

VARIOS

Definición, hipótesis y experimentación en la Ley de Coulomb

Por Antonio LOPEZ LOPEZ (*)

Con mayor frecuencia de la debida se oye y se lee enunciados de la Ley de Coulomb que, además de ser incorrectos, traducen la no comprensión —o, al menos, el olvido— de las condiciones concretas en que el teorema más básico de la Electricidad se gestó, prescindiendo, por consiguiente, de los requisitos metodológicos imprescindibles para no dar una visión incongruente y distorsionada de la Electroestática.

No hay que extrañarse demasiado, habida cuenta que un científico de la talla de G. Gamow afirma en su «Biografía de la Física» (Ed. Revista de Occidente, Madrid, 1962) que «cargando la esfera móvil y la inmóvil con distintas cantidades de electricidad y variando la distancia entre ellas, Coulomb descubrió la ley que lleva su nombre, según la cual las fuerzas de atracción y repulsión eléctricas son directamente proporcionales al producto de las dos cargas e inversamente proporcionales al cuadrado de las distancias entre ellas» (pág. 159).

Tal y como está redactado, este enunciado atribuye a Coulomb descubrimientos experimentales que ni hizo ni pudo hacer, por la sencilla razón de que el nivel científico de su época no lo permitía.

Pese al hecho de ser el autor de la ley fundamental de la Electricidad, Coulomb (1736-1806) se sintió siempre guiado por preocupaciones y métodos propios de la ingeniería. Ingeniero militar, fuertemente interesado por los problemas de la navegación, en 1779 presentó a la Academia de Ciencias de París un trabajo acerca de los procedimientos de imantación de agujas para compás, ganando el premio concedido por la corporación en concurso público.

En esta memoria, Coulomb establece por primera vez, implícitamente, el concepto de momento magnético, al mostrar que un imán situado en el seno del campo magnético terrestre se encuentra sometido a un par que le obliga a girar, siendo su valor proporcional al seno del ángulo formado por el campo y la aguja magnética. También estudia, al ocuparse de una aguja magnética suspendida por su centro

de gravedad, la teoría referente a la torsión de los hilos, exponiendo sus leyes de manera precisa.

Sus trabajos más importantes son, sin embargo, los publicados entre 1783 y 1789 (Coulomb: *Memoires de l'Academie Royale des Sciences*, 1784-1789).

En un trabajo de 1784, Coulomb prosigue sus estudios acerca de la elasticidad y describe por primera vez la balanza de torsión, aparato que permite la medida de fuerzas eléctricas sumamente débiles. Como suele ocurrir en casos similares, se han señalado desarrollos de esta balanza independientes del de Coulomb. J. D. Bernal menciona (*Science in History*, Watts Ltd. London, 1965) a Michell (1724-1793) y Cavendish (1731-1810). Sea como fuere, lo cierto es que los trabajos de Coulomb sobre la balanza de torsión y el uso que de este instrumento hizo, primero para medir fuerzas magnéticas, y luego eléctricas, han sido los que han tenido auténtica transcendencia científica.

Las memorias en las que se exponen los trabajos y conclusiones experimentales de Coulomb acerca de las fuerzas eléctricas fueron publicadas en 1785.

La primera se refiere a la «Détermination expérimentale de la loi suivant laquelle les éléments des corps électrisés du même genre d'électricité se repoussent mutuellement».

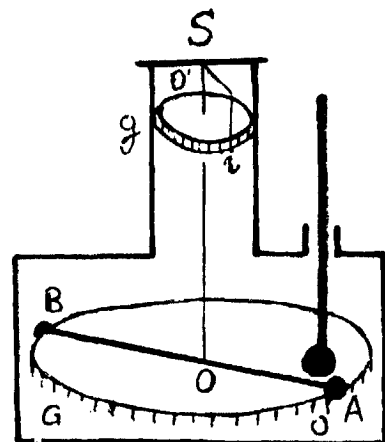


Figura 1

(*) Catedrático de Física y Química e Inspector de Bachillerato.

