

LEYES FÍSICAS DE LA ACÚSTICA MUSICAL

José Luis ORANTES DE LA FUENTE*

INTRODUCCIÓN



Con mucha frecuencia se observa un cierto arrinconamiento en los programas de Física y Química (tanto en nivel medio como superior) de los temas de acústica y sonido. La incomodidad de estos temas puede deberse a un planteamiento descarnado y aburrido de los mismos. Esto contrasta con el hecho incontestable de vivir una civilización de imagen y sonido.

El sonido en todas sus modalidades, y muy particularmente en la música, llena y contornea nuestro espacio vital por doquier. Por lo tanto parece más que oportuno dedicarle una atención. El que se produzca ese fenómeno de desinterés y apatía hay que buscarlo en ser éste un campo dividido en dos vertientes diferenciadas. Por un lado, el aspecto físico y por otro, el de tipo puramente artístico y musical. Como con frecuencia, desgraciadamente, son dos vertientes bastante diferenciadas entre sí, tenemos la triste realidad de un mutuo olvido.

Las líneas que a continuación siguen intentan ser una exposición clara y razonada del por qué de la estructura musical utilizada hoy día.

Me ha guiado en ellas el pensamiento fundamental de que puedan serles útiles a compañeros de Física y Química no iniciados en la teoría de la Música aunque también pueden encontrar algunas ideas aclaratorias los «profesionales» de la música¹.

¹ Los conceptos elementales que sobre la teoría de la música aparecen aquí, están tomados de la obra de J. Zamacois: «Teoría de la música» (libro 2). Editorial Labor, 1978, pero pueden hallarse en cualquier otro manual sobre el tema. El desarrollo posterior de algunos de esos conceptos, así como algunas interpretaciones particulares tienen un carácter totalmente personal aunque el autor no descarta la posibilidad de tratamientos similares en bibliografía desconocida para él.

RESUMEN DE CONCEPTOS DE MECÁNICA ONDULATORIA

Un movimiento ondulatorio viene caracterizado por una velocidad de propagación de la perturbación (c), una longitud de onda o distancia entre dos puntos en idéntico estado de perturbación (λ) y con una frecuencia (f) o número de oscilaciones completas experimentadas por un punto en la unidad de tiempo. Estos parámetros vienen relacionados por la expresión:

$$c = \lambda \cdot f$$

Aparte de esto, la perturbación se mide mediante un parámetro denominado elongación a cuyo valor máximo se da el nombre de amplitud de la onda.

En un fenómeno ondulatorio no hay transporte de materia sino de energía. La energía transportada por una onda es directamente proporcional al cuadrado de su amplitud. Esto quiere decir que dos ondas con características idénticas y con amplitudes una doble que la otra, la energía transportada no es doble en el primer caso sino cuádruple.

El sonido en cuanto fenómeno ondulatorio participa de todas las propiedades anteriores. La perturbación transmitida en este caso es una serie de compresiones y enrarecimientos del aire propagándose a una velocidad de 330 a 340 m/s.

La frecuencia del sonido está comprendida dentro de un amplísimo margen. Para el oído humano se da normalmente el intervalo de 20 a 20.000 oscilaciones por seg. pero son cifras dema-

* Catedrático de Física y Química del I.B. de ÍSCAR (Valladolid).

siado generosas. Lo normal es que el oído medio deje de percibir el sonido por encima de 12.000 o 14.000 c/s.

El oído humano funciona como un receptor de respuesta logarítmica. Esto quiere decir que si la energía de un sonido la aumentamos en un factor de $100 = 10^2$ (su amplitud aumentará en 10 veces), el aumento de sensación aparente que nuestro oído dará será sólo del doble. Esto ha dado origen al establecimiento de una medida relativa de sensación sonora denominada bel o belio y como submúltiplo el decibel o decibelio. Tomando como referencia el nivel mínimo de Intensidad sonora I_0 , que el oído medio puede detectar, el nivel de sensación sonora de otra onda de intensidad I viene dado en decibelios por²:

$$S = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$$

ORIGEN DE LA ESCALA MUSICAL

La escala natural es un conjunto de 8 notas o tonos musicales repetitivos de forma que la 8.^a nota viene a ser el comienzo de la siguiente escala. La única condición de tipo físico que a esta escala se le impone es que el oído humano escuche una determinada nota y las homólogas de las escalas posteriores y anteriores bajo un mismo tono, aunque evidentemente posean diferente timbre y altura, término normalmente caracterizado por el nombre de tesitura. Por lo demás la asignación de las otras 6 notas intermedias de la escala es de origen totalmente subjetivo e histórico.

