EVOLUCIÓN Y MÉTODOS DE LA TOPOLOGÍA

José DEL RÍO SÁNCHEZ*

INTRODUCCIÓN

El dominio absoluto que el método axiomático está alcanzando en la ciencia moderna, no sólo en su construcción teórica, sino en su exposición didáctica en las aulas, tiene su mejor representante, sin duda, en las Matemáticas, y dentro de ellas, en el Álgebra y en la Topología. Parece ser que el método axiomático es el camino más efectivo, desde el punto de vista filosófico, para revelar las interconexiones de los distintos hechos y su estructura, pues se construyen así modelos de gran generalidad y abstracción que pueden aplicarse en dominios antes inadvertidos. «Sin embargo rara vez se obtiene un descubrimiento significativo o una visión esclarecedora si se hace uso de un procedimiento exclusivamente axiomático. El pensamiento constructivo, guiado por la intuición, es la verdadera fuente de la dinámica matemática. A pesar de que la forma axiomática es un ideal, es una peligrosa falacia creer que la axiomática constituye la esencia de la matemática. La intuición constructiva de los matemáticos da a esta ciencia un elemento no deductivo e irracional que la hace comparable con la música y el arte» [1].

Pero el hecho es que, en nuestras aulas, se oculta (por razones que no es el momento de analizar) el proceso constructivo de la ciencia y sólo se presenta el último modelo axiomático. Debe el «escuchante» interesado rastrear en la historia para llegar a vislumbrar el por qué de esas definiciones, cuáles fueron los problemas que originaron la materia, cómo se entrelazaron los diferentes métodos que perseguían su solución, qué fue antes, qué fue después, etc.

Pretendemos, con el presente artículo, ayudar al interesado en esta labor pericial intentando revelar cómo se fue construyendo la Topología, con sus diferentes métodos, hasta llegar al formalismo y abstracción que hoy todos conocemos. Evidentemente, pecaremos de simplistas y simplificadores, pero éste es el precio pagado para obtener una visión un tanto ordenada y clara de la estructura evolutiva.

Si, al final, hemos despejado algunas incógnitas, de forma que el estudio sistemático y axiomático de la Topología resulte algo más cercano e intuitivo, nos daremos por satisfechos.

---

[1] Courant, R. y Robbins, H., *¿Qué es la Matemática?* Madrid, Editorial Aguilar, S. A., 1955, pág. 228.

* Profesor Agregado del Instituto de Bachillerato de Peñaranda de Bracamonte y Ayudante de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Salamanca

1. TRANSFORMACIONES Y PROPIEDADES TOPOLÓGICAS

El contenido de la geometría euclídea, afín o proyectiva no es otro que el conjunto de proposiciones y teoremas que se refieren a las propiedades métricas, afines o proyectivas de los objetos geométricos. Y estas propiedades son precisamente las que permanecen invariantes en los objetos geométricos al someterlos a diversas transformaciones: movimientos rígidos, afinidades y proyectividades. Esta es la idea de Félix Klein (1849-1925) para clasificar las diversas geometrías a partir del grupo de transformaciones considerado, expuesta en su famosa comunicación *Programa de Erlangen*, de 1872.

Poco antes, algunos matemáticos comenzaron a estudiar transformaciones geométricas más generales: aquellas que no destruían la *adherencia* de las figuras geométricas, es decir, las uniones o separaciones entre sus puntos, y que tampoco creaban otras nuevas. Ejemplos de estas transformaciones son las deformaciones elásticas que consisten en estirar o retorcer o comprimir una figura como si fuese de caucho, sin rasgarla y sin hacer coincidir puntos distintos. Otro ejemplo sería la siguiente cadena de transformaciones: deformación-rasgamiento-deformación-pegamiento por los bordes.

Mediante estas transformaciones un círculo se puede convertir en un polígono cualquiera, en una elipse o en una margarita.

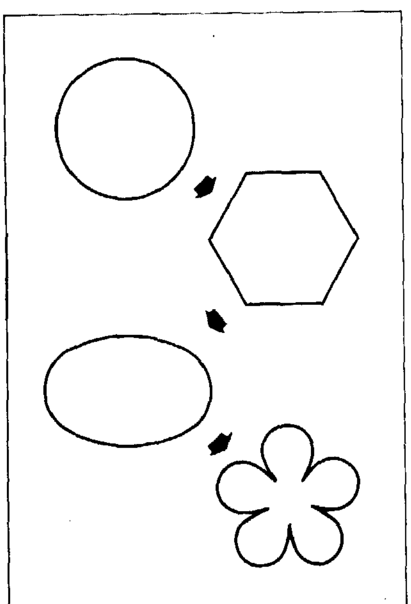


Figura 1.

