

# Didáctica Matemática

## Reuniones de Profesores de Enseñanza Media en la Universidad de Granada

Organizado por el Seminario de Didáctica de Matemáticas de la Universidad de Granada, y para Profesores de Enseñanza Media de la capital, ha tenido lugar en dicha población un curso de charlas sobre Didáctica de la Matemática en el Bachillerato elemental. La dirección de las mismas corrió a cargo del Catedrático de Matemáticas de la citada Universidad, doctor don Francisco Sales Vallés, y las charlas fueron dadas por el Catedrático de Matemáticas e Inspector de Enseñanza Media don Alfonso Guiraum y por el Catedrático de Matemáticas del Instituto «Padre Suárez», don Francisco Marcos.

La apertura de las reuniones tuvo lugar el día 15 de marzo y el orden de las mismas fué el siguiente:

«Metodología y didáctica de la Matemática», «El número natural y sus operaciones» y «El número racional y sus operaciones», por el señor Guiraum.

«Material pedagógico en el estudio de la Geometría», «Los movimientos en el plano», «Proporcionalidad en Aritmética y Geometría» y «El teorema de Pitágoras y sus aplicaciones», por el señor Marcos.

«Potenciación y radicación», «Teoría de la divisibilidad», «Las ecuaciones de primer grado» y «Las ecuaciones de segundo grado», por el señor Guiraum.

Además tuvieron lugar dos reuniones más, en las cuales los Catedráticos del Instituto «Padre Suárez», señores Goicoechea y Marcos, presentaron y describieron el geoespacio fabricado e ideado por el Seminario de Matemáticas de dicho Centro para el estudio de la Geometría plana y del espacio. En estas sesiones no sólo resolvieron multitud de problemas que ya llevaban preparados, sino cuantos les fueron propuestos por los Profesores asistentes a las mismas.

A todas las charlas siguió un animado coloquio, en el que se vió el interés del Profesorado de Enseñanza Media hacia estas cuestiones.

El ciclo de charlas fué abierto con unas palabras del doctor Sales, en las que recaló la necesidad de sinceridad y humildad para reconocer nuestros defectos y tratar de eliminarlos por medio del continuo trato con los compañeros y el intercambio de ideas entre todo el Profesorado de Enseñanza Media de nuestra especialidad.

## EL MATERIAL DIDACTICO EN GEOMETRIA (\*)

LA parte más discutible de la Didáctica de la Matemática consiste en el paso de la teoría a la práctica, porque si bien es verdad que todas las teorías son buenas, la práctica de las mismas no es siempre aplicable a todo alumno o grupo de alumnos. El método aplicado depende especialmente del alumno, y la bondad del profesor reside, principalmente, en su flexibilidad para amoldarse a las reacciones de los alumnos.

No obstante, tampoco hemos de pensar que la clase debe de discurrir quedando el profesor a merced del alumno dedicado expresamente a resolver las dudas que a

(\*) Charla dada por el Catedrático de Matemáticas del Instituto «P. Suárez», de Granada, señor Marcos, en las reuniones de Didáctica de la Matemática Elemental, en la Universidad de Granada (17-3-61).

éstos se presenten. Afortunadamente, podemos afirmar que hoy día ha desaparecido el profesor tomador de lecciones que se limitaba a aclarar aquellas cosas que el libro no traía suficientemente claras. Esto ya supone un paso muy importante en la didáctica de toda ciencia. Pero de esta posición del profesor se ha pasado a la explicación exhaustiva del tema, y es muy frecuente el caso del profesor, muy eficiente y magnífico expositor, que se limita a explicar la lección con gran soltura y claridad, con gran competencia y mucha práctica. Se pretende así que el niño aprenda todo aquello tan magníficamente expuesto y no nos damos cuenta que todo lo que explicamos ha sido producto de mucha meditación por nuestra parte, y que sólo de esta manera, y ayudados por los múltiples problemas que se han unido a tal captación de ideas, han ido calando en nosotros todas las teorías que ahora explicamos y que han pasado a formar parte de nuestro propio ser.