Evidentemente existen unas ciertas leyes y relaciones entre todas las notas de la escala musical, pero esto no elimina su carácter arbitrario sino que lo confirma, pues de igual manera se podrían haber establecido otras reglas y otra escala. Ciertamente si escucháramos hoy en día otra escala musical nos resultaría extraña y disonante, pero ello sólo revelaría el factor educacional y hasta congénito que posee la escala musical hoy utilizada.

La escala se escribía inicialmente con un sistema alfabético. Posteriormente se pasó al sistema de Neumas o trazos. Guido d'Arezzo es el creador, a principios del siglo XI, de los nombres de las notas tal y como las conocemos hoy. Para ello se basó en un himno de San Juan Bautista cuyos versos contenían todos los tonos en forma ascendente. Utilizando la primera sílaba del verso obtuvo la denominación de cada nota. He aquí el himno:

Ut quant laxis	Ut (Do)
Resonare fibris	Re
Mira gestorum	Mi
Famili thorum	Fa
Solve polluti	Sol
Labii reactum	La
Sancte Iohannes	Si

En principio no se dio nombre a la última nota ya que había auténtica aversión a ella por considerarla nota imperfecta y variable. Esto dio lugar a la creación del Hexacordo o distancia de seis sonidos conjuntos. Posteriormente se la dio a esta nota el nombre de Si, reunión de las iniciales del último verso.

ESCALA MUSICAL Y OÍDO HUMANO

Desde la más remota antigüedad se conoce el origen y carácter vibratorio del sonido. No es extraño encontrar, en las culturas más ancestrales, instrumentos de percusión, cuerda o viento que suponen siempre que las personas que los utilizaban o construían conocían perfectamente esta propiedad. Esta vibración se asociaba normalmente con una longitud (ya fuera de cuerda o tubo) en el instrumento. Por esta asociación resultaría muy sencillo para estas gentes conocer que acortando a la mitad la longitud de una cuerda o tubo, el sonido emitido era de características muy similares al anterior, pero en un tono más alto. Por ello, es perfectamente comprensible que los griegos anteriores a Pitágoras ya conocieran que se podía pasar de una escala musical a la siguiente por duplicación de frecuencias.

Sin embargo, esto no nos dice nada sobre la elección de la escala musical y qué constitución físico-fisiológica pueda tener. Hoy sabemos que el detector de intensidad acústica del oído (tal y como hemos visto anteriormente) es de tipo logarítmico. La detección de cambio de tono o frecuencia en un sonido resulta ser no lineal como ocurre con la intensidad aunque su comportamiento es bastante diferente.

En efecto. Supongamos que de escuchar un sonido A, pasamos a escuchar dos sonidos superiores B y C. Para que la distancia de tono de A a B nos suene aproximadamente la misma que de B a C no debemos buscar que la diferencia de frecuencias sea la misma, sino que exista una relación de proporcionalidad constante. Es decir que:

$$\frac{A}{B} = \frac{B}{C}$$

O sea, que el oído humano lo que detecta no son diferencias absolutas de frecuencia sino factores de proporcionalidad entre esas frecuencias. Esto justifica plenamente el que obtengamos de forma con-

² El análisis del sonido, desde el punto de vista ondulatorio, puede encontrarse en muchos cursos de FÍSICA general. A nivel medio, sugerimos como referencia consultar los capítulos 20, 21 y 22 del curso de Física de Paul A. Tipler. Ed. Reverté, 1978.

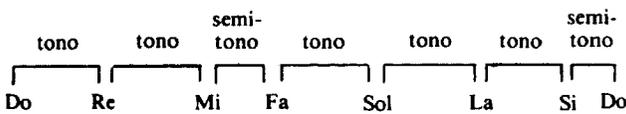
secutiva todas las escalas musicales sin más que ir duplicando la frecuencia, ya que, en ese caso, el factor de proporcionalidad es siempre de dos.

Este comportamiento del oído es de capital importancia para toda la discusión que a continuación realizaremos.

