METODOLOGIA

La Matemática Moderna en la Investigación y la Enseñanza(*)

LUIS A. SANTALÓ
(*Universidad de Buenos Aires*)

1. LA PRIMERA MATEMATICA MODERNA. Mucho se habla hoy día de la matemática moderna. Se publican continuamente libros de matemática que añaden a su título específico el calificativo de "moderno"; basta hojear cualquier catálogo de publicaciones de los últimos años para encontrar títulos como los siguientes: "Cálculo infinitesimal moderno", Fundamentos de análisis moderno", "Tratado de geometría moderna", "Introducción a la matemática moderna", etc. Sin embargo, si se quiere dar una definición de lo que se entiende por matemática moderna, la cuestión no es fácil.

No es moderna toda la matemática que se produce actualmente. Hay trabajos de reconocida importancia que se mantienen dentro del más puro clasicismo. Así ocurre, por ejemplo, con la mayoría de los trabajos sobre la teoría de números. Bastará citar los trabajos del matemático noruego Atle Selberg, entre ellos su famosa demostración del teorema fundamental de la teoría de los números primos, por la cual se le concedió la medalla Fields (la más alta distinción internacional dedicada exclusivamente a matemáticos), en el Congreso Internacional de Matemáticos de Harvard, en 1950[1]

Tampoco el modernismo radica en los temas, pues si bien la matemática moderna empezó con el álgebra, después se extendió por todas las demás ramas de la disciplina.

(*) Conferencia pronunciada por el Autor en la Sociedad Científica Argentina, el día 23 de junio de 1965, con motivo de recibir el premio de dicha entidad correspondiente al quinquenio 1959-64. Véase ELEMENTOS, año II, p. 169 (N. de los E.)

Parecería, por tanto, que la diferencia entre la matemática clásica y la moderna debe ser solamente cuestión de estilo, es decir, cuestión de forma o de nomenclatura. Sin embargo, tampoco ello es cierto. Por encima de la apariencia exterior, desde luego la más visible y notoria para quienes tan sólo ven la superficie de las cosas, hay algunas características profundas que hacen a la esencia misma de la matemática y que abren para ella nuevas y grandes perspectivas. Tal vez, para una mejor comprensión, convenga comparar el fenómeno actual con lo ocurrido en épocas anteriores.

En el comienzo de la historia de la matemática, cuyo origen permanece todavía oscuro, encontramos una colección de fórmulas y recetas que utilizaban los egipcios para resolver ciertos problemas: delimitar terrenos, repartir cosechas o cobrar impuestos. Ésta era la matemática clásica de los griegos: una matemática bien definida, bien concreta, aplicable a un campo de problemas bien determinado. De repente aparece en la escuela pitagórica el descubrimiento de los números irracionales y se produce una fuerte conmoción. Se pone de manifiesto que el uso exclusivo de la intuición puede conducir a errores; por tanto hay que revisar los fundamentos y pasarlos por el tamiz del razonamiento. Para ello hay que sentar bien las bases y nace así la axiomática como la mejor manera de estar seguro de la solidez de los cimientos. La matemática extiende mucho su campo de acción, invadiendo los ateneos y escuelas filosóficas de la época. Nace la matemática moderna de los griegos, que culmina con los **Elementos** de Euclides (siglo III antes de C.).

Tenemos así dos características de la nueva matemática de aquella época: preocupación por una fundamentación rigurosa y extensión de la matemática a otros terrenos. Los beneficios de esa nueva matemática se notan inmediatamente; el estilo de Euclides, la amplitud de sus puntos de vista, la generalidad de sus conceptos y la ventaja de disponer de unas bases firmes en qué apoyarse, motivan o contribuyen grandemente a un gran florecimiento matemático. Como exponentes del mismo bastará citar a Arquímedes (-287, -212) y Apolonio (más o menos -190). Es interesante observar que en Arquímedes la matemática amplía su campo de aplicaciones prácticas, pasando a la estática y a la ingeniería.

Siguen después muchos siglos en que la matemática decae. No se incorpora savia nueva a sus bases, sus métodos no cambian y sus problemas y teoremas, si bien se van complicando y aumentando en número, poseen siempre unas mismas características. La matemática envejece: lo que fue la matemática moderna de los griegos, pasa a ser la *matemática clásica* del Renacimiento.