Y un ladrillo, como si fuese de plastilina, se puede convertir en un cántaro tapado con dos asas o una casita con dos ventanas.

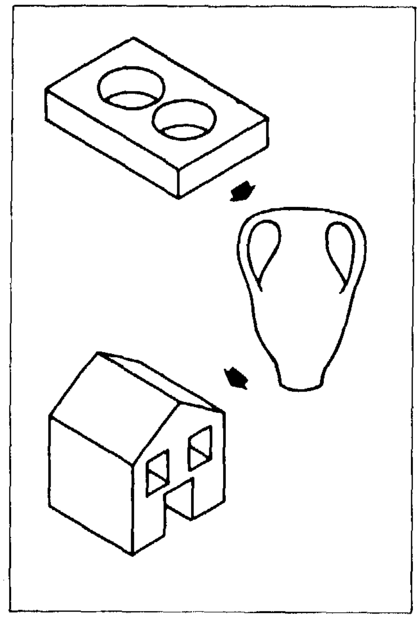


Figura 2.

Sin embargo, un segmento no se puede transformar en un círculo o en un trébol.

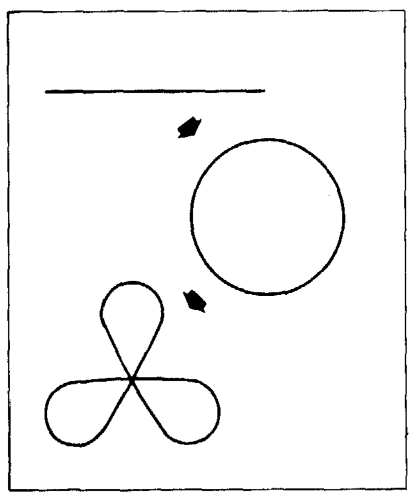


Figura 3.

Como puede observarse, todas aquellas propiedades métricas, afines o proyectivas de los objetos no se conservan mediante estas drásticas transformaciones. ¿Queda alguna que todavía sea invariante y que por lo tanto constituya el objeto de una *nueva* geometría?

Pues aunque parezca sorprendente hay muchas propiedades invariantes. A continuación, enumeramos algunas:

1. La propiedad de ser cerrada una curva.

2. La propiedad de ser simple una curva, es decir, formada por un solo lazo.

3. La propiedad de una superficie de tener dos caras: una superficie tiene dos caras cuando divide al espacio en dos regiones, una interior y otra exterior, lo que sucede en las superficies ordinarias como la esfera, el cilindro, o el toro. Imaginada la superficie como una lámina de caucho, cada una de las caras se podría pintar con un color distinto y una hormiga que caminase por una cara no podría pasar nunca a la otra sin atravesar el borde, en caso de que existiese.

4. La propiedad de una superficie de tener una sola cara: una superficie tiene una cara cuando no es una disección del espacio; es decir, intuitivamente, no tiene dos caras que pudiesen pintarse de colores diferentes. El ejemplo fundamental es la banda de Moebius que se obtiene pegando dos de los lados paralelos de un rectángulo después de haberlo retorcido:

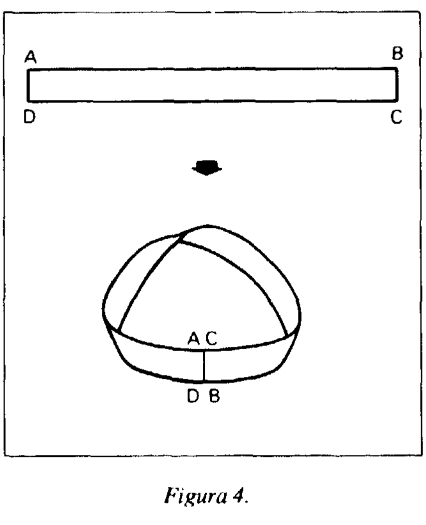


Figura 4.

Otro ejemplo es la botella de Klein que se obtiene pegando dos bandas de Moebius por sus bordes.

5. La propiedad de tener borde una superficie o una región plana: la banda de Moebius o un casquete esférico tienen un borde que es una curva simple cerrada. Las siguientes regiones planas tienen también bordes, distintos en cada caso.

