

# *Jugando con la geometría plana*

**Teresa ESTEBAN GÓMEZ \***

## **Aprender jugando**

Quisiera con este trabajo dar una visión más atractiva de la práctica de la geometría. No hay razón para no intentar aprender disfrutando en algún momento. ¿Qué mejor placer que combinar la diversión con el conocimiento de la geometría que nos pueden proporcionar los juegos ya conocidos o aquellos que podemos inventar nosotros mismos?

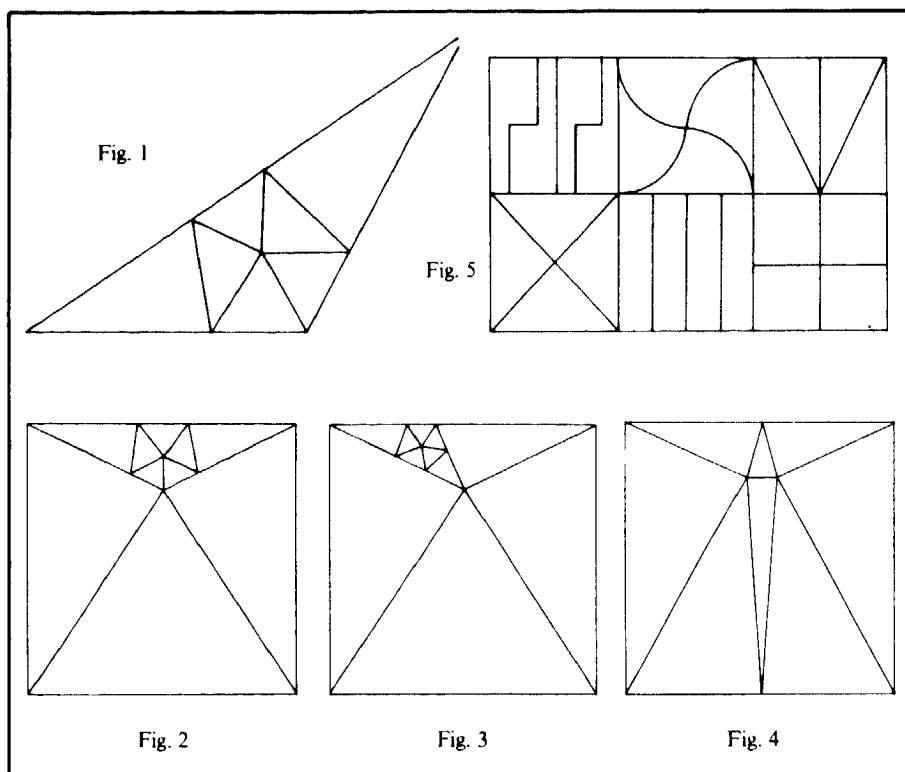
Incluyendo estas diversiones de una manera razonada se resolverían muchos problemas, se aprendería a sintetizar y se tendría la recompensa del éxito final. Estos juegos relajarían y a la vez estimularían y activarían el ambiente a veces tenso y demasiado aburrido de algunas clases. Se podría dar una larga serie de estos ejercicios, pero los que más me interesan como apropiados para la enseñanza del dibujo, son los llamados «rompecabezas». Hay también otros problemas que pueden servir para ilustrar el tema. Pondré algunos ejemplos:

## **De un obtusángulo sacamos tres acutángulos**

El primero de ellos bastante conocido, sería la división de un triángulo obtusángulo (triángulo con un ángulo obtuso, o sea, mayor que un recto) en otros triángulos, todos ellos acutángulos (el triángulo acutángulo, tiene sus tres ángulos agudos, o sea menores que el recto). Creo que a todos los que nos

---

\* Agregada de dibujo del I.B. de Tomelloso (Ciudad Real).



han planteado este problema alguna vez, en un primer momento nos ha quedado algún ángulo obtuso (fig. 1). Podríamos extendernos mucho razonando la solución, pero no es ése mi objetivo en este momento. Este mismo ejercicio se podría repetir, pero utilizando un cuadrado, aunque en este caso habría más posibles soluciones (figs. 2, 3 y 4).

