

8

Choque inelástico: determinación experimental del coeficiente de restitución

Por José María VAQUERO GUERRI (*)

1. INTRODUCCION

Entre los temas del programa oficial de Física de COU se encuentra la «Dinámica de los sistemas de partículas», en donde parece obligado incluir las colisiones entre partículas como una aplicación del principio de conservación de la cantidad de movimiento.

Sabemos que los choques entre partículas se clasifican en elásticos e inelásticos según se conserve o no la energía mecánica.

En este artículo se hace un estudio experimental del choque inelástico y se indica un método para determinar el coeficiente de restitución.

2. CHOQUES ELASTICOS

En un choque elástico se conservan la cantidad de movimiento y la energía mecánica.

Supongamos una colisión elástica en una dimensión (choque frontal) entre dos cuerpos 1 y 2, cuyas velocidades respectivas antes del choque son \vec{v}_{1i} y \vec{v}_{2i} , y después del mismo \vec{v}_{1f} y \vec{v}_{2f} (Figura 1).

De acuerdo con el principio de conservación de la cantidad de movimiento se puede escribir:

$$m_1 \vec{v}_{1i} + m_2 \vec{v}_{2i} = m_1 \vec{v}_{1f} + m_2 \vec{v}_{2f} \quad (1)$$

y por el principio de conservación de la energía:

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \quad (2)$$

De las expresiones (1) y (2) se obtiene fácilmente la siguiente ecuación:

$$\vec{v}_{2f} - \vec{v}_{1f} = - (\vec{v}_{2i} - \vec{v}_{1i}) \quad (3)$$

Es decir, en un choque frontal elástico la velocidad relativa de un cuerpo respecto al otro cambia simplemente de sentido.

3. CHOQUE INELASTICO

Pero en la realidad el choque entre los cuerpos es inelástico en general. La energía cinética no se conserva, y, por tanto, no se cumplen las ecuaciones (2) y (3).

En este tipo de choques la ecuación (3) debe escribirse en la forma:

$$\vec{v}_{2f} - \vec{v}_{1f} = -\epsilon (\vec{v}_{2i} - \vec{v}_{1i}) \quad (4)$$

siendo ϵ el coeficiente de restitución que se define como el cociente con signo negativo entre la velocidad relativa de los cuerpos después del choque y la velocidad relativa antes del mismo.

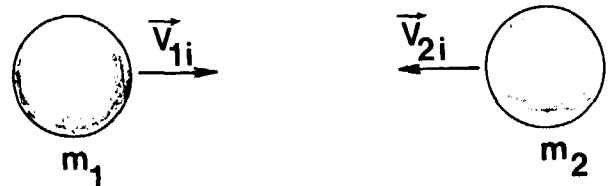
4. CASO PARTICULAR

Consideremos el caso particular de un choque inelástico entre dos bolas, una de las cuales está en reposo ($v_{2i} = 0$). A partir de las ecuaciones (1) y (4) se obtiene:

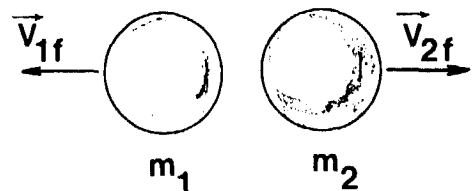
$$v_{2f} = \frac{(\epsilon + 1) m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} \quad (5)$$

Si se conocen los valores de v_{1i} y v_{2f} se puede determinar el coeficiente de restitución despejando ϵ en la ecuación anterior:

$$\epsilon = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1} \right) \frac{v_{2f}}{v_{1i}} - 1 \quad (6)$$



Antes del choque



Después del choque

Fig. 1
«Choque frontal entre dos cuerpos.»

(*) Catedrático de Física y Química del IB Felipe II, de Madrid.

Una vez determinado ϵ , se puede calcular v_{if} , a partir de las ecuaciones (1) y (4), obteniéndose:

$$v_{if} = \left(\frac{m_1 - m_2 \epsilon}{m_1 + m_2} \right) \cdot v_{i1} \quad (7)$$

5. METODO EXPERIMENTAL

En el presente experimento se hace chocar una bola, cuya masa y velocidad son conocidas con otra bola que está inmóvil y cuya masa también se conoce.

