INTRODUCCION A LA TEORIA DE LA RELATIVIDAD

FISICA Y QUIMICA

Por MANUEL LOPEZ LOPEZ
Profesor Agregado de Física y Química del Instituto Nacional de Enseñanza Media de Alicante.

SE desarrollan en este artículo algunos conceptos sobre la Teoría Restringida de la Relatividad, en un intento de elementalizarla y que pueda quedar al alcance de la Enseñanza Media. Se argumentará que dicho desarrollo necesita como base un conocimiento sobre cálculo tensorial, del cual carecen los alumnos a los cuales están destinado, y que, por lo tanto, queda fuera de sus posibilidades. Sin embargo, si examinamos los textos de hace algunos años, observaremos que muchas de las cuestiones que ahora tratamos con toda naturalidad con nuestros alumnos eran consideradas entonces como inasequibles. Esto es debido a que pensamos, sobre los nuevos conocimientos, que no puede existir ningún otro modo de llegar a ellos nada más que aquel que condujo a su adquisición por primera vez. No obstante, mediante una adecuada elementalización pueden obtenerse desarrollos aceptables que permitan a nuestros alumnos adquirir un conocimiento, aunque sólo sea mediante casos particulares, de la esencia Física que mueve a esta ciencia en sus últimas adquisiciones.

La Física clásica, que tan bien había quedado cimentada con Newton, empieza, sin embargo, a perder solidez en cuanto nos salimos del ámbito de las velocidades pequeñas. Por otra parte, varias de sus predicciones, por ejemplo la existencia del éter en reposo absoluto y la variación de la velocidad de la luz, no conseguían tener una confirmación experimental. Efectivamente, debido, quizás, a que los movimientos que observamos se desarrollan en un medio material, parece existir una imposibilidad psíquica para concebir un espacio vacío, y así atribuimos sentido a decir que un cuerpo tiene una velocidad de 10 m/seg., aun cuando no indiquemos respecto de que se mueve. De aquí que en la Física clásica se considere la existencia de un espacio lleno de un fluido denominado éter", que se supone en reposo absoluto, respecto del cual se mueven todos los cuerpos. Sin embargo, todos los intentos que se hicieron para medir la velocidad de la Tierra, respecto de ese éter, fracasaron rotundamente.

Otras de las predicciones de la Física clásica era la variación de la velocidad de la luz cuando el punto desde el que se efectúa la medida se mueve respecto de la fuente luminosa. Así, la velocidad debería ser menor en el sentido del giro de la Tierra que en sentido opuesto. Pero las medidas efectuadas, principalmente por Michelson, dieron por resultado un mismo valor en los dos sentidos.

En 1905 apareció la Teoría de la Relatividad, enunciada por Einstein, para tratar de salvar estas dificultades. En esta teoría se postula la inexistencia del éter y, por tanto, la necesidad de referir el movimiento de un cuerpo a algo material. La clase de movimiento que resulte dependerá, claro está, de la referencia que hayamos elegido. Esto ya es considerado así en la Física clásica, pero siempre podía llegarse a un movimiento absoluto, que sería el referido al éter; sin embargo, en la Relatividad nunca podremos considerar ningún movimiento como absoluto al negarse la existencia del éter.

Vamos a considerar un ejemplo que nos aclare la dependencia de la clase de movimiento de un cuerpo con el sistema de referencia a la Tierra, con movimientos rectilíneos y uniformemente acelerados. Si partieron simultáneamente, uno con velocidad inicial de 10 m/s. y el otro con 20 m/s., ambos sobre la misma recta y con aceleraciones iguales, tendremos para las velocidades de cada uno:

$$V = 10 + a \cdot t \qquad V' = 20 + a \cdot t$$

el movimiento del segundo respecto del sistema fijo a la Tierra es, como hemos dicho, uniformemente acelerado. Pero respecto de un sistema fijo al primer móvil el movimiento resultará uniforme, ya que la velocidad relativa será

$$V' - V = (20 + a \cdot t) - (10 + a \cdot t) = 10 \text{ m/s.}$$

y, respecto de un sistema fijo al mismo móvil, estará en reposo.

Si un sistema de referencia es tal que en él se verifica el principio de inercia, se llama inercial. Es decir, en un sistema inercial todo cuerpo permanece en reposo o en movimiento rectilíneo y uniforme, mientras no actúen sobre él fuerzas exteriores.

