

2

Los modelos matemáticos en Biología: juego y aprendizaje

Por Francisco MURGADAS BARDI

La dificultad que supone en la mayor parte de los casos llevar la naturaleza al laboratorio hace que el empleo de los modelos matemáticos en las clases de Ciencias Naturales pueda ser un instrumento de gran utilidad. Cuando el profesor pretende explicar el funcionamiento de un ciclo de la materia o el crecimiento de una población, no puede pretender reproducir tales procesos y debe remitirse a los pocos datos que están a su alcance, siempre de tipo bibliográfico, para abonar ante el alumno sus afirmaciones.

Es entonces cuando surge la necesidad de un modelo, dé un supuesto teórico cuya manipulación de unos resultados análogos a los que se obtienen en la Naturaleza.

Un ejemplo, cuando se pretende explicar el crecimiento bacteriano, se recurre muchas veces a la fábula (en realidad no es más que un modelo matemático) del inventor del ajedrez y el emperador chino. Con ello se le da al alumno una idea de la velocidad de crecimiento. Lamentablemente, el modelo no se profundiza y pierde todo su valor pedagógico.

En muchos casos, no obstante, pueden idearse modelos que, a través de unas reglas de juego, pueden reproducir determinados conceptos y procesos de las Ciencias Naturales. Veamos algunos ejemplos.

CRECIMIENTO DE POBLACIONES EN CONDICIONES NATURALES

Sabemos que las poblaciones crecen gracias a la reproducción de sus componentes. Determinados pues un procedimiento: cada tirada corresponderá a un periodo reproductor.

Sabemos también que no todos los individuos que nacen llegan a la época reproductora y que la cantidad de los mismos suele ser densidad dependiente. Determinamos pues un procedimiento de crecimiento de la población que es el siguiente:

Construimos un tablero de 36 casillas (6 x 6), dándole a cada casilla una denominación similar a la empleada en el juego de barcos, pero con dos números. Si determinamos que cada individuo da lugar a otro, en cada periodo reproductor deberemos efectuar una tirada por individuo con dos dados (deben ser distintos para que no haya confusión sobre la casilla que ha salido). El resultado se puede ver en el tablero adjunto.

— Individuo viable. — Cuando en la casilla no hay ficha.

— Individuo no viable. — Cuando la casilla ya está ocupada por una ficha.

A partir de ahí podemos ya empezar el juego. Colocamos en el tablero un número determinado de fichas que constituirán la población inicial y realizamos tantas tiradas como individuos haya en el tablero. Aquellos que puedan colocarse en el tablero se colocan y los que ya tengan la casilla ocupada no los colocamos. Al terminar de colocarlos, la población habrá aumentado.

Repetiendo la misma operación varias veces observaremos como el tablero va llenándose hasta su totalidad. En este momento el experimento ha terminado y la población ha alcanzado su máximo o sea la estabilidad. Pasando los datos a una gráfica individuos/tiempo, obtenemos una curva logística idéntica a la del crecimiento poblacional.

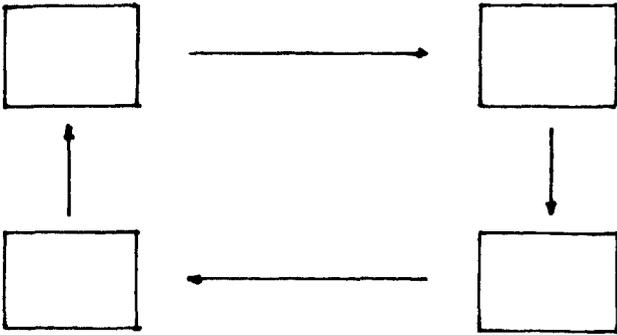
Este sería el planteamiento más simple del modelo ya que si lo deseamos, podemos complicarlo hasta lo indecible añadiéndole otros factores. Por ejemplo, suponiendo que los individuos tienen una vida corta y sólo pueden reproducirse tres veces, al cabo de las cuales habrá que quitarlos del tablero; o suponiendo que en vez de un descendiente tienen tres (tiraríamos tres veces los dados); o que hay una epidemia que afecta a la población cada tiempo determinado (deberíamos quitar un número de fichas cada vez que «hubiera epidemia»), etcétera.

Es interesante que esta prueba no se haga una sola vez sino varias para poder después hacer la gráfica media. En las clases de prácticas cada alumno hace «su» crecimiento y luego, al poner los datos en común sacamos el promedio de todos los que lo han hecho en las mismas condiciones y comparamos las distintas gráficas resultantes viendo las causas de diversidad.

