A Albert Einstein: In memoriam

Por José BARRIO GUTIERREZ (*)

Brevemente vamos a intentar justificar el contenido de este trabajo y el estilo con que va a ser desarrollado.

1. Se va a tratar la concepción que Einstein desarrolló acerca del espacio, noción de tanta trascendencia en el campo filosófico como en el científico

El haber escogido, entre los innumerables pensadores que se han ocupado de este tema, a Alberto Einstein se debe a dos razones muy patentes para el autor de este trabajo. La primera, que Einstein ha sido (y esta razón no creemos que sea una mera opinión nuestra, sino una proposición perfectamente verificable) uno de los tres más grandes físicos producidos por la humanidad (los otros dos serían Arquímedes y Newton). La segunza razón, que también nos parece bastante objetiva y verificable, es la de que en este año, 1979, se cumple el primer centenario del nacimiento del genial físico judío-alemán (efectivamente, Einstein nació en el seno de una familia judía en la ciudad de Ulm, el 14 de marzo de 1879).

La verificación de la primera razón se podría realizar a través de las afirmaciones de los más ilustres científicos del siglo XX, pero nos limitaremos a transcribir la formulada por lord Haldane:

«He aquí al Newton del siglo XX, al hombre que provocó en la historia del pensamiento humano una revolución más profunda que Copérnico, Galileo y hasta el propio Newton.»

La verificación de la segunda razón nos parece innecesaria.

Dentro de la riquísima temática tratada por el gran físico alemán hemos elegido el tema del espacio por considerar que, junto con el del tiempo, es uno de los que constituyeron la médula de la física einsteniana, y también por creer que las profundas modificaciones introducidas por la teoría de la relatividad en la concepción espacial tuvieron unas repercusiones filosóficas cuya trascendencia es posible que todavía no haya sido completamente dilucidada.

2. Justificación del estilo con que se va a escribir este trabajo

En nuestra opinión, cuando alguien escribe un trabajo lo puede realizar con alguna de estas dos finalidades: «*ad maiorem auctoris gloriam*» o «*ad maiorem lectoris utilitatem*» (creemos que esta disyunción es exclusiva, no inclusiva).

Si nos hubiese guiado la primera finalidad, el artículo hubiera sido redactado más o menos en estos términos:

«Partiendo del tensor de Ricci, R_{ik}, se derivan tensores de segundo orden, como, por ejemplo, el tensor $R_{ik} + ag_{ik}R = R^*_{ik}$, donde *a* es una constante y R el invariante de Riemann que, aunque por ser trivial y muy conocido no sería necesario indicarlo, recordaremos que es $R = g^{ik} R_{ik}$. Para que la divergencia de un tensor como el antes indicado sea idénticamente nula es necesario que $a = -\frac{1}{2}$.»

Creemos que el lector de este artículo, asombrado y sobrecogido de místico terror y sin comprender absolutamente nada del párrafo anterior (máxime cuando el autor dice que se trata de algo «trivial y muy conocido»), exclamaría: ¡qué profundidad e inteligencia la del autor!

Pero el autor de este trabajo la finalidad que se propone es la de que el pensamiento de Einstein sea algo más difundido en nuestro país, y que la lectura de este artículo reporte alguna, por pequeña que sea, utilidad al que lo lea; en consecuencia, hemos intentado redactarlo de la manera más sencilla y clara posible, sin pérdida, por supuesto, del rigor necesario, aunque conscientes del riesgo que corremos de dejar nuestra profundidad e inteligencia un tanto malparadas.

Por tanto, hemos prescindido del aparato matemático que lleva consigo la exposición de cualquier tema de la teoría de la relatividad, dejándolo reducido al mínimo indispensable, mínimo que, por otra parte, está al alcance de un alumno de bachillerato.

3. Nunca es tarde si la justicia es buena

Quizá esta sea la principal motivación que ha impulsado al autor de este artículo a escribirlo. Si tuviéramos que escribir una biografía de Alberto Einstein, la titularíamos de la siguiente manera: *Alberto Einstein: anatomía de una tragedia*. En efecto, la vida del físico alemán fue realmente trágica, tragedia a la que contribuyeron muchos factores y uno de ellos, y no el menos importante, la ridícula oposición que encontró la teoría de la relatividad por ser su autor judío. Las pruebas de esta afirmación

(*) Catedrático de Filosofía del I.N.B. «Ramiro de Maeztu» de Madrid.

serían innumerables, pero quizá la más ¿absurda, patética, oportunista? (elija el lector de estos tres adjetivos el que prefiera) es la que se deriva de la carta del doctor Lenard (profesor de Física en Breslau, Aquisgrán y Heidelberg, y premio Nobel de Física en 1905 por sus investigaciones sobre los rayos catódicos) escrita a Alfred Rosenberg (ministro del III Reich alemán), carta que transcribimos a continuación:

«Prof. Dr. Lenard

Heidelberg
Neuenbeimer Landstr. 2
20 Nov. 1936

Sr. Ministro:

Está ya listo el tercer volumen de la «Física Alemana» y tengo el honor de enviárselo —desde Munich— en testimonio de respetuosa consideración y estima. Es posible que le interesen a usted, particularmente, la introducción a la física del éter o la consideración general de la teoría de la electricidad. Las partes ideológicamente importantes se hallan repartidas a lo largo de los cuatro volúmenes. Se había venido demostrando necesaria una síntesis de todos los conocimientos de la Naturaleza que se pudieran considerar sólidos; la «Física Judía» es aún más voluminosa.