Fundamentos de la teoría de la relatividad

La teoría de la relatividad se apoya, para su desarrollo, en dos principios:

a) Todos los sistemas de referencia inercial en que se mueven, unos respecto de otros, con movimiento rectilíneo y uniforme, son equivalentes.

b) La luz se propaga con velocidad constante en todos los sistemas, en todas direcciones, con independencia del movimiento de la fuente y del movimiento del observador.

El primer principio implica que toda ley física, válida para un sistema inercial, es exactamente válida para cualquier otro sistema que se mueva, respecto de él, con movimiento rectilíneo y uniforme. Dicho de otro modo, cuando se estudia la situación mecánica de un cuerpo, referida a un sistema inercial, y establecidas las leyes físicas que la determinan, podremos pasar a otro sistema de referencia aplicando ciertas fórmulas de transformación de coordenadas que, en virtud del primer principio, dejarán invariables las ecuaciones físicas establecidas para el primer sistema. Por lo tanto, el primer problema que nos deja planteado este principio, es el de la determinación de esas fórmulas de transformación de coordenadas, que nos hagan equivalentes todos los sistemas inerciales que tengan velocidades relativas constantes.

El segundo principio tiene como consecuencia inmediata la inexistencia del tiempo absoluto, tal como se considera en la Física clásica. Es decir, el intervalo de tiempo transcurrido entre dos sucesos depende del sistema de referencia. En efecto, supongamos dos sistemas de referencia XYZ y X'Y'Z', figura 1, tales que el primero se mueve, respecto del segundo, con velocidad constante a lo largo del eje Y'. Para simplificar el razonamiento supondremos que los ejes son paralelos. Sean tres puntos A, B y C, pertenecientes al eje Y del primer sistema, tales que A es el punto medio del segmento BC. Si en un instante determinado parten simultáneamente dos rayos de luz, uno hacia B y otro hacia C, es evidente que la llegada de los rayos de luz a dichos puntos será también simultánea. Ahora bien, si nos situamos en el sistema X'Y'Z' la situación será la siguiente: Cuando los rayos de luz, que partieron de A, llegan a los puntos B y C, estos se encontrarán en las posiciones B' y C', (figura 2), luego las distancias recorridas por los rayos, respecto del siste-

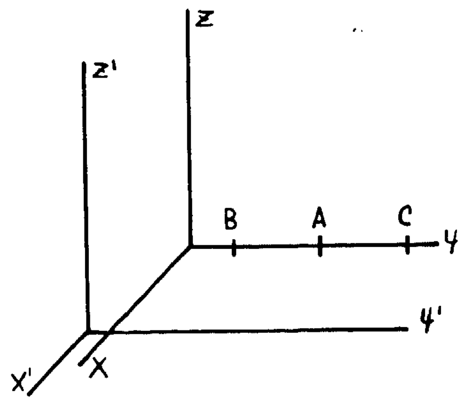

Figura 1

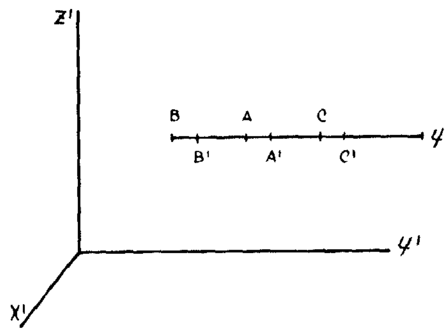

Figura 2

ma X'Y'Z' son AB' y AC', respectivamente. Pues bien, si la velocidad de la luz, en el primer sistema, es c y t el tiempo transcurrido para llegar a B y a C, los espacios recorridos, en el primer sistema serán: $AB = AC = c \cdot t$. Como, según la Física clásica, el tiempo t será el mismo en el segundo sistema, resulta ahora para las distancias recorridas: $AB' = c' \cdot t$; $AC' = c'' \cdot t$, de donde al ser $AB' \neq AC'$, será $c' \neq c''$. Sin embargo, en la Relatividad se postula que $c = c' = c''$, luego tendremos: $AB' = c \cdot t'$; $AC' = c \cdot t''$, siendo $t' \neq t''$, al ser $AB' \neq AC'$. Es decir, dos sucesos que eran simultáneos respecto del sistema XYZ, dejan de serlo al referirlos al sistema X'Y'Z'.