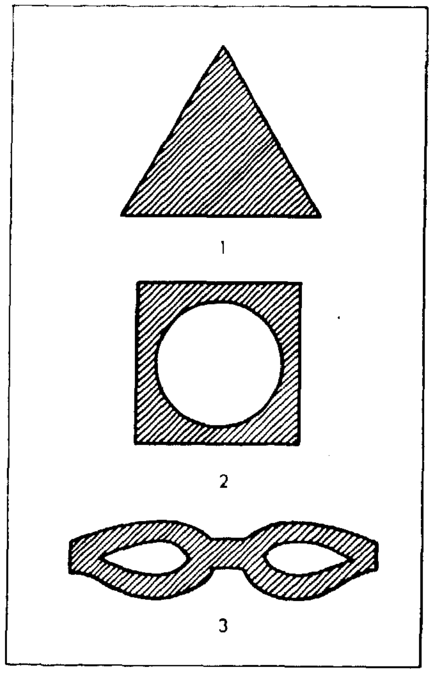


Figura 5.

6. La propiedad de una superficie de no tener borde. A estas superficies las llamaremos cerradas y son las más conocidas: esfera, toro, poliedros, ladrillo con agujeros, botijos, botella de Klein, etc.

Pudiera parecer que las propiedades invariantes son todas de tipo *cualitativo* como las anteriores. Y no es así: hay otras *cuantitativas* como el orden de conexión y el género que describimos a continuación:

7. Orden de conexión de una región plana: es el número máximo de *cortes* que pueden efectuarse para desconectar dicha región. Así, la primera región de la figura 5 tiene orden de conexión 1; la segunda, 2; y la tercera, 3. La primera se dice que es simplemente conexa y las otras dos múltiplemente conexas. Obsérvese que el orden de conexión coincide con el número de agujeros más uno de dicha región.

8. Orden de conexión de una superficie cerrada: es el número máximo de curvas cerradas simples que pueden trazarse sobre una superficie sin dividirla al efectuar un corte a lo largo de todas ellas. El orden de conexión de una esfera o de un poliedro convexo es cero pues cualquier curva cerrada sobre ellas es una disección. Análogamente el orden de conexión de un toro es 2 y de cualquiera de las superficies de la figura 2 es 4. Véanse los cortes en el siguiente dibujo:

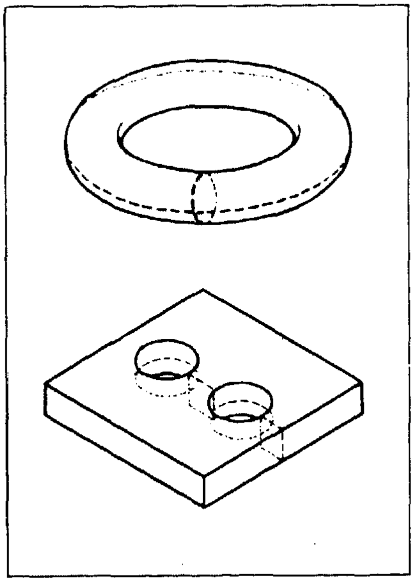


Figura 6.

9. Género de una superficie cerrada: es el número máximo de curvas cerradas simples, no secantes entre sí, que pueden trazarse sobre una superficie sin dividirla. La esfera tiene género cero y el toro género 1. Las superficies de la figura 2 tienen género 2.

Como luego veremos, hay aún más propiedades de las figuras geométricas que permanecen invariantes en estas transformaciones. Los matemáticos de mediados del siglo XIX llamaron a unas y otras propiedades y transformaciones topológicas. Inicialmente las definiciones fueron expresadas en estos términos intuitivos. Posteriormente, en la etapa de fundamentación y sistematización, se alcanzaron otras más precisas y rigurosas, como luego veremos.

Si las transformaciones topológicas son las más generales entre las transformaciones geométricas, las propiedades topológicas son las más profundas y esenciales entre las propiedades de las figuras geométricas. El estudio de ambas es el objeto de una nueva ciencia: la Topología. *Así, la Topología surgió como una rama de la Geometría, pero alcanzó enseguida objetos, métodos y contenidos propios*[2].

[2] Hay que señalar que, en principio, esta rama se llamó *Análisis situs*, nombre que pronto fue sustituido por el de *Topología*.

2. CLASIFICACIÓN DE SUPERFICIES: TOPOLOGÍA GEOMÉTRICA

El primer objetivo que se planteó fue la clasificación topológica de superficies en el espacio: dos superficies son topológicamente equivalentes (u homeomorfas) si hay una transformación topológica (u homeomorfismo) que transforma una en la otra. Por ejemplo: una esfera es topológicamente equivalente a cualquier poliedro convexo, pero no a un toro, y todas las superficies de la figura 2 son equivalentes entre sí. Pero ¿cuántas clases de superficies no homeomorfas hay y cuáles son?