Es de notar que, aún actualmente, después de que la regla aria se aplica a las universidades, ha seguido perdurando tanto espíritu judío entre los físicos, como si en secreto soñasen con la vuelta de los judíos. Alguno de ellos (Sommerfeld, por ejemplo) es evidentemente mestizo de judío. Otros parecen poseer un alma racial judía (como Heisenberg).

Congran acierto empleó usted la «noción racial» en su discurso de la Opera, con ocasión del congreso del Partido; habrá que tenerla en cuenta en lo sucesivo.

Aparecerá en diciembre una edición de «Grandes Investigadores de la Naturaleza», mejorada en los detalles y en lo tocante a la ilustración; desde luego la recibirá usted.

Heil Hitler!

Su fiel

P. Lenard»

Sin comentarios.

Con nuestro modesto trabajo intentamos reparar, aunque sea en una ínfima parte, las numerosas injusticias de que fue objeto Einstein a lo largo de su vida y después de la misma, entre las que quizá haya que incluir el, a nuestro juicio (como humano falible y probablemente fallido), escaso eco que ha tenido el centenario de Einstein en nuestro país.

4. La relatividad del espacio en la teoría de la relatividad

Con el término *espacio* se designan en Filosofía y en Ciencia dos nociones relacionadas, pero, sinembargo, distintas.

De una parte la distancia existente entre dos puntos, como pudiera ser la distancia existente entre los dos extremos de la superficie de una mesa o la que hay entre el borde de una y el borde de otra mesa distinta. Este tipo de espacio es el que se puede denominar *espacio-distancia o longitud*. En este sentido decimos que la lontitud de una mesa es de un metro o que la longitud de la distancia existente entre dos mesas es de 2,25 m.

Pero también con el término espacio designamos lo que se llama *espacio universal o espacio cósmico*, que sería como un inmenso receptáculo en el que estarían situados todos y cada uno de los seres del Universo, o, como dijo Euler (genial matemático del siglo XVIII), «lo que quedaría si la omnipotencia divina aniquilase todos los cuerpos del Universo».

Pues bien, tanto uno como otro espacio son relativos, según las teorías sinstenianas, por muy absurdo que esto pueda parecer, ya que esa relatividad quiere decir, por ejemplo, lo siguiente: que una misma mesa medida por Luis tenga una longitud de un metro y que medida por Pedro tenga una longitud de 30 cm. (siendo, por supuesto, ambas medidas correctas, o sea, estando las dos bien hechas).

Para la recta comprensión del fenómeno de la relatividad de las longitudes es preciso fijar con toda claridad qué se entiende por «medida de una longitud». Si queremos medir la longitud de un segmente DC utilizaremos una regla de medida unitaria que iremos colocando sobre el segmento. El número de veces que la regla esté contenida en el segmento nos dará la medida del mismo. Ahora bien, es un requisito imprescindible de una medida correcta que los extremos del segmento medido y de la regla que mide coincidan *simultáneamente*. Supongamos que quiero determinar si el segmento MN es igual al PQ. Llevaré el segundo junto al primero y, si el extremo M coincide con el P y el extremo N con el Q, diremos que ambos segmentos son iguales. *Mas es preciso que esta coincidencia sea simultánea:* En efecto, si primeramente hiciéramos coincidir el extremo M con el P y después, corriendo el segundo, hiciéramos de nuevo coincidir el N con el Q, no podríamos afirmar que los dos segmentos eran iguales, pese a que sus extremos coincidían, *porque esta coincidencia no se había realizado simultáneamente*. Es evidente, por tanto, que en la medida de una longitud interviene la noción de simultaneidad, y dado que esta noción es relativa (también según Einstein) a los distintos sistemas de referencia en movimiento rectilíneo y uniforme, no es nada extraño que aquélla sea también relativa a los mismos.

En consecuencia: PARA UN OBSERVADOR EN REPOSO LOS OBJETOS EN MOVIMIENTO SE ACORTAN, Y PARA UN OBSERVADOR EN MOVIMIENTO SON LOS OBJETOS EN REPOSO LOS QUE EXPERIMENTAN UNA CONTRACCION. NINGUNO DE LOS OBSERVADORES PUEDE PRETENDER «TENER RAZON» SOBRE CUAL SEA «LA VERDADERA» LONGITUD DE DICHOS OBJETOS, PUESTO QUE, SEGUN EL PRINCIPIO DE RELATIVIDAD, CADA UNO DE LOS OBSERVADORES PUEDE, CON EL MISMO DERECHO, SOSTENER QUE EL ESTA EN REPOSO Y EL OTRO EN MOVIMIENTO.

El espacio se nos presenta como una serie de relaciones de distancia, ya de proximidad, ya de separación, entre dos puntos que sirven de referencia y límite a las mismas. Ahora bien, las relaciones de índole espacial se nos presentan en una triple dimensión, correspondiente a la naturaleza tridimensional del espacio. Así, en el caso de un cuerpo cualquiera, hay que considerar el espacio-distancia en la triple dirección de su longitud, latitud y altitud. Hemos visto que, según la teoría de la relatividad, el espacio-distancia depende, en su magnitud, del sistema de referencia, el cual se lo considera, es decir, no es una magnitud absoluta, sino relativa. Pero esta relativización del espacio-distancia sólo tiene realidad en la dimensión espacial que está orientada en el sentido del movimiento —a la cual se la denomina siempre, por una convención, longitud—. Las otras relaciones espaciales, latitud y altitud, permanecen invariantes para todos los sistemas de referencia.