Observamos ya que, a pesar de la simplicidad de los principios de Einstein, producen, sin embargo, cambios muy profundos en las concepciones de la Física clásica.

Todo suceso, que ocurre en un punto del espacio, sólo puede estar determinado, por lo tanto, cuando conozcamos las coordenadas del punto en que ocurre y el instante en que ocurre, referidos a un sistema determinado. Es decir, un suceso está determinado mediante cuatro números.

Por ello, resulta conveniente la introducción de un espacio tetradimensional, en el cual consideramos cada suceso como los puntos de ese espacio y las coordenadas del punto donde ocurre el suceso, junto con el valor del tiempo en que ocurre, como las cuatro coordenadas de dicho suceso. Este espacio recibe el nombre de "espacio universal o espacio de Minkowski". Desde luego necesitamos, para este espacio, cuatro ejes de coordenadas, los cuales resulta muy difícil de imaginar localizados en este espacio tridimensional que tan arraigado tenemos en nuestra mente. Por esta razón vamos a considerar algunos casos particulares, para que comprendamos que constituyen una adecuada generalización de los sistemas de tres dimensiones.

Supongamos un punto del eje X del espacio ordinario de tres dimensiones y que se mueve a lo largo de él. En este caso, las coordenadas Y y Z no cambian; por lo tanto, su movimiento quedará determinado con los valores de X y los correspondientes del tiempo, luego en el espacio universal quedaría representado dicho movimiento en el plano que determinan los ejes X y t. Si el punto está en reposo su representación será una recta paralela al eje t. Para un punto moviéndose en el plano XY del espacio ordinario, como la coordenada Z no varía, su representación gráfica será una línea situada en un plano perpendicular al eje Z. En general, un cuerpo en movimiento, respecto de un sistema, describe en el espacio universal una línea que se llama "línea de universo".

Transformaciones de Lorentz

Supongamos que desde un punto de coordenadas x_1, y_1, z_1, t_1, respecto de un sistema S, parte un rayo de luz que llega a otro punto x_2, y_2, z_2, t_2 del mismo sistema. La longitud recorrida por el rayo será:

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

si la velocidad de la luz es c, esta distancia será también: $c\ (t_2 - t_1)$ de donde

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 = c \cdot (t_2 - t_1)}$$

o bien

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 = c^2 \cdot (t_2 - t_1)^2$$

Si observamos estos dos sucesos, partida y llegada del rayo de luz, desde otro sistema S' para el cual las coordenadas sean x'_1, y'_1, z'_1, t'_1 y x'_2, y'_2, z'_2, t'_2 se verificará, evidentemente

$$(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2 = c^2 \cdot (t'_2 - t'_1)$$

Conviene observar que como $c\ (t_2 - t_1)$ es diferente de $c\ (t'_2 - t'_1)$, también $(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2$ será diferente de $(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2$. Sin embargo, en virtud de las relaciones anteriores, se verificará

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2 \cdot (t_2 - t_1)^2 =$$
$$= (x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2 - c^2 \cdot (t'_2 - t'_1)^2$$

Si introducimos una nueva variable por la ecuación $\tau = i \cdot c \cdot t$, la relación anterior adopta la forma.

$$(x_2 - x_1)^2 + (y'_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 + (\tau_2 - \tau_1)^2 =$$
$$= (x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2 + (\tau'_2 - \tau'_1)^2$$

La introducción de esta nueva variable nos permite obtener una gran simplificación, no sólo de forma, sino también de concepto, pues si utilizamos como coordenadas las variables x, y, z, τ en vez de x, y, z, t cada uno de los miembros de la ecuación anterior puede interpretarse como el cuadrado de la distancia entre dos puntos del espacio tetradimensional. Esta distancia recibe el nombre de "intervalo" entre los dos sucesos. La ecuación anterior nos establece la igualdad entre los intervalos de los dos sucesos, referidos a los sistemas S y S' y, por lo tanto, resulta de aquí que el cambio de coordenadas entre los dos sistemas ha de ser tal que se conserven constantes los intervalos. Teniendo en cuenta que en la geometría ordinaria las transformaciones que conservan las distancias son las traslaciones y los giros, es fácil generalizar para el espacio tetradimensional, pues, si se han de conservar los intervalos, que son las distancias en este espacio, las transformaciones serán también traslaciones o giros. De éstas, las traslaciones no las tendremos en cuenta, pues suponen únicamente una diferencia en la elección del origen.