Para resolver esta cuestión había que estudiar las propiedades de una superficie que eran invariantes por homeomorfismos, es decir, las propiedades topológicas, esperando que un conjunto de ellas pudiera caracterizar la clase.

La cuestión entonces quedó reducida a buscar las propiedades topológicas que caracterizasen las clases de superficies.

La discusión de este problema duró toda la segunda mitad del siglo XIX y en ella participaron de forma decisiva A. F. Moebius (1790-1868), geómetra y astrónomo, que en 1858 presenta en la Academia de París una memoria sobre superficies de una sola cara donde están contenidos algunos de los resultados más sorprendentes de la topología de superficies; J. B. Listing (1808-1882) que en 1847 publica sus descubrimientos en un librito titulado *Vorstudien zur Topologie;* y sobre todo B. Riemann (1826-1866) que con la construcción de su teoría de funciones demuestra la importancia decisiva de la Topología, le da un método, el geométrico, y el impulso definitivo, sobre todo en lo referente al estudio de las superficies cerradas de dos caras.

Así, a finales del siglo XIX, la topología de las superficies cerradas estaba prácticamente concluida, y el resultado a que se llegó fue el siguiente:

a) *Toda superficie cerrada de dos caras es homeomorfa a una esfera con p asas, siendo p el género de dicha superficie.*

Estas esferas con p asas son los representantes canónicos de la clase y se llaman superficies normales de género p. Por ejemplo: todas las superficies de la figura 2 son topológicamente equivalentes a una esfera con dos asas:

b) *Toda superficie cerrada de una cara de género p es homeomorfa a una esfera con p bandas de Moebius pegadas en otros tantos agujeros circulares de la esfera.*

Es imposible visualizar este pegamiento porque en su materialización siempre aparecen autointersecciones.

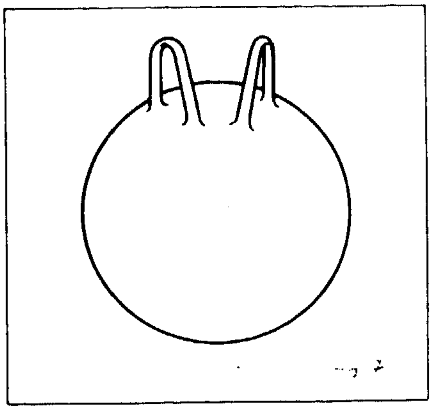


Figura 7.

Por tanto, el número de caras y el género forman un conjunto de propiedades topológicas que caracterizan completamente las clases topológicas de superficies cerradas [3].

3. CLASIFICACIÓN DE VARIEDADES: TOPOLOGÍA COMBINATORIA Y ALGEBRAICA

Como sucede casi siempre en la Matemática, su desarrollo apunta hacia una generalización y abstracción de los problemas iniciales y de los teoremas obtenidos. Así, a finales del siglo pasado, los matemáticos se plantearon la clasificación topológica de variedades de más de dos dimensiones, que habían aparecido de modo natural en el estudio de los estados de fases de los sistemas dinámicos. Sin embargo, esta investigación no podía atacarse con el método geométrico ideado por Riemann para las superficies. Era necesario inventar un nuevo método, más adecuado para este caso, como Descartes había hecho dos siglos antes en la Geometría. Su descubridor fue H. Poincaré (1854-1912) y el origen genético de su método debemos encontrarlo en el teorema de Euler para los poliedros.

Aunque parece ser que ya fue observado por Descartes, Euler demostró en 1752 su famosa fórmula $V-A+C=2$ que relaciona el número de vértices V, aristas A y caras C, de una superficie poliédrica convexa. Ahora bien, si sometemos dicho poliedro a una transformación topológica, obtenemos otra superficie curva homeomorfa a la esfera, dividida en ciertas regiones poligonales de lados curvos en la cual sigue siendo cierta la igualdad de Euler. La idea del método de Poincaré es justamente proceder a la inversa: sustituir el estudio de la esfera por el de un poliedro, que además se puede *elegir* de caras triangulares. En general, el método consiste en sustituir el estudio de una variedad cualquiera por el de una de sus descomposiciones simpliciales (triángulos si es una superficie; tetraedros si es de dimensión 3; en general, símplices n-dimensionales) interesándose naturalmente por las propiedades que son independientes de la descomposición elegida y que por tanto atañen esencialmente a la variedad estudiada. Como antes, se espera poder clasificar topológicamente las variedades a partir de estas propiedades.