El dispositivo experimental consiste en el receptáculo de vidrio representado en la figura 1. Del hilo de torsión $O'O$, de plata, pende una varilla AOB, aislante y liviana, cuyo centro de gravedad se encuentra en O . A y B son dos bolas muy pequeñas, de forma que pueden considerarse virtualmente puntuales. A está ligeramente plateada y B actúa como su contrapeso, de forma que la varilla AOB se encuentra en el plano horizontal. Solidario con el hilo OO' , el índice i marca ángulo sobre la graduación g . En el plano de AOB se encuentra otro círculo graduado, G , sobre el que se podrá seguir los arcos descritos por la esferita A .

Al iniciarse los experimentos, ésta se encuentra situada en el cero de la escala G . En este momento el par de torsión es nulo. Todo el dispositivo se encuentra en estado eléctricamente neutro.

Se carga a continuación la bola portadora de cargas, P , y se le baja hasta que toca A . La carga de P se reparte entonces entre A y P . Por supuesto, sin poder conocer la cantidad transferida en esta operación. Como ambas esferitas quedan ahora cargadas con electricidad del mismo signo, ambas se repelen. La esferita A se separa de la posición que ocupaba (en el cero de la escala G), circunstancia que permite que ahora dicha posición, en el plano horizontal AOB, sea ocupada por P . Sean q y q' (desconocidas) las cargas sobre P y A respectivamente.

El alejamiento de A de su posición de equilibrio supone la torsión del hilo de plata OO' , lo que originará el consiguiente par de torsión.

Como se trata de experimentar a diferentes distancias entre las cargas, el método de medida de Coulomb consiste en hacer que el soporte S sobre el que está fijo el hilo OO' , solidario del índice i , gire ángulos β_1, β_2 aproximando la bola A a P , hasta las posiciones marcadas por las graduaciones $\alpha_1, \alpha_2, \dots$, en el limbo G .

El par debido a la torsión del hilo será:

$$\Gamma_1 = C(\alpha + \beta) \quad (1)$$

donde C es la constante de torsión del hilo OO' .

Admitamos —en espera de que la experimentación lo confirme o lo desmienta— que la fuerza electrostática desarrollada por las cargas q y q' sea:

$$f = k \cdot \frac{1}{r^2} \quad (2)$$

siendo k la constante de proporcionalidad correspondiente a la inversa del cuadrado de la distancia entre las cargas, q y q' .

Llamando d a la distancia entre el centro de gravedad O de la varilla equilibrada AOB y las esferitas portadoras de carga, A y P , se tiene (figura 2):

$$r = 2 \cdot d \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \quad f = \frac{k}{4 \cdot d^2 \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \quad (3)$$

y el módulo Γ_2 del par ejercido por f será

$$\begin{aligned} \Gamma_2 &= |\vec{d} \wedge \vec{f}| = d \cdot f \cdot \sin \theta = \\ &= d \cdot f \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2} \right) = d \cdot f \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \end{aligned}$$

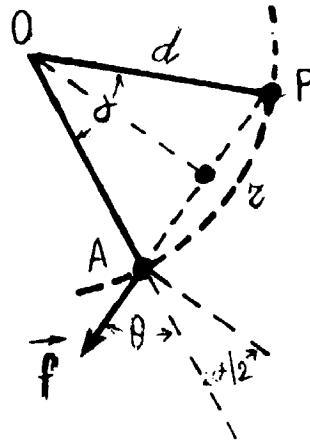


Figura 2

o sea que:

$$\Gamma_2 = \frac{k}{4 \cdot d} \frac{\cos^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}}$$

la condición de equilibrio del sistema se expresa por

$$\Gamma_1 = \Gamma_2$$

$$C(\alpha + \beta) = \frac{k}{4 \cdot d} \frac{\cos^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}} \quad \text{ó sea } (\alpha + \beta) \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{k}{4 \cdot C \cdot d}$$

(4)

En la serie de experimentos de Coulomb

$$\frac{k}{4 \cdot C \cdot d} = \text{constante}$$

y para verificar la ley

$$f = f \left(\frac{1}{r^2} \right)$$

basta con que se cumpla que

$$\begin{aligned} (\alpha + \beta) \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} &= (\alpha' + \beta') \sin \frac{\alpha'}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha'}{2} = \alpha_0 \sin \frac{\alpha_0}{2} \\ \operatorname{tg} \frac{\alpha_0}{2} &= \text{constante} \end{aligned}$$

siendo α_0 el valor particular de α cuando $\beta = 0$.

