

Determinación del radio de la tierra por el método de Eratóstenes

José María VAQUERO GUERRI *

¿Quién fue Eratóstenes?



En la Antigüedad los seres humanos creían firmemente que la Tierra era plana. Por tal motivo, los navegantes no se atrevían a adentrarse en los océanos inexplorados y siempre que podían navegaban paralelamente a la costa. El descubrimiento de que la Tierra era redonda no fue posible hasta la llegada de la cultura griega, que hizo brillar la llama de la sabiduría en un mundo que se encontraba envuelto en las supersticiones y tinieblas.

En el siglo III a. de C., el famoso astrónomo y matemático griego Eratóstenes, oriundo de Cirene (África del Norte), fue nombrado director de la gran Biblioteca de Alejandría, que era en aquel tiempo la ciudad más importante del mundo occidental.

Un día leyó en uno de los libros de la famosa Biblioteca que en la ciudad de Siena (actual Asuán), situada unos 800 km. más al Sur, el día 21 de junio, el Sol de mediodía no proyectaba sombras de los palos verticales y se podía ver el reflejo del Sol sobre las aguas de un profundo pozo. Es decir, los rayos solares caían perpendicularmente al suelo.

Tal fecha corresponde al llamado *solsticio* de verano, es decir, es el día del año con más luz solar.

Eratóstenes tuvo la curiosidad de comprobar que en la misma fecha, en cambio, los palos verticales colocados en Alejandría proyectaban una apreciable sombra al mediodía.

Razonando sobre este hecho tan singular, el sabio griego comprendió que la única explicación posible era admitir que la superficie de la Tierra no era plana sino curvada. Supuso que nuestro planeta era una inmensa bola y que la distinta posición de Siena y Alejandría sobre uno de los me-

ridianos de la Tierra explicaba el curioso fenómeno de las sombras. La distancia del Sol a la Tierra era tan grande que se podía suponer que los rayos solares inciden paralelamente sobre la Tierra.

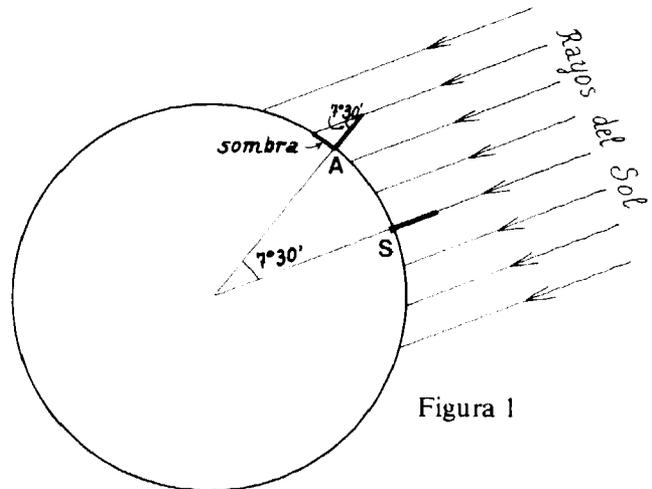


Figura 1

Los rayos solares caen perpendicularmente en Siena pero en Alejandría forman un ángulo de $7^{\circ} 30'$ con la vertical.

El razonamiento de Eratóstenes se entiende mejor en la figura 1. El punto A representa Alejandría y el S Siena. Los rayos del Sol caen perpendiculares sobre Siena y forman un cierto ángulo en Alejandría. Eratóstenes midió la sombra que proyectaban los rayos solares ese día en Alejandría y calculó que el ángulo que forman dichos rayos con la vertical era de $7^{\circ} 30'$, que equivale a $1/48$ parte de 360° . Así pues, el arco AS es $1/48$ parte de la circunferencia total de la Tierra. Por consiguiente, seguía razonando Eratóstenes, si se

*Catedrático de física y química del I.B. «Felipe II», de Madrid.

conociera la distancia entre ambas ciudades bastaría multiplicarla por 48 para saber la longitud del meridiano terrestre. El sabio contrató a un hombre para que pacientemente midiese a pasos la distancia entre Siena y Alejandría. El resultado fue de unos 5.000 estadios egipcios (equivalente a unos 800 km).