El nuevo método descubre más propiedades topológicas, redefine las ya conocidas y las generaliza a variedades n-dimensionales. Dos ejemplos de nuevas propiedades topológicas son la *orientabilidad y la característica de Euler:* una variedad es orientable si lo es una cualquiera de sus descomposiciones simpliciales; y la característica de Euler es la suma alternada de los elementos k-dimensionales de una descomposición simplicial (k varía desde cero hasta la dimensión). Ambas propiedades no dependen de la descomposición elegida y son topológicas. En el caso de las superficies se desmuestra que toda superficie cerrada de dos caras es orientable y toda superficie de una cara es no orientable. Además, en el primer caso, la característica de Euler es 2-2p y en el segundo 2-p con lo cual se generaliza obviamente la fórmula de Euler para poliedros convexos (pues en ese caso p=0) [4].

De este modo, los anteriores teoremas de clasificación de superficies pueden formularse equivalentemente diciendo que *la orientabilidad y la característica de Euler constituyen un sistema de propiedades topológicas que caracterizan completamente las clases topológicas de superficies cerradas.*

Sin embargo, no se ha llegado a ningún teorema general de clasificación de variedades de dimensión mayor que 2. Pero de todas formas no por eso el nuevo método ha sido estéril. Sus conceptos fundamentales de cadena, ciclo, borde y homología han permitido que la Aritmética y el Álgebra entren en la Topología como en el siglo XVII lo hicieron en la Geometría, aportando una nueva visión de los problemas y una poderosísima herramienta. De aquí el nombre recibido: método combinatorio y Topología Combinatoria.

Posteriormente, ya en el primer tercio de este si-

[3] Un estudio completo de este asunto junto con la teoría de funciones de variable compleja puede verse en Muñoz Díaz, J., *Curso de Teoría de Funciones* Madrid, Editorial Tecnos, 1978.

[4] Los detalles más elementales de esta teoría pueden encontrarse en Aleksandrov, Kolmogorov, Laurentiev y otros, *La Matemática: su contenido, métodos y significado.* Madrid, Alianza Editorial, S. A., 1973, tomo III, págs. 243-252.

glo, la escuela americana —O. Veblen, J. W. Alexander y S. Lefschetz— obtuvo algunos resultados particulares sobre variedades, especialmente Hopf que inició la *teoría de la homotopía* al demostrar la existencia de un número infinito de aplicaciones continuas, de una esfera tridimensional en otra bidimensional, esencialmente distintas, en el sentido de que no se puede transformar una aplicación en otra mediante un cambio continuo.

La escuela rusa, preocupada más, como luego veremos, por la topología de conjuntos, también contribuyó al desarrollo de la Topología Combinatoria, sobre todo con la Ley de Dualidad de L. S. Pontriaguin y con la introducción de la cohomología por A. N. Kolmogorov (también descubierta por Alexander).

Sin embargo, la formalización y sistematización de la Topología Combinatoria se le debe fundamentalmente a la escuela francesa —Leray, Serre—, que ha sabido unificar todas las teorías y resultados dispersos. A ello ha contribuido esencialmente el álgebra homológica y la teoría de haces. La nueva ciencia así surgida y que absorbe en su generalización a la Topología Combinatoria, es lo que universalmente conocemos con el nombre de Topología Algebraica[5].

Recientemente se ha restringido el problema general de la clasificación topológica de las variedades al caso particular en que éstas sean diferenciables y los homeomorfismos sean también diferenciables. Este es el objetivo principal de una nueva rama: la Topología Diferencial, que utiliza también métodos algebraicos[6].

4. CLASIFICACIÓN DE CONJUNTOS: TOPOLOGÍA GENERAL

Al revisar algunas demostraciones clásicas, se encontró que conceptos topológicos tan claros para la intuición como *interior* y *exterior* deben precisarse muy bien antes de poder dar una demostración rigurosa. Tal cosa sucedió, por ejemplo, con el teorema de la curva de Jordan (1838-1922) enunciado de la siguiente manera en su famoso *Cours D'Analyse: una curva simple y cerrada de un plano divide a éste en dos dominios, uno exterior y otro interior.* A pesar de este enunciado tan intuitivo, la demostración dada por Jordan no era trivial, y además era falsa. Este descubrimiento motivó la necesidad de investigar profundamente conceptos como cerrada, simple, exterior, interior... con el fin de asentar sólidamente todo el edificio topológico.