Dado el grado de precisión de las medidas y como se opera de modo que α no sea grande (tal es, precisamente, la finalidad del giro β), podemos confundir

$\sin \frac{\alpha}{2}$ y $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$ con el arco $\frac{\alpha}{2}$ quedando, pues:

$$\alpha^2 (\alpha + \beta) = \alpha_0^3 \quad (5)$$

En la primera experiencia de 1785, Coulomb registró el valor de $\alpha_p = 36^\circ$. A partir de la fórmula [3] encontramos por cálculo:

$$\alpha_1 = \frac{\alpha_0}{2} = 18 \quad \beta_1 = 126$$

$$\alpha_2 = \frac{\alpha_0}{4} = 9 \quad \beta_2 = 567$$

Los valores α experimentales encontrados por Coulomb al hacer girar al índice i los ángulos β así calculados son los de la siguiente tabla:

β	0°	126°	567°
α	36°	18°	$8^\circ 30'$

Así, pues, la verificación de la ley $f = f(1/r^2)$ resulta excelente, incluso para $\beta = 567^\circ$, si tenemos en cuenta el valor tan elevado de la torsión que supone.

El método implica errores sistemáticos importantes: al no existir aislamiento perfecto se produce gradual dispersión de las cargas q y q' , puede aparecer por influencia una electrización de las paredes del receptáculo, y, sobre todo, el hecho de que las dos esferitas A y B no sean exactamente puntuales, debido a la influencia mútua, hace que las distancias entre los baricentros de sus distribuciones superficiales de carga sea superior a la distancia r entre sus centros geométricos. Esta razón explica el valor $\alpha = 8^\circ 30'$, encontrado experimentalmente y que es algo inferior al teórico.

De todos modos, parece evidente que la ley en $1/r^2$ se encuentra verificada, ya que los resultados experimentales son incompatibles con $1/r$ y con $1/r^3$. Haciendo los mismos cálculos con $\alpha = 36^\circ$ y utilizando sucesivamente las leyes $1/r$ y $1/r^3$ se comprueba fácilmente que el cálculo daría:

$1/r$	$\alpha = 18$	$\beta = 54$
$1/r^3$	$\alpha = 18$	$\beta = 270$

En el siglo XVIII y en buena parte del XIX, más o menos conscientemente, se consideró como un axioma que las leyes de la Naturaleza eran sencillas y, por consiguiente, nadie puso en duda la validez de la ley en $f = k/r^2$, postulando, por ejemplo, que la fuerza electrostática f podría ser expresada en la forma $f = k/r^n$, donde n sería un número no entero.

Debemos, pues, enunciar adecuadamente la ley de Coulomb afirmando, como él lo hizo, que experimentalmente se demuestra que la fuerza mútua ejercida entre dos cargas eléctricas es proporcional a la inversa del cuadrado de la distancia que les separa. Y, en sentido estricto, nada más. He aquí sus propias palabras: «... l'action répulsive que les deux balles électrisées de la même nature d'électricité exercent l'une sur l'autre suit la raison inverse des carrés des distances».

También en 1785 publicó Coulomb otra memoria,

en la que describe su «Deuxième méthode expérimentale» para el estudio de las acciones ejercidas entre cargas de signo contrario.

