *Thinking Things Through*. Basil Blackwell, Oxford, 1984.
- DESCARTES, R.: *Discurso del método*. Edición de Risieri Frondizi. Alianza, Madrid, 1979.
- DESCARTES, R.: *Reglas para la dirección del espíritu*. Edición de Juan Manuel Navarro Córdón. Alianza, Madrid, 1984.
- GOLDIN, G. A., and McCLINTOCK, C. E., eds.: *Task Variables in Mathematical Problem Solving*. ERIC/SMEAC, Columbus, Ohio, 1979.
- GREENES, C. E.; GREGORY, J., and SEYMOUR, D.: *Successful Problem Solving Techniques*. Creative Publications, Palo Alto, CA, 1977.
- HATFIELD, L. L., and BRADBARD, D. A. (eds.): *Mathematical Problem Solving: Papers from a Research Workshop*. ERIC/SMEAC, Columbus, Ohio, 1978.
- HUGHES, B.: *Thinking Through Problems*. Creative Publications, Palo Alto, CA, 1976.
- IREM de Strasbourg: *Le livre du problème*, 4 vols. CEDIC, Paris, 1973.
- KRULIK, S. (ed.): *Problem Solving in School Mathematics*. 1980 Yearbook. NCTM, Reston, VA, 1980.
- LESH, R.; MIERKIEWICZ, D., and KANTOWSKI, M. G. (eds.): *Applied Mathematical Problem Solving*. ERIC, Columbus, Ohio, 1979.
- LESTER, F. K., and GAROFALO, J. (eds.): *Mathematical Problem Solving. Issues in Research*. Franklin Institute Press, Philadelphia, PA, 1982.
- MASON, J.; BURTON, L., and STACEY, K.: *Thinking Mathematically*. Addison Wesley, London, 1982.
- NEWELL, A., and SIMON, H.: *Human Problem Solving*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1972.
- POLYA, G.: *Mathematics and Plausible Reasoning*, 2 vols. Princeton University Press, Princeton, N. J., 1954. (Traducción castellana, *Matemáticas y razonamiento plausible*. Tecnos, Madrid, 1966.)

- POLYA, G.: *How to Solve It*, 2nd. edition. Princeton University Press, Princeton, N. J., 1957. (Trad. castellana, *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas, México, 1965.)
- POLYA, G.: *Mathematical Discovery*, 2 vols. John Wiley & Sons, New York, 1966. (Trad. francesa, *La découverte des mathématiques*, 2 vols. Dunod, Paris, 1967.)
- POLYA, G., and KILPATRICK, J.: *The Stanford Mathematics Problem Book*. Teachers College Press, New York, 1974.
- RUBENSTEIN, M.: *Patterns of Problem Solving*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1975.
- SCANDURA, J. M.: *Problem Solving: a Structural Process Approach with Instructional Implications*. Academic Press, New York, 1977.
- SCHOENFELD, A. H.: *Problem Solving in the Mathematics Curriculum*. The Mathematical Association of America, Washington, D. C., 1983.
- THOMPSON, M.: *Experiences in Problem Solving*. Addison-Wesley, Reading, Mass, 1976.
- WICKELGREN, W. A.: *How to Solve Problems*. W. H. Freeman & Co., San Francisco, CA, 1974.

8. Formación de profesores

Cualquier libro de esta bibliografía forma parte de lo que un profesor puede utilizar para su formación, ya sea matemática, metodológica o práctica. Lo que hay en este apartado son libros escritos expresamente para formar profesores, cada uno de los cuales cubre un aspecto diferente.

Rusholme, ed. (1972) es un informe oficial acerca de la estrategia de formación inicial y permanente del profesorado (donde, por cierto, se puede encontrar el diseño de los "centros de profesores" y la descripción de las condiciones necesarias para que funcionen) NCTM (1981 c) contiene las recomendaciones que deben seguirse para formar profesores de matemáticas de todos los niveles y una relación bastante exhaustiva de lo que éstos deben saber y saber hacer.

Wain and Woodrow (1980) es un curso completo en métodos; Hoffer (1978) instruye a los profesores que han de tomar parte en el desarrollo de un *curriculum* determinado, y Krulik and Rudnick (1980) trata únicamente un tema.

Además, Freudenthal (1973, 1983), citados en el apartado 10, son dos libros imprescindibles para la formación matemática de los profesores.

HOFFER, A. (director): *Didactics and Mathematics. From Mathematics Resource Project*. Creative Publications, Palo Alto, CA, 1978.