5. La contracción de las longitudes y la velocidad de los sistemas de referencia

De la ecuación $l' = l\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ (ecuación de transformación de Lorentz) se deduce que el valor de la contracción experimentada por las longitudes depende de la velocidad «v» del sistema de referencia. Cuanto mayor sea la velocidad, tanto mayor será la contracción. En efecto, al aumentar el valor de «v», el cociente $\frac{v^2}{c^2}$ también aumenta y, en consecuencia, el valor de l' disminuye.

Esto establecido podemos considerar tres supuestos:

1.º) El sistema K' está en reposo respecto del sistema K, es decir, $v = 0$. En este caso, el cociente $\frac{v^2}{c^2}$ es nulo y, por tanto, $l' = l$. La longitud de un objeto cualquiera es igual en ambos sistemas, resultado lógico, ya que, a efectos de la medida de longitudes, los dos sistemas son idénticos.

2.º) El sistema K' se desplaza respecto del K con una velocidad determinada, pero inferior a la de la luz, es decir, $0 < v < c$.

En este supuesto, y conforme a lo que ya hemos visto, las longitudes experimentan una contracción en función del valor de v. Si éste es pequeño, la contracción es prácticamente despreciable; pero a velocidades elevadas —elevadas en el ámbito de la física einsteniana— la contracción es notable. Así, por ejemplo, para un valor de $v = \frac{\sqrt{3}}{2}c$, un cuerpo situado en el sistema K sería visto desde el K' disminuido en la mitad de su longitud en reposo (1).

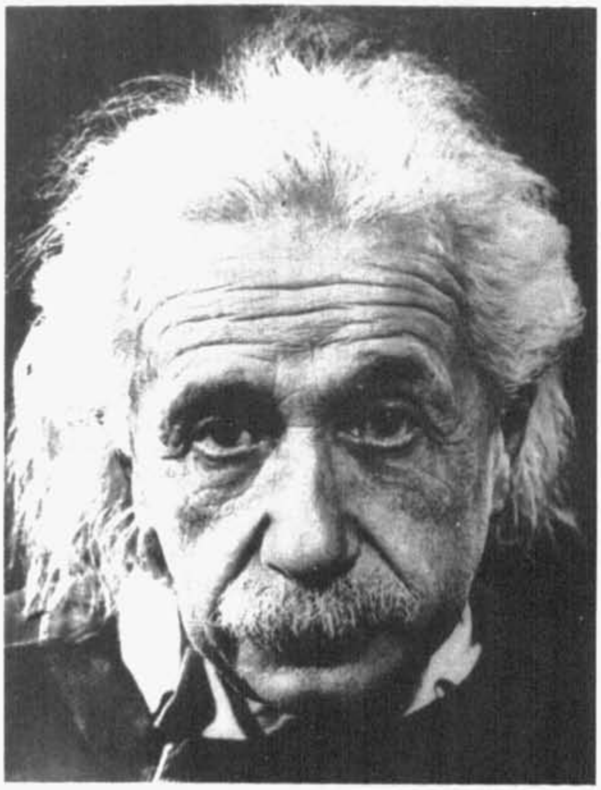
3.º) El sistema K' se mueve respecto del K con una velocidad c, es decir, con la velocidad de la luz ($v = c$). En este caso, el cociente $\frac{v^2}{c^2}$ toma el valor 1 y, por tanto, $l' = 0$. La interpretación de estos datos matemáticos es indudable: la longitud del cuerpo se anularía y, al perder una de sus tres dimensiones, se vería reducido a un plano. Pero, según Einstein, es imposible $v = c$.

4.º) Podríamos también, como pura especulación, concebir que el sistema K' se desplazara respecto del K con una velocidad superior a la de la luz, es decir, $v > c$. En este caso, al ser $\frac{v^2}{c^2} > 1$, l' tomaría un valor imaginario, resultado a todas luces ininteligible. Nada extraordinario hay en esto, porque, si ningún móvil puede, según la teoría de la relatividad, alcanzar la velocidad de la luz en el vacío, con mayor razón será imposible que la sobrepase.

En consecuencia, podemos establecer la siguiente tesis:

LA LONGITUD DE UN CUERPO ES RELATIVA A LA VELOCIDAD DE LOS DISTINTOS SISTEMAS DE REFERENCIA, CONTRAYENDOSE A MEDIDA QUE AUMENTA SU VELOCIDAD, SIN QUE EN NINGUN CASO PUEDA LLEGAR A HACERSE NULA, DADO EL CARACTER DE «LIMITE» DE LA VELOCIDAD DE LA LUZ.

Podría preguntarse por qué, si la teoría de la relatividad es una hipótesis verdadera, en la experien-



Albert Einstein

cia cotidiana nunca se han observado estos fenómenos de contracción de las longitudes.