Por consiguiente, calculó el sabio griego, la longitud de la circunferencia de la Tierra sería:

$$48 \times 800 = 38.400 \text{ km.}$$

Causa asombro la precisión de este resultado teniendo en cuenta los medios utilizados. El valor admitido actualmente es de unos 40.000 km.

La medida del radio de la Tierra como experiencia escolar

El método de Eratóstenes nos pareció de un valor didáctico tan inmenso que decidimos reproducirlo dentro de nuestras limitaciones.

Por tal motivo, pedimos la colaboración de otro instituto situado en el mismo meridiano que el nuestro. El Instituto «Iliberis», situado en la ciudad granadina de Atarfe, respondió gentilmente a nuestra petición y colaboró en las medidas solicitadas.

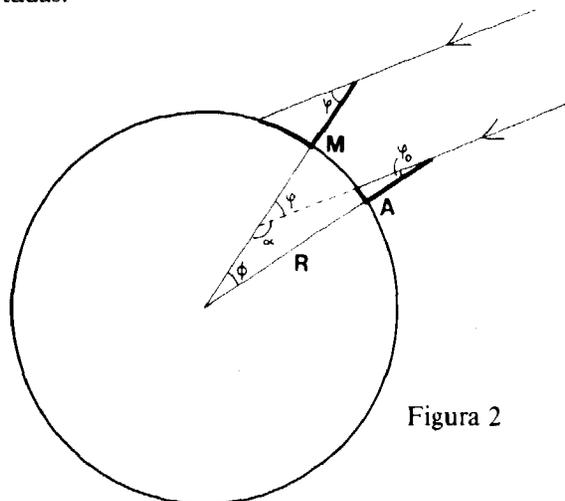
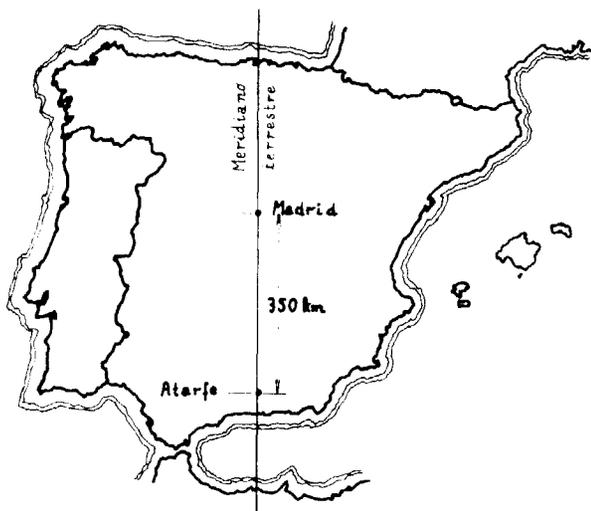


Figura 2

El Sol proyecta sombras diferentes en Madrid y en Atarfe debido a la distinta posición de estas ciudades sobre el meridiano terrestre.

Las dos poblaciones, *Madrid* (M) y *Atarfe* (A), están situadas sobre el mismo meridiano (fig. 2) y separadas entre sí por una distancia en línea recta de 350 km, determinada a partir de un atlas (¡No encontramos ningún voluntario para medir los pasos que hay entre Madrid y Granada!). Como ambas poblaciones están situadas por encima del *Trópico de Cáncer* los rayos del Sol siempre producirán sombras, incluso el 21 de junio. Admitida esta pequeña dificultad, las medidas se pueden

realizar en cualquier fecha. Lo mismo da el mes de marzo que el de junio, siempre que el día no esté nublado.



Las ciudades de Madrid y Atarfe (Granada) están situadas prácticamente sobre el mismo meridiano terrestre.