En efecto, el método anterior no es el más adecuado en el caso de fuerzas atractivas, ya que fácilmente A y P pueden entrar en contacto, anulándose entonces las cargas. En el caso de las cargas de signo opuesto, el dispositivo utilizado por Coulomb es análogo al descrito anteriormente, excepto en un detalle esencial: el hilo de plata es sustituido por un hilo sin torsión, hecho de seda, constituyendo así un péndulo de torsión.

La esferita A del dispositivo móvil (fig. 3) es portadora de la carga negativa $-q$. La varilla AOB se encuentra en el plano horizontal que contiene el centro C de la esfera P, portadora de la carga positiva $+q$. La distancia A-P es grande comparada con el radio de P y las dimensiones del péndulo. Debido a la atracción electrostática ejercida entre $-q$ y $+q$, la esferita A estará en equilibrio cuando se encuentre alineada (y del lado de P) con la esferita P, con O y con B, es decir, en la posición A_0 . Separada de esta posición un ángulo φ empezará a oscilar. Sea d la distancia entre el centro geométrico de las esferita A y el eje de oscilación en O. Hagamos que φ sea un ángulo muy pequeño, de forma que PA sea prácticamente invariable durante el movimiento. Escribiremos la ecuación fundamental de la dinámica para el péndulo en la forma

$$I \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -\frac{k}{r^2} \cdot d \cdot \text{sen } \varphi \quad (6)$$

siendo I el movimiento de inercia del dispositivo móvil y r la distancia entre las esferas P y A.

Las restricciones impuestas a φ nos permiten escribir para el período T , de las oscilaciones:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{kd}} \quad r = k' \cdot r$$

siendo la constante K'

$$k' = 2\pi \sqrt{\frac{I}{kd}} \quad (7)$$

Según el cálculo anterior, el período del péndulo es proporcional a la distancia r entre las esferitas A y P. Las medidas efectuadas por Coulomb mostraron un aceptable grado de coincidencia entre las previsiones teóricas y los datos experimentales:

Distancias proporcionales a los números	3	6	8
Duración experimental de 15 oscilaciones	20	41	60
Duración calculada de 15 oscilaciones	20	40	53,3

Coulomb llega a la conclusión siguiente: «Nous pouvons conclure que l'attraction réciproque du fluide électrique appelé positif, sur le fluide électrique nommé ordinairement négatif, est en raison inverse du carré des distances». Y nada más.

En las conclusiones que resumen el sentido de sus experimentos y constituyen el enunciado de una ver-

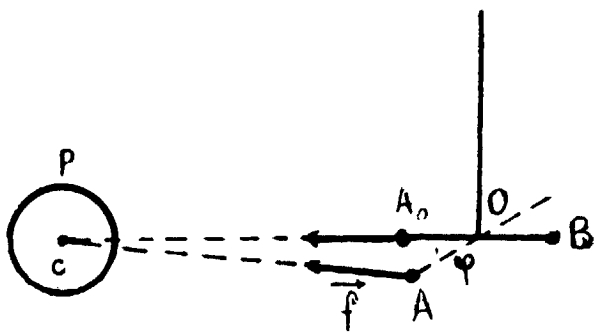


Figura 3

dadera ley se omite deliberadamente la mención del papel desempeñado por las cargas. La razón es muy sencilla. Basta examinar las fórmulas [2], [4], [5], [6], [7] para comprobar que si hubiésemos introducido en la primera de ellas las cargas eléctricas afectadas de exponentes cualesquiera, las otras cuatro fórmulas siguientes no se hubieran visto afectadas en su carácter. Coulomb sabía perfectamente que no había demostrado que las fuerzas ejercidas fuesen proporcionales al producto de las cargas elevadas a exponente uno.

Es el momento de señalar, sin embargo, que, en realidad, en las dos memorias de 1785, Coulomb sentó *la hipótesis* de la proporcionalidad de las fuerzas y el producto de las cargas, por lo que se hubiera podido traducir legítimamente el pensamiento de Coulomb mediante la fórmula

$$f = k \frac{qq'}{r^2} \quad (8)$$

en lugar de la [2], anteriormente escrita. Si no introdujimos antes las cargas en la expresión de f , fue precisamente para subrayar el diferente carácter de ambas magnitudes, cargas y distancias, en el enunciado de la ley.