Es importante llamar la atención sobre este ciclo, por las analogías que presenta con el momento actual y por el peligro que puede representar para el futuro. Con Euclides la matemática fija sus fundamentos y muestra cómo se puede edificar, lenta y cuidadosamente, a partir de los mismos. Gran parte de los teoremas de los **Elementos** son de enunciado casi evidente y sin embargo se demuestran cuidadosamente, con todo detalle, para probar cómo todos ellos son consecuencia de los postulados, nociones comunes y definiciones previamente establecidas. Es una obra, en apariencia, fácil y elemental. Las obras de Arquímedes y Apolonio, en cambio, conducen en la mayoría de sus teoremas a resultados nada evidentes y en ellos, por tanto, la fuerza del razonamiento aparece bien visible como instrumento para llegar al descubrimiento de resultados insospechados. En una primera impresión superficial, las obras de Arquímedes y Apolonio son más "difíciles" que los **Elementos** de Euclides. Sin embargo, nada más lejos de la realidad. La comprensión de la necesidad de ciertas demostraciones de Euclides y del por qué de su imprescindible complicación es muy difícil, mucho más que la comprensión de los pasos sucesivos de una demostración sobre las cónicas, de Apolonio, o sobre los centros de gravedad, de Arquímedes. Los **Elementos** de Euclides debieron haberse tomado como una obra fundamental para el uso de matemáticos ya formados, pero nunca como libro de texto elemental para empezar a aprender geometría. Para hablar de los fundamentos de una ciencia hay que conocer mucho de la ciencia misma.

Es muy probable que otra hubiere sido la evolución de la matemática medioeval, si se hubieran tomado como libros iniciales obras al estilo de las de Apolonio o Arquímedes, admitiendo como evidentes las cosas ciertas que se presentan como tales, sin preocuparse demasiado de si los postulados de partida eran los cinco de Euclides u otro número mayor, y dejando estas sutilezas y el estudio de los **Elementos** para matemáticos ya conocedores de su ciencia, los únicos, por otra parte, capaces de comprender su profundo y extraordinario contenido.

Sin embargo no ocurrió así. Por su aparente simplicidad, los **Elementos** fueron tomados como libro de texto de los primeros años de las escuelas donde se enseñaba matemática. Se obligaba a aprender las demostraciones de teoremas cuyo resultado nada nuevo decía al alumno. Fue clásico el famoso **pons asinorum** o "puente de los asnos" (teorema 5 del libro I de los **Elementos**, que dice: los ángulos de la base de un triángulo isósceles son iguales), que al parecer era el primer escollo para la mayoría de los alumnos, escollo inútil, pues el teorema es evidente por la misma simetría de la figura, por lo cual poco podía interesar al alumno, incapaz de comprender la necesidad de tan complicada demostración.

La desproporción entre la simplicidad (aparente) de los enunciados y la dificultad (necesaria) de la demostración, desorientó a los espíritus no dotados de una gran sagacidad matemática y así, confundiendo la matemática con un juego de palabras, se originaron trabajos y comentarios que eran triviales en la mayoría de los casos y absurdos muchos de ellos. Recordemos la discusión que menciona Tannery, de dos escolásticos alemanes del siglo XI [2], Reginboldus, de Colonia y Rodolfus, de Lieja, sobre el significado de "ángulo interior", palabras que encuentran en Euclides, extendiéndose en consideraciones sin sentido al creer que la palabra "interior" se aplica a cualquier ángulo, sin darse cuenta de que para Euclides la cuestión no admite ninguna duda, pues se refiere a los ángulos interiores de un triángulo o polígono.

2. LA SEGUNDA MATEMÁTICA MODERNA. Llegamos al siglo XVII. La matemática que, a pesar de todo, algo había progresado —bastante en aritmética y álgebra (precisamente la parte menos fundamentada) y menos en geometría— había devenido una matemática de moldes bien definidos, aplicable tan sólo a problemas de características bien reconocidas: era una matemática clásica.