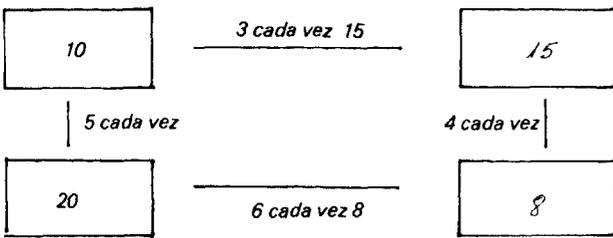
CICLO DE LA MATERIA

Sabemos que un determinado elemento puede encontrarse en la Naturaleza en distintas formas y que cada una de estas formas se transforma en otra por acción de los seres vivos o de la propia Naturaleza. Establecemos pues unos supuestos iniciales en forma de un esquema como el siguiente.

	1	2	3	4	5	6
1	1,1					
2				2,4		
3						
4		4,2		4,4		4,6
5						
6				6,4		



Determinamos luego unas cantidades y unas velocidades de transformación por unidad de tiempo de la forma siguiente:



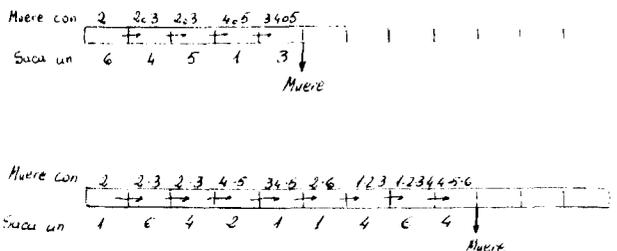
Y empezamos el juego, que consiste en meter en cada casilla las fichas que quitamos del anterior. Cada vuelta que damos corresponde a un período (día, año o el que determinemos). Evidentemente y tal como ocurre en la Naturaleza, llega un momento en que la situación se estabiliza y, por más pases que hagamos, las cantidades en cada casilla permanecen inalterables. Un aclaración, cuando en una casilla no hay suficientes fichas para sacar las que deberíamos, sacamos todas las que hay pero sin echar mano de las que hemos metido en esa tirada o vamos a meter.

Hasta aquí, también, la manipulación más simple que podemos hacer con este modelo pero también aquí podemos introducir variantes. Podemos añadir biomasa al ciclo entrando nuevas fichas en alguno de los niveles; la materia se repartirá por el ciclo proporcionalmente a lo que ya teníamos. Podemos quitar biomasa y se sentirán todos los niveles del ciclo (punto muy interesante para explicar la importancia de la conservación de la Naturaleza). Podemos variar una de las velocidades de transformación y el ciclo se reajustará (momento para incidir sobre la explotación excesiva de un determinado recurso natural), etcétera.

CURVAS DE SUPERVIVENCIA DE LOS SERES VIVOS

Sabemos que un individuo, desde el momento de su nacimiento tiene una esperanza de vida que corresponde a la media de las edades que alcanzan todos los de su especie. Sabemos, además, que cada individuo tiene, en cada momento de su vida, una probabilidad de muerte determinada. Establecemos pues la siguiente regla de juego: Sobre un tablero de tipo parchís o juego de la oca damos a cada casilla una probabilidad de muerte en la forma siguiente; si al efectuar la tirada de dados sale un determinado valor, el individuo muere, si no sale pasa a la casilla siguiente.

Veamos un par de ejemplos:



Al igual que en el modelo del crecimiento de poblaciones, la prueba debe repetirse varias veces. En las clases de prácticas, cada alumno «hace vivir» a diez individuos de la especie. Una vez hecho esto, se ponen los datos en común y se construye la gráfica de la curva de supervivencia.

Si damos a las primeras casillas unas probabilidades de muerte altas, la gráfica resultante será del tipo «r» mientras que si son bajas, obtendremos una gráfica del tipo «k». Evidentemente, hay que fijar un tope de casillas y darle a la última de ellas una probabilidad de muerte del 100 por 100.

EVOLUCION DE LOS SERES VIVOS

Sabemos que cada especie tiene unos límites de vida respecto a un determinado factor entre los cuales es capaz de sobrevivir. También sabemos que dentro de esos límites, existe un valor óptimo que corresponde al valor en el que la especie «se encuentra mejor». Una de las consecuencias de esta mayor o menor adaptación al medio es la variación de la fertilidad. Podemos, de acuerdo con ello establecer la siguiente regla de juego:

Temperatura	10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°
Fertilidad	1	2	3	5	2	2	1

lo cual significa que si estamos en un ambiente a 13° de temperatura un individuo dejará cinco descendientes mientras que si estamos a 12° sólo dejará 3.