El esquema del montaje experimental se muestra en la figura 2. La bola 1, que forma parte de un péndulo bifilar, se deja caer desde una altura h y golpea a la bola 2, que está en reposo en el borde de la mesa. Cuando la bola 1 choca con la 2 lleva la velocidad:

$$v_{i1} = \sqrt{2gh} \quad (8)$$

Como consecuencia del choque, la bola 2 adquiere la velocidad v_{2f} y cae al suelo describiendo una trayectoria parabólica, cumpliéndose:

$$v_{2f} = \frac{d}{t} = d \sqrt{\frac{g}{2H}} \quad (9)$$

Así, pues, a partir de las medidas de h , d y H se determinan los valores de v_{i1} y v_{2f} .

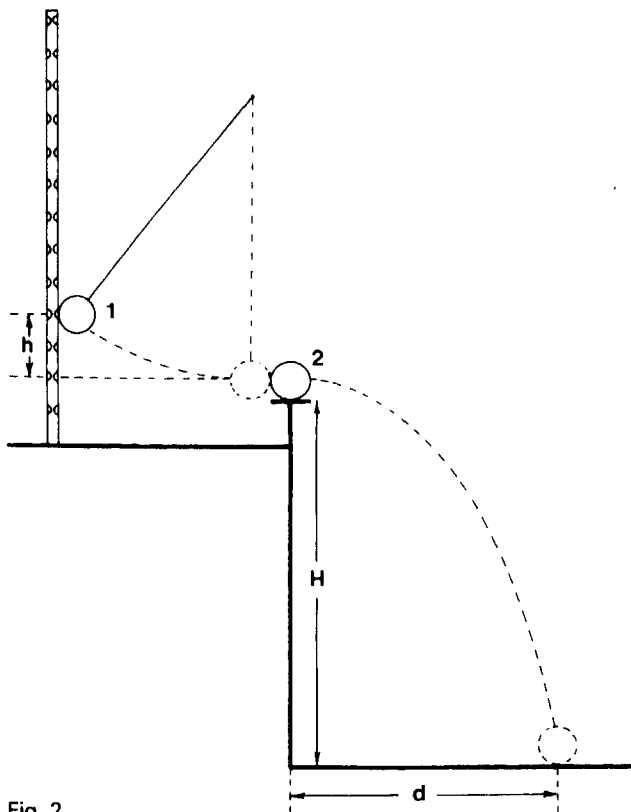


Fig. 2
«Esquema del montaje experimental.»

6. REALIZACION

El montaje experimental se muestra en la figura 3. Se comienza deslizando hacia arriba o hacia abajo la varilla horizontal que sostiene el péndulo hasta conseguir que la bola

quede, por ejemplo, a la altura del 6.º orificio de la varilla de la palanca (figura 4). A partir de este orificio se medirán las alturas desde las que se dejará caer la bola 1.

A continuación se coloca la otra bola sobre el aislador (del equipo de Electricidad Enosa) al que previamente se le ha quitado el tornillo y la arandela.

Se modifica la altura y posición del aislador de modo que ambas bolas se vean perfectamente enfrentadas. Un buen procedimiento para conseguirlo consiste en hacer oscilar el péndulo y a continuación subir lentamente el aislador (sin la