Con Descartes (1596-1650) y Fermat (1601-1665) nace la geometría analítica e inmediatamente después, con Newton (1642-1727) y Leibniz (1646-1716), el cálculo infinitesimal. Ello significa una vigorosa inyección de savia nueva; la matemática se expande, muchas cosas se ven bajo nuevos ángulos, cambian los problemas y los métodos: es la matemática moderna de los siglos XVII y XVIII. Con ella, ciertos problemas clásicos (trisección del ángulo, duplicación del cubo) se aclaran definitivamente y al mismo tiempo la matemática extiende su campo de acción y se aplica con clamoroso éxito a la explicación de la naturaleza.

No todo se consiguió fácilmente. Como toda novedad, sobre todo el cálculo infinitesimal, tuvo sus enemigos (Berkeley) y motivó agrias polémicas. Tuvo también sus defensores equivocados, que con más vehemencia que capacidad lo aplicaban mal y lo desacreditaban más que sus enemigos declarados.

Sin embargo, la nueva matemática no tardó en imponerse. Nació la mecánica racional y sucesivamente todos los capítulos de la física matemática. El éxito que tuvo para explicar el mundo físico la hizo polarizar en esa dirección y la matemática fue adquiriendo el sentido de que solamente podía aplicarse a fenómenos previsibles con toda exactitud, como el momento de un eclipse o la trayectoria de un proyectil. Quedaban afuera las ciencias del hombre. Durante los siglos XVII y XVIII, la matemática progresa mucho en profundidad de resultados, pero su motor fundamental fue casi exclusivamente la física. La mecánica celeste era la más perfecta y la más admirada obra de los primeros genios matemáticos: Newton, Laplace y Poincaré fueron obteniendo resultados cada vez más profundos y precisos, cada vez con menos hipótesis. Pero precisamente por esta excesiva especialización, la matemática volvió a adquirir rigidez: volvió a moverse por cauces demasiado precisos e inamovibles. Se consideraba, y así se definió, como la ciencia "exacta" por antonomasia. Los fenómenos que no podían preverse hasta la quinta cifra decimal o hasta la centésima de segundo, se consideraban no susceptibles de un tratamiento matemático. Se estableció una diferencia neta entre los problemas matemáticos y los no matemáticos. Los primeros se fueron complicando mucho, hasta llegar a profundidades en que la misma complicación se traducía en oscuridad y hacía perder el interés. La matemática se volvió, nuevamente, clásica. Es nuestra matemática clásica de hoy. Se hizo sentir la necesidad de una explosión que abriera nuevos caminos, despejara nuevos horizontes y permitiese trabajar con métodos nuevos, para nuevos problemas y hacia nuevos fines.

3. LA MATEMÁTICA MODERNA ACTUAL. Varios hechos fueron confluyendo para esta tercera explosión de la matemática. En primer lugar, las geometrías no-euclidianas demostraron que la matemática no estaba obligada por nuestra intuición del espacio; cabía, en consecuencia, una mayor libertad en la construcción de esquemas geométricos. En segundo lugar, la aparición de la teoría de conjuntos por obra de G. Cantor (1845-1918) puso de manifiesto que había mucho por aclarar en las bases mismas de toda la matemática. Había que em-

pezar de nuevo desde el principio para sentar el edificio sobre bases firmes. No sólo había que revisar la matemática, sino también la lógica, por cuyas reglas la matemática se regía. La explosión de los siglos XVII y XVIII había ampliado mucho los dominios de la matemática, pero había descuidado sus fundamentos. Por otra parte, los filósofos habían seguido prácticamente con la lógica aristotélica, que ya no era suficiente para los matemáticos, y éstos tuvieron que salirse de sus dominios específicos para hacerse cargo de la lógica e incorporarla, como un capítulo más, a la matemática.

A fines del siglo XIX el momento era parecido al de los griegos al descubrir los irracionales. Había que rever la axiomática de la geometría, pues la de Euclides ya no resultaba rigurosa ante las exigencias modernos y había que axiomatizar también el álgebra y el análisis para evitar paradojas que afloraban por todas partes. Se había trabajado mucho con número reales, pero no se habían definido de manera precisa; se estaba operando continuamente con funciones, pero el sentido exacto de esta palabra quedaba ambiguo e impreciso.

