Una cuestión de Física elemental

LA CARACTERISTICA DE UNA LAMPARA DE INCANDESCENCIA

Por ELADIO GAYOSO DIAZ
(Catedrático de Física y Química
e Inspector de Enseñanza Media)

La característica de un conductor de corriente, o relación entre la tensión aplicada, v, y la intensidad de corriente, i, es, en general, desconocida, a no ser que el conductor sea mantenido a una temperatura constante, en cuyo caso se tiene $i = v/R$. Entonces la resistencia, R, del conductor es constante e i es proporcional a v, según la ley de Ohm.

Si no se toman precauciones especiales para mantener constante la temperatura del filamento, éste será calentado por efecto Joule, como sucede cuando se utiliza una lámpara de incandescencia. Entonces la resistencia, r, es una función de la tensión aplicada a sus extremos, que al ser desconocida no nos permitirá averiguar qué intensidad de corriente circulará por la misma a una determinada tensión conociendo otros valores de dichas magnitudes para el mismo conductor. Si se quieren conocer las intensidades que corresponden a cada tensión no hay más remedio que determinar experimentalmente una serie de valores que permitan representar la característica.

No obstante, introduciendo ciertas simplificaciones, puede ser obtenida teóricamente por medio de las siguientes consideraciones:

1.° La variación de la resistencia con la temperatura del conductor es lineal, expresada por:

$$r = R_0 \, (1 + \alpha t) \qquad [1]$$

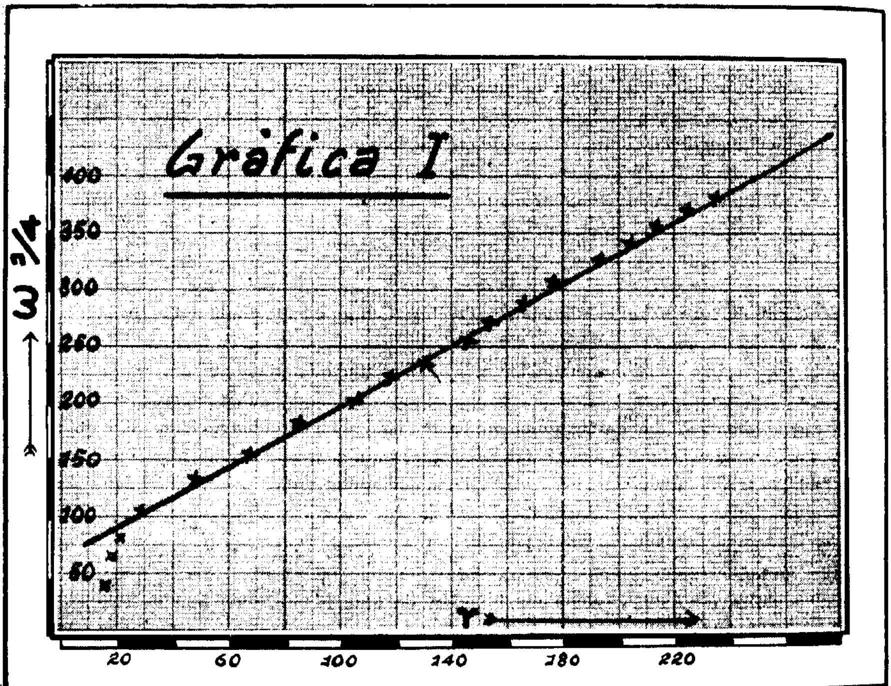
donde R_0 y α tienen la significación acostumbrada; es bien sabido que esta ley se cumple con bastante exactitud para un amplio intervalo de temperaturas, aunque en realidad constituye una primera aproximación de otra fórmula en que figuran potencias superiores de t.

2.° Si la tensión se mantiene constante la intensidad de corriente también lo es, lo que significa que el filamento está en equilibrio, emitiendo en forma de calor radiante y luz el equivalente de la energía eléctrica consumida por segundo, haciendo caso omiso del calor transmitido por conducción en los extremos del conductor. Admitiendo la validez de la fórmula de Stefan-Boltzmann para la radiación de un cuerpo negro, para el caso que nos ocupa, podemos igualar la potencia eléctrica consumida $w = v \cdot i = r\, i^2$ con la radiada por la superficie del conductor incandescente $W = \sigma T^4$, siendo σ una constante que depende de las dimensiones y naturaleza del conductor y T la temperatura absoluta. Se ha de tener en cuenta que verdaderamente el calor disipado por radiación será la diferencia entre el emitido por el conductor y el que el mismo recibe por radiación del espacio ambiente, expresado este último por un término de la misma forma que el anterior, σT_a^4; siendo T_a la temperatura ambiente. Esto corresponde al hecho de que, cuando por el conductor no pasa corriente $T = T_a$ y $w = 0$. Podemos establecer, pues:

$$w = \sigma T^4 - \sigma T_a^4 \qquad [2]$$

Para convencernos de la corrección del razonamiento anterior consideremos aún que cuando se pasa de una tensión a otra mayor, se tarda un cierto tiempo en alcanzar el nuevo equilibrio, tiempo que se aprecia perfectamente por el movimiento del índice del amperímetro al hacer las mediciones para hallar las características por el método de Westphal (1).