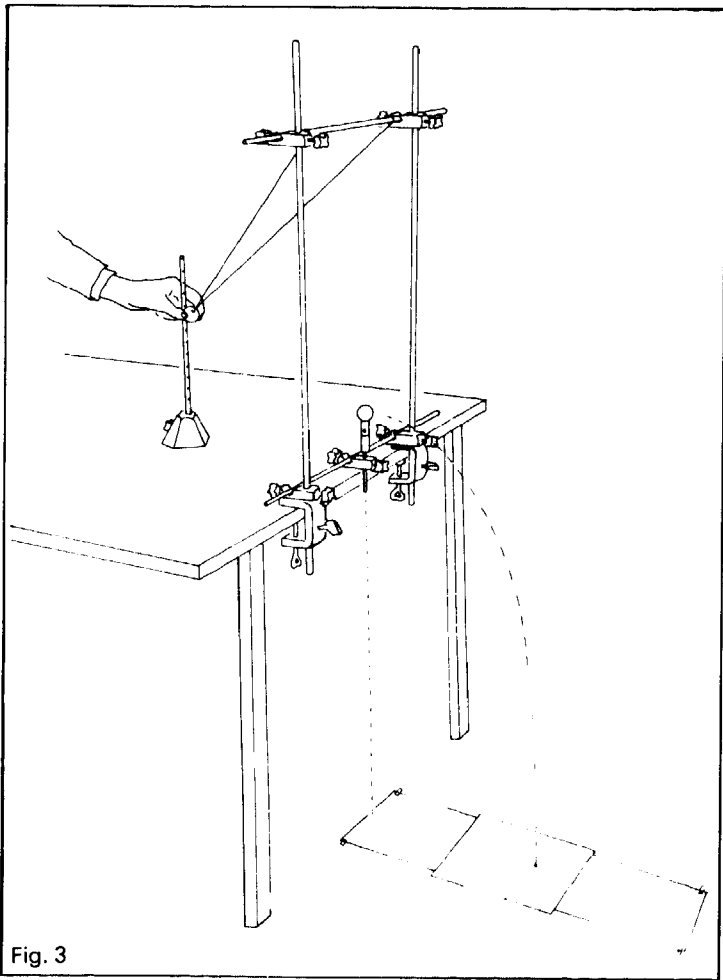


Fig. 3

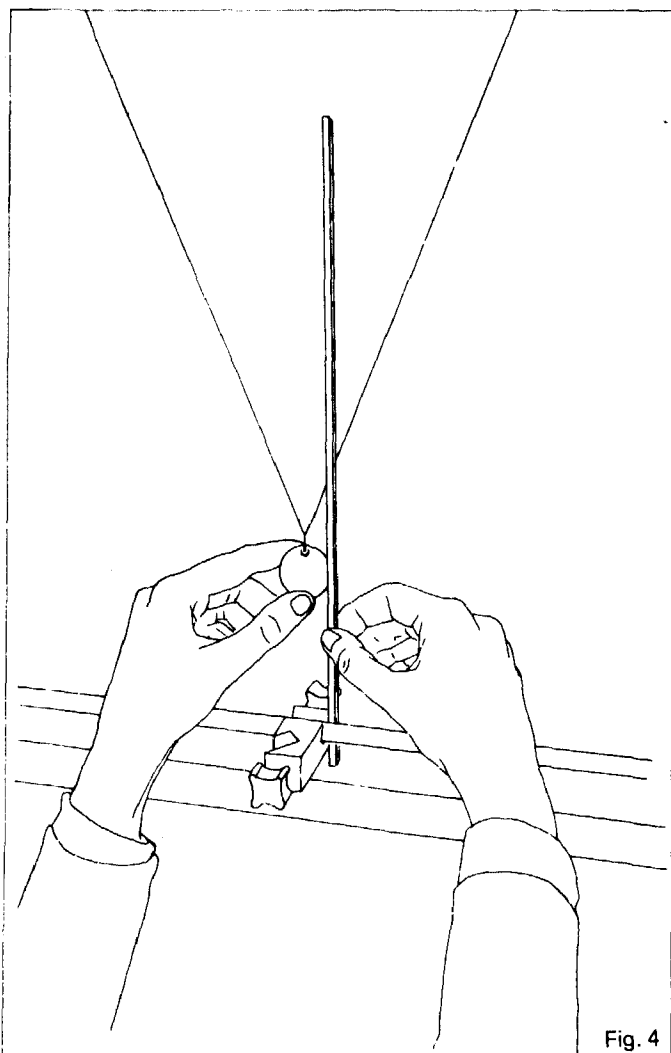
«Montaje experimental para el estudio del choque inelástico.»

bola) hasta que la bola del péndulo pase rasante sobre él, pero sin llegar a tocarlo.

Para detectar los puntos de impacto de la otra bola al caer al suelo se colocan sobre éste unas hojas de papel sujetas con cinta adhesiva, situando encima papel carbón. No es necesario sujetar este último. Para amortiguar el golpe de la bola con el suelo se deben colocar varias hojas de periódico encima del papel carbón.

Se separa la bola 1 de su posición de equilibrio y se adapta al 7.º orificio de la palanca, desplazando ésta hacia atrás hasta que el hilo quede tenso (figura 3). En esta posición la altura h de la bola es precisamente la distancia que hay entre dos orificios de la palanca, es decir 2 cm. A continuación se suelta la bola, la cual golpea a la que está en reposo y ésta cae al suelo. La operación se repite varias veces, obteniéndose una nube de impactos sobre el papel.