La axiomática de la geometría la hizo Hilbert en 1899. En el resto de la matemática la axiomatización empezó con el álgebra. Se vio que muchos conceptos dispersos se podían unificar y ordenar mediante la introducción de ciertas estructuras. Reuniendo cursos de los matemáticos alemanes E. Artin y E. Noether, en 1930 se publicó el **Algebra Moderna** de B. L. van der Waerden que fue, prácticamente, el punto de partida de toda la matemática moderna actual. Sus ideas, su lenguaje y su forma se extendieron rápidamente a todas las otras ramas de la matemática. A ello contribuyó grandemente la obra de N. Bourbaki, empezada en 1938 y que, durante varios años, ha sido la verdadera Biblia de la matemática moderna. Las características de esta nueva matemática pueden resumirse en los siguientes puntos:

a) **Gran generalidad y abstracción.** La matemática moderna se coloca siempre en un punto de vista muy general y abstracto, lo que permite su aplicación a una gran variedad de situaciones. Los clásicos números enteros se consideran como elementos de un "anillo" muy particular; los números racionales, reales o complejos son también casos particulares o ejemplos de la idea más general de "cuerpo". Los elementos geométricos se estudian en espacios de un número cualquiera de dimensiones; cuando se habla de "punto", no se entiende más el tradicional punto geométrico, sino cualquier elemento de un espacio general.

b) **Especial atención a los fundamentos.** Precisamente por su gran generalidad, al faltarle puntos de apoyo concretos en qué apoyarse, la matemática moderna debe cuidar mucho que su fundamentación sea rigurosa. De aquí que a veces se confunde la matemática moderna con la matemática de los fundamentos. Sin embargo ella no es todo fundamentación, sino que ha construido ya un edificio importante que engloba prácticamente toda la matemática clásica.

c) **Predominio del álgebra.** Para tener unos fundamentos sólidos y también para unificar su contenido, la matemática moderna ha seguido el camino iniciado por el álgebra; puede decirse que toda ella se ha algebrizado. Se ha visto que las estructuras algebraicas (grupos, anillos, cuerpos, espacios vectoriales), las estructuras de orden y las estructuras topológicas son la base de toda la matemática. Incluso ramas que parecían muy apartadas del álgebra, como la geometría diferencial, han sido algebrizadas, lo que ha resultado muy útil, tanto para una mejor comprensión como para ayudar a su crecimiento.

d) **Unificación de la matemática.** Si la obra de Descartes permitió unificar la geometría clásica y el álgebra, la matemática moderna ha tendido puentes entre las ramas al parecer más alejadas de la matemática. La teoría de grupos continuos se vincula estrechamente con la geometría diferencial; la geometría proyectiva no es más que álgebra lineal; la topología y la teoría de funciones analíticas (de una o más variables) se complementan armoniosamente; la teoría de cuerpos finitos juega un papel esencial en la fundamentación de la geometría. Con todo ello, la matemática aparece más unificada que en cualquier época precedente.

e) **Las máquinas de calcular.** La matemática moderna calcula poco. En general, los matemáticos —contra la opinión de mucha gente— odian el cálculo y las fórmulas complicadas. Por eso, les gusta la matemática moderna que deja los cálculos de lado y evita las fórmulas. Sin embargo, los cálculos son necesarios. Pero en vez de cargar continuamente con ellos, la posición de la matemática moderna fue la de ayudar (a través de la lógica) a los ingenieros electrónicos a construir máquinas computadoras, para luego descansar en ellas, cediéndoles todos los cálculos de rutina, que las máquinas hacen mejor y más rápidamente que los matemáticos. Los largos desarrollos en serie, el cálculo de integrales definidas y la integración de ecuaciones diferenciales se van dejando a las máquinas. También las fórmulas clásicas tienden a desaparecer, pues la mayor generalidad actual se adapta poco a la rigidez de las mismas, siendo necesario razonar directamente. Aparece, eso sí, otro tipo de simbolismo, todavía bastante simple, pero que amenaza complicarse tanto como el clásico: son las sucesiones exactas, los diagramas conmutativos, los productos de índole diversa.

