EL SIGLO DE ORO DE LAS MATEMATICAS (*)

Por JAIME RIGUAL MAGALLON
(Catedrático del Instituto de Ceuta)

LAS Matemáticas que son innatas con el hombre, han tenido épocas de verdadero esplendor. Una de ellas, la de la civilización griega (en especial en el siglo IV), *la Geometría*, junto con el florecimiento de las Escuelas Filosóficas, adquiere un perfeccionamiento lógico no igualable hasta nuestros días.

Cierto también que la Escuela de Platón con sus métodos, ha evitado que hasta el siglo XVII no rompiera la Geometría esas cadenas que la tenían sujeta y que consiguiera interpretarse por métodos exclusivamente matemáticos.

La Geometría con las limitaciones Euclidianas para la resolución de los problemas clásicos (duplicación del cubo, trisección del ángulo y cuadratura del círculo), usando solamente la regla y el compás, ha evitado que se desarrollara y que aún hoy no podemos desenvolvernos con holgura, por lo difícil que resulta desprendernos de las mencionadas restricciones Euclidianas.

Debían transcurrir casi veinte siglos para que Descartes, en junio de 1637, publicase su otra «El Método», en la que se da a la luz el descubrimiento de la *Geometría Analítica*.

¿Quién era Descartes? No fué un niño precoz, pero sí preguntón, pues quería conocer las causas de todo lo que le rodeaba. Pertenía a una antigua y noble familia que a los ocho años le hizo ingresar en el colegio de los Padres Jesuitas de «La Fleche». Como era de salud precaria, hicieron que permaneciera cada día en su cama hasta muy avanzada la mañana. (Esa fué la causa de que durante toda su vida permaneciera en el lecho cuando quería pensar.)

A la edad de diecisiete años abandonó la escuela, demostrando aptitud para el latín, griego y la oratoria. Sin embargo, por entonces comenzó a pensar que las humanidades estaban desprovistas de significación humana, sacando dos conclusiones: «que la lógica por sí misma, es estéril» y que «las demostraciones de la Filosofía comparadas con las Matemáticas, son fraudes chillones». «¿Cómo entonces, podemos descubrir alguna cosa?», se decía, ¡por el método científico! o como le llamaba él, «por el método de experimentación racional».

Consecuencia de ello es su famosa frase, «pienso, luego existo», en la que junto con la de «¿sabemos algo?», que es la duda fundamental que inspira la obra de su vida, puede condensarse su pensar filosófico.

No era un sabio desaliñado y de sucios vestidos, sino un hombre elegante cual correspondía a un gentil-hombre de la época del Cardenal Richelieu y como tal, en una ocasión que una dama fué insultada por un borracho en su presencia, despojó de su espada al borracho, perdonándole la vida, no por humanidad hacia el espadachín, «sino para evitar el espectaculo de darle muerte ante los ojos de una mujer bella».

Fué un gran viajero, sobre todo por distintos lugares de Holanda, comunicándose con la Academia de Ciencias francesa recién creada a través del Padre Mersenne, antiguo Profesor suyo y que era el único que sabía su dirección en todo momento. Se ocupó, además de los estudios de Filosofía y Matemáticas, de Optica, Química y Astronomía (su teoría sobre los torbellinos estaba comple-

---

(*) Primera lección del curso académico, pronunciada en el Instituto de Ceuta.

tamente equivocada, como demostró Newton posteriormente). Todo lo recopiló en un enorme tratado que lo tituló «Le Monde». Fue a los cuarenta años cuando publicó su famosa obra ya mencionada «El Método» y cuando surgió al mundo la Geometría Analítica.

Todo alumno de tercer curso de Bachillerato conoce sus fundamentos. En un plano tenemos dos rectas perpendiculares; un punto cualquiera viene determinado por dos coordenadas. Si se supone que éste se mueve, aquéllas están ligadas por una ecuación que se llama ecuación de la línea. Si tenemos dos ecuaciones, su resolución nos da las coordenadas de los puntos de intersección que coincide con la representación geométrica de las dos líneas. Es decir, que resolvemos problemas de Geometría utilizando el Algebra.