A la misma conclusión anterior podemos llegar de un modo más intuitivo y que, por lo tanto, vamos a desarrollar.

Supongamos dos sitemas S y S' tales que en el instante $t = 0$ del sistema S, coincidan los ejes X, Y, Z con los X', Y', Z', respectivamente. Si el sistema S' se mueve con velocidad constante V a lo largo del eje X, evidentemente que las coordenadas Y, Z y Y', Z' permanecerán invariables. Con estas hipótesis, representamos las coordenadas X y τ, del sistema S, mediante dos ejes perpendiculares (figura 3). Habíamos dicho que un punto que se mueve sobre el eje X quedaba representado por una recta situada en el plano Xτ, luego el origen O', del sistema S', se moverá respecto de S según una recta, tal como la "a" de la figura, que forma un ángulo con el eje τ que se puede determinar del modo siguiente: supongamos que al cabo de un tiempo t dicho origen se ha situado en el punto O'; como en dicho tiempo su abscisa x será igual a V $\cdot$ t, tendremos

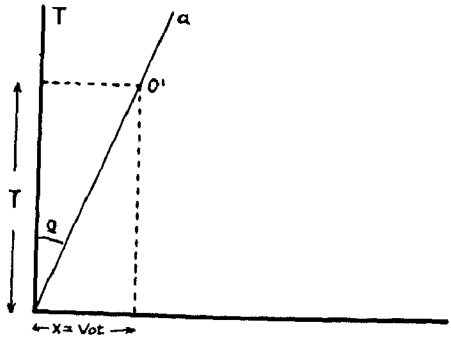

Figura 3

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{V \cdot t}{\tau} \qquad \text{o bien} \qquad \operatorname{tg} \varphi = \frac{V \cdot t}{i \cdot c \cdot t} = - i \frac{V}{c}$$

Si un punto está en reposo describirá una recta paralela al eje τ, pues la única coordenada que varía. En particular, si este punto es el origen de coordenadas, se moverá sobre el eje τ. Resulta, por tanto, que como el punto O' está en reposo, respecto del sistema S', la recta que describa será el eje τ' de dicho sistema. Es decir, la recta *a*, que hemos determinado anteriormente, es el eje τ', y el eje X' queda determinado con solo trazar una perpendicular a dicho recta por el origen de S. Resulta, pues, para la situación relativa de los ejes en el instante $t = 0$ la que se representa en la figura 4.

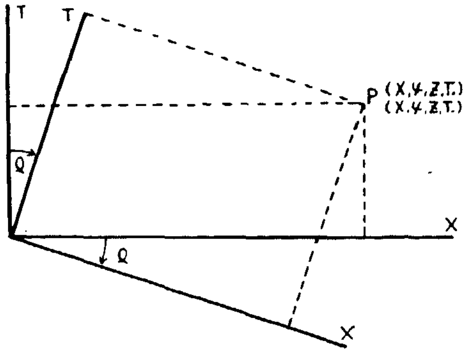

Figura 4

Consideremos ahora un suceso que ocurre en el punto de coordenadas x, y, z y en el instante t, respecto del sistema S. Desde el sistema S' este suceso se observa en el mismo punto, pero con coordenadas x', y', z' y en instante t'. Las fórmulas que nos permiten relacionar las coordenadas de este suceso, respecto de los dos sistemas, corresponden evidentemente a un giro de ángulo $-\varphi$. Para esta transformación se emplean las conocidas fórmulas

$$x = x' \cdot \cos(-\varphi) - \tau' \cdot \operatorname{sen}(-\varphi) \quad ; \quad \tau = x' \cdot \operatorname{sen}(-\varphi) + \tau' \cdot \cos(-\varphi)$$

o bien

$$x = x' \cdot \cos\varphi + \tau' \cdot \operatorname{sen}\varphi \quad ; \quad \tau = -x' \cdot \operatorname{sen}\varphi + \tau' \cdot \cos\varphi$$