4. LA MATEMÁTICA MODERNA EN LA INVESTIGACION. La matemática moderna ha abierto campos inmensos a la investigación. La generalización de la matemática conocida a los nuevos puntos de vista, o tan sólo su colocación en el nuevo orden de cosas, para mejor poner de manifiesto sus relaciones mutuas y centrar las dificultades, ha sido una labor más o menos difícil, pero siempre útil, para sistematizar y unificar los conocimientos matemáticos.

Por otra parte, la matemática moderna ha modificado incluso el estilo de la investigación. En la matemática clásica, la investigación consiste en proponerse un problema y tratar de resolverlo con todos los medios disponibles. La matemática moderna construye continuamente nuevas armas, amplía sus posibilidades sin pensar demasiado en problemas concretos y avanza en todas direcciones, a veces sin otro fin que la satisfacción de generalizar resultados para ver qué pasa con ello y cómo se ve el resto de la matemática desde las nuevas avanzadas. Con ésto se obtienen a veces resultados sorprendentes. Vamos a dar un ejemplo que aclare lo que queremos decir.

Un problema clásico es el de la llamada hipótesis de Riemann. Para ciertos problemas de la teoría de números, Riemann introdujo la siguiente función (función "zeta"):

$$\zeta(s) = \frac{1}{1^s} + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \dots$$

donde la variable s es compleja, $s = \sigma + i t$. Se demuestra fácilmente que la ecuación $\zeta(s) = 0$ tiene las raíces $s = -2, -4, -6, \dots$, y también se sabe que tiene otras infinitas raíces complejas, todas ellas con la parte real en la banda $0 < \sigma < 1$. Por otra parte, todas las raíces complejas que se conocen tienen $\sigma = \frac{1}{2}$. La hipótesis de Riemann consiste en afirmar que todas las raíces, no reales, de $\zeta(s) = 0$ tienen la parte real igual a $\frac{1}{2}$. Se ha trabajado mucho para demostrar la veracidad o falsedad de esta hipótesis, sin que hasta el día de hoy se haya logrado tal demostración.

Matemáticos eminentes, trabajando al estilo clásico, han ido obteniendo resultados parciales muy notables. Por ejemplo, Hardy probó que el número de ceros en la franja $0 < \sigma < 1$ es infinito; Selberg ha demostrado que sobre la recta $\sigma = \frac{1}{2}$ hay también una infinidad de ceros, infinidad del mismo orden que la del total de ceros en la franja $0 < \sigma < 1$ Otros matemáticos han ido calculando ceros, cada vez en mayor número, obteniendo siempre que su parte real es $\frac{1}{2}$. Es decir, los métodos clásicos consisten en ir cercando el problema, obteniendo cada vez resultados parciales que van acercando a la meta.

La matemática moderna cambia el método de ataque. En vez de la función $\zeta(s)$, considera otras funciones análogas para ver qué pasa con ellas. E. Artin y F. K. Schmidt consideraron un cuerpo Ω_K de funciones algebraicas de una variable con coeficientes en un cuerpo finito k de q elementos. Si p es un divisor primo de Ω_k que es trivial en k y k (p) una extensión algebraica de k, tal que $[k(p) : k] = d(p)$, se puede definir la función

$$Z(u) = \prod_{p} (1 - u^{d(p)})^{-1}$$

donde u es una variable compleja y el producto está extendido a todos los divisores primos distintos. Artin formuló la hipótesis (análoga a la de Riemann) de que todos los ceros de Z (u) están sobre la circunferencia $|u| = q^{-1/2}$. A. Weil, por métodos insospechados, en los que aplica los conceptos abstractos de sus famosos "Fundamentos de la Geometría Algebraica", logró demostrar esta hipótesis de Artin-Riemann.[4]

Vemos así, en este ejemplo concreto de la hipótesis de Riemann, los dos métodos de ataque: el clásico, que trata de ir acercándose al resultado buscando nuevos ceros de la función zeta, resultados asintóticos y acotaciones cada vez más precisas pero siempre teniendo en vista el problema mismo; el método moderno, en cambio, transforma el problema y lo engloba dentro de toda una familia de problemas análogos y se encuentra con que la solución de algunos de ellos aflora como subproducto de una amplia teoría elaborada para otros fines, en el caso actual para fundamentar con todas las exigencias de la matemática moderna toda la geometría algebraica. En este caso de *la hipótesis de Riemann, ni uno ni* otro método han llegado al resultado final, pero ambos han ido localizando las dificultades y abriendo caminos que tal vez proseguidos, pueden llegar al mismo.