Fué tan grande este descubrimiento que hoy es base de la Matemática Moderna, de la Mecánica Celeste, de la Mecánica Racional y de la Física Matemática. El mismo Descartes se dió cuenta de la importancia de su Geometría Analítica, pues cuando quería alardear de ello, decía: «Que había superado a la Geometría anterior en el mismo grado que la retórica de Cicerón superó al a b c.»

En 1649 y contra su voluntad, fué llamado a Suecia por la Reina Cristina para que le diera clase de filosofía. A esta joven Reina no se le ocurrió elegir otra hora para dicha clase que la de las cinco de la mañana. No es de extrañar que Descartes cogiera una pulmonía debido a los duros fríos de Estocolmo y que a consecuencia de ella falleciera, acordándose antes de aquellos tranquilos sueños matinales en «La Fleche». Al darse cuenta de que estaba muy grave, se enfrentó tranquilamente con la muerte, pidiendo a Dios que el sacrificio de su vida le redimiera de sus pecados. Su consejero espiritual le dió su bendición. Falleció a los cincuenta y cuatro años, el 11 de febrero de 1650.

Por métodos distintos también a los empleados por Euclides, Blas Pascal aportó a la Geometría teoremas tan importantes como el llamado «Teorema del exágono», que por su belleza y procedimiento puede considerarse como una maravilla de la Geometría. Consecuencia de él, estableció cuatrocientas proposiciones incluyendo toda la obra de Apolonio (secciones cónicas) el de más precisión entre los geómetras griegos. Las demostraciones de esas proposiciones no son del tipo euclídeo, sino *proyectivo o descriptivo*. Cierto es también que estos procedimientos proyectivos habían sido usados ya por Desargues, verdadero iniciador de la Geometría Proyectiva. Vivió desde 1593 a 1662. Pascal reconoció en Desargues el mérito del método proyectivo.

Se pone de ejemplo a Pascal por su precocidad. Se dice de él que a los doce años, después de una explicación clara que le diera su padre sobre la Geometría Euclídea, redescubrió los postulados básicos de la misma y que incluso cayó en los mismos errores que el matemático griego. A los catorce años fue admitido en las discusiones científicas semanales en la Academia de Ciencias.

A los dieciocho años inventó y construyó la primera máquina de calcular de la historia.

Todo estudiante de Física sabe la contribución de Pascal a esta ciencia. Estudió las principales propiedades de la «Ciclide», curva engendrada al girar un punto de una circunferencia cuando ésta se mueve sobre una recta. Pero tal vez lo que más se recuerda de Pascal es que fué el descubridor del *Cálculo de Probabilidades*, junto con Fermat.

Nació el Cálculo de Probabilidades de la propuesta que hizo a Pascal el caballero De Meré, que como jugador profesional le planteó el problema llamado de los dados, que es como sigue: Dos jugadores necesitan cierto número de puntos para ganar un juego. Si éste se suspende antes de terminar, ¿cómo pueden dividirse las apuestas entre ellos?

El Cálculo de Probabilidades tan ligado al *Análisis Combinatorio*, le permitió a Pascal estudiar las propiedades del triángulo que lleva su nombre. Es también la base para los estudios sobre *Seguros*, para la *Estadística Matemática*, para la Biología e incluso para la Física Moderna.

Pascal fué también el inventor de «la esperanza matemática» que en un juego es el valor de la apuesta multiplicado por la probabilidad de ganar el juego. Los resultados que consiguió conducen a generalizaciones profundas, que como en el caso de la nueva teoría del átomo, en la teoría de los cuantas, puede ser la causa de que se revise toda nuestra concepción del universo físico.

Si todo el tiempo que dedicó a disquisiciones filosóficas y religiosas, lo hubiera empleado en la matemática, tal vez hubiera sido el matemático más genial de la humanidad. Falleció a los treinta y nueve años.