Otro ejercicio sería la división del cuadrado en cuatro partes iguales. Este ejercicio tan sencillo y con tantas posibles soluciones es fascinante, especialmente cuando éstas se empiezan a descubrir. Lo he utilizado en todas mis clases y resultaba divertido ver cómo las formas venían a la cabeza y comprobar que las soluciones antes halladas, eran las más obvias para todos.

En la figura 5, pongo algunos ejemplos más característicos.

### La papiroflexia

También tiene aquí su lugar la papiroflexia. Con tijeras y papel se pueden demostrar arduos teoremas de la geometría plana de una manera clara e interesante. Por ejemplo: sabemos que la suma de los ángulos de un triángulo, sea éste cual sea, es igual a un ángulo llano (un ángulo llano es de  $180^\circ$ ). Se recorta un triángulo de papel y mediante dobleces se unen sus tres ángulos, con lo que efectivamente obtenemos un llano (fig. 6).

Fig. 6

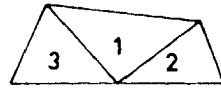
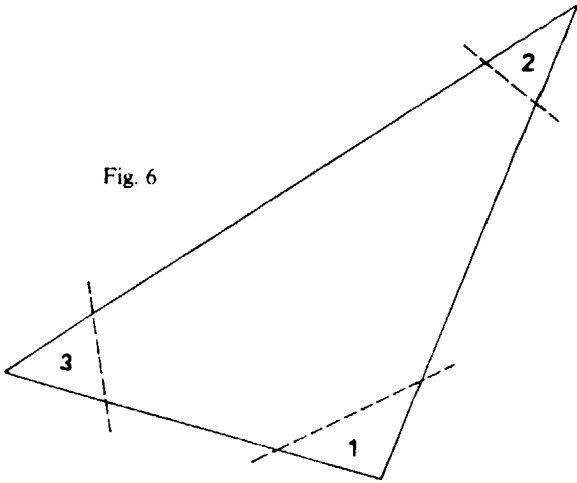


Fig. 7

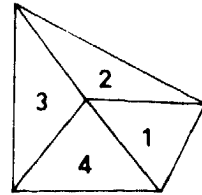
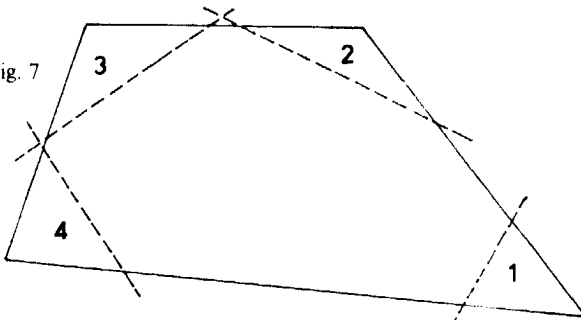
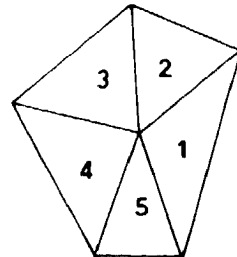
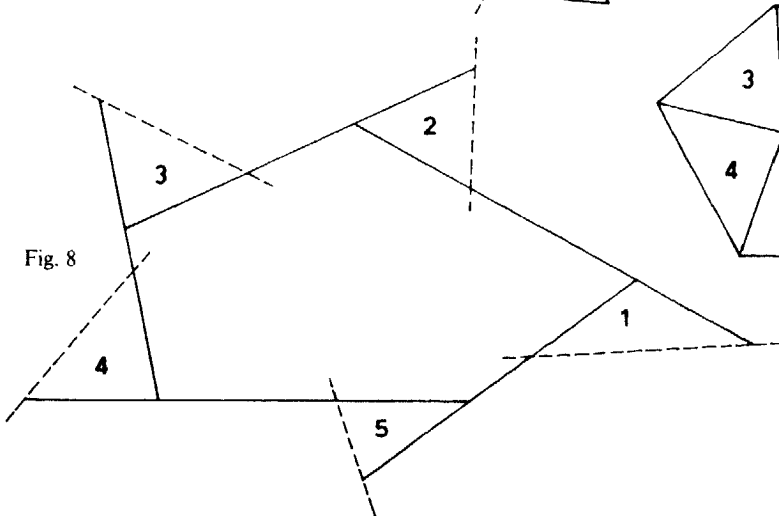