El establecimiento de los tonos de las notas musicales se realizó históricamente tratando de que el ascenso de tonos entre sonidos consecutivos mantuviera una relación sencilla. Pero esto sólo no bastaba: era preciso que en esa escala aparecieran sonidos que «sonaban» mejor que otros. Por esta razón no todas las distancias o intervalos entre nota y nota tienen el mismo valor.

No vamos a entrar aquí en una descripción exhaustiva de conceptos que se encuentran en cualquier manual de teoría de la música, pero, de acuerdo con los objetivos del principio, vamos a aclarar algunos términos para aquellas personas profanas en la materia.

La distancia o intervalo entre dos notas consecutivas tiene un valor que se denomina tono, excepto los intervalos de Mi a Fa y de Si a Do que son de un semitono:



Si admitimos que un tono consta de dos semitonos encontramos que la escala musical consta de 12 semitonos.

La explicación de estas alteraciones es compleja y razones de tipo histórico se entremezclan con las de tipo físico, técnico y subjetivo. Bástenos decir por el momento que si construyéramos la escala de dos en dos semitonos la nota Sol no aparecería en ella y, como veremos, resulta ser una nota importante en la descripción de la escala musical.

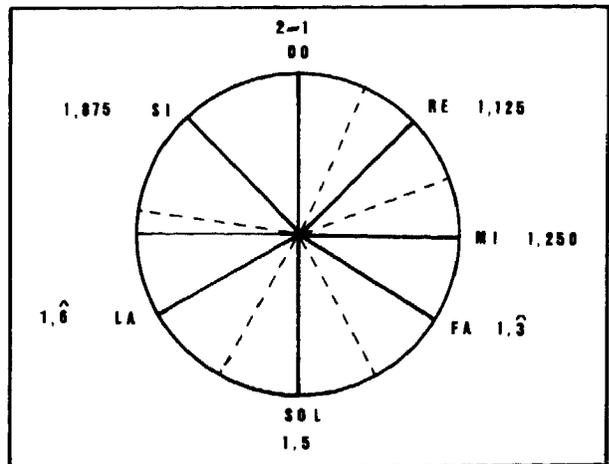
SERIE ARMÓNICA

Desde el punto de vista físico se denominan armónicos a todos los modos posibles de vibración de un sistema determinado tales que su frecuencia de vibración sea «n» veces la frecuencia f que denominamos fundamental. En acústica musical esta frecuencia se toma como la correspondiente al Do más bajo que podemos apreciar y los sucesivos armónicos de esta nota constituyen la denominada serie armónica³.

La obtención física de los distintos armónicos es muy sencilla tomando como sistema oscilador una cuerda que dé la frecuencia fundamental. Si acortamos a la mitad su longitud la frecuencia se duplicará obteniendo el armónico 2. Para el armónico 3 acortaremos la longitud en 1/3. Y así haremos con los armónicos 4, 5, 6... cuyas longitudes serán 1/4, 1/5, 1/6... de la longitud inicial.

Según lo expuesto anteriormente, el armónico 2 será el Do de la escala siguiente ya que se ha duplicado la frecuencia. Lo mismo ocurrirá con los armónicos 4, 8 y 16 (éste es el último término de la serie que se suele tomar en la práctica). Así pues, del armónico 2 al 4 media una 2.^a escala musical; del 4 al 8 la 3.^a y del 8 al 16, la 4.^a de las escalas. El armónico 3 está en una situación intermedia en la 2.^a escala del Do₂ al Do₃ (los subíndices indican la escala en la que nos encontramos) y su frecuencia es 3 veces la del fundamental o también de 3/2 la del 2.^o armónico Do₂. Pues bien, este sonido equidistante en el intervalo de frecuencias de la 2.^a escala corresponde exactamente a la nota de Sol. Sin embargo, esta nota no resulta ser la intermedia de la escala. La razón es que, según explicamos, la división de la escala en notas musicales no es aritmética sino proporcional. Así vemos que mientras que de Do a Sol hay 7 semitonos (o 3 tonos y 1 semitono) de Sol a Do sólo hay 5 semitonos (2 tonos y 1 semitono).