Paralelamente a la geometría, se desarrolló también en el siglo XVII la *Teoría de números*. El principal precursor fué Fermat (1601-1665). Investigó multitud de relaciones entre los números naturales; estableció el concepto de número primo y, en general, la base de la aritmética que luego Gauss iba a desarrollar completándola en el siglo XVIII.

Consideró la sucesión de números 3, 5, 17, 257, 65.537... Todos ellos pertenecen a una sucesión obtenida con los números 1 y 2, así por ejemplo: $3 = 2 + 1$; $5 = 2^2 + 1$; $17 = 2^4 + 1$; $257 = 2^8 + 1$ y $65.537 = 2^{16} + 1$, etc. En general $2^{2n} + 1$. Fermat dijo que todos los números así obtenidos, eran primos, la realidad es que unos los son y otros no, pero fué la causa de que Gauss descubriera posteriormente el genial procedimiento de construir con regla y compás polígonos regulares que tengan un número impar de lados cuando su número es igual a un número primo de la sucesión de Fermat o bien multiplicando éstos entre sí, y solamente polígonos cuyo número de lados cumplan esa condición.

Otro descubrimiento fue el llamado hoy «teorema de Fermat» que nuestros alumnos del preuniversitario estudian y que dice: $np - 1 \equiv 1$ (módulo p) siendo p un número primo. Análogamente a éste propuso una serie de teoremas que él decía tenian demostración; se demostró, en efecto, que así era, excepto el que se ha llamado posteriormente «último teorema de Fermat», que él afirmó tenía una maravillosa demostración, pero que el margen del papel era demasiado estrecho para desarrollarlo. Nadie hasta hoy ha podido demostrarlo.

El enunciado dice así: «Dada la ecuación $x^2 + y^2 = a^2$ (problema de Diofanto). Tiene solución, por ejemplo, para $x = 3$, $y = 4$ y $a = 5$. Por el contrario, es imposible (dice Fermat) descomponer a^n en $x^n + y^n$, es decir, descomponer un cubo en suma de dos cubos, una cuarta potencia en suma de dos cuartas potencias, etc.»

En 1908, el profesor alemán Wolfskehl legó 10.000 marcos para premiar a la que diera una prueba completa del último teorema de Fermat. Sigue sin demostrarse y también que es imposible su demostración.

Además de la teoría de números intervino con Pascal para establecer los fundamentos del cálculo de propabilidades.

Precedió a Newton y Leibniz en el trazado de tangentes a las curvas. Estudió en ellas los máximos y mínimos e hizo una bella y asombrosa aplicación de sus principios a la óptica. Fermat descubrió el llamado principio del tiempo mínimo. De este principio dedujo las conocidas leyes de la reflexión y de la refracción.

Fué el primero que aplicó la geometría analítica al espacio de tres dimensiones y dió, por tanto, el camino a la generalización a un espacio de n dimensiones. Se le conoce en la historia con el sobrenombre de «Príncipe de los aficionados». Su vida se desarrolló en un ambiente completamente normal, ejerciendo su profesión de Magistrado en Toulouse.

DESCUBRIMIENTO DEL CALCULO DIFERENCIAL INTEGRAL

Según se ha descubierto en 1910, el primer matemático que se ocupó del cálculo diferencial integral fue Arquimedes en el siglo —III. Ha sido sin duda el matemático más grande de la antigüedad, que junto con Zenón (famoso por sus paradojas) y Eudoxio (creador del método de las aproximaciones sucesivas), constituyen el grupo de inteligencias más preclaras dentro de la matemática, de la civilización griega.

Pero había que esperar hasta el siglo XVII para que Isaac Newton y Godfried Wilhelm Leibniz pusieran las bases sólidas del cálculo.