Fig. 8



Por otra parte, sabemos que la suma de los ángulos de un cuadrilátero cualquiera es igual a  $360^\circ$ . (Utilicemos un trapezoide) (fig. 7). Como vemos aquí también es bastante sencilla la demostración. También sabemos que si sumamos los ángulos exteriores de un polígono veremos que igualmente suman  $360^\circ$ , como en el caso del pentágono irregular de la figura 8.

Pues bien, todavía la papiroflexia nos da otra posibilidad. Recortando papel se pueden formar polígonos que, sometidos luego a otros sucesivos cortes (como indica la figura) y uniéndolos, forman otros polígonos. El resultado puede ser sorprendente y, utilizando polígonos complicados, podemos convertir este ejercicio en algo fascinante y con sugestivas aplicaciones geométricas. (fig. 9).

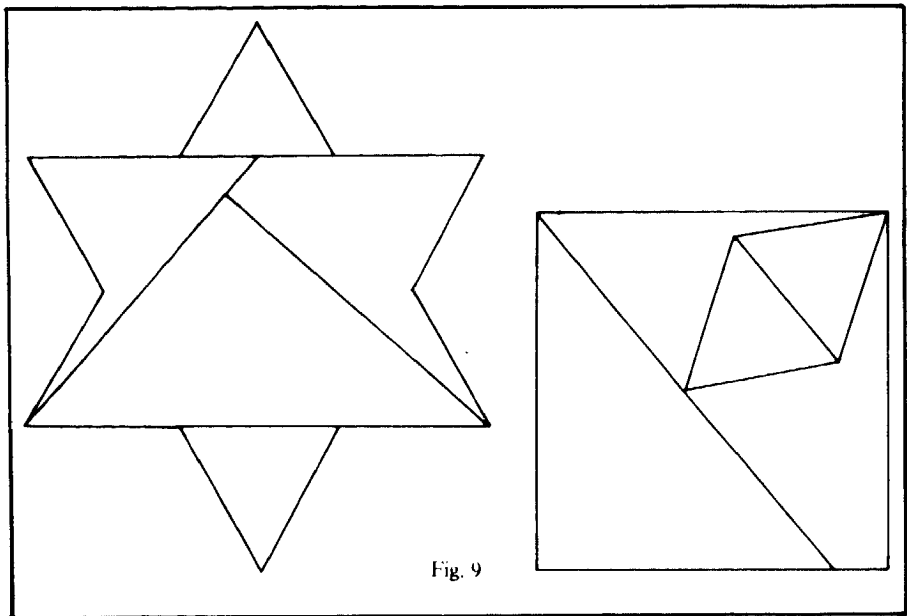
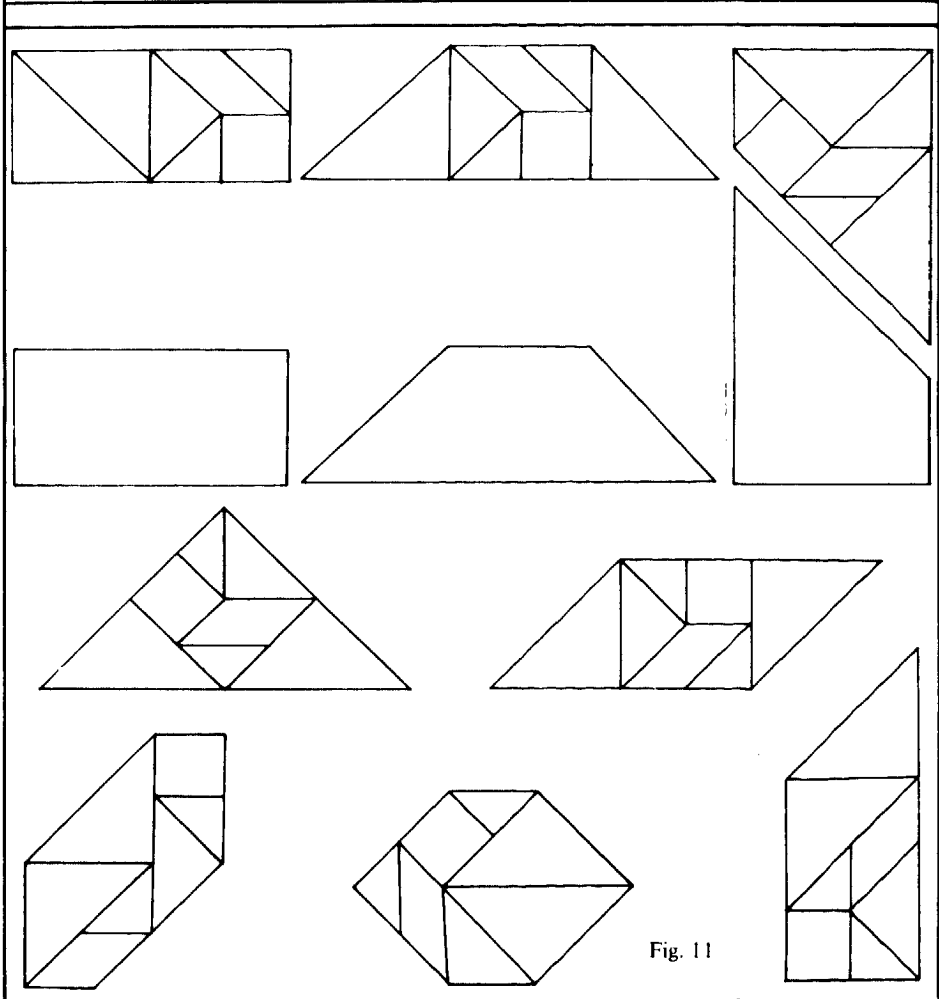
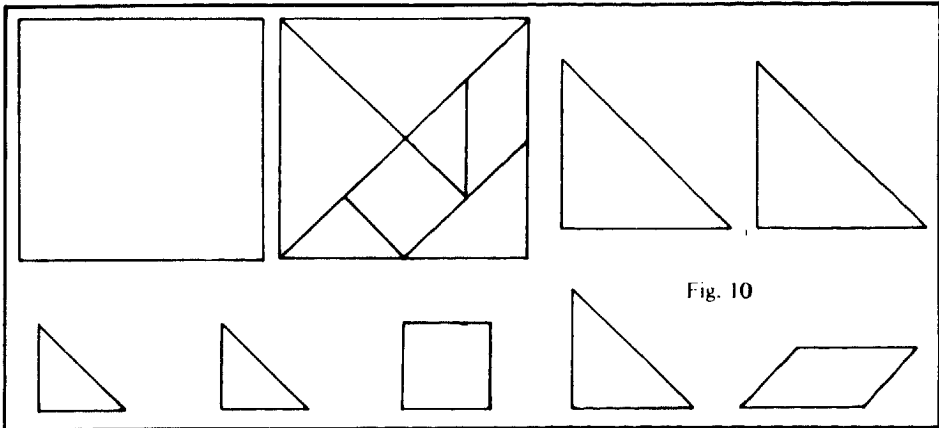