Por elevada que sea la velocidad con que se desplaze un objeto respecto de la Tierra, nosotros, observadores terrestres, nunca hemos visto a ese objeto «contraído». ¿Cómo es posible esto? La respuesta es inmediata: las velocidades observables son sumamente pequeñas en el ámbito de la teoría de la relatividad. El efecto de la contracción de las longitudes se producirá realmente, pero no podemos apreciarlo, no ya con nuestros ojos, sino incluso con los aparatos de mayor precisión que actualmente posee la Ciencia y la Técnica.

6. Ficción y relatividad

Hemos visto que la imposibilidad de comprobar de un modo directo las tesis relativistas y, en especial, la contracción de la longitud, se debe al alto valor de la velocidad de la luz. Para dar idea de los «efectos» que se producirían si la mecánica relativista fuese comprobable «de visu», vamos a trans-

(1) Esto se comprueba fácilmente teniendo en cuenta la ecuación de transformación de Lorentz antes citada.

cribir unos párrafos debidos a uno de los físicos más eminentes del pensamiento contemporáneo, G. Gamow, que ha concebido una serie de interesantes aventuras imaginarias en un mundo en el que la velocidad de la luz fuera de solamente 15 Km./h. (las notas al relato son nuestras):

«Aquella mañana el vestíbulo del Banco estaba casi vacío, de modo que el señor Tompkins, oculto tras su ventanilla, abrió el denso manuscrito y trató de avanzar por la maraña impenetrable de fórmulas y complicadas figuras geométricas con las que el profesor intentaba explicar a sus discípulos la teoría de la relatividad. Pero sólo pudo comprender el hecho clave en torno al cual giraba la conferencia entera, a saber: que existe una velocidad máxima, la de la luz, que ningún cuerpo material puede rebasar, y que por ello se desprenden consecuencias de lo más inesperadas y extraordinarias. Se afirmaba, sin embargo, que, como la velocidad de la luz es de 300.000 kilómetros por segundo, los efectos relativistas son imposibles de discernir en la vida ordinaria. Pero lo más difícil de entender era la naturaleza de tan extraños efectos, y el señor Tompkins tuvo la impresión de que todo aquello contradecía el sentido común. Mientras trataba de imaginar la contracción de las varas de medir y el comportamiento anómalo de los relojes —efectos que eran de esperar a velocidades próximas a la de la luz—, su sabeza se fue inclinando pesadamente sobre el manuscrito abierto.

Cuando volvió a abrir los ojos se encontró de pie en una esquina de una hermosa ciudad antigua. Sospechó estar soñando, pero, para su sorpresa, no sucedía nada de particular a su alrededor: hasta el policía de la esquina opuesta tenía el aspecto que los policías suelen tener. Las manecillas del gran reloj de la torre que estaba al final de la calle señalaban casi mediodía, y todo estaba desierto. Sólo un ciclista bajaba lentamente por la calle y, conforme se acercaba, los ojos del señor Tompkins se fueron abriendo desmesuradamente de asombro. Porque tanto la bicicleta como el joven que iba montado en ella aparecían increíblemente aplanados en la dirección del movimiento, como vistos con una lente cilíndrica (2). El reloj dio las doce y el ciclista, con prisa innegable, empezó a pedalear con más fuerza. El señor Tompkins no le pareció que ganase mucho en velocidad (3), pero, como premio a aquel esfuerzo, el ciclista se aplanó más todavía y pasó de largo. Parecía exactamente una figura recortada en cartón. El señor Tompkins se sintió de repente muy orgulloso, pues comprendía lo que le pasaba al ciclista: se trataba simplemente de la contracción de los cuerpos en movimiento, cuya descripción acababa de leer.

—Indudablemente, el límite natural de velocidades es inferior en esta región— concluyó—, y por eso aquel policía muestra un aire tan aburrido: no tiene que cuidarse de que nadie corra demasiado (4).

En efecto, en ese momento pasaba un taxi por la calle y, pese al estrépito que hacía, no avanzaba mucho más velozmente que el ciclista: no pasaba de arrastrarse. El señor Tompkins decidió alcanzar al ciclista, que parecía buena persona, para pedirle más detalles. Cerciorándose de que el policía miraba en otra dirección, se encaramó a una bicicleta que estaba arrimada a la acera y salió dándole a los pedales calle abajo.

Confiaba en aplanarse de inmediato, lo cual le satisfacía mucho, pues su gordura incipiente le había preocupado un poco en los últimos tiempos. De ahí su sorpresa al advertir que nada le sucedía ni a la bicicleta ni a él. Pero, por otra parte, el cuadro que le rodeaba cambió completamente. Las calles se acortaron, los escaparates se convirtieron en rendijas angostas y el policía de la esquina resultó el hombre más delgado que había visto en su vida (5).

—¡Caramba! —exclamó excitado— ¡Ya veo el truco! Aquí es donde encaja la palabra «relatividad». Todo lo que se mueve en relación a mí me parece más corto, sin importar quién pedalee (6).

Era buen ciclista y hacía todo lo posible por alcanzar al joven. Pero no le resultaba nada fácil sacar partido de aquella bicicleta. Ya podía acelerar la rapidez con que pedaleaba: su velocidad casi no aumentaba. Las piernas empezaban a dolerle, pero al pasar junto al farol que había en una esquina vio que no iba mucho más de prisa que al principio. Parecía que todos sus esfuerzos por correr eran inútiles. Comprendió ahora, perfectamente, por qué el ciclista y el coche iban tan despacio, y recordó las palabras del profesor, que decían que era imposible superar la velocidad límite de la luz» (*Mr. TOMPKINS in Wonderland*, trad. de Almela Castell, México, 1958, págs. 32-35).