Figura 3

En la figura 3 se comprueba que

$$\alpha = 180^\circ - \varphi$$

Por consiguiente, el ángulo central ϕ vale:

$$\phi = 180^\circ - (\alpha + \varphi_0) = \varphi - \varphi_0$$

y como

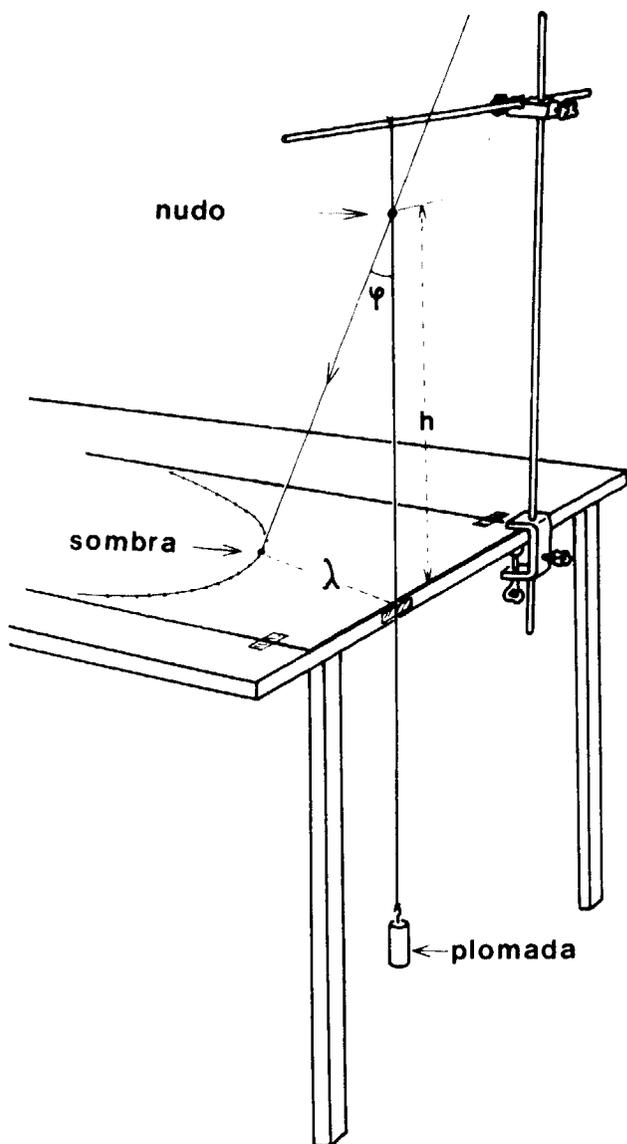
$$\widehat{MA} = \phi \cdot R$$

resulta que el radio de la Tierra viene dado por:

$$R = \frac{\widehat{MA}}{\phi} = \frac{\widehat{MA}}{\varphi - \varphi_0} \quad [1]$$

siendo φ y φ_0 los ángulos, expresados en radianes, que forman los rayos solares con la vertical en ambas poblaciones.

Los dos institutos empleamos el mismo procedimiento para medir el ángulo de inclinación de los rayos solares: sacamos al patio varios pupitres e hicimos en cada uno de ellos el montaje experimental de la figura 4. Las mesas se calzaron de modo que quedasen perfectamente horizontales. Una canica que podía rodar sobre su superficie sirvió para comprobar la horizontalidad de las mesas. De una varilla soporte se colgó una cuerda con un peso que hacía las funciones de plomada. En la parte superior de la cuerda se hizo un nudo cuya sombra se proyectaba sobre una hoja de papel colocada sobre la mesa. Con mucho cuidado se fue girando la varilla soporte hasta conseguir que la cuerda quedase perfectamente rasante con



Montaje experimental para determinar la inclinación de los rayos del sol a las 12 horas solares.

Figura 4

el borde de la mesa. Procurando que la plomada no se moviera, se fijó la cuerda al borde de la mesa con cinta adhesiva para evitar que las corrientes de aire la moviesen.