Creo que es insuficiente la explicación de un profesor, por muy bueno que éste sea, para conseguir que el alumno penetre en la teoría explicada. Lo fundamental de la clase es que el alumno aprenda a razonar y a pensar, lo importante es hacer ver al alumno que tiene una estructura mental que le permite descubrir y resolver muchos de los problemas que se le plantean normalmente en las clases, sin necesidad de otra ayuda por parte del profesor, que la de colocarle en la situación didáctica conveniente para que reaccione poniendo toda su voluntad en la consecución de aquel fin. Porque si bien es verdad que después de una lección brillantemente expuesta, el alumno es capaz de comprenderla y hasta de repetirla muchas veces, como todo se lo han dado hecho, sin que él haya tenido que poner ningún esfuerzo por su parte, toda aquella explicación ha pasado rozándole, sin penetrar en él, como se demuestra al colocarle problemas o cuestiones relativos al tema, que para resolver necesite conocer bien la estructura del mismo. Y así, salimos tan convencidos de la eficacia de la clase aquella, que realmente ha constituido, a la larga, un tremendo fracaso.

Quando a un niño normal le colocamos ante problemas adecuados, se esfuerza por llegar a descubrir aquello que de otro modo le hubiésemos descubierto nosotros sin obligarle a pensar, y llega a las consecuencias porque descubre la sencilla estructura de la cuestión, de manera que habiendo efectuado él "el descubrimiento", difícilmente lo olvida. El niño debe aprender a razonar de esta forma. Pero también debe aprender a hacer.

Por esto, el material didáctico podemos clasificarlo en instrumental y pedagógico, aunque a veces un mismo material tenga ambos usos.

Es frecuente creer que el niño sabe las cosas fáciles, es decir, las cosas que a nosotros nos parecen fáciles. Por ejemplo, que el niño sabe manejar la regla de dibujo desde que nace, y trazar rectas con ella; que conoce perfectamente la escuadra y el cartabón, el compás, etc... Sin embargo, esto no es así, el niño tropieza con grandes dificultades hasta dominar su manejo, y es necesario obligarle a que las venza.

En un principio, y vamos a estudiar al niño de primer año, es necesario hacerle ver lo que es una regla, porque muchas veces se cree que sólo puede tener este instrumento comprándolo en la tienda, y no se le ocurre que él mismo puede fabricarse una regla de un solo borde con sólo doblar un papel. El niño no ha oído en su vida hablar de la regla de un solo borde. Si le decimos al niño que se fabrique él mismo una regla, desde luego no sabe hacerlo hasta que se da cuenta de la existencia de un elemento que no sabemos definir, y que es la recta. Luego esta regla de un solo borde la puede usar como transportador de segmentos. Aprende así a construir segmentos iguales y deduce las leyes de la igualdad. Sobre todo, ve que la posibilidad de construir así segmentos iguales se basa en la propiedad transitiva de la igualdad. Después conocerá la estructura de la suma aprendiendo a sumar segmentos con el transportador. Esta operación es trivial, pero he podido comprobar que muchos alumnos de primero tienen dificultades para realizarla, porque no es lo mismo decir que hacer las cosas. Puede hacerseles ver la propiedad asociativa y conmutativa de la suma y luego se les puede enseñar a restar segmentos procurando conseguir, *sobre todo*, que

se enteren de lo que es restar. Realmente, creo que una de las causas del fracaso frecuente de nuestros alumnos de Enseñanza Media es que pasamos por alto o damos ligeramente, como si apenas tuvieran importancia las nociones básicas y fundamentales de la Matemática. Y así podemos ponerles problemas de: Conocido el segmento, suma de dos y uno de ellos hallar el otro, o datos de este estilo en la diferencia, dados el minuendo y el resto, hallar el sustraendo, etc. De esta manera, además, comprende que la estructura de estas operaciones no depende de los entes, sino de ellas mismas, y que es independiente que los datos se llamen números, segmentos o ángulos, etc. Conocida la estructura de la suma, aprenderá a multiplicar segmentos por un número natural, operación en la cual nosotros llevamos la idea de ley de composición externa.

Un problema importante, y que presenta muchas dificultades al alumno, es la construcción de ángulos iguales con el transportador de segmentos, que también es transportador de ángulos. Parece increíble que un niño de primer curso comprenda esto tan difícilmente, y creo yo que ya él lleva en su mente antes la igualdad de triángulos que la de ángulos, puesto que su primera idea es tomar un punto sobre cada lado en el transportador, y luego hacer pasar dos rectas por estos puntos, sin tener en cuenta su distancia al vértice, y como si éste no tuviera importancia. Como, además, ellos construyen luego el ángulo con mucha aproximación, resulta que no se dan cuenta del error hasta que el profesor les hace la misma construcción, pero de forma que los alumnos vean que lo han hecho mal. Con el transportador, el alumno debe sumar y restar ángulos, y por tanto vemos cómo esta simple tira de papel, material construido por el alumno, consume su actividad durante algunos días de clase. No habrá inconveniente en que el propio transportador le sirva para hallar el punto medio de un segmento, pero todo a base de que el niño "haga" todos aquellos sencillísimos problemas. El alumno debe construir ángulos, segmentos y figuras como triángulos, y aprender a construir triángulos iguales, y en los casos sencillos a construir triángulos dados los convenientes datos: dos lados y el ángulo comprendido; un lado y los ángulos adyacentes, y cuantos casos de este tipo se le ocurran al profesor, porque incluso así descubre los casos de igualdad de triángulos rápidamente.