El relato no puede ser más interesante y sugestivo. En él se nos muestra cómo sería un Universo en el que, por la pequeñez de la velocidad límite de la luz, los efectos previstos por la teoría de la relatividad —contracción de longitudes, dilatación de los valores temporales, etc.— serían observables «de visu».

Es indudable que, a primera reflexión, este relato nos parece más propio de las «Mil y una noches» que de una teoría de naturaleza científica. Mas todo él se deriva de manera absolutamente coherente de las ecuaciones einstenianas.

El que este relato quede muy apartado del sentido común (7), de nuestro modo tradicional de concebir las relaciones espacio-temporales, no autoriza, como frecuentemente se hizo, a calificarlo de «absurdo».

7. La curvatura del espacio en la teoría de la relatividad generalizada

Según Einstein, en un campo de gravitación los rayos de luz siguen una trayectoria curva. Al plantearse el problema de buscar cuál pudiera ser la explicación de estos fenómenos, Einstein llegó a la conclusión de que, por razones de tipo matemático, y para llegar a una explicación lo más sencilla

(2) Dado que la velocidad de la luz es muy pequeña en el supuesto ideado por Gamow, la contracción de las longitudes en el sentido del movimiento se hace perceptible a simple vista: el ciclista aparece increíblemente «aplanado», porque su velocidad de desplazamiento es cercana a la de la luz.

(3) No podía aumentar mucho su velocidad, pese al fuerte pedaleo, porque ya antes su velocidad era próxima a la de la luz.

(4) Recordemos que la velocidad de la luz en este supuesto es de sólo 15 Km./h.

(5) Dado que Mr. Tompkins está, naturalmente, en reposo respecto de él mismo, no aprecia ninguna contracción en su cuerpo. Por el contrario, lo que se contrae son las calles, los escaparates y el policía, en movimiento respecto de él.

(6) Es lo que establece el «principio de la relatividad restringida».

(7) Einstein definió el «sentido común» como «el conjunto de prejuicios que la sociedad nos imbuye hasta los dieciocho años».

posible de los datos físicos, era preciso admitir que el espacio físico no era recto, es decir, regido por la geometría tradicional o euclidiana, sino que se regía por la geometría de Riemann, es decir, que era un espacio curvo (8).

El espacio, pues, del Universo físico no es recto, sino curvo (9). Veamos ahora cómo, admitiendo que el espacio sea curvo, se puede llegar a una explicación, mucho más sencilla que la ofrecida por la mecánica newtoniana, de los movimientos de los cuerpos.

Según Newton, el principio de inercia o primer principio de la mecánica establecía que un cuerpo en movimiento se desplazaría con movimiento rectilíneo en tanto que no hubiera una fuerza que actuara sobre él modificando su trayectoria. El movimiento no rectilíneo necesitaba siempre de una causa especial de su producción. La explicación última de este principio de inercia radicaba en la estructura euclidiana del espacio. Si el espacio euclidiano es recto, la geodésica de ese espacio es indudablemente la línea recta (10) y, por tanto, mientras no actúe una fuerza especial sobre un móvil, éste se desplazará siguiendo una línea recta. Si un cañón dispara un proyectil, supuesto que no existiese la fuerza de la gravedad, se desplazaría éste *ad infinitum* en línea recta. Si su trayectoria es curva —una rama de parábola— se debe a que la acción de la gravedad lo desvía de su geodésica, la línea recta. En la mecánica newtoniana una trayectoria rectilínea se explica exclusivamente y de un modo adecuado por la inercia, mientras que una trayectoria curva necesitaba de una fuerza complementaria.

En la teoría de la relatividad todo tipo de trayectoria se hace inteligible mediante un solo principio, el de inercia. Todo movimiento no es sino una manifestación de la inercia. Si en la mecánica newtoniana se necesitaban para explicar los movimientos no rectilíneos más de una fuerza, más de una entidad, en la mecánica relativista basta y sobra con una sola. Que de esta forma se simplifica la estructura del Universo y de la Física, es algo innegable (11).

Veamos como explicaría Newton la desviación o curvatura de los rayos luminosos procedentes de las estrellas en las proximidades del Sol. La luz está integrada por «algo» material. La masa solar crea un campo gravitatorio de una determinada intensidad. Al penetrar los rayos de luz dentro de dicho campo, son atraídos con arreglo a la expresión $\vec{f} = G \frac{m.m'}{d^2}$. Esto produce una «caída» de la luz hacia el Sol, originándose la correspondiente desviación de su trayectoria recta, la «NORMAL». Así, pues, para dar una explicación a un fenómeno observado, la desviación de los rayos, el físico inglés usaría dos elementos:

a) El principio o fuerza de inercia, que explicaría la trayectoria rectilínea de la luz fuera del campo gravitatorio solar.
b) La fuerza de la gravedad solar, causa de su desviación.