5. LA MATEMATICA MODERNA EN LA ENSEÑANZA. En el nivel superior, el triunfo de la matemática moderna fue rápido y total. Prácticamente no queda en el mundo ninguna institución donde se enseñe o cultive la matemática superior, en que la matemática moderna no constituya el núcleo y la base de toda enseñanza o el temario de toda investigación. Sus ventajas *son evidentes*, puesto que permite conservar de una manera unificada todo lo esencial de la matemática clásica y, además, embarcarse en busca de nuevos descubrimientos por caminos *vírgenes, más atrayentes* que los ya muy trillados y conocidos de la matemática tradicional.

Se planteó luego el problema de la introducción de la matemática moderna en el nivel secundario. Ello está presentando, en todo el mundo, mayores dificultades. Las razones son varias, principalmente la gran extensión del alumnado y el profesorado, lo que diluye los esfuerzos, y la gran dificultad de información para los profesores, muchos de ellos situados en lugares alejados de todo centro de enseñanza superior. Pero el esfuerzo se está haciendo y la necesidad del mismo está siendo comprendida cada vez más. No queremos extendernos sobre este punto que ya hemos tratado con detalle en otros lugares.[5] Nos limitaremos a señalar dos cuestiones muy generales, a saber:

a) **Precauciones a tomar.** La historia de lo sucedido después de Euclides, obliga a reflexionar un poco para no caer en el mismo error. La matemática moderna, por la necesidad, que ya hemos indicado, de poseer cimientos bien sólidos, tiene mucho de axiomática y mucho de definiciones nuevas. Su estudio es indispensable para los matemáticos profesionales, sobre todo cuando ya poseen cierta versación sobre su ciencia. En la educación general, en cambio, destinada al hombre común, o aun al principiante en el estudio de la matemática, hay que evitar dar la sensación de que la matemática es un conjunto de axiomas y definiciones que desembocan en una serie de teoremas triviales.

Esta parte externa, con su nomenclatura especial y sus malabares juegos de palabras, se presta mucho a entusiasmar a los espíritus frívolos, propensos a la exageración ante toda novedad. Hay que cuidarse de los "nuevos ricos" de la matemática moderna que, con el tiempo, convirtiendo a la matemática en un conjunto de palabras difíciles para enunciar vulgaridades, pueden llegar a ser, al borde del segundo milenio, lo que fueron los citados Reginboldus y Rudolfus al culminar el primero. Hay, por lo contrario, que insistir en que la matemática, clásica o moderna, sólo es importante cuando llega a resultados no evidentes.

La matemática moderna tiene mucho que hacer en la educación del hombre para el complicado y vertiginoso mundo actual, mundo qué no es trivial y que necesita mucho más que definiciones y evidencias. Hay que enseñar a utilizar la matemática para atacar dificultades y no convertirla *en adorno de fantasía para* vestir insignificancias.

b) **La matemática y el mundo.** En la época actual, la posibilidad de difusión de noticias es mucho mayor que la capacidad de comprensión de las mismas. Se hace mucha propaganda, bien *justificada*, de la importancia de la ciencia. Junto con la propaganda se lanzan satélites artificiales, se fotografía la parte posterior de la Luna y el hombre flota en el espacio a unos 30.000 km. por hora. Se dice, también con razón, que a estos éxitos contribuye de manera importante *la matemática*. Por ello, todo el mundo comprende la necesidad e importancia de esta ciencia: el número de alumnos de las facultades de ciencias aumenta todos los años en proporción insospechada; en todas las carreras se pide más matemática; la gente común desea saber qué es esta nueva matemática que contribuye a tales maravillas.

