

La hora de la matemática recreativa en el Bachillerato actual

Por Antonio Luis RODRIGUEZ LOPEZ-CAÑIZARES (*)

EL DESECANTO

Vivimos ciertamente en una época de desencanto. Profesores y alumnos padecen este mal por doquier y unos a otros se contagian inexplicablemente. Por otro lado, y entre otras cosas, la falta de estímulos prácticos en los planos docente y discente (ausencia de cursos suficientes de perfeccionamiento del profesorado, desaparición de las «reválidas» ...) crean el clima propicio para esa atonía que se observa, empobrecedora del entusiasmo, que poco a poco va minando las cualidades imprescindibles para entregarse sin reservas al ejercicio intelectual más apasionante, gratificante y noble de todos los que el hombre conoce: enseñar y aprender. («Enseñar y aprender es todo uno» decía acertadamente Fray Luis de León).

En este entorno agresivo a la transmisión de conocimientos. (Lleno de ruidos —como dirían los especialistas en comunicación— con un emisor y un receptor en muchos casos condenados, a pesar suyo, a permanecer en sus respectivos «roles» y para colmo utilizando un código que se emplea frecuentemente sin la existencia de un decodificador) no parece ocioso el que pretendamos hacer una modesta apología de las matemáticas recreativas. Pues haciendo la matemática (-s) recreativa (-s) (*) (i. e. volviendo a crearlas: aprendiéndolas y enseñándolas), se experimentará un gozo espiritual un «recreo» que ayudará muy positivamente a romper el círculo de tedio que existe en algunas aulas que como en tantos otros ambientes que actúan por «obligado cumplimiento» no han sabido encontrar un recurso mágico que les saque de ese estado de postergamiento y les evite llegar a otros niveles más violentos y peligrosos que marcan las distintas fases pasivas de una convivencia viciada.

Los textos de matemáticas recreativas (o las inclusiones de asuntos o tratamientos propios de la matemática recreativa en los cursos ordinarios) son tónicos excelentes que entendemos ayudan al alumnado a «seguir adelante» en el sentido que más adelante explicaremos.

¿QUE ES LA MATEMATICA RECREATIVA?

Según el diccionario matemático de F. Vera publicado por Kapelusz es una «colección de problemas generalmente enunciados en forma de acertijos casi todos los cuales se resuelven por medio del análisis indeterminado», aserto que no tiene des-

perdicio y que sacamos a colación como excusa al no haber podido llegar a una definición absolutamente precisa y satisfactoria como más adelante el lector comprobará.

El adjetivo «recreativa» colocado detrás del nombre matemática puede parecer a algunos innecesario por redundante y a otros inadecuado por considerar contradictorio con el nombre al que acompaña. Entre estas dos posturas extremas como siempre está lo razonable pero ¿dejaremos a cada sujeto que juzgue qué presentación y qué medios utilizados son los adecuados para calificar de recreativos a un cierto contenido matemático? ¿Son más recreativos los «Elements de Mathematique» de Bourbaki (una vez suprimidas las curvas peligrosas) que la canción el «teorema de Thales» del grupo argentino LES LUTHIERS? (Formado por desertores de la ciencia y buenos músicos.) Ciertamente hay que reconocer de entrada que con las Matemáticas recreativas sucede algo parecido a lo que pasa con las Matemáticas elementales. Pues los calificativos dan pie a la subjetividad y así por citar un ejemplo habría dos respuestas posibles a la pregunta de si las categorías y funtores pertenecen o no a la Matemática elemental (los que digan que sí —como Hilton— pensarán que al ser una herramienta básica en la Matemática de hoy es un instrumento para ser utilizado en un aprendizaje temprano de las matemáticas y por consiguiente calificables muy justamente de elementales, los que digan que no pensarán en el alto grado de abstracción y de sintetización que la teoría citada conlleva y confesarán como G. Papy estar menos familiarizados con la teoría de las categorías que sus propios discípulos (coloquio internacional sobre modernización de la enseñanza matemática en los países europeos patrocinado por la U.N.E.S.C.O. y celebrado en Bucarest en 1968).

Parece razonable admitir que entre dos interlocutores es difícil ponerse de acuerdo sobre lo recreativo ¡no digamos ya en el conjunto de todos los usuarios de la matemática! Sin embargo, existen ciertas características que los libros de matemática recreativa tienen y son a saber:

- 1) La falta de conexión de unos temas con otros; que facilita una lectura «a trozos».

(*) Catedrático de Matemáticas e inspector de Enseñanza Media.