Pasemos ahora a la explicación einsteniana de este fenómeno. El espacio no es recto, sino curvo. En este caso, la geodésica de un espacio curvo es una línea curva. La luz, al curvar su trayectoria en las proximidades del Sol, no hace sino realizar una manifestación de la inercia. No hace falta una misteriosa fuerza que la atraiga. La sola estructura del espacio se basta para explicar la curvatura de su trayectoria en la proximidad del Sol. En consecuencia, Einstein explica perfectamente la desviación estudiada con un solo principio: el de inercia, pero formulado de un modo más amplio a como lo concibió Newton: ***todo cuerpo se desplaza siguiendo la geodésica del espacio a través del cual marcha.*** Si el espacio es recto, el móvil seguirá una trayectoria rectilínea. Si es curvo, curvilínea. El espacio en las proximidades del Sol es curvo (ya veremos más adelante por qué) y a causa de ello el rayo luminoso sigue la trayectoria observada por los astrónomos.

Si todo movimiento se explica perfectamente mediante la inercia, es indudable que la tesis einsteniana representa un profundo avance en el intento de lograr una inteligibilidad del cosmos a base del menor número de principios.

8. Caraterísticas del espacio curvo en la relatividad generalizada

¿Qué es lo que origina la curvatura del espacio? La respuesta de Einstein es tajante: la presencia de cuerpos, es decir, la existencia de masas. Un cuerpo celeste cualquiera produce en el espacio una deformación, una curvatura del mismo. El espacio ya no se nos presenta como independiente de la materia, sino como una función de la misma (12). En la física newtoniana el espacio era un ser sin conexión con las masas; incluso podía concebirse perfectamente un espacio carente de ellas y, aunque en ese espacio aparecieran de improviso una pluralidad de distintos cuerpos, las propiedades del mismo eran invariables. En la concepción relativista no sucede así. Son las masas de los cuerpos las que le dan una configuración especial, las que determinan su curvatura. A una distancia elevada de las masas de los cuerpos, el espacio es casi euclidiano, pero, en las proximidades de ellas, el espacio se curva. En los inmensos espacios situados entre las estrellas, el espacio será casi recto, es decir, casi euclidiano; en la vecindad de ellas estará afectado de gran curvatura.

¿La curvatura del espacio es constante, es decir, es la misma en todos sus puntos? En la física de Newton el espacio, en cuanto que era recto, tenía en todos sus puntos la misma curvatura (13), siendo

---

(8) La creación de los espacios curvos ha sido obra de los matemáticos. «La geometría presumida por Einstein a tal fin fue primeramente estudiada por el insigne matemático Riemann», J. W. N. Sullivan: *The bases of modern science*, New York, 1945, pág. 217.

(9) Como espacio curvo hay que entender sencillamente aquel en el que no se cumplen los teoremas de la geometría de Euclides. En su lugar tienen aplicación los de Riemann. No hay que imaginar, pues, entidades más o menos extrañas.

(10) Un estudio de estas cuestiones puede verse en P. Marchal: *Histoire de la Géométrie*, París, P.U.F., 1956.

(11) El carácter simplificador de la teoría de la relatividad en la explicación del Universo ha sido puesto de relieve por E. A. Milne en *Gravitation without general relativity*, New York, 1979.

(12) Ver Bertram Schuler: *Die Materie als lebende Kraft*, München-Padeborn-Wien-Würzburg, 1970, zweiter Hauptabschnitt (Die Gestaltung des Naturraumes und der Naturzeit durch die Materie).

(13) En Geometría se define la curvatura como la inversa del radio, es decir, a mayor radio menor curvatura. En una línea recta, cuyo radio se dice que es infinito (la línea recta es límite de la circunferencia cuando el radio de ésta tiende a infinito), habrá curvatura cero. Análogamente se razona respecto del espacio euclidiano. Ver André Dela-

ésta igual a cero. Era, pues, un espacio isótropo. No sucede esto en la relatividad. Dado que el espacio, por sus propiedades geométricas, tiene que transformar en líneas geodésicas todas las trayectorias de los astros, es evidente que la estructura del mismo tiene que variar de una región a otra del Universo. La trayectoria de un planeta alrededor del Sol es una elipse, según es sabido, pero, si hubiese un planeta girando alrededor de una estrella doble (14), su trayectoria ya no sería tal elipse. Si son las propiedades del espacio las únicas que deben explicar esos movimientos, es indudable que la estructura curva del espacio en las proximidades del Sol y de una estrella doble no pueden ser iguales. La estructura del espacio, es decir, su mayor o menor curvatura, depende de la intensidad del campo gravitatorio engendrado por las masas de los cuerpos y dicha intensidad depende de la mayor o menor cantidad de masa de los mismos. Por tanto, la mayor o menor curvatura del espacio debida a un cuerpo depende de la mayor o menor masa del mismo. La curvatura del espacio originada por la masa terrestre será menor que la producida por la masa solar, y ésta menor que la debida a la estrella Sirio. La geometría del espacio ya no es uniforme, sino variable. La curvatura del mismo, siempre positiva, varía de un punto a otro. El espacio no es isótropo, sino anisótropo. A estos espacios de curvatura positiva y variable se los llama *espacios moluscos de Riemann*, matemático que los estudió con gran detenimiento. El espacio físico es, pues, un espacio molusco (15).

Einstein quiso hallar la ley matemática que expresaba la relación entre la cantidad de masa de los cuerpos y la curvatura del espacio. El conjunto de ecuaciones que obtuvo son denominadas *«ecuaciones del campo»* (16) y expresan el modo matemático de determinar, a través de la masa, la curvatura del espacio (17).