El siguiente paso era medir la longitud de la sombra a las 12 horas solares. Hay que tener en cuenta que la hora solar y la oficial no coinciden. El día del experimento, por ejemplo, las 12 horas solares coincidieron con las 14 h 21 min. oficiales. Como en principio tal dato se ignora, es necesario registrar las sombras del nudo sobre la hoja de papel a intervalos regulares de tiempo (1 minuto, por ejemplo), y buscar después el valor mínimo de la longitud de la sombra. Cuando ésta es mínima, el Sol se encuentra situado exactamente sobre

nuestro meridiano. Es decir, en ese instante son las 12 horas solares. Llamemos λ a la longitud de la sombra a esa hora.

El ángulo que forman los rayos solares con la vertical se determina a partir de la fórmula:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\lambda}{h} \quad [2]$$

siendo h la altura del nudo de la cuerda sobre la mesa.

Como dijimos al principio, pusimos en el patio varias mesas, y formamos varios equipos de trabajo. Cada equipo tenía una cuerda cuya longitud no coincidía, en general, con la de sus compañeros. Tampoco coincidían las longitudes de las sombras. Pero el cociente (2) prácticamente era igual para todos los equipos. Tomamos como valor verdadero el valor medio de los diversos equipos.

Los Institutos de Madrid y Atarfe obtuvimos unos valores de φ notablemente diferente, ya que este ángulo depende de la latitud geográfica:

Población	ángulo φ	
	(°)	(rad)
Madrid	21,6	0,377
Atarfe (Granada)	18,5	0,323

Al sustituir los valores obtenidos en la ecuación (1), resulta:

$$R = \frac{350}{0,377 - 0,323} = 6.480 \text{ km}$$

Este resultado es bastante aceptable si se compara con el valor conocido del radio de la Tierra: 6.370 km.

Epílogo

La realización experimental del método de Eratóstenes para medir el radio de la Tierra no tiene excesiva complejidad. Sólo se necesita la colaboración de dos centros docentes, un día de sol, un espacio libre y un material mínimo de trabajo. Su realización es muy recomendable para los alumnos de bachillerato y puede ser un ejemplo típico de interdisciplinariedad al colaborar conjuntamente los seminarios de griego, matemáticas, física y ciencias naturales.



Artistas Españoles Contemporáneos



En esta colección se recoge la vida y obra de los más relevantes artistas españoles de nuestro tiempo, como un justo y reconocido homenaje a los músicos, pintores, ceramistas, arquitectos y escultores que ocupan un puesto de honor en el panorama artístico de la España actual.

ULTIMOS TITULOS PUBLICADOS

- | | | |
|----------------------|--------------------------|--------------------------|
| 140. Alberto. | 151. Rafael Leoz. | 162. Anzo. |
| 141. Luis Sáez. | 152. Vázquez Díaz. | 163. Lombardía. |
| 142. Rivera Bagur. | 153. Enrique Gran. | 164. Badosa. |
| 143. Salvador Soria. | 154. Venancio. | 165. Gloria Alcahud. |
| 144. Eduardo Toldrá. | 155. Gloria Torner. | 166. Caruncho. |
| 145. Andrés Cillero. | 156. Juan Navarro Ramón. | 167. Molina Ciges. |
| 146. Barbadillo. | 157. H. Mompó. | 168. San José. |
| 147. Juan Guillermo. | 158. Jardiel. | 169. Fernández Molina. |
| 148. Fernando Sáez. | 159. Francisco Barón. | 170. Florencio Aguilera. |
| 149. José A. Díez. | 160. Maruja Mallo. | 171. Gutiérrez Montiel. |
| 150. Guajardo. | 161. Lapayese del Ríó. | |

Precio de cada ejemplar: 150 Ptas.

Venta en:

- Planta baja del Ministerio de Educación y Ciencia. Alcalá, 34.
- Edificio del Servicio de Publicaciones. Ciudad Universitaria, s/n Teléfono: 449 77 00

