

Nota sobre las permutaciones con repetición



Por FRANCISCO MARCOS DE LANUZA
Catedrático del Instituto de Toledo

EJEMPLO.—Consideremos el conjunto

$$A \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$$

que aplicaremos sobre el conjunto

$$C \{ a, b, c \}$$

de forma que a sea imagen de tres elementos de A , b sea imagen de dos elementos de A distintos de los anteriores y c sea imagen de los tres restantes elementos de A .

El conjunto de todas las aplicaciones exhaustivas de A en C posibles de acuerdo con el criterio anterior se denominan PERMUTACIONES CON REPETICION de los elementos a, b y c en las cuales a se repite 3 veces, b se repite 2 veces y c otras 3 veces.

Para calcular el número de permutaciones con repetición así formadas, construiremos todas las combinaciones ternarias posibles con los elementos de A y se aplicarán sobre el elemento a . Luego, todas las combinaciones binarias posibles con los cinco elementos restantes y se aplicarán sobre b , por último, la única combinación ternaria formada con los tres elementos restantes se aplicará sobre c .

Resulta así:

$$P_8^{3, 2, 3} = C_8^3 \cdot C_5^2 \cdot C_3^3 = \frac{8!}{3!5!} \cdot \frac{5!}{2!3!} \cdot \frac{3!}{3!} = \frac{8!}{3!2!3!}$$

En general: Sea

$$A (2, 3, 3, \dots, n) \quad \text{y} \quad C (a, b, c, \dots, n).$$

Supongamos que hemos de formar con los elementos de C todas las permutaciones con repetición posibles en las cuales, a se repita α veces, b se repita β veces..., m se repita μ veces, siendo:

$$\alpha + \beta + \dots + \mu = n.$$

Formaremos todas las combinaciones posibles de orden α con los elementos de A , luego todas las combinaciones de orden β con los n elementos restantes de A y las aplicaremos sobre b ; por último, la única combinación posible con los μ elementos restantes la aplicaremos sobre m . El número de permutaciones obtenidas será:

$$\begin{aligned} P_n^{\alpha, \beta, \gamma, \dots, \mu} &= C_n^\alpha \cdot C_{n-\alpha}^\beta \cdot C_{n-\alpha-\beta}^\gamma \cdot \dots \cdot C_\mu^\mu = \\ &= \frac{n!}{\alpha! (n-\alpha)!} \cdot \frac{(n-\alpha)!}{\beta! (n-\alpha-\beta)!} \cdot \frac{(n-\alpha-\beta)!}{\gamma! (n-\alpha-\beta-\gamma)!} \dots \\ &\quad \dots \frac{\mu!}{\mu!} = \frac{n!}{\alpha! \beta! \dots \mu!} \end{aligned}$$

DE PROXIMA APARICION

FORMULARIO DE MATEMATICA MODERNA ELEMENTAL

Por A. COMBES

DEL MAYOR INTERES PARA PROFESORES
Y ALUMNOS DE ENSEÑANZA MEDIA

Ediciones de la REVISTA «ENSEÑANZA MEDIA»

Atocha, 81, 2.º

MADRID (12)