Una vez establecido que el armónico 3 corresponde al Sol₂, los armónicos 6 y 12 serán respectivamente Sol₃ y Sol₄. Para encontrar a qué sonidos corresponden los armónicos sin identificar podemos valernos de una división gráfica proporcional de la escala tal como aparece en la fig. 1. Esta división es solamente aproximada y sólo tratamos de justificar con ella la elección de los términos de la serie armónica.



(fig. 1)

En la gráfica se señalan por líneas continuas gruesas las correspondientes a las notas musicales y **89**

³ Para la obtención de una serie armónica es indiferente la nota fundamental de la que partamos, aunque evidentemente sus términos serán distintos. Tendremos, pues, un total de 7 series armónicas diferentes correspondiendo a las diversas notas de la escala.

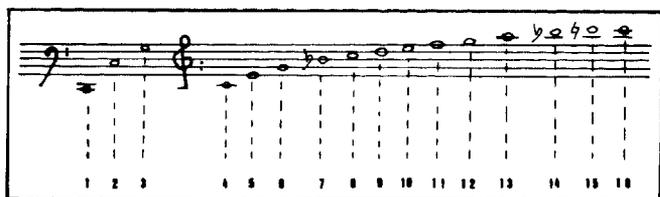
por línea de trazos las de los semitonos intermedios. Al lado de cada nota aparece el factor de proporcionalidad que se ha tomado respecto al Do inicial de la escala. El origen de estos factores se verá con toda claridad más adelante, pero ahora bástenos comprobar que la relación entre tonos consecutivos es siempre de 1,25 ó 1,1 según se trate de tonos mayores o menores.

El resultado de incrementar o disminuir una determinada nota en un semitono se representa musicalmente anteponiendo un sostenido (#) o un bemol (b), respectivamente, a dicha nota.

Veremos rápidamente cómo hay armónicos de la serie armónica que no pueden ser designados por la notación musical ordinaria y por ello su notación es solamente aproximada.

Volviendo a los términos de la serie resulta que el armónico 5 será el equidistante entre el 4 (Do₃) y el 6 (Sol₃). Según el diagrama no es otro más que el Mi₇. El correspondiente al 7 vemos que no tiene correspondencia exacta, asignándole el tono más próximo, que es el de Si_b, aunque resulte en realidad más grave que éste. Idénticos problemas se tienen con los armónicos 11 y 13.

La notación de los diversos armónicos realizada sobre pentagramas es la siguiente:



(fig. 2)

Para terminar este apartado, recordemos que el número representativo del armónico expresa la relación de frecuencia con el fundamental, por lo que la relación de frecuencia entre dos armónicos cualesquiera vendrá dada por el cociente de sus números respectivos. Así, la relación de frecuencias entre el 8 (Do) y el 9 (Re) será de 9/8.

En teoría elemental de música se define una quinta como el intervalo acústico entre 5 notas consecutivas o quizás mejor y para entendernos, todo intervalo que conste de 7 semitonos. Así de Do a Sol existe una 5.^a, como también de Mi a Si o de Si a Fa #. Pues bien, toda nuestra estructura musical se basa sobre el sistema de 5.^{as} pues, entre otras cosas, es el único con el que obtenemos todas las notas de la escala musical por incrementos sucesivos de 5.^{as}.

Hay que advertir que en estos incrementos se prescinde de la tesitura de la nota. Es decir que si al incrementar La en una 5.^a obtengo Mi no importa si es o no, de una escala superior: será siempre un Mi.

90 Otra cosa: es muy fácil comprobar que aumentar

una nota en una 5.^a equivale a disminuir la misma en una 4.^a (aunque sea lógicamente en una altura menor). Según esto e incrementando 5.^{as} sobre la nota Fa obtenemos la siguiente serie sucesiva de 5.^{as}:

0	1	2	3	4	5	6
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
- Fa	- Do	- Sol	- Re	- La	- Mi	- Si-

Aumentando 5.^{as} hacia la derecha se obtienen las escalas aumentadas con 1 y 2 sostenidos y por la izquierda las escalas disminuidas en 1 y 2 bemoles.

SISTEMAS DE AFINACIÓN DE LA ESCALA MUSICAL

Todos aquellos compañeros que se hayan tropezado alguna vez con algún problema de acústica musical entenderán perfectamente la necesidad de explicar por qué pueden aparecer discrepancias al consultar diversos libros sobre los valores relativos a las notas musicales.