(*) En lo sucesivo utilizaremos indistintamente los términos Matemática y Matemáticas como si fueran sinónimos.

- 2) Resultados chocantes con la intuición ordinaria del lector al que van dirigidos.
- 3) El rigor suavizado en el tratamiento del contenido. En muchas ocasiones con detrimento de la brevedad normal al no utilizar, por ejemplo los símbolos usuales.
- 4) Suposición de escasa base matemática en el lector lo que asegura una amplia divulgación del libro.
- 5) Posibilidad de que al lector le baste una lectura sin papel y lápiz para enterarse del contenido. (Se pide con frecuencia otro material: lápices de colores, tijeras, láminas de caucho o hasta un pastel).
- 6) Títulos muy llamativos (Bailemos con las matemáticas).
- 7) Aparición notable de referencias históricas.

Un texto con al menos cuatro de las características anteriores se le puede llamar en nuestra opinión recreativo.

Un curso ordinario es una excursión —como decía Rey Pastor en un memorable prólogo— y tal excursión está condicionada en muchos casos de antemano por la «guía de campo» que es el texto (real o inexistente). Es conveniente que el profesor de matemáticas de al menos 1.º y 2.º de Bachillerato tenga «in mentis» un texto en el que parte de cada tema o todo él pueda ser considerado sin reservas como recreativo.

EL PROBLEMA DEL RECHAZO A LAS MATEMATICAS

La matemática es —como se sabe— la disciplina más sencilla de cuantas cultiva el hombre. La razón hay que encontrarla en la matemática misma y en su historia. «La naturaleza está escrita en lenguaje matemático» (**), pero la matemática hace una simplificación de la realidad que facilita su estudio y la convierte en una herramienta útil y en una disciplina sencilla; de otra parte, el ser una ciencia muy antigua hace que esté muy elaborada que es un nuevo factor de simplificación. Con estos antecedentes ¿cómo explicar que los fracasos escolares incidan especialmente en las Matemáticas? ¿Por qué aparece el rechazo de los alumnos hacia la matemática? La razón quizá no es única y no es nuestro objetivo entrar de lleno en el tema sino en lo que afecta a las Matemáticas recreativas (que posiblemente no resuelvan completamente el problema).

Los alumnos se apartan de las Matemáticas por muchas razones pero se acercan esencialmente por:

- 1) Espíritu de competición (el joven húngaro BOLYAI y el matemático inglés HARDY han sado en sus memorias su satisfacción de «Aplastar» a los demás resolviendo problemas que para otros eran inalcanzables). Se trata como se ve de satisfacer el ego.
- 2) Por insaciable y precoz curiosidad científica (Bertrand Russell decía en sus memorias que en su penosa infancia había abandonado la idea del suicidio por satisfacer su curiosidad matemática ¿justamente al contrario que nuestros escolares?).
- 3) Por experimentar un goce estético. La metodología matemática es atrayente y comprende las estructuras matemáticas proporcionan a sus estudiosos cultivadores satisfacciones es-

pirituales parecidas a las que el público cultivado siente ante una obra pictórica o musical. (Hay que reconocer al paso que entre los matemáticos profesionales hay muchos «dilettantes».)

- 4) Por ser reconocida universalmente como ciencia útil. (Aprender matemáticas viene a ser como aprender inglés. Tarde o temprano se utilizan los contenidos asimilados.)
- 5) Por su carácter formativo (del carácter, de la conducta, del rigor científico, ...) y el prestigio consiguiente de quien la estudia.

Pero estos motivos no son en general aplicables a los alumnos de 1.º y 2.º de Bachillerato que forzosamente tienen que cursar la asignatura de Matemáticas sin otra alternativa. El profesor de matemáticas no puede, pues, olvidar que esos alumnos deben ser estimulados constantemente con presentaciones sugestivas y para ello es conveniente seguir la recomendación octava de las conclusiones del Seminario Permanente de Inspectores de Matemáticas que invitó al profesorado del país a «la lectura de libros de popularización matemática que le ayuden a realizar una motivación más adecuada de los temas que han de presentar a sus alumnos». (Esos libros son según la definición adoptada libros de matemática recreativa.)

LA DESAXIOMATIZACION DE LA MATEMATICA

Hablábamos ya de las dificultades que muchos alumnos encuentran en su aprendizaje matemático. Tales dificultades se verán multiplicadas si los profesores se empeñan en los niveles obligatorios de enseñanza de la matemática en explicarla con uso y abuso del método axiomático. El método axiomático ha sido —como se sabe— especialmente empleado desde principios de siglo (Hilbert y Peano) y en un estadio ingenuo la humanidad lo viene utilizando desde Euclides.