Todo esto seguramente habrá de redundar en bien de la humanidad, pues una fuerte educación matemática es útil para todo el mundo, simplemente porque educar la razón, que es la característica más típicamente humana, es contribuir a perfeccionar al hombre, que cuanto más perfecto será también más sabio y más bueno. [6]

(1) El trabajo de Selberg es **An elementary proof of the prime number theorem**, Annals of Mathematics (2), 50, 1949, 305-313, *El teorema, ya conjeturado por* Gauss, había sido demostrado por Hadamard y La Vallés - Poussin a fines del siglo pasado, pero con medios de la teoría de funciones analíticas. Se había llegado a sospechar (Hardy) que una demostración de carácter elemental (que solamente utilizara funciones trascendentes elementales, no podía existir. De aquí la sensación que causó la demostración de Selberg, que es elemental, aunque nada fácil, La medalla Fields es la más alta recompensa de carácter internacional dedicada específicamente a matemáticos. Se confiere cada 4 años en ocasión de cada Congreso Internacional de Matemáticas. Ver Proceedings of the International *Congress of Mathematicians*, 1950, *vol.* 1, 127-134.

(2) P. Tannery y Abbé Clerval, **Une correspondence** d'écolâtres du XI[e] siècle. Notes et Extraits des manuscrits de la Bibliothèque National et d'autres Bibliothèques, t. XXXVI, 512; París, 1900.

(3) Una puesta al día del problema hasta 1952 puede verse en S. Chowla, The Riemann zeta and allied functions, Bulletin of the American Máthematical Society, 58, 1952, 287-305.

Como ocurre con todos los problemas clásicos de enunciado relativamente simple, la hipótesis de Riemann ha llamado la atención, no solamente de los matemáticos, sino de la pléyade de pseudomatemáticos que siempre creen demostrarlo todo antes de dedicarse a estudiar seriamente, haciendo gran alharaca de presuntos éxitos que sólo existen en su imaginación. Naturalmente que, por el carácter objetivo *de las demostraciones matemáticas*, las mistificaciones sólo sirven para poner de manifieso cuán atrevida es la ignorancia en ciertas personas.

(4) A. Weil, **Sur les courbes algébriques et les** *variétés qui s'en déduisent, Actualités Scientifiques et* Industrielles, Nº 1041; Hermann, Paris, 1948, pp. 60-70.

(5) L. A. Santaló; **La Enseñanza de las Ciencias en** la Escuela media: la Matemática, Ciencia e Investigación, vol. 19, 1960, 245-252 (*); La Matemática **moderna en la escuela primaria y en la secundaria,** Revista la Educación, Washington (en prensa). (*) Apareció como apéndice en "Matemática Moderna, Matemática viva" de A. Revuz; Elementos, Bs. Aires, 1965 (N. de los E.).

6) Sin embargo, esta rápida crecida de la matemática fuera de la órbita de los especialistas, conduce también a resultados pintorescos. Hay muchos problemas difíciles, todavía no resueltos, que por su fácil enunciado llaman la atención a personas poco preparadas que a veces aplicando métodos infantiles que no pueden conducir a nada, y a veces entremezclando en disparatado galimatías, cuestiones de *matemática superior* que nada tienen que ver con el problema, creen o pretenden hacer creer que han encontrado la solución. Ya hemos mencionado en la nota (3), el problema de la hipótesis de Riemann Otro problema típico es el teorema de Fermat, según el cual la ecuación $x^n + y^n = z^n$ no puede tener soluciones enteras para $n>3$. No se conoce todavía la demostración de este teorema, que incluso puede no ser cierto. Sin embargo, los "solucionistas" del problema de *Fermat constituyen una* pesadilla, bien conocida y temible por su insistencia y pesadez, de los dentros de matemática, adonde acuden mirando de soslayo para evitar les sea robado tan precioso secreto, como lo hacían en otros tiempos los trisectores del ángulo o los cuadradores del círculo. Naturalmente que cuando se deciden a darlos a publicidad, sus presuntas demostraciones no son admitidas en ninguna revista especializada en matemática. Tan sólo logran alguna vez sorprender la buena fe de periódicos destinados al gran público o de revistas cuyo fin es la propaganda comercial los que, en su afán de llamar la atención, *intercalan en sus páginas noticias sensacionalistas*, ganando tal vez en lectores, pero perdiendo en seriedad.