Vamos a exponer aquí la constitución de los tres sistemas más habituales: el pitagórico, el zarlino y el temperado.

Sistema pitagórico:

En el siglo VI a. de J.C. Pitágoras estudia la relación entre la longitud de una cuerda y su vibración, descubriendo la ley de encadenamiento de quintas. De esta manera y tomando por base la relación 3/2 que resulta de la 5.^a exacta de Do-Sol establece la siguiente relación de intervalos:

- Do - Re → 9/8 — dos 5.^{as} encadenadas dan una relación de frecuencias de $3/2 \times 3/2 = 9/4$. Por ser mayor que 2 se reduce a la mitad: 9/8.
- Do - Mi → 4 5.^{as}: $(3/2)^4 = 81/16$ que reducido da 81/64.
- Do - Fa → igual que de Fa a Do pero invertido: $3/2 \rightarrow 2/3$ que reducido da 4/3.
- Do - Sol → 3/2 — quinta tomada como base.
- Do - La → 27/16 — 3 5.^{as} reducidas.
- Do - Si → 243/128 — 5 5.^{as} reducidas.

Como inconvenientes de este sistema señalaremos que los de tipo teórico se deben al no manteni-

⁴ La reducción de intervalos es una sencilla operación que tiene por base reducir cualquier relación de frecuencias entre notas a una única escala. Como por duplicación de frecuencias se obtiene la escala siguiente, la relación de frecuencias dentro de las notas de una misma octava debe estar comprendida entre una y dos. En la práctica, si la relación es mayor que dos, se divide por dos cuantas veces sea necesario. Si la relación es menor que uno, se multiplica por dos del mismo modo.

miento del valor $3/2$ para todas las quintas utilizadas entre otras cosas. Los de tipo práctico supone el tener que dotar a los instrumentos de sonidos con entonación diferente para cada $8.^a$.

Sistema Zarlino

Zarlino construye en el siglo XVI un sistema de afinación basado únicamente en los términos de la serie armónica, elemento desconocido para Pitágoras. La serie armónica ofrece todos los intervalos necesarios a excepción del Do - Fa que toma (al igual que Pitágoras), como inversión de la $5.^a$ ($3/2$) y el Do - La, cuya distancia ($6.^a$ mayor) es la misma que la existente entre los armónicos 3 (Sol) y 5 (Mi), o sea, $5/3$.

La relación que se obtiene es la siguiente:

Do - Re = $9/8$	Do - Re = $9/8$ tono mayor
Do - Mi = $5/4$	Re - Mi = $10/9$ tono menor
Do - Fa = $4/3$	Mi - Fa = $16/15$ semitono
Do - Sol = $3/2$	Fa - Sol = $9/8$ tono mayor
Do - La = $5/3$	Sol - La = $10/9$ tono menor
Do - Si = $15/8$	La - Si = $9/8$ tono mayor
	Si - Do = $16/15$ semitono

Para obtener la diferencia relativa entre dos notas no hay más que dividir los intervalos con referencia a otra nota común, en este caso el Do. Así, para encontrar el intervalo Mi - Fa será:

$$\frac{\text{Do - Fa}}{\text{Do - Mi}} = \frac{4/3}{5/4} = \frac{16}{15}$$

Es importante señalar la existencia de tonos mayores y menores. La relación de incrementos de frecuencia no es constante de tono a tono. Por otro lado, el semitono no resulta ser exactamente la mitad de un tono sino algo mayor.

Este sistema es perfecto desde el punto de vista físico pero presenta los mismos problemas, incluso mayores, de tipo práctico que el pitagórico.

Sistema Temperado

Es el sistema admitido habitualmente desde el punto de vista práctico. Fue inventado por Bartolomé Ramos de Pareja, español nacido hacia 1440. Se basa en la división de la $8.^a$ en doce semitonos absolutamente iguales. Cada tono está compuesto por dos semitonos por lo que no existe diferencia entre tonos grandes y pequeños. El valor del semitono será tal que al incrementar 12 veces la frecuencia en su valor ésta se duplique. Es decir:

$$(S)^{12} \cdot f = 2 \cdot f$$

con lo que

$$S = 2^{1/12} \text{ ó } \sqrt[12]{2} = 1,0594631$$

el valor de un tono será:

$$t = S^2 = 1,122462$$

Este sistema, que no tiene ningún fundamento de tipo teórico, es el utilizado para la afinación de casi todos los instrumentos de cuerda y teclado así como los de viento a excepción de los regidos por presión labial.