El proceso anterior se repite colocando la bola 1, sucesi-



«Ajuste de la altura de la bola del péndulo. Se realiza antes de colocar la otra bola.»

vamente, en el 8.º, 9.º, 10.º, etcétera, orificios de la palanca. De este modo, las correspondientes alturas desde donde cae dicha bola son 2 cm, 4 cm, 6 cm, etcétera, respectivamente.

7. RESULTADOS EXPERIMENTALES

En las tablas I a la IV aparecen los resultados experimentales obtenidos en los respectivos choques mutuos de las dos bolas de latón y de aluminio del equipo de Mecánica de Enosa.

Analizando la ecuación (5) se concluye que la representación gráfica de v_{2f} en función de v_{1i} debe ser una línea recta que pasa por el origen de coordenadas y cuya pendiente es:

$$K = \frac{(\epsilon + 1) m_1}{m_1 + m_2} \quad (10)$$

En la figura 5 se encuentra dicha representación gráfica, pudiéndose observar que los resultados experimentales concuerdan satisfactoriamente con los esperados por la teoría.

8. COEFICIENTE DE RESTITUCION

El coeficiente de restitución se obtiene fácilmente sustituyendo los pares de valores v_{1i} y v_{2f} en la ecuación (6) y hallando a continuación la media aritmética de los valores obtenidos.

Sin embargo, el mejor procedimiento para determinar ϵ consiste en calcularlo a partir de la pendiente de la gráfica (figura 5). Para ello, se despeja ϵ en la ecuación (10), obteniéndose:

$$\epsilon = \frac{m_1 + m_2}{m_1} K - 1 \quad (11)$$

El valor de la pendiente K se determina por el método de los mínimos cuadrados aplicado a una recta que pase por el origen de coordenadas: Si la ecuación de dicha recta es $y = Kx$, el mejor valor de K es aquel que hace mínima la expresión

$$\delta = \sum (Kx_i - y_i)^2$$

Igualando a cero la derivada de δ respecto de K se obtiene

$$K = \frac{\sum x_i \cdot y_i}{\sum x_i^2} \quad (12)$$

donde x_i corresponde a los diferentes valores de v_{1i} , y y_i a los valores de v_{2f} .

Así, pues, la pendiente de la recta K se obtiene mediante la expresión (12), y a continuación se determina ϵ a partir de la ecuación (11).

En la tabla V aparecen los valores de ϵ obtenidos aplicando este método a los datos experimentales contenidos en las tablas anteriores.

Choque entre bolas	ϵ
Latón - latón	0,597
Latón - aluminio	0,705
Aluminio - latón	0,702
Aluminio - aluminio	0,772

TABLA V: Coeficientes de restitución

Los resultados obtenidos demuestran que el coeficiente de restitución depende de la naturaleza de los cuerpos que chocan. Es mayor en el choque de las dos bolas de aluminio y menor en el de dos bolas de latón. El coeficiente de restitución en el choque latón - aluminio es sensiblemente igual al del choque aluminio - latón, dentro del margen del error experimental.

9. COMPROBACION DE LA CONSERVACION DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

Sabemos que aunque la energía mecánica no se conserva en los choques inelásticos, sin embargo, la cantidad de movimiento de un sistema de partículas aislado se conserva en todo tipo de choques.

Si la bola 2 está en reposo ($v_{2i} = 0$), la cantidad de movimiento del sistema antes del choque es