Isaac Newton nació el día de Navidad de 1642, año en que murió Galileo. Si bajo el punto de vista de las matemáticas no fué un niño precoz, sí se vislumbraban sus dotes superiores en los juegos con niños de su edad; juguetes mecánicos completamente construídos por él que se movían, ruedas hidráulicas, relojes de sol y uno de madera que marchaba automáticamente, demostraban ya el genio experimental e insuperable que Newton mostró como observador.

Estudió en Cambridge con el Profesor Barrow. Este, en el año 1669, renunció a su cátedra de Matemáticas en favor de su incomparable alumno Newton. No hay duda que las conferencias del Profesor Barrow sobre el cálculo de áreas y trazados de tangentes, que son esencialmente los problemas clásicos del cálculo diferencial e integral, son los que inspiraron a Newton en sus trabajos. Junto con Descartes, Kepler y Galileo, reconoce Newton son los que le dieron la base de su grandioso trabajo.

Estudiando la segunda ley de movimiento «la razón de cambio de movimiento es proporcional a la fuerza impresa y tiene lugar en la dirección en que la fuerza actúa», le dió la base para definir lo que se entiende por velocidad en un instante dado, proporcionándole la norma para descubrir el *cálculo diferencial.*

El problema de cómo puede calcularse la distancia total recorrida en un determinado tiempo por una partícula en movimiento, cuya velocidad varía continuamente de un instante a otro, llegó Newton al concepto del *cálculo integral.*

Examinando otros tipos de problemas, llegó al descubrimiento capital siguiente: Que el cálculo diferencial e integral están recíprocamente relacionados, es decir, que la operación inversa de la diferenciación es la integración. Es lo que entendemos hoy por *teorema fundamental del cálculo.* Se dice hizo este descubrimiento a los veinticinco años.

Teniendo veintiséis fué cuando sucedió a Barrow como Profesor de Matemáticas. Allí fué donde explicó su teoría corpuscular de la luz, que aunque parezca contradictoria a la teoría ondulatoria de Huygens, actualmente se reconcilian en el sentido puramente matemático en la teoría de los cuantas.

En 1686 escribió «los principios matemáticos de filosofía natural». Se dice que ningún mortal ha pensado tan profundamente ni con tanta intensidad como lo hizo Newton para escribir esta famosa obra. La base de toda ella es la dinámica, con su ley de gravitación universal y la aplicación al sistema solar y al sistema del mundo.

Dedujo las leyes empíricas de Kepler (que a éste costó encontrar veintidós años) basándose en su propia ley de la gravitación. Demostró cómo puede ser calculada la masa del sol y también cómo debe ser determinada la masa de un planeta que tiene un satélite. Inició la *teoría de las perturbaciones* (por ejemplo, la luna no sólo es atraída por la tierra, sino también por el sol, de aquí que la órbita de la luna sea perturbada por la atracción del sol). En nuestros días se ha visto completamente desarrollada la teoría de las perturbaciones aplicadas a las órbitas electrónicas, particularmente para el átomo de Helio.

Newton empezó las teorías de las perturbaciones planetarias que en el siglo XIX iban a conducir al descubrimiento de Neptuno y en el siglo XX al de Plutón.

La «precesión de los equinoccios» fué magníficamente explicada por la atracción de la luna y el sol sobre la curvatura ecuatorial de la Tierra que da lugar a que nuestro planeta oscile como una peonza.

Probablemente ninguna ley de la naturaleza ha sido tan sencillamente unificada como fué la ley de «gravitación universal» de Newton.

Teniendo cincuenta y cuatro años de edad fué nombrado Director de la Casa de la Moneda con el objeto de reformar el sistema monetario. Lo hizo a satisfacción de todos, acabando con la superstición del poco sentido práctico que se decía tenían los matemáticos. (Precisamente hoy día existe una clase de matemáticos que trabajan exclusivamente en la investigación pura y aplicada que pagan con largueza las industrias, Empresas y Organismos estatales porque son rentables sus investigaciones. Hay, por ejemplo, organizaciones estatales americanas que tienen un cuerpo de investigadores matemáticos para cuestiones abstractas, que posiblemente no se aplicarán en algunos años a ningún problema práctico. La historia demuestra que la matemática teórica de hoy es la que se aplica mañana. Se ha comprobado que la formación matemática produce magníficos directores de Empresas, prueba de ello es que algunas industrias españolas solicitan ya la colaboración de los matemáticos.)