A continuación reflejamos en un cuadro los diversos intervalos de frecuencia según los tres sistemas, para su comparación:

	S. Pitagórico	S. Zarlino	S. Temperado
Do - Re	$9/8 = 1,125$	$9/8 = 1,125$	$S^2 = 1,122462$
Do - Mi	$81/64 = 1,2656$	$5/4 = 1,250$	$S^4 = 1,259921$
Do - Fa	$4/3 = 1,3$	$4/3 = 1,3$	$S^5 = 1,334883$
Do - Sol	$3/2 = 1,5$	$3/2 = 1,5$	$S^7 = 1,498307$
Do - La	$27/16 = 1,6875$	$5/3 = 1,6$	$S^9 = 1,681790$
Do - Si	$243/128 = 1,8984$	$15/8 = 1,875$	$S^{10} = 1,887748$

Como se ve, la diferencia de relaciones de frecuencia en los tres sistemas es tan pequeña que no puede ser detectada por un oído ordinario aunque el origen de los tres sistemas es bien diferente.

De cara a la resolución de ejercicios prácticos será aconsejable utilizar el de Zarlino por su exactitud, pero el temperado tiene la ventaja de su fácil memorización, además de ser el sistema por el que están afinados la mayor parte de los instrumentos más accesibles y de uso más frecuente.

EJEMPLO: ESTUDIO ACÚSTICO DE LA GUITARRA

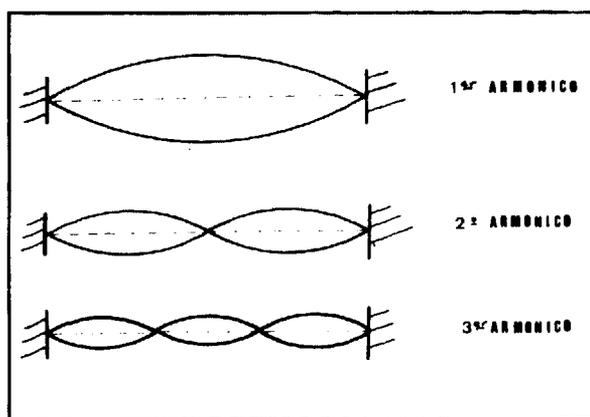
Una comprobación de las leyes de la acústica musical se puede realizar en multitud de facetas con instrumentos de música habituales. Tomaremos como muy representativo de ellos a la guitarra.

En efecto, podemos hacer medidas de frecuencias de vibración, velocidades de propagación de ondas transversales, cálculo de tensiones aplicadas, generación de armónicos y relación de frecuencias entre las diversas notas, por citar algunas de las enormes posibilidades didácticas de este instrumento musical.

Nos fijaremos en las dos últimas cuestiones. *La generación de armónicos* es algo sumamente sencillo de comprobar en la guitarra y al mismo tiempo es un índice de calidad del instrumento. Como sabemos, los armónicos son todos aquellos sonidos que se diferencian del original en un número entero de veces su frecuencia.

La cuerda de una guitarra vibra con la longitud determinada por la distancia del puente a la cejilla. Si acortamos esta distancia a la mitad (pisando la cuerda en el traste n.º 12), entonces la frecuencia emitida será el doble que la anterior. Así, si la cuerda daba inicialmente un Mi, al pisar en su centro y pulsar la cuerda nuevamente tendremos otro Mi, pero una octava superior.

Junto con el sonido fundamental una cuerda emite en mayor o menor medida todos sus armónicos. Para detectarlos tendremos que actuar de manera selectiva sobre ellos, pero sin eliminar ni acortar la longitud de la cuerda.



(fig. 3)

La diferencia de vibración entre el primer y 2.º armónico es que mientras el primero posee un vientre en el centro de la cuerda (zona de máxima elongación), el 2.º posee un nodo. Si colocamos simplemente el dedo, tocando con suavidad, sobre el punto medio de la cuerda al mismo tiempo que pulsamos, anularemos el sonido fundamental y sólo escucharemos prácticamente el 2.º armónico. Esa manera especial de pisar la cuerda se denomina desflor.