La hipótesis de que las fuerzas electrostáticas son proporcionales a las cargas le fue sugerida, sin duda, a Coulomb por las analogías existentes entre el campo eléctrico y el gravitatorio, ya que ambos variaban de idéntica manera con la distancia y se podía hablar de cumplimiento del Principio de Acción y Reacción, puesto que las fuerzas ejercidas por una carga sobre la otra origina una fuerza de igual magnitud y sentido opuesto sobre la segunda carga.

El hecho de la existencia de dos tipos de cargas e , incluso, el concepto imperante en la época de la electricidad como fluido, aunque no encajasen dentro de la teoría newtoniana de la gravitación, tampoco se oponían frontalmente a ella.

J. Priestley había publicado, en 1767, su «History of Electricity». En ella describe experimentos anteriormente realizados por Franklin y repetidos, en 1766, por él mismo, demostrando que en el interior de un conductor electrizado no existe carga eléctrica alguna. Este resultado es totalmente comparable al teorema newtoniano que demuestra que en el interior de una esfera hueca el campo gravitatorio de sus masas es nulo.

Como se ve la analogía formal entre la Ley de la Gravitación Universal y la que iba a convertirse en la Ley Fundamental de la Electroestática estaba sugerida por los conocimientos de la época.

La evaluación de las cargas sólo pudo ser abordada posteriormente, mediante el cilindro de Faraday (1791-1867), de todos conocido (fig. 4). El calibrado

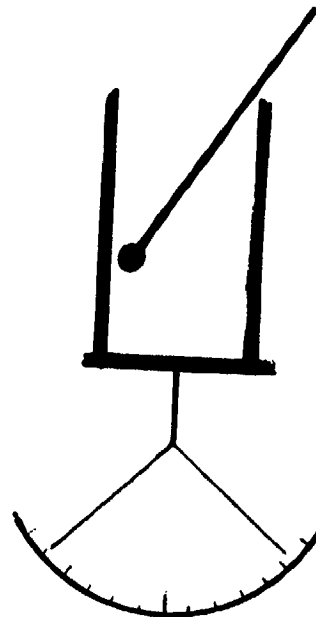


Figura 4

del cilindro, midiendo la separación de las hojas del electroscopio para diferentes cargas permite su medida relativa y, por tanto, si se encuentra el modo de transportarlas a la balanza de Coulomb, se tendrá un método válido para determinar sin ambigüedad la validez de la fórmula [8] Naturalmente, desde el punto de vista práctico, el cilindro de Faraday dista mucho de resolver el problema, y las medidas de cargas por métodos electroquímicos o electromagnéticos tampoco sirven a nuestro propósito. Así pues, es forzoso el carácter apriorístico atribuido actualmente a la ley de Coulomb (en su sentido lato). Escrita en la forma

$$\vec{F} = -\frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{qq'}{r^2} \vec{r}_0$$

la Ley de Coulomb es un ente sumamente complejo en el que cabe distinguir los siguientes aspectos:

a) Expresa una relación proporcional, demostrada experimentalmente, entre las fuerzas y la inversa de las distancias entre las cargas (Ley de Coulomb propiamente dicha).

b) Admite, por hipótesis, que las fuerzas ejercidas entre cargas eléctricas son proporcionales al producto de sus valores.

c) Caracteriza a cada medio dieléctrico por una constante ϵ que le es propia. El valor de ϵ para el vacío, ϵ_0 , es elegido de modo que se relacionen de manera sencilla las magnitudes eléctricas y magnéticas (en el S. I.).

d) Contiene la definición de la unidad de carga eléctrica.

e) Incluye un factor de forma, 4π , destinado a una mejor adecuación de la expresión matemática de las distribuciones superficiales y espaciales de magnitudes eléctricas con las dimensiones geométricas de los soportes electrostáticos.