En esta misma línea, al demostrar Brouwer, en 1911, la invarianza topológica de la dimensión de un espacio n-dimensional, se descubrieron los principios de la teoría de aplicaciones continuas y campos vectoriales, lo que hacía necesario el conocimiento topológico de los conjuntos de puntos de un espacio euclídeo de dimensión n. Comenzó a desarrollarse, por tanto, a mediados del siglo pasado, una nueva topología que tenía por objeto la descripción y la clasificación de los conjuntos de puntos, e, implícitamente, la fundamentación conceptual de toda la topología de superficies.

Esta tarea fue realizada principalmente por Cantor que definió por primera vez los conceptos de punto adherente, conjunto cerrado, abierto, perfecto, etc., obteniendo los resultados esenciales acerca de la estructura de estos conjuntos en la recta: *su clasificación.* Sus ideas, aunque tropezaron al principio con una fuerte oposición, se extendieron ampliamente entre las escuelas francesa y alemana de la teoría de funciones (Jordan, Poincaré, Klein, Mittag, Leffler, Hadamard, Borel, Baire, Lebesgue) y fueron desarrolladas eficazmente también por la escuela polaca y rusa (Urysohn, Tychonov, Alexandrov, Pontriaguin).

Aunque el objetivo final de esta *Topología de los Espacios Euclídeos* no se haya conseguido totalmente, en cambio su contribución a la fundamentación de la topología fue decisiva, sobre todo por definir rigurosamente conceptos tan importantes como los de *adherencia* y *continuidad* que estaban en la base de toda la topología de superficies que se venía desarrollando desde comienzos de siglo. A estos conceptos de adherencia —el más importante de la Topología— y de continuidad se llegó geométricamente de la siguiente manera: se define la distancia euclídea entre dos puntos que, dados por sus coordenadas, $P = (x_1, ..., x_n)$ y $Q = (y_1, ..., y_n)$, es $d(P,Q) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + ... + (x_n - y_n)^2}$; ahora se dice que un punto P es adherente a un conjunto M si M contiene puntos cuya distancia a P es menor que cualquier número positivo prefijado; una aplicación f de un conjunto X en otro Y es continua si conserva las adherencias, es decir, si P es adherente a un subconjunto A de X, su imagen, f(P), es adherente a la imagen de A; finalmente una transformación topológica u homeomorfismo, es una aplicación biyectiva y bicontinua, es decir, continua ella y su inversa. Esto significa, intuitivamente, que estas aplicaciones respetan la adheren-

[5] Hay varios libros de Topología Algebraica moderna que merece la pena citar: Greenberg, *Algebraic Topology.* Massachusetts, W. A. Benjamin, Inc. 1967; Godbillon, *Eléments de Topologie Algébrique.* Paris, Hermann; y para el álgebra homológica y teoría de haces, Godement, *Théorie des faisceaux.* Paris, Hermann, 1964.

[6] Un manual asequible de Topología Diferencial es el de T. Bröcker y K. Jänich, *Introducción a la Topología Diferencial.* Madrid, Editorial AC, 1977.

cia de los conjuntos. De este modo, los conceptos en que se apoyaba la topología de superficies quedan perfectamente definidos y generalizados a cualquier dimensión.

Poco a poco se empezó a pensar en la aplicación de estas ideas a conjuntos de curvas o de funciones. Los trabajos de Ascoli (*Le curve limiti di una varietà data di curve*, 1883), Volterra (*Leçons sur les fonctions de lignes*, 1913, y *Theory of Functionals*, 1930) y Fredholm (*Sur une classe d'équations fonctionnelles*, 1903) crearon el hábito de considerar una función como una variable y emplear el lenguaje geométrico de la topología de puntos para un conjunto de funciones. En particular, los memorables trabajos de D. Hilbert (1862-1943) sobre las ecuaciones integrales culminaron con la definición y el estudio del espacio de Hilbert por Erhard Schmidt en completa analogía con la geometría euclídea. El método empleado se basa en la idea de introducir una distancia o métrica entre las funciones consideradas, de forma que se cumplan las propiedades más esenciales de la métrica euclídea: $d(f,g) \geqslant 0$; $d(f,g) = 0$ precisamente si $f = g$; $d(f,g) = d(g,f)$ y $d(f,g) + d(g,h) \geqslant d(f,h)$. Por ejemplo, podemos definir una métrica sobre el conjunto de las funciones reales continuas en $[a,b]$ considerando el área comprendida entre sus gráficas, es decir, $d(f,g) = \int_a^b / f(x) - g(x) / dx$.