$$\vec{p}_i = m_1 \vec{v}_{1i}$$

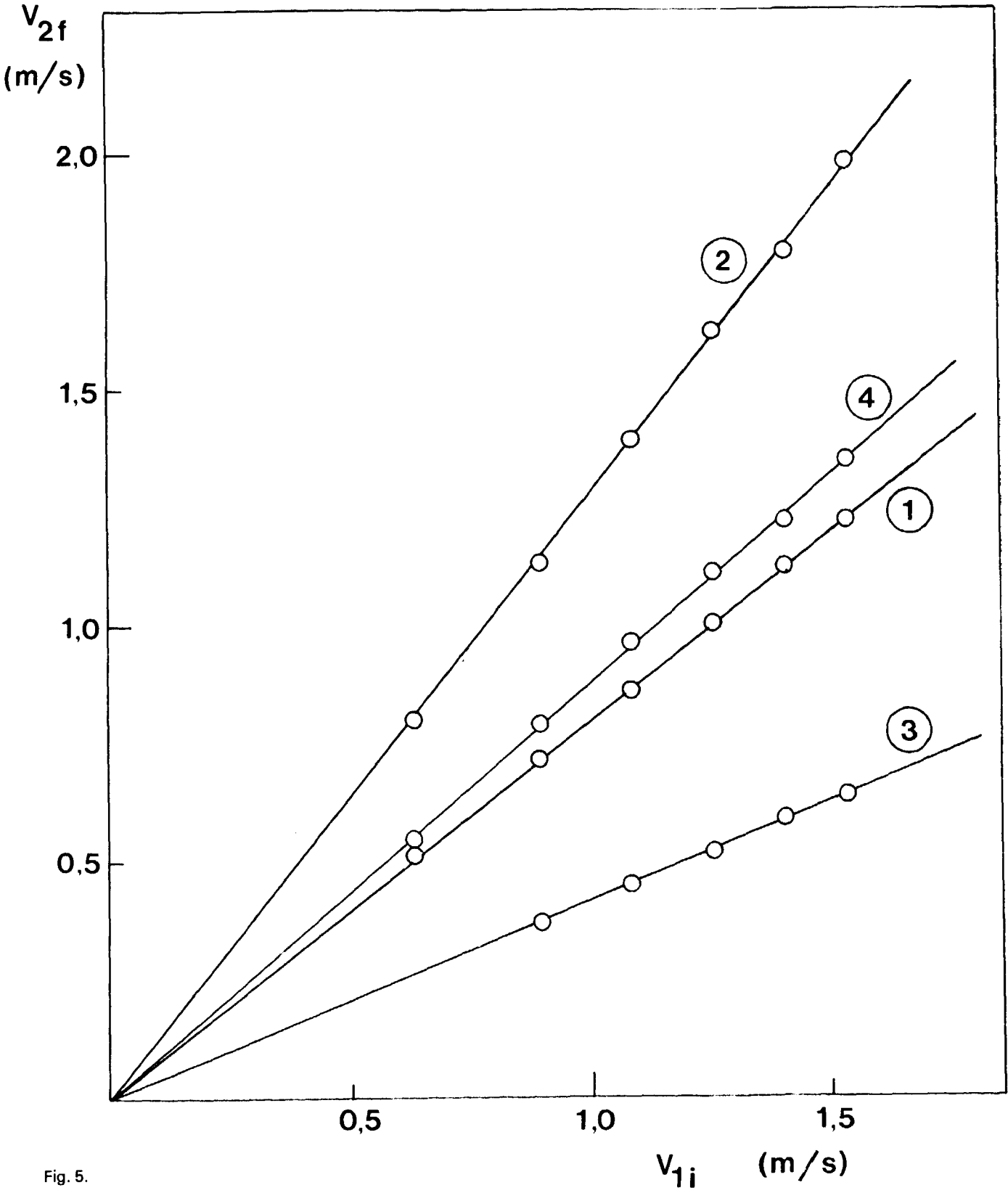


Fig. 5. Representación gráfica de V_{2f} en función de V_{1i} . El coeficiente de restitución del choque inelástico se determina a partir de la pendiente de las respectivas gráficas. 1: choque latón-latón, 2: choque latón-aluminio, 3: choque aluminio-latón, 4: choque aluminio-aluminio.

y después del choque

$$\vec{p}_f = m_1 \vec{v}_{1f} + m_2 \vec{v}_{2f}$$

La determinación de p_i es inmediata, pero para determinar p_f es preciso calcular previamente v_{1f} a partir de la expresión (7), en donde se sustituye el valor del coeficiente de restitución, ϵ , encontrado experimentalmente.

De esta manera se pueden construir las tablas VI a la IX, donde se pueden comparar fácilmente las cantidades de movimiento del sistema antes y después de cada choque. Analizando dichas tablas se observa que las cantidades de movimiento p_i y p_f son sensiblemente iguales: En los choques inelásticos se conserva la cantidad de movimiento.

10. EPILOGO

El montaje de este experimento no tiene excesiva complejidad y su realización es muy recomendable para los alumnos de COU como una aplicación inmediata de los conocimientos teóricos adquiridos.