Además, estas construcciones permiten al niño ver las figuras en distintas posiciones y no colocadas, como las suelen traer los libros, triángulos siempre con el lado horizontal, etc.

Quando este año pregunté en mi clase de primer curso si podrían construir con la regla de un solo borde un triángulo, conocidos los tres lados, casi todos me dijeron que sí. Les dije que lo hicieran, y me encontré con que trazaban uno de los lados y luego, utilizando como compás la regla, marcaban los arcos de circunferencia hasta que se cortaban. El triángulo quedaba así construido. Tuve que hacerles ver que no habían utilizado la regla que tenían de otra manera que como compás, porque el transportador de ángulos sólo podían usarlo como se había explicado, es decir, que tal y como lo usaban era un compás rudimentario. La idea del compás y, sobre todo, de la rotación, la tienen perfectamente formada los niños de esta edad y, por tanto, el compás resulta fácil de hacerse manejar. Pero esta facilidad no nos permite despreciar su manejo, pues en muchos casos no saben ni cómo tienen que tomarlo en la mano.

Un instrumento de gran valor pedagógico es el cartabón. Casi todos los niños han visto cartabones; yo se los hago comprar y manejar, pero no saben ni lo que es. Cuando les uno dos cartabones y les hago ver que es un triángulo equilátero, en seguida se dan cuenta de que un cartabón es medio triángulo equilátero y, por tanto, que la hipotenusa es doble del cateto menor. Además, se dan cuenta de que un triángulo rectángulo, con un ángulo de  $60^\circ$  es un cartabón y, por tanto, medio triángulo equilátero, y con eso les obligo a que se vayan familiarizando con los importantísimos ángulos de  $60^\circ$  y de  $30^\circ$ . Luego les hago recortar en cartulina seis cartabones pequeños y les planteo la cuestión de construir con los seis un triángulo equilátero, lo que les divierte mucho y les hace ver la estructura del triángulo equilátero y la relación entre el radio y la apotema, que descubren fácilmente, y si saben el teorema de Pitágoras,

les hago calcular el lado en función de la altura, dándole ésta numéricamente para que vean que es el triple de la apotema y los dos tercios de la altura es el radio. Luego, con doce cartabones les hago construirme un hexágono regular, y conocen así que el lado de éste es igual al radio, etc.

Como con la escuadra se pueden realizar problemas análogos con relación al cuadrado, resulta que de estos instrumentos tan corrientes saco material pedagógico para explicar bastantes lecciones.

Naturalmente, que además de esto es importante que, utilizando estos instrumentos como tales, aprendan a construir paralelas y, sobre todo, perpendiculares; pero esto no es objeto de esta charla.

\* \* \*

El señor Marcos hizo después referencia a los geoplanos y realizó con ellos algunas demostraciones sencillas, tanto con el geoplano cuadrado como circular. Por último, se refirió a los films matemáticos, tan interesantes, pero de difícil adquisición, por lo que en la práctica apenas si se podían aplicar a la enseñanza de la Matemática. Los films tienen la ventaja sobre las diapositivas, de su movilidad.

Por último, se refirió a las regletas del Instituto Laboral de Ayamonte (Huelva), dando una idea a los asistentes a la reunión de su estructura y de su aplicación.

*Gráficas  
Canales  
S.L.*

IMPRESA  
Y  
ENCUADERNACION

CICERON, 16 - TELEFS. 233 73 40 - 233 29 75

MADRID (20)

# Editions Delachaux et Niestlé

4, RUE DE L'HOPITAL - NEUCHÂTEL

## GEO-MONTAGE

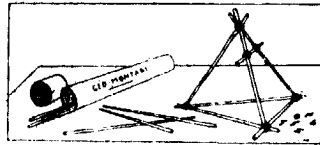
BREVETE S.G.D.G.