Teniendo en cuenta que $\operatorname{tag}\varphi = -i\,\dfrac{V}{c}$ y las relaciones trigonométricas

$$\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\varphi}} \quad ; \quad \operatorname{sen}\varphi = \operatorname{tg}\varphi \cdot \cos\varphi$$

resulta

$$\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \quad ; \quad \operatorname{sen}\varphi = \frac{-i\,\frac{V}{c}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

sustituyendo en las fórmulas de transformación, tendremos:

$$x = x' \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} + \tau' \cdot \frac{-i\,\frac{V}{c}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = \frac{x' - \mathrm{i}\,\frac{V}{c}\cdot\tau'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\tau = -x' \cdot \frac{-i\,\frac{V}{c}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} + \tau' \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} =$$

$$= \frac{\tau' + \mathrm{i}\,\frac{V}{c}\cdot x'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

Recordando que $\tau = i \cdot c \cdot t$ y $\tau' = i \cdot c \cdot t'$, podemos sustituir en las fórmulas anteriores

$$x = \frac{x' - i \cdot \frac{V}{c} \cdot i\,c\,t'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = \frac{x' + V \cdot t'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \quad ;$$

$$i\,c\,t = \frac{i\,c\,t' + i\,\frac{V}{c}\,x'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

Dividiendo la segunda por $i \cdot c$, y teniendo en cuenta que las coordenadas Y e Y', Z y Z' eran iguales, tendremos, por fin, la relación buscada para las coordenadas del mismo suceso observado desde los sistemas S y S'

$$x = \frac{x' + V \cdot t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad ; \quad y = y' \quad ; \quad z = z' \quad ;$$

$$t = \frac{t' + \frac{V}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Estas son las llamadas "transformaciones de Lorentz", que tienen consecuencias auténticamente paradójicas respecto de las concepciones de la Física clásica. Aquí sólo vamos a ver dos de ellas.

Supongamos que una regla paralela al eje X, se encuentra en reposo respecto del sistema S. Para determinar su longitud necesitamos medir simultáneamente las abscisas x_1 y x_2 de sus extremos (figura 5) y su longitud vendrá dada entonces por $x_2 - x_1$. Análogamente, en el sistema S' la longitud vendrá dada por $x'_2 - x'_1$, siendo x'_1 y x'_2 las de los extremos, respecto del sistema S', determinadas simultáneamente. De las transformaciones de Lorentz se deduce

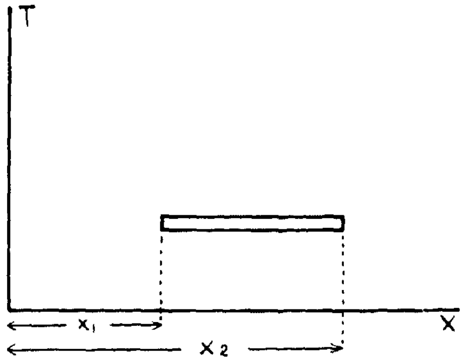

Figura 5

$$x_1 = \frac{x'_1 + V \cdot t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad ; \quad x_2 = \frac{x'_2 + V \cdot t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

de donde

$$x_2 - x_1 = \frac{x'_2 + V \cdot t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} - \frac{x'_1 + V \cdot t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{x'_2 - x'_1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Si llamamos $l_o = x_2 - x_1$ a la longitud en reposo, llamada "longitud propia", y $l = x'_2 - x_1$ a la longitud respecto del sistema en movimiento, tendremos:

$$l_o = \frac{l}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad \text{o bien} \qquad l = l_o \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

De aquí resulta, que como el factor $\sqrt{1 - V^2/c^2}$ es menor que uno, la longitud l es menor que l_o. Es decir, la longitud propia de un segmento sufre una disminución al referirlo a un sistema respecto del cual esté en momiviento. Este fenómeno recibe el nombre de "contracción de Lorentz-Fitzgeral".

Supongamos ahora que dos sucesos ocurren en el mismo punto del espacio y en los instantes t_1 y t_2, medidos respecto de un sistema para el cual el punto donde ocurre esté en reposo. Estos instantes, determinados desde un sistema en movimiento respecto del anterior, serán t'_1 y t'_2. Según las fórmulas de Lorentz, estos tiempos están relacionados del modo siguiente

$$t_1 = \frac{t'_1 + \frac{V}{c^2} \cdot x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad ; \quad t_2 = \frac{t'_2 + \frac{V}{c^2} \cdot x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Luego el intervalo de tiempo entre los dos sucesos será:

$$t_2 - t_1 = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad \text{o bien} \qquad \Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Es decir, para el sistema móvil transcurre un intervalo de tiempo entre los dos sucesos inferior que el que transcurre para el sistema en reposo. Cuando para un reloj en movimiento transcurra una hora, para el reloj en reposo transcurre $1/\sqrt{1 - V^2/c^2}$, es decir, más de una hora. En otras palabras, un reloj en movimiento atrasa respecto de un reloj en reposo.