Los alumnos de 3.º de Bachillerato pueden beneficiarse del montaje realizado por sus compañeros para estudiar el movimiento parabólico de caída de un proyectil.

h (m)	d (m)	v_{1i} (m/s)	v_{2f} (m/s)
0,02	0,212	0,63	0,51
0,04	0,295	0,89	0,71
0,06	0,355	1,08	0,86
0,08	0,415	1,25	1,00
0,10	0,463	1,40	1,12
0,12	0,508	1,53	1,22

TABLA I: Choque de dos bolas de latón ($m_1 = 68,2$ g; $m_2 = 68,1$ g; $H = 84,2$ cm)

h (m)	d (m)	v_{1i} (m/s)	v_{2f} (m/s)
0,02	0,330	0,63	0,80
0,04	0,467	0,89	1,13
0,06	0,575	1,08	1,39
0,08	0,670	1,25	1,62
0,10	0,740	1,40	1,79
0,12	0,820	1,53	1,98

TABLA II: Choque de una bola de latón con otra de aluminio ($m_1 = 68,2$ g; $m_2 = 22,2$ g; $H = 84,2$ cm)

h (m)	d (m)	v_{1i} (m/s)	v_{2f} (m/s)
0,02	—	—	—
0,04	0,157	0,89	0,37
0,06	0,190	1,08	0,45
0,08	0,220	1,25	0,52
0,10	0,247	1,40	0,59
0,12	0,270	1,53	0,64

TABLA III: Choque de una bola de aluminio con otra de latón ($m_1 = 22,2$ g; $m_2 = 68,2$ g; $H = 86,4$ cm)

h (m)	d (m)	v_{1i} (m/s)	v_{2f} (m/s)
0,02	0,230	0,63	0,55
0,04	0,330	0,89	0,79
0,06	0,405	1,08	0,96
0,08	0,466	1,25	1,11
0,10	0,513	1,40	1,22
0,12	0,568	1,53	1,35

TABLA IV: Choque de dos bolas de aluminio. ($m_1 = 22,2$ g; $m_2 = 22,4$ g; $H = 86,4$ cm)

v_{1i} (m/s)	v_{1f} (m/s)	v_{2f} (m/s)	p_i (kg.m/s.10 ⁻³)	p_f (kg.m/s.10 ⁻³)	error (%)
0,63	0,13	0,51	43,0	43,6	1,39
0,89	0,18	0,71	60,7	60,6	0,16
1,08	0,22	0,86	73,7	73,6	0,14
1,25	0,25	1,00	85,3	85,2	0,12
1,40	0,28	1,12	95,5	95,4	0,10
1,53	0,31	1,22	104,3	104,2	0,10

TABLA VI: Conservación de la cantidad de movimiento en el choque de las dos bolas de latón.

v_{1i} (m/s)	v_{1f} (m/s)	v_{2f} (m/s)	p_i (kg.m/s.10 ⁻³)	p_f (kg.m/s.10 ⁻³)	error (%)
0,63	0,37	0,80	43,0	43,0	0,00
0,89	0,52	1,13	60,7	60,5	0,33
1,08	0,63	1,39	73,7	73,8	0,14
1,25	0,73	1,62	85,3	85,7	0,47
1,40	0,81	1,79	95,5	95,0	0,52
1,53	0,89	1,98	104,3	104,7	0,38

TABLA VII: Conservación de la cantidad de movimiento en el choque de la bola de latón con la bola de aluminio.

v_{1i} (m/s)	v_{1f} (m/s)	v_{2f} (m/s)	p_i (kg.m/s.10 ⁻³)	p_f (kg.m/s.10 ⁻³)	error (%)
0,63	-0,18	—	14,0	—	—
0,89	-0,25	0,37	19,8	19,7	0,50
1,08	-0,31	0,45	24,0	23,8	0,83
1,25	-0,36	0,52	27,8	27,5	1,08
1,40	-0,40	0,59	31,1	31,4	0,96
1,53	-0,43	0,64	34,0	34,1	0,29

TABLA VIII: Conservación de la cantidad de movimiento en el choque de la bola de aluminio con la bola de latón.

v_{1i} (m/s)	v_{1f} (m/s)	v_{2f} (m/s)	p_i (kg.m/s.10 ⁻³)	p_f (kg.m/s.10 ⁻³)	error (%)
0,63	0,07	0,55	14,0	13,9	0,71
0,89	0,10	0,79	19,8	19,9	0,50
1,08	0,12	0,96	24,0	24,2	0,83
1,25	0,14	1,11	27,8	28,0	0,72
1,40	0,16	1,22	31,1	30,9	0,64
1,53	0,17	1,35	34,0	34,0	0,00

TABLA IX: Conservación de la cantidad de movimiento en el choque de las dos bolas de aluminio.