A pesar de su cargo de Director de la Casa de la Moneda, no abandonó las matemáticas y su profundidad en el pensar continuó durante toda su vida. Así en los problemas planteados por Leibniz y Bernouilli, consistente uno de ellos en el llamado de la *braquistocrona* (tiempo mínimo) dice: ¿Qué forma tendrá la curva descrita por una partícula que se mueve entre dos puntos bajo la influencia de la gravedad en el menor tiempo? Fue resuelto por Newton en la noche del día que se lo plantearon.

En el problema de las trayectorias ortogonales de una familia de curvas dependientes de un parámetro, se lo plantearon a las cinco de la tarde, y antes de cenar lo tenía resuelto. Al ver las soluciones de estos problemas publicadas de forma anónima por la Royal Society, Bernouilli exclamó: «Reconozco al león por su garra». En toda la historia de la Matemática no ha tenido Newton superior, ni siquiera igual, para concentrar la fuerza de su inteligencia en un problema. Se dice de él que es «la inteligencia suprema que la raza humana ha producido».

Es uno de los pocos matemáticos a quien colmaron de honores mientras vivía. Llevó una existencia afortunada. Su salud física fué excelente casi hasta el final. En los dos años últimos de su vida sufrió la tortura de los «cálculos» (ironía del destino). Murió pacíficamente el día 20 de marzo de 1727, a los ochenta y cinco años. Fué enterrado en la Abadía de Westminster.

En la misma época que Newton, Leibniz (1646-1716) descubrió el cálculo diferencial e integral de una manera independiente y sin tener noticias de los trabajos del matemático inglés. Lebniz tradujo en reglas muy sencillas todo lo que se refiere al cálculo de derivadas que hoy día un alumno de sexto curso de bachillerato estudia con facilidad. Al principio reconocieron la independencia de sus trabajos, pero al final de sus vidas partidarios de uno y otro hicieron que estos superhombres de la matemática dudasen el uno del otro sobre la primacía de los grandes descubrimientos del cálculo.

Su contribución a la Matemática no fué sólo el cálculo diferencial e integral, sino también al análisis combinatorio. En 1910 los conceptos de probabilidad establecidos por Leibniz fueron aceptados al explicar la nueva mecánica de los cuantas.

En el año 1666, teniendo veinte años, en la obra que llamó «ensayo escolar de arte combinatoria», propone crear «un método general en que todas las verdades de la razón sean reducidas a un tipo de cálculo». Esto sería una forma de lenguaje o escritura universal, los signos y hasta las palabras se dirigirán a la razón y los errores serán siempre errores de cálculo. Sería muy difícil formar o inventar este lenguaje o característica, pero muy fácil de comprenderlo sin diccionario.

En una carta en 1679, Leibniz comunica a Huygens «que una nueva característica completamente diferente a la del Algebra tendría para la Geometría grandes ventajas para representar ante la mente de un modo exacto y natural todas las cosas que dependan de la imaginación». Esta forma simbólica de tratar a la Geometría fué inventada en el siglo XIX por Grassman.

Entre las importantes cosas que Leibniz en esa parte de su característica universal, que ahora se llama Lógica Simbólica, podemos citar fórmulas de las propiedades principales de la dicción lógica, la negación, la identidad, la clase nula y la inclusión de clases. Todo ello está incluído en la Algebra de la lógica de Boole.

Si fue un gran matemático no por eso dejó de revelarse en otros muchos campos. Demostró su genio en las Leyes, la Política, la Religión, la Historia, la Literatura, la Metafísica y la Filosofía Especulativa. Intervino en problemas de Economía, Filología, en Leyes internacionales (donde fue un precursor), en el establecimiento de la minería como industria provechosa en Alemania y en la fundación de la Academia de Ciencias de Berlín. Intentó también fundar la Academia vienesa y después de su muerte fueron llevados a cabo sus planes al crearse la Academia de Ciencias de San Petersburgo, que Leibniz sometió a juicio de Pedro el Grande. Fue el promotor de una conferencia celebrada en Hannover para unificar o reunir las iglesias protestantes y católica.