Dans le cadre de l'enseignement **AUDIO-VISUEL**, qui tend de plus en plus à implanter sus méthodes fructueuses, le «GEO-MONTAGE» est un matériel fort simple qui, mis à la **DISPOSITION DE L'ÉLÈVE**, lui permet de voir dans la réalité les trois dimensions d'une figure géométrique.

### DESCRIPTION DU MATÉRIEL

Le coffret «GEO-MONTAGE» comprend :

- 16 tiges en matière plastique de quatre couleurs différentes;
- un tube souple et un jonc couleur ivoire;
- un sachet contenant un assortiment de lettres de couleur;
- une boule de pâte plastique adhésive.



### UTILISATION

- Prendre tout d'abord un carton figurant le plan de base de la figure à réaliser.
- Couper à l'aide de ciseaux de petites boules de pâte qui, placées aux différents sommets de la figure, serviront à supporter les droites.
- Piquer alors les tiges, en assortissant les couleurs par élément de figure.
- La jonction des tiges entre elles se fait toujours à l'aide de pâte adhésive.
- Placer enfin les lettres.
- Pour les cercles, introduire une extrémité du jonc ivoire dans le tube de même couleur. Prendre ensuite les deux extrémités libres de la tige ainsi formée et les ramener l'une dans l'autre, formant ainsi le cercle désiré, de plus ou moins grand diamètre suivant la longueur de jonc introduite dans le tube.
- En faisant tourner le carton, on peut ainsi raisonner devant les différentes parties de la figure.

**PRIX : Fr. s. 7.50**

# CAHIER

DE

# GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

## CLASSE DE 1<sup>o</sup>

Par G. DUTILLEUL (Ancien Professeur au Lycée Voltaire, Conseiller Pédagogique).  
Préface de G. WALUSINSKI

Avec l'étude de la géométrie dans l'espace, les difficultés rencontrées en géométrie se compliquent de difficultés de perception et de représentation. C'est pour essayer de les réduire qu'il a été créé un matériel et un cahier.

### LE MATERIEL: GEO-MONTAGE:

Son but est d'amener l'élève à réaliser les ensembles à trois dimensions. Très simple, il comporte des éléments nécessaires au montage des figures géométriques, tiges et gomme permettant d'assurer leurs liaisons.

### LE CAHIER:

Se divise en trois parties:

- 1.° des tableaux numérotés de 1 à 39;
- 2.° une page blanche en face de chaque tableau permettant à l'élève de rédiger la question correspondante;
- 3.° vignettes en couleurs représentant la figure principale à réaliser avec le GEO-MONTAGE. Ces vignettes devront être découpées et collées sur la page blanche en regard du tableau s'y rapportant.

Ce n'est pas un manuel et ne peut être confondu avec lui. Si les connaissances y sont énoncées, si leur répartition en chapitres a été conservée, il ne s'agit jamais ici d'exposé didactique. On s'est borné à indiquer les notions essentielles à acquérir, de marquer leur dépendance, de fixer les grandes lignes de démonstration, de multiplier les figures à reproduire, de fournir chaque fois un plan directeur de travail.

Car ce qui importe, ce n'est pas de FOURNIR à l'élève un ensemble de connaissances mais de les lui faire ACQUERIR par un travail personnel.

Le but de ce cahier est précisément de solliciter, de diriger et de contrôler ce travail personnel de l'élève. Il lui appartiendra de développer chaque sujet, de compléter certaines questions, de rédiger des démonstrations, sur la page blanche correspondante.

Les divisions en chapitres et les démonstrations les plus fréquemment décrites dans les manuels ont été retenues pour ne pas désorienter l'élève. Cette disposition a été adoptée pour aider l'élève; tout d'abord, chaque question est traitée en une page sous forme de tableau, ensuite et avant chaque démonstration, il est indiqué «la méthode à suivre» et les «théorèmes de base» dont la connaissance est indispensable à l'établissement de la démonstration.

Fournir un support visuel, c'est aider la mémoire. Montrer la solidarité des notions et leur articulation, c'est aider la compréhension.

Pour laisser toute liberté aux professeurs, aucun exercice n'a été proposé. Travail d'acquisition et exercice d'application pourront être placés à côté des textes sur la page de droite laissée en blanc dans le cahier.

Un cahier de 104 pages avec des figures en couleurs ... .. Fr. s. 7.50  
Matériel et Cahier achetés ensemble ... .. Fr. s. 13.50

La Revista ENSEÑANZA MEDIA facilitará el «Géo-Montage» y el «Cahier» a los Profesores y Centros de Enseñanza Media a quienes interese para sus clases.