«Un razonamiento intuitivo no puede en absoluto ser considerado sin valor. El profesor procurará en primer término que el alumno maneje los conceptos con preferencia a que sepa expresarlos con un lenguaje matemático preciso» —decía la recomendación número 10 de la citada reunión de inspectores—.

Ciertamente al profesor le resulta muy cómodo la utilización del método axiomático (en otras palabras la aplicación del rigor con toda crudeza). Pero dicho método en el nivel de 1.º y 2.º hay que utilizarlo con sumo cuidado pues en muchos casos es el que provoca el mayor número de deserciones. Frechet que no es nada sospechoso de no saber utilizar la metodología por excelencia de la matemática dijo en una conferencia en Berna (1.9.): «Mi propósito es tratar de demostrar que si este método (el axiomático) ha adquirido legítimamente en la ciencia un lugar cada vez más importante, sería de interés edificar igualmente una construcción científica basada en principios diferentes y aún opuestos... Dicho de otro modo se procedería a la desaxiomatización de la ciencia.»

Si esto es oportuno como posibilidad alternativa

(**) E. SABATO corrige sagazmente la frase de Galileo en el sentido de considerar escrito en lenguaje matemático «la naturaleza simplificada» lo cual es una perogrullada parecida a asegurar que un esqueleto tiene estructura osea.

para la ciencia ¿por qué no en la metodología a emplear en 1.º y 2.º de Bachillerato?

Es importante pues en estos niveles (y posiblemente en niveles más altos) cultivar la intuición, el razonamiento verosímil (G. Polya) y la definición provisional (al modo en que la utiliza SPIVAECK en su libro «Calculus») y quizás como método de apoyo o segunda vía paralela el método axiomático. No recomendable —insistimos— como camino único. Ese camino único posible como decía Euclides a Ptolomeo —al decir de GINO LORIA— que existe para aprender Geometría. Respuesta lacónica a la pregunta del soberano sobre la existencia de un camino más sencillo en su aprendizaje. Sin duda alguna Ptolomeo desertaría de sus buenas intenciones tras las correspondientes apariciones de los fenómenos de rechazo y por la inexistencia en la época de textos recreativos. Situación completamente superada hoy en día como lo muestra la siguiente lista de textos «recreativos» que no pretende como es habitual ser completa y que recomendamos estén al alcance de los alumnos de 1.º y 2.º quienes los manejarán (practicando ocasionalmente de paso las lenguas extranjeras del bachillerato español) tras la oportuna recomendación del profesor de turno.