¿La transmisión de la curvatura originada por las masas es instantánea? La necesidad de una transmisión o propagación instantánea de la atracción newtoniana era una de las mayores objeciones presentadas a la física clásica. La relatividad sale al paso a esta dificultad. La aparición de un cuerpo produce una curvatura en el espacio y esta deformación del mismo se transmite paso a paso por todo el espacio del Universo einsteniano. Mas la velocidad de propagación no es infinita, sino exactamente la velocidad de la luz, es decir, 300.000 Km./seg. aproximadamente.

Como resumen del estudio del espacio hecho en este apartado estableceremos los siguientes puntos:

1.°) En la teoría de la relatividad generalizada, el espacio es curvo.

2.°) La curvatura del espacio permite una explicación de los movimientos de los astros mucho más simplificada y coherente que la dada por la mecánica celeste newtoniana.

3.°) La curvatura del espacio no es uniforme, sino variable. Se trata, por tanto, de un espacio molusco de Riemann.

4.°) La curvatura del espacio es función de la cantidad de masa del cuerpo que la produce. El conjunto de ecuaciones halladas por Einstein para determinar de un modo matemático esta función son conocidas por el nombre de *«ecuaciones del campo»*.

5.°) La curvatura del espacio producida por la aparición o la presencia de un cuerpo en el Universo einsteniano se propaga hasta los más remotos confines del mismo, disminuyendo progresivamente. Su velocidad de propagación no es infinita, sino igual a la de la luz.

9. El espacio finito e ilimitado de Einstein

Cuando Einstein formuló las ecuaciones de la relatividad generalizada no se había planteado la cuestión de la finitud o infinitud del espacio del Universo. Posteriormente, en su obra *«Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie* (publicada en S. B. Preuss. Akad. Wiss, 1917, páginas 142-152) se enfrentó con este problema.

Considerando la serie irresoluble de objeciones que se habían levantado contra el espacio infinito de Newton (como, por ejemplo, la famosa paradoja de Olbers), unida al hecho de que en el seno de la misma relatividad generalizada se producían contradicciones si la infinitud del espacio fuese cierta (18), Einstein negó dicha infinitud, afirmando que el espacio físico es finito e ilimitado.

La afirmación de un espacio finito hubiera sido imposible para Newton. En efecto, si el espacio es recto, es decir, euclidiano, no puede ser finito, ya que su finitud implicaría tener límites y surge la inevitable pregunta: ¿Qué hay más allá de esos límites? (19). En la relatividad generalizada el problema se plantea en términos muy distintos. *El hecho de afirmar que el espacio es curvo abre la posibilidad a una estructura del espacio total del Universo distinta de la euclidiana-infinita, es decir, ofrece la posibilidad de intentar mantener la tesis de que el espacio del Cosmos es finito.*

Para la mejor comprensión de esta afirmación vamos a exponer un ejemplo en un universo bidimensional. Imaginemos la existencia de seres de dos dimensiones que viven sobre una superficie esférica, ocupando una pequeña región de la misma. Las mediciones que realicen, dado que se efectúan sobre una mínima parte de dicha superficie, no les darán a conocer la curvatura de la misma (de modo semejante a como las medidas hechas sobre una pequeña porción de la superficie terrestre no nos dicen nada sobre su curvatura). Los seres bidimensionales a que nos referimos pensarán que habitan sobre un plano y, por tanto, que su universo es infinito, ya que, al suponer que su espacio es recto, les será imposible concebir que tenga límites. Si, por

---

chet: *La géométrie contemporaine*, París, P.U.F., 1950, pág. 7 y sigs.

(14) Se llaman «estrellas dobles» a los sistemas constituidos por dos estrellas que giran una alrededor de la otra o, mejor dicho, alrededor de un centro común. A este tipo pertenece, por ejemplo, Sirio, en la que se distingue Sirio A (el viejo lucero matutino y vespertino) y Sirio B (llamado «el compañero de Sirio»).

(15) Por semejanza con estos animales, por ejemplo, el caracol, cuya concha es curva, con curvatura positiva, pero no constante, sino con deformaciones.

(16) Ver Albert Einstein: *Autobiographisches*, New York, 1959, pág. 70.

(17) Ver G. E. Lemaître: *The cosmological constant*, New York, 1959, págs. 1-2.

(18) Ver D. Papp: *El problema del origen de los mundos*, Buenos Aires, 1970, págs. 100-101.

(19) La dificultad de explicar la finitud del espacio en el caso de la estructura euclídea del mismo pesó en gran manera en el pensamiento científico moderno. Por ello, pese a los problemas que se derivaban de la infinitud, se mantuvo constantemente.

el progreso de su técnica, estos seres de dos dimensiones pudiesen recorrer todo su universo verían con asombro que no era infinito, sino finito, de forma que, partiendo de un punto determinado y siguiendo un meridiano, podían dar la vuelta a todo su universo y regresar al sitio de partida. Verían enseguida que su espacio era curvo y finito y, esto es lo más importante, deducirían que la curvatura de su espacio era la que hacía posible la finitud del mismo. Verían también que el hecho de ser finito no implica necesariamente el ser limitado. Ambas nociones van unidas indisolublemente en los espacios rectos, pero en los que tienen curvatura, como en la superficie esférica, la finitud no implica límites. Sobre una superficie esférica podemos avanzar constántemente sin encontrar un límite que coarte nuestro avance y, sin embargo, como hemos dicho, es un espacio finito.