Composición de velocidades

Tratamos ahora de encontrar las relaciones que ligan la velocidad de un cuerpo, referida a un sistema S, con la velocidad que tendría respecto de otro sistema S'. Suponemos de nuevo los sistemas en las mismas condiciones que venimos considerando; es decir, ejes Y y Z paralelos a los Y' y Z', ejes X y X' coincidentes, sistema S' moviéndose con velocidad V, respecto del sistema S, a lo largo del eje X.

Sea v y v' las velocidades de un cuerpo, respecto de los sistemas S y S'. Para un tiempo dt las coordenadas respecto de S habrán variado en dx, dy y dz, y se verificará

$$v_x = \frac{dx}{dt} \quad ; \quad v_y = \frac{dy}{dt} \quad ; \quad v_z = \frac{dz}{dt} \qquad [1]$$

donde v_x, v_y y v_z son las componentes de v. Análogamente, obtendríamos

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} \quad ; \quad v'_y = \frac{dy'}{dt'} \quad ; \quad v'_z = \frac{dz'}{dt'} \qquad [2]$$

Las transformaciones de Lorentz, aplicadas al movimiento del cuerpo, adoptan la forma siguiente:

$$dx = \frac{dx' + V \cdot dt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad ; \quad dy = dy' \quad ; \quad dz = dz' \quad ;$$

$$dt = \frac{dt' + \frac{V}{c^2}\, dx'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Dividiendo miembro a miembro las tres primeras por la última, tendremos:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx' + V \cdot dt'}{dt' + \frac{V}{c^2} \cdot dx'} \quad ; \quad \frac{dy}{dt} = \frac{dy' \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{dt' + \frac{V}{c^2} \cdot dx'}$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{dz' \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{dt' + \frac{V}{c^2} \cdot dx'}$$

de donde, dividiendo numerador y denominador de cada fracción por dt', y teniendo en cuenta las [1] y [2], resulta

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\frac{dx'}{dt'} + V}{1 + \frac{V}{c^2} \cdot \frac{dx'}{dt'}} \quad ;$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\frac{dy'}{dt'} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{V}{c^2} \cdot \frac{dx'}{dt'}} \quad ;$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\frac{dz'}{dt'} \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{V}{c^2} \cdot \frac{dx'}{dt'}}$$

$$v_x = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{V}{c^2} \cdot v'_x} \quad ; \quad v_y = \frac{v'_y \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{V}{c^2} \cdot v'_x} \quad ;$$

$$v_z = \frac{v'_z \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{V}{c^2} \cdot v'}$$

Estas son las fórmulas buscadas. Relacionan v y v' a través de sus componentes.

En particular, si v es paralela al eje X, será $v_x = v$, mientras que $v_y = v_z = 0$, y entonces queda:

$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{V}{c^2} \cdot v'}$$

que es la famosa ley de composición de velocidades de Einstein.

La velocidad v sufre además un cambio de dirección al pasar al sistema S'. Para determinar este cambio, consideremos que v forma un ángulo φ con el eje X; proyectemos v sobre el plano YZ y sea Θ el ángulo que dicha proyección forma con el eje Y. En estas condiciones se verificará:

$$v_x = v \cdot \cos \varphi; \; v_y = v \cdot \operatorname{sen} \varphi \cdot \cos \Theta \qquad [3]$$
$$v_z = v \cdot \operatorname{sen} \varphi \cdot \operatorname{sen} \Theta$$