Los últimos años de su existencia no fueron felices. Sirvió durante cuarenta años sucesivos a la familia Brunswick, concretamente a tres de sus miembros como bibliotecario, historiador y cerebro general de la familia. Como diplomático y político fue tan bueno como el mejor. Sin embargo, habiendo servido a príncipes durante toda su vida, fué alejado cuando estaba enfermo y anciano.

En la actualidad, transcurrido trescientos cincuenta años de su muerte, su reputación como matemático es cada vez mayor.

CALCULO DE VARIACIONES

Aunque esbozado por Newton, el cálculo de variaciones no llegó a su desarrollo hasta la aparición de los miembros de la familia Bernouilli.

Esta familia, que en tres generaciones dió ocho matemáticos de primera fila y de los cuales sus descendientes, la mayoría alcanzaron posición distinguida y sobresaliente en las Leyes, Profesorado, Ciencias, Literatura, Administración y Arte, son un ejemplo para los eugenistas y genetistas de que el genio no perece.

Sobre el Cálculo de variaciones existe una leyenda referente a Cartago. ¿Qué forma debería tener un surco que rodeara la ciudad de tal manera que describiera una línea geométrica que encerrase a una área máxima? Este es un problema de isoperímetros y su respuestas es un círculo. Este problema se reduce a que una cierta integral tome un valor máximo sometida a la condición de isoperímetro. Jacobo I, primer matemático ilustre de la familia Bernouilli, descubrió que la braquistocrona es una cicloide. Hizo un estudio completo de la «catenaria» (curva que forma una cadena uniforme suspendida por dos puntos) y también de la curva llamada «lemniscata», que además lleva su nombre. Actualmente la matemática desarrollada por Jacobo I encuentra su aplicación a los puentes colgantes y en las líneas de transmisión de alto voltaje.

Estudió las propiedades de la «espiral logarítmica», que tiene la propiedad de transformarse en una espiral análoga aplicándole transformaciones geométricas. Fascinado Jacobo I por esta repetición de la espiral, dispuso que en su lápida fuera grabada la inscripción «Eadem mutata resurgo» (aunque cambiada, surjo la misma) debajo de la mencionada línea.

Su hermano Juan I fué también un gran matemático. No se llevaba bien con su hermano Jacobo precisamente porque le intentó robar las ideas sobre problemas de «isoperímetros». El mal carácter de este matemático se demuestra cuando echó a su hijo de casa por haber obtenido un premio en la Academia de Ciencias para el cual él mismo se había presentado. A pesar de todo ello, es de notar su contribución a los estudios de óptica, a los realizados sobre la teoría de las mareas y también sobre la teoría matemática de las velas de los barcos. Fué el que enunció el principio de «los desplazamientos virtuales» en la mecánica. Era un hombre de extraordinario vigor físico e intelectual. Falleció a la edad de ochenta año.s

Un hijo de Juan I, Daniel Bernouilli, obtuvo el premio de la Academia Francesa diez veces. Algunos de los trabajos mejores de Daniel se refieren a la hidrodinámica, que desarrolló partiendo del principio único que más tarde vino a ser llamado el de la «conservación de la energía». Todos los que hoy se dedican al movimiento de los flúidos en su estudio puro y aplicado, conocen el nombre de Bernouilli.

Teniendo veinticinco años fué nombrado Profesor de matemáticas en San Petersburgo, pero debido a la dureza de la vida allí, volvió a Basilea, donde fué nombrado Profesor de Física. Sus trabajos matemáticos abarcan el Cálculo, las Ecuaciones diferenciales, las Probabilidades, la Teoría de las cuerdas vibrantes y muchísimos problemas de Matemática aplicada. Daniel Bernouilli ha sido llamado el *fundador de la Física Matemática.*

Así podríamos agregar los nombres de Juan III, Jacobo II, etc. Se suele afirmar que las cepas se agotan, pero en este caso parece lo contrario.