Si la cuerda pulsada era la primera de la guitarra, al 2.º armónico le corresponde, como hemos dicho, el Mi.

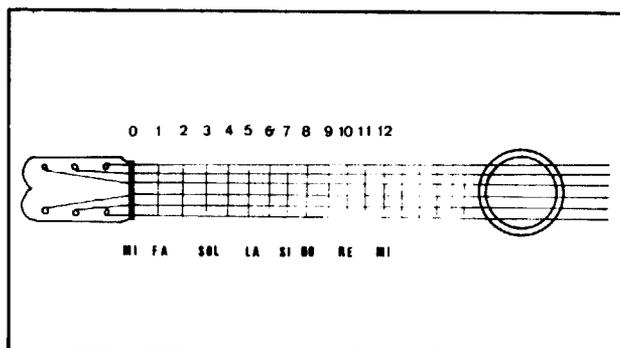
Podemos escuchar el tercer armónico desflorando la cuerda en los lugares en donde se forman los nodos del mismo. Como tenemos dos, existen dos posibilidades: el nodo de arriba cae sobre el traste 7 y corresponde a la nota Si; el nodo de abajo habrá que buscarlo a ojo seguramente ya que no se apoyará en el mástil. En ambos casos escucharemos el mismo armónico. Lo mismo se puede realizar con el 4.º armónico y siguiente, pero a partir de aquí la intensidad de éstos disminuye hasta hacerse irreconocibles.

También, por la forma y lugar en donde pulsemos la cuerda, se puede modificar la contribución de los diversos armónicos. Si la pulsamos sobre el centro obtendremos un sonido de un timbre más grave, como consecuencia de favorecer el armónico fundamental. Si pulsamos más cerca del puente favorecemos la formación de vientres armónicos secundarios, por lo que el timbre resulta más agudo o fino.

SISTEMA TEMPERADO EN EL MÁSTIL DE LA GUITARRA

El mástil de la guitarra es un lugar de trabajo muy apropiado para comprobar las relaciones de frecuencias entre las diversas notas musicales, sin más ayuda que una regla graduada.

En la fig. 4 se han numerado los 12 primeros trastes del mástil de la guitarra expresando también el valor de las notas musicales que corresponden a la primera cuerda (la más aguda). Pisando de un traste al siguiente el sonido se incrementa en un semitono.



(fig. 4)

El resultado a comprobar es que este semitono es precisamente el correspondiente a la escala temperada. Para ello anotamos en la tabla siguiente las distancias medidas desde cada traste al puente en una guitarra normal (la que el autor tenía más a mano). Realizando los cocientes de distancias entre dos trastes consecutivos, obtenemos 12 valores correspondientes a los 12 semitonos de la escala completa.

Traste	Distancias (cm.)	Cocientes = semitono	margen de error
0	66	1,0576923	$\pm 0,003$  $\pm 0,006$
1	62,4	1,0612245	
2	58,8	1,0613718	
3	55,4	1,0572519	
4	52,4	1,0607287	
5	49,4	1,0600858	
6	46,6	1,0590909	
7	44,0	1,0602410	
8	41,5	1,0586735	
9	39,2	1,0594595	
10	37	1,0571429	
11	35	1,0606060	
12	33		

$$\bar{s} = 1,0594603 \quad \sigma = 1,4 \times 10^{-3}$$

El resultado experimental, aun con el margen de error correspondiente, resulta ser de una aproximación extraordinaria respecto al valor teórico:

$$s = 1,0594631$$

Estos valores del semitono resultan ser intermedios entre los valores del semitono en el sistema Pitagórico y en el sistema de Zarlino con valores respectivos es de 1,0535 y 1,06 que caen fuera de las cotas de error de las medidas, por lo que estamos seguros de que el sistema de afinación de la guitarra es efectivamente el temperado.