De este modo, se pueden aplicar a los conjuntos de funciones los conceptos y métodos de la Topología de los Espacios Euclídeos, creándose lo que ahora llamamos *Topología de los Espacios Métricos*. El estudio de las funciones consideradas desde este punto de vista, formando espacios funcionales, ha originado una fecunda rama del Análisis Matemático: el Análisis Funcional, cuyo lenguaje y métodos han impregnado totalmente el análisis moderno. Por ejemplo, los teoremas de existencia de solución para ciertos tipos de ecuaciones diferenciales pueden expresarse como teoremas de existencia de puntos fijos en ciertos espacios funcionales y estos teoremas pueden demostrarse por métodos topológicos de una forma general más simple que con los métodos clásicos [7].

Pero no acaba aquí la vertiginosa aventura ascendente y generalizadora de la Topología. Enseguida los matemáticos ampliaron su objeto de estudio a un conjunto abstracto cualquiera, cuya teoría general, no topológica, había desarrollado *intuitivamente* Cantor hacia 1880. Los primeros que intentaron discernir las propiedades comunes a los conjuntos de puntos y a los de funciones fueron Fréchet y Riesz en la primera década de este siglo, aunque ninguno de ellos elaboró una teoría axiomática completa. Fue Hausdorff quien supo elegir, entre los axiomas de Hilbert para los entornos del plano, una definición general de entorno, lo que permite dar, de un modo natural, el concepto de adherencia en un conjunto cualquiera, y desarrollar a partir de estos axiomas una *Topología General de Conjuntos*. Esta axiomática de entornos es equivalente a la que utiliza los subconjuntos cerrados o, dualmente, abiertos, que es la presentación más conocida. En este caso, en el conjunto X se selecciona una familia de subconjuntos, que se llaman cerrados, verificando ciertos axiomas bien conocidos, y se dice que un elemento P es adherente a un subconjunto M cuando P pertenece a todos los subconjuntos cerrados que contienen a M.

Hay todavía otras formas de introducir el concepto de adherencia en un conjunto abstracto, como puede ser la teoría de filtros y ultrafiltros de Cartan o el empleo de la teoría espectral. Todas ellas son equivalentes y están íntimamente relacionadas unas con otras.

Un conjunto en el cual se ha definido un concepto de adherencia, es decir, una topología, se llama *espacio topológico*, sea cual fuere la axiomática empleada para ello. La ciencia que estudia las propiedades y la clasificación de los espacios topológicos se llama *Topología General*. Bajo su dominio caen de un modo natural, pues de ellas ha partido cadencialmente, la Topología de Espacios Métricos y la Topología de Espacios Euclídeos. La Topología Algebraica, por su parte, ha asumido también como básicos los conceptos y el lenguaje de la Topología General, que se coloca, de este modo, en el origen conceptual de muchas de las teorías matemáticas [8].