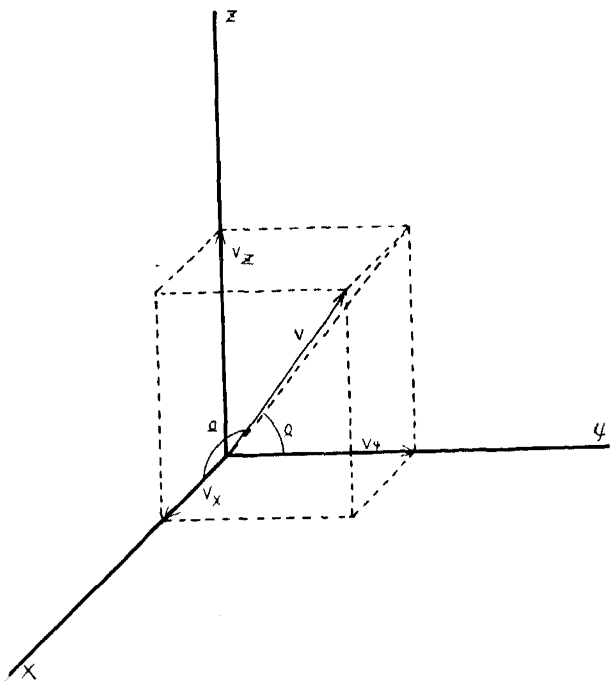

Figura 6

y análogamente para el sistema S'

$$v'_x = v' \cdot \cos \varphi'; \; v'_y = v' \cdot \text{sen } \varphi' \cdot \cos \Theta' \qquad [4]$$
$$v'_z = v' \cdot \text{sen } \varphi' \cdot \text{sen } \Theta'$$

Dividiendo v'_z por v'_y y v_z por v_y

$$\frac{v'}{v'_y} = \text{tg } \Theta' \quad ; \quad \frac{v_z}{v_y} = \text{tg } \Theta$$

y si este cociente lo realizamos con las fórmulas que relacionan v_y con v'_y y v_z con v'_z, se obtiene

$$\frac{v_z}{v_y} = \frac{\dfrac{v'_z \cdot \sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}{1 + \dfrac{V}{c^2} \cdot v'_x}}{\dfrac{v'_y \cdot \sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}{1 + \dfrac{V}{c^2} \cdot v'_x}} = \frac{v'}{v'_y}$$

de donde se deduce que tg Θ = tg Θ' y por tanto, $\Theta = \Theta'$. Esto significa que v' se conserva en el plano que determinan v y X. Para encontrar la relación entre φ y φ', basta dividir v_y por v_x de las ecuaciones [3]

$$\frac{v_y}{v_x} = \frac{v \cdot \text{sen } \varphi \cdot \cos \Theta}{v \cdot \cos \varphi} = \text{tg } \varphi \cdot \cos \Theta$$

Empleando ahora las ecuaciones que relacionan v_x con v'_x y v_y con v'_v se obtiene

$$\text{tg } \varphi \cdot \cos \Theta = \frac{v' \cdot \sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}}{v'_x + V}$$

teniendo en cuenta las [4]

$$\operatorname{tg} \varphi \cdot \cos \Theta = \frac{v' \cdot \operatorname{sen} \varphi' \cdot \cos \Theta' \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{v' \cdot \cos \varphi' + V}$$

y como $\cos \Theta = \cos \Theta'$, resulta, por fin

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{v' \cdot \operatorname{sen} \varphi' \cdot \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}},}{v' \cdot \cos \varphi + V}$$

fórmula que nos determina el cambio de dirección de v al pasar al sistema S'. Este fenómeno de cambio de dirección en la velocidad al cambiar de sistema recibe el nombre de "aberración mecánica".

BIBLIOGRAFIA:

LANDAU: *Teoría de campos.* Ed. Reverté.

LOEDEL: *Enseñanza de la Física.* Ed. Kapeluz.

EINSTEIN: *Relatividad al alcance de todos.* Biblioteca Scientia.

Los rayos Laser, fuente de energía del futuro

Los rayos Laser (amplificación de la luz por medio de emisión estimulada de la radiación) serán la fuente de energía del futuro. Tal es el vaticinio formulado por el profesor Wolfgang Kaiser, de Munich.

Rayos Laser, a través de una lente, pueden producir fusiones nucleares en las que los iones alcanzan velocidades enormes y liberan una energía aprovechable. Según el profesor Kaiser, catedrático de Física de Munich, no es una utopía el motor que estará constituido "por un rayo Laser, una lente y un poco de materia". Un rayo Laser, producido con 50 vatios, puede originar temperaturas de 2.000 grados, y un trozo de papel puesto ante un rayo Laser invisible arde en llamas rápidamente.