Solo durante ese intervalo de tiempo que tarda en alcanzar el nuevo estado de



equilibrio correspondiente a la nueva tensión, la energía de la corriente se emplea en elevar la temperatura del filamento. Prescindamos de estos intervalos y consideremos sólo cuando el conductor está en equilibrio.

---

(1) W. H. Westphal. Physikalisches Praktikum; Fried. Vieweg und Sohn, Braumschweig, 1938, pág. 198.

Combinando [1] y [2], después de sencillas transformaciones, se obtiene:

$$w = \sigma (b \cdot r + a)^4 + k \qquad [3]$$

con

$$b = \frac{1}{R_0 \alpha} \qquad a = 273 - \frac{1}{\alpha} \qquad \text{y} \qquad k = \sigma T_a^4$$

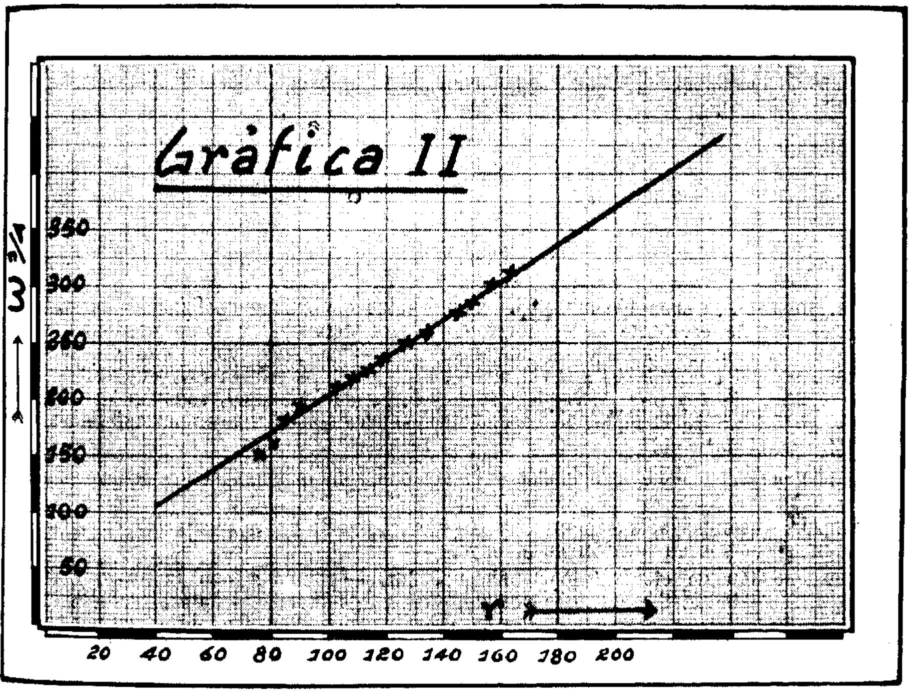
A temperaturas elevadas el término k de [3] se hace despreciable frente a T^4, pues al aumentar la base aumenta fuertemente su cuarta potencia y [3] se convierte en

$$w^{1/4} = A \cdot r + B \qquad [4]$$

con

$$A = \frac{\sigma^{1/4}}{R_0 \alpha} \qquad \text{y} \qquad B = \sigma^{1/4} \left(273 - \frac{1}{\alpha} \right)$$

Esto significa que a temperaturas algo mayores que la ambiente *existe una relación lineal entre la resistencia del conductor y la raíz cuarta de la potencia eléctrica consumida por el mismo.*



Hasta qué punto este resultado es comprobado por la experiencia se puede ver examinando la gráfica I, que representa los valores extraídos del libro de Westphal, citado anteriormente. La relación lineal se cumple rigurosamente desde un valor relativamente bajo de la potencia (entre 4,5 y 210 watios para este caso).

La gráfica II traduce los valores experimentales del cuadro I, obtenido por nosotros con aparatos de poca precisión, pero que concuerdan satisfactoriamente con la anterior deducción teórica.

CUADRO I

v (voltios)	i (amperes)
20	0,258
25	0,310
30	0,347
35	0,388
40	0,405
45	0,442
50	0,470
55	0,485
60	0,510
70	0,56
80	0,59
90	0,63
100	0,67
110	0,71
113	0,72
123	0,76