Muchas leyendas se cuentan respecto a los famosos Bernouilli. Una de ellas muy antigua, pero aplicada como variante, se ha puesto en boca de uno de los Bernouilli. Viajando Daniel en compañía de un muchacho joven, se presentó él mismo a su agradable compañero: «Soy Daniel Bernouilli», a lo que el joven contestó sarcásticamente: «Y yo soy Isaac Newton». Daniel, hacia el final de sus días, encontró en estas palabras el más sincero tributo que hasta entonces había recibido.

Hemos intentado exponer que las Matemáticas de aplicación en Escuelas Técnicas y carreras de Ciencias habían ya sido estudiadas o por lo menos iniciadas en un período de tiempo comprendido desde mediados del siglo XVII hasta bien entrado el siglo XVIII, verdadero Siglo de Oro de las Matemáticas.

Y ya que de problemas hemos estado hablando, termino planteando el que la enseñanza de las Matemáticas tiene en España. Se cuentan por millares el número de alumnos del Bachillerato de Ciencias que se dedican a las Carreras Técnicas y poquísimos los que estudian Ciencias Exactas (Matemáticas), hasta el punto de que los pocos que terminan, no cubren las plazas de Profesores de esta disciplina y hay que buscarlos entre los pertenecientes a otras secciones de las Carreras de Ciencias.

Yo quisiera advertir a estos jóvenes que han elegido Ciencias que si se deciden por la Sección de Exactas o Matemáticas, tendrán ante sí un magnífico porvenir y en todo caso las Matemáticas por sí mismas les compensarán con creces de su esfuerzo.

También hemos de indicar a los padres de estos estudiantes que se den cuenta que existe plétora en casi todas las carreras y es una buena ocasión para el porvenir de estos alumnos el que los dirijan y estimulen hacia las Matemáticas.

Y, por último, a las Autoridades, que pueden ayudar a resolver esta crisis creando becas y premios para quienes deseen estudiar esta materia.

¡Ojalá frente a estas dificultades ocurra lo que en Matemáticas decimos!: «Problema entendido, problema resuelto».

DIDACTICA MATEMATICA

El máximo común divisor en 2.° año

Por URBANO PEREZ GONZALEZ
(Profesor del Instituto Nacional de Enseñanza Media de Luarca)

EMPIEZO por hacer un recorrido de preguntas para recordar el significado de los vocablos múltiplo y divisor, de esta forma:

Dos múltiplos de 4; tres de 2; uno de 40; tres de 8.

¿Qué operación realizamos para contestar? Un niño que sepa la tabla de multiplicar, ¿qué tendría que hacer para contestar los múltiplos de 6?

Se escribe en los cuadernos:

$6 \times 1 = 6$; $6 \times 2 = 12$; $6 \times 3 = 18$; $6 \times 4 = 24$; $6 \times 5 = 30$; $6 \times 6 = 36$; $6 \times 7 = 42$; $6 \times 8 = 48$; $6 \times 9 = 54$; $6 \times 10 = 60$.

¿Cuáles son en esa tabla los múltiplos y cuáles los divisores?

¿Qué tabla resultaría si en lugar del 6 tomáramos el 0?

Entonces, ¿es o no el 0 múltiplo de cualquier número?

Y el 1, ¿de quién es múltiplo? El 6 y el 7, ¿qué le son a 42? ¿Qué le es el 54 al 6 y al 9?

Si el producto es P; el multiplicando, M, y el multiplicador, *m*, escribir en el cuaderno las igualdades que resultan para P, M y *m*.

También anoten la forma en que se expresa que *a* sea múltiplo de *b*:

$$a = \dot{b}$$

Escribir de esa forma cinco productos de la tabla anterior.