KRULIK, S., and RUDNICK, J. A.: *Problem Solving: Handbook for Teachers*. Allyn & Bacon, Boston, 1980.

NCTM: *Guidelines for the Preparation of Teacher of Mathematics*. NCTM, Reston, VA, 1981.

RUSHOLME, J. (ed.): *Teacher Education and Training*. HMSO, London, 1972.

WAIN, G. T., and WOODROW, D. (eds.): *Mathematics Teacher Education Project. Student's Material & Tutor's Guide*. Blackie, London, 1980.

9. Informes, actas...

Begle (1979) y Shumway, ed. (1980) son resúmenes ordenados y clasificados de la investigación realizada hasta la fecha de su edición.

Las actas de International Conference for the Psychology of Mathematics Education (PME) e International Congress on Mathematical Education (ICME) son las últimas publicadas.

Los otros son la base del informe Cockcroft (ver apartado 4).

BEGLE, E. G.: *Critical Variables in Mathematics Education*. MAA & NCTM, Washington, D. C., 1979.

BELL, A. G.; COSTELLO, J., and KÜCHEMAN, D. E.: *A Review of Research in Mathematical Education, Part A: Research on Learning and Teaching*. NFER-NELSON, Windsor, 1983.

BISHOP, A. J., and NICKSON, M.: *A Review of Research in Mathematical Education. Part B: Research on the Social Context of Mathematics Education*. NFER-NELSON, Windsor, 1983.

HERSHKOWITZ, R. (ed.): *Proceedings of the seventh International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Weizmann Institute of Science, Rehovot, Israel, 1983.

SHUMWAY, R. J. (ed.): *Research in Mathematics Education*. NCTM, Reston, VA, 1980.

ZWENG, M., y otros (eds.): *Proceedings of the IV ICME*. Birkhause Boston, Inc., Boston, 1983.

10. Clásicos

Aquí se han agrupado los libros más importantes de aquellos autores cuya obra ha tenido influencia social.

DIENES, Z. P.: *La construcción de las matemáticas*. Vicens Vives, Barcelona, 1970.

DIENES, Z. P.: *Las seis etapas del aprendizaje de las matemáticas*. Teide, Barcelona, 1973.

DIENES, Z. P.: *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. Paidós, Buenos Aires, 1975.

FREUDENTHAL, H.: *Mathematics as an Educational Task*. D. Reidel, Dordrecht, 1973.

FREUDENTHAL, H.: *Weeding and Sowing*. D. Reidel, Dordrecht, 1978.

FREUDENTHAL, H.: *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. D. Reidel, Dordrecht, 1983.

PAPY, G.: *Matemática moderna, I a VI*. Eudeba, Buenos Aires, 1968.

PAPY, G.: *Groupes*. Dunod, Paris, 1970.

PIAGET, J.; INDELHER, B.: *Génesis de las estructuras lógicas elementales*. Guadalupe, Buenos Aires, 1967.

PIAGET, J.: *El lenguaje y el pensamiento en el niño. Estudios sobre la lógica en el niño*. Guadalupe, Buenos Aires, 1973.

PIAGET, J.: *Introducción a la epistemología genética. I. El pensamiento matemático*. Paidós, Buenos Aires, 1975.

PIAGET, J.; SZEMINSKA, A.: *Génesis del número en el niño*. Guadalupe, Buenos Aires, 1975.

PUIG ADAM, P.: *Didáctica de la matemática eurística*. Institución de Enseñanza Laboral, Madrid, 1956.

Apéndice

Una de las opciones adoptadas al elaborar esta bibliografía ha sido la de incluir exclusivamente libros. Sin embargo, éstos suelen estar retrasados sobre lo que se está haciendo, por lo que si uno quiere mantenerse informado, ha de recurrir a las revistas especializadas y las publicaciones de organismos y grupos investigadores. La relación de estas fuentes de infor-

mación y producción requeriría un espacio del que no se dispone aquí. En su defecto, puede recurrirse a la sección "Bibliografía y noticias" de la revista *Enseñanza de las ciencias*, al artículo de Juan Díaz Codino, "Metodología en la Investigación de Didáctica de las Matemáticas", *Epsilon*, número 1, págs. 94-101, o al *Boletín de Sumarios* del Instituto de Técnicas Educativas, de Alcalá de Henares, por citar fuentes recientes y fácilmente accesibles.