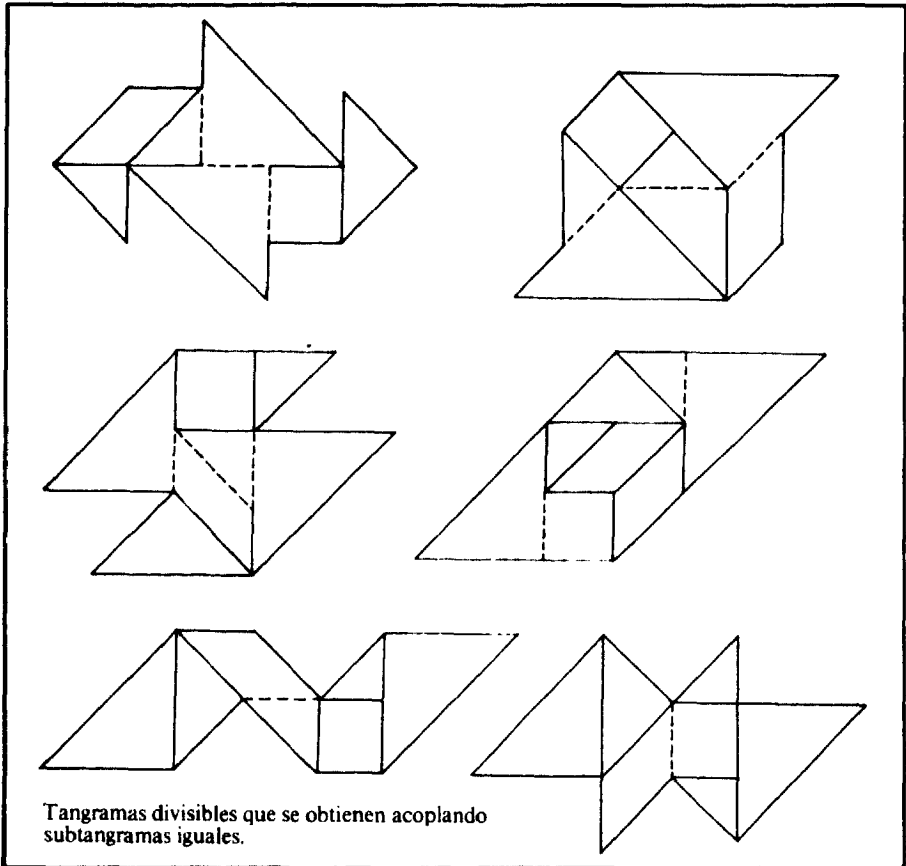
Fig. 9

### Los rompecabezas chinos

Se puede seguir hablando de otras posibilidades, pero quiero hacer hincapié en los «rompecabezas» como juego de formas, y, en especial, en un rompecabezas chino llamado «Tangram».

Entre los rompecabezas chinos los hay planos y volumétricos. Apenas se sabe de los antecedentes históricos de estos montajes, pero seguramente había rompecabezas ya en el Asia Oriental en el siglo XVIII, como también en Europa. Los rompecabezas europeos han sido denominados chinos, por la inclinación a dar a los enigmas mecánicos nombres de países enigmáticos para nosotros. Hay rompecabezas sencillos, formados por tres piezas volumétricas solamente, pero entre los menos triviales está el conocido de seis piezas llamado rompecabezas «cardo». Se les llama así porque su forma los recuerda. En la actualidad se les llama así a todos por extensión.