Escribo en el encerado las siguientes "igualdades" y les digo que indiquen con V o con F las verdaderas o las falsas:

$$14 = \dot{6};\ 28 = \dot{14};\ 120 = \dot{30};\ 48 = \dot{7};\ 1000 = \dot{20};\ 125 = \dot{5};$$
$$81 = \dot{3};\ 27 = \dot{13};\ 6 = \dot{6};\ 0 = \dot{a}.$$

¿Cuáles son los divisores de 8? Insisto con algunos que omiten el 1.

Escribir en dos filas los divisores de 24 y 36. Lo hacemos en el encerado:

Divisores de 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
Divisores de 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

¿Tienen esos dos números divisores comunes? Tacharlos.

¿Cuáles son los dos mayores comunes que habéis tachado? Ese número 12 se llama m. c. d. de 24 y 36, y se expresa así:

$$\text{m. c. d. } (24;\ 36) = 12$$

Si los números fueron A, B y C, y su m. c. d., H, ¿cómo lo escribiréis?

Se escribe en el encerado: m. c. d. (A; B; C) = H.

Escriben en los cuadernos en tres filas los divisores de 6, 12 y 24:

Divisores de 6: 1, 2, 3, 6,
Divisores de 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12
Divisores de 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

¿Cuál es el m. c. d.? ¿Es alguno de los tres números dados? ¿Qué regla podemos deducir de ello? Como siempre hay que corregir la redacción.

En otra sesión repasamos la descomposición en factores primos que ya conocen de lecciones anteriores realizando un ejercicio en los cuadernos y en el encerado, tal como el siguiente:

$$24 = 2 . 2 . 2 . 3 = 2^3 . 3 \quad ; \quad 36 = 2 . 2 . 3 . 3 = 2^2 . 3^2$$

¿Es divisor común a 24 y 36 el producto 2 . 2 . 2 . 3? ¿Y el 2 . 2 . 3 . 3? ¿Y el 2 . 2 . 3? En forma potencial, ¿cuál es el mayor producto divisor común a 24 y 36? ¿Multiplicaremos los factores comunes con el mayor exponente o con el menor? Se redacta en los cuadernos la regla.

Descomponemos en factores los números 132, 210 y 252:

$$132 = 2 . 2 . 3 . 11 \quad ; \quad 210 = 2 . 3 . 5 . 7 \quad ; \quad 252 = 2 . 2 . 3 . 3 . 7$$
$$132 = 2^2 . 3 . 11 \qquad\qquad 252 = 2^2 . 3^2 . 7$$

¿Cuáles son los factores comunes en los tres productos?
¿Es el 11 divisor de 210 y 252? ¿Lo es el 7 de 132? ¿Y el 5?

Entonces, la regla anterior ¿será válida aun cuando haya factores no comunes? ¿Tomaremos los factores no comunes en el producto para hallar el m. c. d.? Finalmente, escribimos: m. c. d. (132; 210; 252) = 2 . 3 = 6, y se redacta en los cuadernos la regla correspondiente.

PRUEBA DE RENDIMIENTO ESCOLAR

Escribe los cinco primeros múltiplos de 12.
Escribe todos los divisores de 60.
¿Cómo se indica que 200 es múltiplo de 40?
¿Qué otros divisores tiene 200?
¿Son primos entre sí los números 5, 14 y 28? ¿Por qué?
¿Con los 36 alumnos de la clase podemos hacer una formación en filas de 4? ¿Y en filas de 8?

Si queremos hacer formaciones con los 36 alumnos en forma de rectángulo, ¿de cuántos modos podremos formarlos con filas y columnas?

¿Cuál es el m. c. d. de 7 y 35? ¿Cómo son entre sí estos números? ¿Qué le es el mayor al menor? ¿Y el menor al mayor?

Escribe los divisores de los números 18, 72 y 80, y di cuál es el m. c. d. Después descomponlos en factores primos e indica cómo se halla el m. c. d.