CONCLUSIÓN

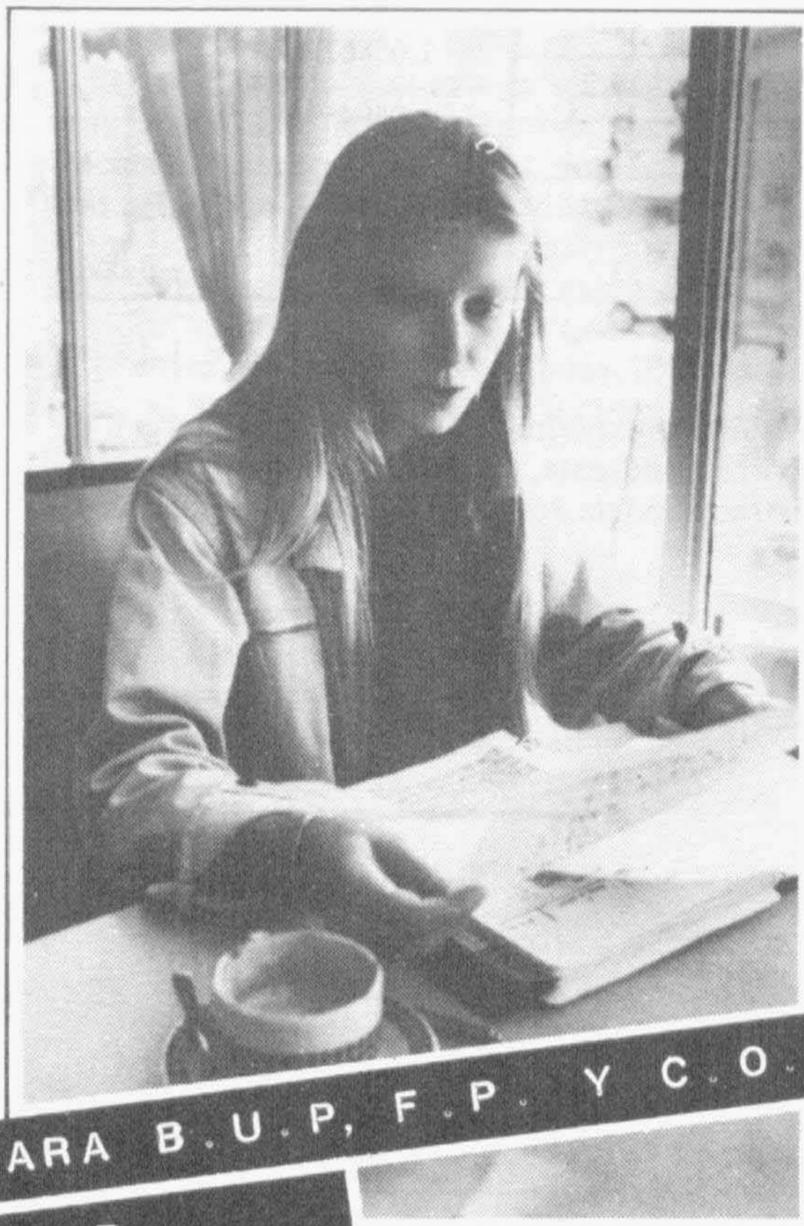
Con el desarrollo de estas líneas no hemos hecho un tratamiento exhaustivo del tema, ni muchísimo menos. Se ha pretendido demostrar que un tema aparentemente secundario puede aprovecharse como rica fuente de contrastaciones teoría-experiencia y que los instrumentos musicales son interesantes mesas de laboratorio sobre las que trabajar. Aquí sólo hemos apuntado algunos de ellos, pero se pueden realizar un gran número de «descubrimientos» de leyes físicas en los instrumentos musicales. Sin embargo, nos rendimos humildemente ante aquéllos que prefieran deleitarse escuchando un Stradivarius interpretando a Mozart más que analizando las intrincadas leyes de su acústica musical.

LIBROS DE B.U.P., F.P. Y C.O.U.

Metodología y Rigor Científicos

Los gabinetes y equipos permanentes de estudio, investigación y experimentación de Ediciones SM, han logrado una respuesta actual y rigurosamente científica a la difícil y variada problemática educativa de los estudiantes de B.U.P., F.P. y C.O.U.

Analice los libros que Ediciones SM ha elaborado para colaborar con el profesor, en la enseñanza de métodos de trabajo e investigación eficaces para todas las materias. Comprobará que sus planteamientos, no sólo se ajustan a los cuestionarios oficiales, sino que motivan, interesan y generan un mayor deseo de conocimiento en el alumno.



LIBROS DE EDICIONES SM PARA B.U.P., F.P. Y C.O.U.

PORQUE ES NECESARIO INICIAR

EN EL METODO Y RIGOR CIENTIFICOS.

Ediciones **SM**
Educador, hoy