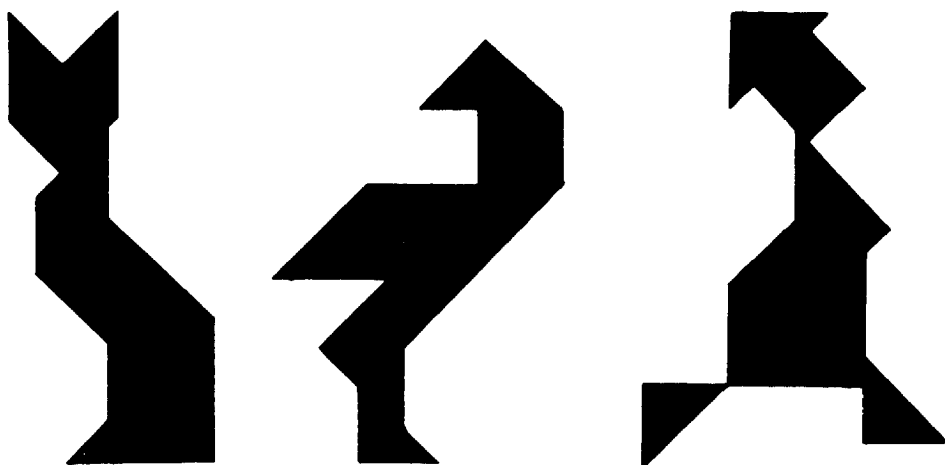




También se han fabricado rompecabezas chinos que recuerdan objetos familiares: animales, barcos, casas, personas en diferentes actitudes. La mayoría de estos rompecabezas no persiguen el que sus formas recuerden objetos concretos, pues los modelos figurativos suelen ser estéticamente menos interesantes.

Los rompecabezas han gozado siempre de gran popularidad. Ya los niños de pocos años tratan de acoplar correctamente las piezas de un puzzle. Su dificultad varía en función de las personas a las que va destinada. El número mayor de las piezas puede dar a menudo más trabajo, pero no hacerlo más difícil.

En el Tangram el número y forma de las piezas es invariable. Es un juego de siete elementos o formas básicas obtenidas por medio de la división de un cuadrado. Se llega así a los siete elementos relacionados entre sí: dos triángulos rectángulos e isósceles iguales, otros dos rectángulos e isósceles iguales, más pequeños que los anteriores, un cuadrado, un romboide y otro triángulo rectángulo e isósceles (fig. 10). Entre todos estos elementos llegamos a los dieciséis triángulos básicos que forman un Tangram, todos ellos rectángulos e isósceles. Todos estos elementos guardan una misma relación en todos sus lados.



Entre ellos se pueden combinar formando determinadas figuras geométricas: un triángulo, un rectángulo, un romboide, diversos cuadriláteros y polígonos (fig. 11).

Pero también se pueden construir figuras de todo tipo: objetos, personas, infinidad de figuras abstractas. Aproximadamente hasta 1500 combinaciones diferentes. Hay reglas constantes, que más bien son características del juego, como la utilización de las siete piezas en todas las figuras que se construyan. Es un juego bidimensional, al que difícilmente la tridimensionalidad haría más provechoso. Claramente se pueden ver las posibilidades educativas del Tangram, como estudio práctico de la forma geométrica, e incluso se podrían buscar sus posibilidades como test-psicológico. Éste es un juego que puede dilatar la imaginación y la creatividad, con un marcado carácter didáctico pero que entretiene a cualquier tipo de personas, es constructivo y no es competitivo. Yo he propuesto este juego a mis alumnos que, armados de cartulina, tijeras, plantillas y lápiz, han terminado por comprender lo que hacían y cómo lo hacían, recordando siempre los teoremas geométricos que estaban estudiando. El sistema es muy sencillo, ellos dibujan los siete elementos con sus correspondientes medidas sobre cartulina y luego los recortan. A continuación yo dibujo en la pizarra la pieza completa y ellos en sus mesas, deben intentar construirla con sus siete elementos.

Una de las aplicaciones posibles sería la construcción de polígonos, también lo sería el estudio de la equivalencia de las formas planas, pues de equivalencias se trata. Se puede entrar también en el estudio de la semejanza y la igualdad, la perpendicularidad, el paralelismo, etc. Las posibilidades, como vemos, son muy variadas. A la vista queda la cantidad de conceptos y temas que se pueden manejar.

Aunque nos cueste un ligero dolor de cabeza, podemos hallar todas las combinaciones con un poco de lógica y de paciencia.



*Desigual fortuna  
del trabajo colectivo*