LIBROS RECREATIVOS

1. ANDERSON, R. W.: «Dansons avec les mathématiques». DUNOD. Paris, 1960.
2. BERGAMINI: «Matemáticas». TIME. LIFE.
3. BONSDORFF-FABEL-RIIHIMAA: «Ajedrez y Matemáticas» Martínez Roca. Barcelona, 1978.
4. BOLL, M.: «Les certitudes du hasard». PRESSES UNIVERSITAIRES DE FRANCE. Paris, 1971.
5. BOREL, E.: «Probabilité et certitude». PRESSES UNIVERSITAIRES DE FRANCE. Paris, 1969.
6. BOREL, E.: «Las probabilidades y la vida». OIKOS-TAU. Barcelona, 1971.
7. BOURSIN, J. L.: «Las estructuras del azar». Martínez Roca. Barcelona, 1968.
8. BRONOWSKI, J.: «The common sense of science». Pelican. Londres, 1968.
9. CAMPEDELLI, L.: «Fantasía y lógica en la matemática». LABOR. Barcelona, 1970.
10. CARNAP y otros: «Matemáticas en las ciencias del comportamiento». Alianza Universitaria. Madrid, 1974.
11. CARROL, L.: «Matemática Demente». TUSQUETS. Barcelona, 1975.
12. COPI, I. M.: «Introducción a la Lógica». EUDEBA. Buenos Aires, 1974.
13. COXETER, H. S. M.: «Fundamentos de Geometría». LIMUSA WILEY. México, 1971.
14. FRECHET, M.: «Las Matemáticas y lo concreto». Universidad Nacional Autónoma de México. México, 1958 (Traducc. del original editado en PARIS por PRESSE UNIVERSITAIRES DE FRANCE).
15. FREUDENTHAL, Hans. «Las matemáticas en la vida cotidiana». GUADARRAMA. Madrid, 1967.
16. FUCHS, W. R.: «Los padres descubren la nueva lógica». OMEGA. Barcelona.
17. GARDNER, Martín: «Nuevos pasatiempos matemáticos». Alianza Editorial. Madrid, 1972.
18. GERARD DES LAURIERS: «La mathématique, les mathématiques, la mathématique moderne». DOIN. Paris, 1972.
19. GUZMAN, M.: «Mirar y ver». ALHAMBRA. Madrid, 1976.
20. HARDY, G. H.: «A mathematician's apology». Cambridge Un. Press. Londres, 1976.
21. HILTON, P. J.: «El lenguaje de categorías». TECNOS. Madrid, 1975.
22. HUFF, D.: «How to lie with statistics». Penguin Books. Londres, 1973.
23. JURGIN, YA. «Bueno, ¿y qué?». MIR. Moscú, 1973.
24. KAC-ULAM: «Mathematics and Logic». Penguin Books. Londres, 1968.
25. KLINE, M. y otros: «Matemáticas en el mundo moderno». BLUME. Madrid, 1974.
26. KONDRATOV, A.: «Nombre et Pensée». MIR. Moscú, 1967.
27. KORDIEMSKY, B.: «Sur le sentier des mathématiques» (2 volúmenes). DUNOD. Paris, 1963.
28. KUNTZMANN, J.: «Où vont les mathématiques?». HERMANN. Paris, 1967.
29. LE LIONNAIS, F. y otros: «Las grandes corrientes del pensamiento matemático». EUDEBA. Buenos Aires, 1962.
30. MARKUSHEVICH: «Curvas maravillosas. Números completos y representaciones conforme. Funciones maravillosas». MIR. Moscú, 1977.
31. MORONEY, M. J.: «Hechos y estadísticas». EUDEBA. Buenos Aires, 1970.
32. NAVARRO, J.: «La nueva Matemática». Biblioteca Salvat G.T. Barcelona, 1973.
33. NEWMAN, J. R. y otros: «El mundo de las matemáticas» (6 volúmenes). GRIJALBO. Barcelona, 1968.
34. NORTHROP, Eugene: «Paradojas matemáticas». U.T.E.H.A. México, 1960.
35. PEKELIS, V.: «Mezcla cibernética». MIR. Moscú, 1973.
36. PERALMAN, Y.: «El divertido juego de las matemáticas». Círculo de Lectores. Martínez Roca.
37. PETROVICH, N.: «Hablemos sobre informática». MIR. Moscú, 1976.
38. POLYA, G.: «Matemáticas y razonamiento plausible». TECNOS. Madrid, 1966.
39. RADEMACHER-TOEPLITZ: «Números y figuras». Alianza. Madrid, 1970.
40. REICHMANN, W. J.: «Use and abuse of statistics». Penguin Books. Londres, 1971 (existe traducción española).
41. REVUZ, A.: «Mathématique moderne. Mathématique vivante». OCDL. Paris, 1970.
42. RODRIGUEZ ANNONI, Rafael: «Al margen de la clase». Librería General. Zaragoza.
43. SANTALO, Luis A.: «La educación Matemática, hoy». TEIDE. Barcelona, 1975.
44. SINGH, J.: «Teoría de la información, del lenguaje y de la cibernética». Alianza Universitaria. Madrid, 1976.
45. SINGH, J.: «Mathematical ideas». HUTCHINSON. Londres, 1972.
46. SMILGA, V.: «In the search for beauty». MIR. Moscú, 1970.
47. SOLOMON, C.: «Les mathématiques». LAROUSSE. Paris, 1970.
48. STEWART, Ian: «Concepts of modern mathematics». Penguin Book (existe traducción española editado por Alianza Universidad).
49. SWOBODA, H.: «El libro de la Estadística Moderna». OMEGA. Barcelona, 1975.
50. THIO DE POL, S.: «Primos o algunos dislates sobre números». ALHAMBRA. Madrid, 1976.
51. VILENKIN, N. YA.: «Stories about sets». Academic Press. Nueva York, 1970.
52. WARUSFEL, A.: «Los números y sus misterios». Martínez Roca. Barcelona, 1968.
53. WARUSFEL, A.: «Las matemáticas modernas». Martínez Roca. Barcelona, 1971.
54. ZEISEL, Hans.: «Dígalo con números». Fondo de Cultura Económica. México, 1962.
55. VARIOS: Lecciones populares de matemáticas. Editorial MIR. Moscú.