Pero también sabemos que hay una variabilidad genética dentro de una especie y que, del mismo modo que hay individuos adaptados a vivir a 13°, habrá otros adaptados a vivir a 11° que, si están a 13°, sobrevivirán en unas condiciones precarias. Luego la regla de antes la podemos interpretar también como que dentro de una población, los individuos adaptados a 11° sólo darán 2 descendientes mientras que aquellos que estén adaptados a 13° dejarán 5.

Será esta segunda interpretación la que nosotros aceptaremos y utilizaremos.

La variabilidad genética, sabemos, también se transmite a los descendientes de modo y manera que todos los descendientes de un individuo con una determinada característica no son iguales a él. Esto lo reflejaremos en la siguiente regla:

Temperatura	n-2	n-1	n	n+1	n+2
Descendientes		4°	1°	3°	
	9°	7°	5°	6°	8°

de tal manera que si un individuo tuviera nueve descendientes, tres serían como él, dos tendrían su genotipo adaptado a un grado más, dos a un grado menos, uno a dos grados más y uno a dos grados menos.

Del mismo modo que en la realidad, la composición de una especie es la resultante del equilibrio entre la selección (que tiende a hacerlos todos iguales) y la diversificación (que tiende a mantener todos los genotipos en la población); en nuestro modelo la aplicación de las dos reglas determinará un estado de equilibrio, es decir, unos porcentajes fijos entre los distintos tipos de alelos con preferencia por el más adaptado.

Ya sólo nos resta pues, fijar la composición de la población inicial y empezar el juego. Supongamos que es la siguiente:

Temperatura	10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°
Individuos	-	1	3	4	2	1	1

De acuerdo con las reglas (suponemos que los individuos una vez reproducidos mueren), la población al cabo de un período reproductos quedaría:

Temperatura	10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°
Individuos	-	2	10	14	8	2	1

está claro que la población de individuos adaptados a 13° crecerá muy aprisa y pasará a dominar mientras que las otras quedarían en minoría, tanto más cuanto más apartadas estuvieran del valor central.

De todos modos, lo realmente interesante del modelo empieza cuando producimos, como en la naturaleza, un cambio en las condiciones ambientales o, lo que es lo mismo, en la primera regla. Si suponemos que la temperatura ambiental baja un grado, la primera regla podría quedar así:

Temperatura	10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°
Fertilidad	2	3	5	2	2	1	1

Continuando el experimento o el cálculo con esta nueva regla vemos como la población de individuos adaptados a 12° va paulatinamente (igual que en la realidad) creciendo hasta superar a la de 13° que tenía la primicia y como, además, aparecen ya individuos adaptados a 10°.

El modelo puede aún dar más de sí. En la Naturaleza, cuando un factor cambia, lo hace con una cierta rapidez y la especie intenta adaptarse al cambio también con una cierta rapidez. Si la velocidad de cambio del factor es grande y la de adaptación del individuo pequeña, la especie desaparece. El modelo también permite ver eso.

Si nosotros bajamos un grado cada tirada (periodo reproductor) veremos como al cabo de poco tiempo los individuos van decreciendo y llegan a desaparecer. Si por el contrario la velocidad de cambio del factor se hace menor, la población se mantiene variando, eso sí, su composición con vistas a estar permanentemente adaptada a las condiciones cambiantes.

El juego adquiere su verdadera magnitud y los alumnos aprecian las variables que en él influyen cuando cada uno de ellos fija sus propias reglas de juego (distintas) y es el profesor quien determina los cambios ambientales. La discusión y análisis de las condiciones que cada uno ha fijado junto con la constatación de que hay especies (alumnos) que «sobreviven» mientras otros «se extinguen» es de una gran ayuda para la comprensión del fenómeno evolutivo.

3 Notas en torno al comentario de la obra artística

Por Carlos FERNANDEZ PEREZ (*)

Desde hace algún tiempo se nota en el profesorado de BUP una cierta preocupación hacia el comentario y explicación de la obra de arte. Es posible que en ello exista una respuesta a la postración que han caído los estudios de Historia del Arte en el actual Bachillerato. Dejando de lado cuestiones polémicas lo cierto es que el comentario del fenómeno artístico está siendo objeto de estudio desde dos de sus enfoques fundamentales:

- a) El fenómeno artístico como hecho histórico-cultural (2).
- b) Didáctica de la proyección de diapositivas (3).