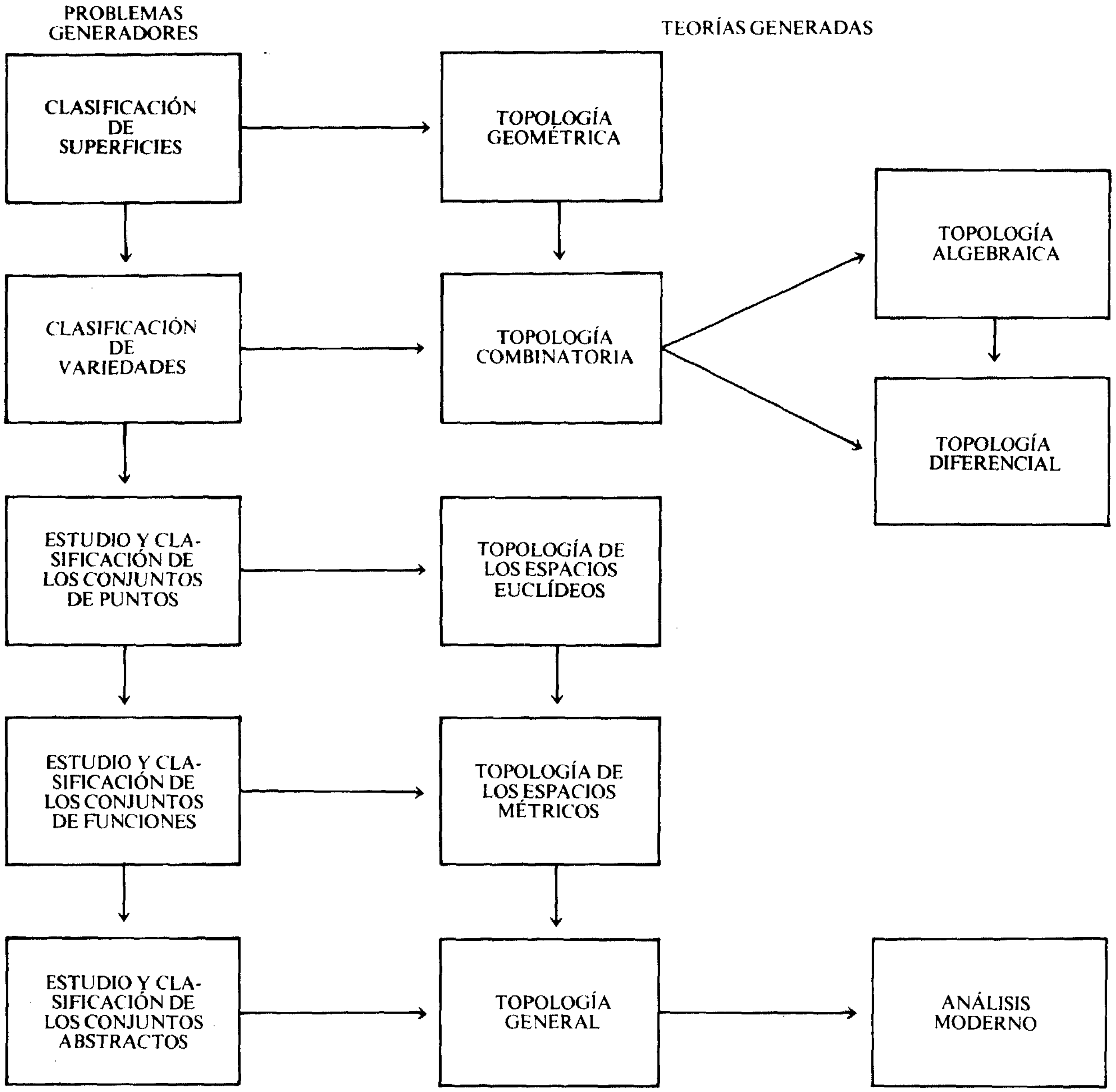
Las investigaciones posteriores, sobre todo de la escuela rusa y polaca, se dirigieron hacia los problemas de separación, conexión, metrización y compactificación de espacios topológicos, abriendo un campo de múltiples e inagotables perspectivas, de forma que hoy la Topología constituye un pilar fundamental en la matemática moderna.

Resumimos en el siguiente esquema la evolución histórica de la Topología.

---

[7] Un estudio de los espacios métricos puede verse en la segunda parte del libro de Kuratowski, *Introducción a la teoría de conjuntos y a la topología*. Barcelona, Editorial Vicens-Vives, 1966.
Entre los numerosos tratados de Análisis Funcional citamos sólo dos: Horvath, *Topological vector spaces and distributions*, Massachusetts, Addison-Wesley, 1966; y Hewitt-Stromberg, *Real and Abstract Analysis*. Berlín, Lange & Springer

[8] Un tratado clásico de Topología General es el de Kelley, *Topología General*. Buenos Aires, Editorial Universitaria, 1962, donde además se recoge una amplia bibliografía sobre el tema.



BIBLIOGRAFÍA

ALEKSANDROV, KOLMOGOROV, LAURENTIEV y otros, *La Matemática: su contenido, métodos y significado*, tomo III. Madrid. Alianza Editorial, 1973.

BOURBAKI, *Elementos de Historia de las Matemáticas*. Madrid, Alianza Editorial, 1972.

BRÖCKER, T. y JÄNICH, K., *Introducción a la Topología Diferencial*. Madrid, Editorial AC, 1977.

COURANT, R. y ROBBINS, H., *¿Qué es la Matemática?* Madrid, Editorial Aguilar, 1955.

GODBILLON, C., *Eléments de Topologie Algébrique*. Paris. Hermann.

GODEMENT, R., *Théorie des faisceaux*. Paris, Hermann, 1964.

GREENBERG, M. J., *Algebraic Topology*. Massachusetts, W. A. Benjamin, Inc., 1967.

HEWITT-STROMBERG, *Real and Abstract Analysis*. Berlín, Lange & Springer.

HORVATH, *Topological vector spaces and distributions*. Massachusetts, Addison-Wesley, 1966.

KELLEY, J. L., *Topología General*. Buenos Aires, Editorial Universitaria, 1962.

KURATOWSKI, K., *Introducción a la teoría de conjuntos y a la Topología*. Barcelona, Editorial Vicens-Vives, 1966.

MUÑOZ DÍAZ, J., *Curso de Teoría de Funciones*. Madrid, Editorial Tecnos, 1978.