Si queremos hallar la relación entre v e i no tenemos más que sustituir w por el producto $v \, . \, i$ y r por v/i para obtener:

$$v^{1/4} \, i^{5/4} = A \, . \, v + B \, . \, i \qquad [5]$$

o si queremos relacionar i con r, teniendo en cuenta que $w = r \, i^2$:

$$i = k \sqrt{r^2} - \frac{k'}{\sqrt{r}} \qquad [6]$$

La relación [5] entre v e i es de carácter implícito. Sólo para aquellos metales en que se puede considerar igual a 1/273 (es sabido que para muchos tiene un valor próximo) se pueden separar las variables, pues entonces $B = 0$, y

$$i = C \, . \, v^{3/5} \qquad [7]$$

con

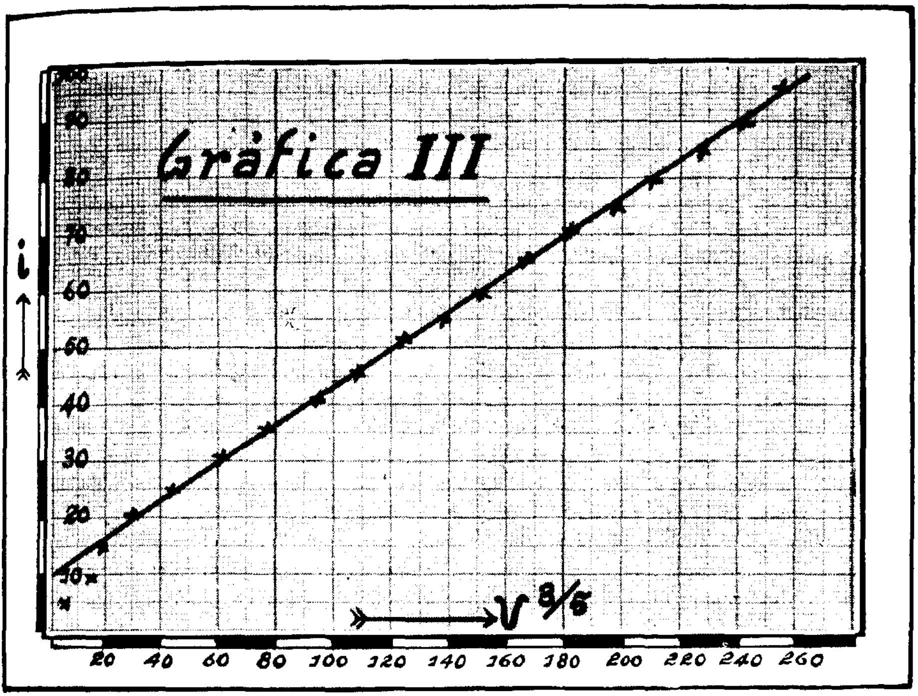
$$C = \frac{\sigma^{1/5}}{(R_0 \alpha)^{4/5}}$$

En este caso, la ecuación anterior correspondiente a la característica expresaría que la intensidad de corriente es proporcional a la potencia 0,6 de la tensión. Para el tungsteno el coeficiente de temperatura vale $0{,}0045 = 1/222$, valor que difiere apreciablemente del considerado anteriormente. En efecto, la gráfica III, que corresponde a los valores de i y $v^{3/5}$ deducidos de los datos de Westphal, muestra que la proporcionalidad no se cumple, aunque sí se observa con bastante aproximación una relación lineal del tipo.

$$i = D \, . \, v^{3/5} + E \qquad [8]$$

En este caso, los valores de las constantes D y E, por su carácter experimental no pueden ponerse en función de σ, α y R_0.

Una cuestión de cierta importancia práctica, relacionada con la anterior deducción, es la siguiente: Supongamos dos conductores de la misma naturaleza, que tengan distintas dimensiones pero presenten la misma resistencia. Dos hilos cilíndricos de longitudes l y l' y de secciones s y s', respectivamente. Entonces $s/s' = l/l'$. La potencia consumida cuando se les aplica la misma tensión es la misma. ¿De qué factores



depende entonces la temperatura alcanzada por cada uno de los dos conductores? La potencia disipada por el efecto Joule, igual a la emitida por radiación cuando se alcanza el equilibrio, valdrán

$$\sigma T^4 - \sigma T_a^4$$

y

$$\sigma' T'^4 - \sigma' T_a^4$$

respectivamente. Como hemos supuesto el mismo consumo en watios, podremos igualar ambas expresiones, con lo que resulta

$$\frac{T^4 - T_a^4}{T'^4 - T_a^4} = \frac{\sigma'}{\sigma}$$

A temperaturas relativamente elevadas los términos T_a^4 pueden despreciarse. Además la relación σ/σ' es igual a la relación de superficies de irradiación S/S', con lo que tenemos:

$$T^4/T'^4 = S'/S$$

Muy aproximadamente, *las temperaturas alcanzadas son inversamente proporcionales a las raíces cuartas de las superficies de irradiación.*

La temperatura depende, pues, de la superficie y no de la masa del conductor como erróneamente pudiera creerse. En el caso de los dos hilos cilíndricos, tomando como superficie de irradiación la lateral del cilindro, resulta fácilmente

$$\frac{T}{T'} = \left(\frac{d'}{d} \right)^{3/4}$$

siendo d y d' los diámetros de los hilos.

Se ha de tener en cuenta para las aplicaciones prácticas de estas conclusiones que solo son válidas para filamentos colocados en el vacío, pues en el caso, por ejemplo, de un hornillo el problema se complica al transmitirse parte del calor por conducción al refractario y al aire.

Eladio GAYOSO DIAZ