Lo que aquí se va a exponer es un conjunto de anotaciones en torno a la obra de arte como hecho histórico-cultural que sean aplicables en la asignatura que en el COU se dedica a la Historia del Arte.

Su carácter es esencialmente abierto; algunos de los problemas aquí tratados pueden ser eliminados; faltan otros muchos y, en todo caso, cualquiera de ellos exigiría un tratamiento más amplio y profundo que desborda el objetivo de este trabajo.

Por lo que se refiere a las notas bibliográficas tengo que decir que en ellas sólo se citan obras que pueden ser utilizadas con provecho para algunas cuestiones específicas. He renunciado a la cita de obras generales que están en el ánimo de todos. He tratado de que las obras sean lo más concretas posibles sobre el tema a que se refieren y den en algunos casos una idea del estado actual de nuestros conocimientos sobre dichos temas.

I. DIFERENTES ENFOQUES EN EL ESTUDIO DE LA OBRA ARTÍSTICA

Vamos a ser muy breves en este punto porque existen trabajos asequibles al respecto (4). Se acostumbra a distinguir cuatro métodos en el modo de abordar el estudio de la obra de arte:

- a) Formalista.
- b) Iconológico.
- c) Sociológico.
- d) Estructuralista.

A estos cuatro se les puede añadir otros de diferente importancia tales como el estudio *psicológico*, que no parece gozar hoy de un gran auge, y el estudio desde un punto de vista de la *psicología de la percepción*, impulsado por los teóricos de la Gestalt y que hoy se asocia a veces con el método estructuralista en lo que se refiere al análisis de los medios de comunicación de masas.

Respecto a todos ellos, sobre los que volveremos más adelante, diremos que ninguno es definitivo y que, por tanto, no se excluyen entre sí; es posible hacerlos compatibles en el comentario de una obra de arte concreta sin que de ello se derive necesariamente un resultado excesivamente enciclopédico. A nivel de COU creo que son especialmente interesantes los métodos *formalista* y *sociológico*. También el *iconológico* en los dos primeros niveles (descripción preiconográfica y análisis iconográfico) señalados por Panofsky (5), sobre todo en determinadas etapas: paleocristiano, arte medieval, Barroco de los países católicos, etcétera.

II. NOTAS GENERALES SOBRE ARQUITECTURA

Es especialmente importante en el comentario de una obra arquitectónica el estudio de:

- a) Materiales.
- b) Soluciones técnicas.
- c) Estudio espacial y su significación: centralizado, dirigido, etcétera.

A veces la utilización de unos materiales concretos determinan todo un sistema arquitectónico. Este determinismo (siempre relativo) se rompe definitivamente con la utilización de una serie de materiales revolucionarios que a partir de la mitad del siglo XIX están a disposición del arquitecto. A grandes rasgos, y por orden cronológico de más antiguo o más moderno, señalamos:

tografías en la enseñanza de la geografía». *Didáctica Geográfica*. Murcia. Núm. 4. Noviembre, 1979.

(4) Entre otros: ARGAN, G. C. y FAGGILOLO, M.: *Guida a la storia dell'arte*. Firenze. Sansoni editore. 1977. MARTIN GONZALEZ, J. J.: *Presente de la historia del arte*. Valladolid. Universidad de Valladolid. 1976. ANSON NAVARRO, A.: «Metodología e historia del arte». *Revista de Bachillerato*. Madrid. Núm. 10. Abril-junio, 1978.

(5) PANOFSKY, E.: *Estudios sobre iconología*. Madrid. Alianza Editorial. 1972. Capítulo 1.º.

(*) Profesor Agregado de Geografía e Historia I.B. «Mixto» de Burela-Cervo (Lugo).

(1) Damos las gracias a nuestro compañero Fernando Rico por la ayuda que nos ha prestado en la redacción de algunas partes de este trabajo.

(2) Puede verse: GUERRA LOPEZ, Enrique: «Los medios audiovisuales y su utilización en la enseñanza de la Historia». *Revista de Bachillerato*. Madrid. Cuaderno Monográfico, núm. 1. Enero-marzo, 1978. págs. 63-65. También: LLORENS SERRANO, Montserrat: «Utilización de diapositivas en la clase de Historia. Notas metodológicas». *Idid.* págs. 67-69. El ICE de la Universidad de Zaragoza dedicará un número de su revista *Educación Abierta* al comentario de la obra de arte.

(3) Además de los trabajos citados en la nota anterior se puede consultar a modo comparativo, LONGE, M., y ROBERSON, B. S.: «El uso de las fo-