Estas superficies que, siendo ilimitadas, son finitas, se conocen en Geometría con el nombre de superficies cerradas. En esta ciencia se conocen diversas superficies cerradas (20): la esférica, los ovoides, las anulares, el toro, etc., todas ellas finitas e ilimitadas. La Geometría nos dice del mismo modo que lo que se ha aplicado a las superficies es también válido para los espacios de tres dimensiones, es decir, que un espacio curvo puede ser —si bien no es necesario que lo sea— cerrado, o, lo que es lo mismo, ***que la curvatura de un espacio es condición necesaria pero no suficiente de que sea cerrado.***

Precisemos bien el razonamiento hecho hasta ahora. Hay una serie de insuperables dificultades derivadas de la admisión de la infinitud del espacio. La teoría de la relatividad generalizada ha establecido que el espacio es curvo, entendiendo por espacio el real, el espacio físico. A su vez, la Geometría moderna establece que, frente a lo que sucede con los espacios rectos, necesariamente infinitos, los afectados por curvatura pueden ser finitos o infinitos. Luego cabrá la posibilidad de que el espacio físico, curvo, sea finito, es decir, cerrado.

El problema radicaba en transformar esa mera posibilidad en certeza, obviando así los inconvenientes del espacio infinito de la física clásica. Einstein mantuvo que el espacio del Universo es cerrado y, por tanto, finito. Veamos porqué.

Ya hemos visto que la curvatura del espacio era producida por la materia, es decir, por la presencia de masas. La curvatura local de una determinada región del espacio se halla ligada a la presencia de materia en el mismo, de forma que a mayor densidad de materia, mayor curvatura del espacio. Pues bien, admitido esto, se puede establecer que: ***si la densidad media de la materia del Universo es superior a una cantidad determinada, por pequeña que ésta sea, el Universo necesariamente es cerrado y, por tanto, el espacio es cerrado y finito.***

Es un dato bien establecido por la Astronomía que la densidad media de la materia del Universo es pequeña. Como indicación señalaremos que la estrella más cercana al Sol (21) está a unos tres años luz del mismo; por tanto, la cantidad de materia que corresponde a una esfera de tres años luz de radio es la del Sol (22), cuyo radio es poco más de 600.000 kilómetros. Un cálculo elemental demuestra (23) que la densidad de la materia del Universo en la citada esfera de tres años luz de radio es la densidad de la masa solar dividida por 6×10^{10} millones de millones, es decir, una cantidad insignificante.

No obstante, esta cantidad es superior a un número fijo, al que podamos hacer todo lo pequeño que queramos y, en consecuencia, si la densidad del Universo no disminuye al aumentar el radio de la esfera antes citada, el Universo será cerrado y finito. Para que el Universo no fuese finito sería necesario que la densidad media de la materia fuese disminuyendo progresivamente al aumentar el radio de la esfera, según se ha dicho. En este caso, el espacio del Universo no sería cerrado, sino parabólico o hiperbólico, es decir, un espacio curvo pero infinito.

Ahora bien, los cálculos realizados parecen comprobar que la materia del Universo se halla distribuida de un modo homogéneo y uniforme y que, como consecuencia, la densidad de materia en la región solar es sensiblemente igual a la que existe en el resto del Cosmos (24). Basándose en ello, Einstein estableció que ***el espacio era cerrado y, por tanto, finito e ilimitado.***

De acuerdo con su nueva concepción del espacio Einstein modificó las ecuaciones de la relatividad generalizada, formulándolas de manera que se hicieran compatibles con el carácter finito del mismo (25). En estas ecuaciones es de destacar el importante papel representado por la letra λ, denominada la ***constante cosmológica de Einstein,*** y que es la encargada de representar en las ecuaciones relativistas la curvatura del espacio y, en consecuencia, el carácter finito del mismo (26). El término en que aparece la λ se llama «***término cosmológico***» de la ecuación einsteniana. Precisando más se puede decir que la función matemática de la constante cosmológica λ es dar la relación entre los factores componentes de la curvatura del espacio y la densidad, momento y fuerzas de la materia que lo ocupa.

La nueva concepción del espacio finito de Einstein evidentemente resuelve las objeciones levantadas frente a las teorías de Newton. Sin embargo, a juicio de ilustres físicos-matemáticos, esta parte de la obra de Einstein era la más débil. E. Borel, en la introducción hecha a la traducción de la décima edición alemana de la obra de Einstein ***Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie, gemeinverständlich*** (27) nos dice: «Je me permettrai, pour ma part, de me refuser de répondre à des questions aussi générales, à moins qu'elles ne soient préalablement limitées dans l'espace et dans le temps: que l'on se contente de demander, si la théorie nouvelle s'étend à toute la portion de l'univers qui nous est accesible et si l'on peut espérer qu'elle dure quelques siècles. Il me semble, en effet, que, s'il existait des êtres aussi petits par rapport à une goute d'eau que nous le sommes par

(20) No todas las superficies curvas son necesariamente cerradas. Las parabólicas e hiperbólicas son curvas y abiertas.

(21) Es la estrella «Wolf 424», situada hacia la constelación de Virgo.

(22) En la actualidad la masa solar es conocida con gran precisión, cifrándose en unos $1{,}98 \times 10^{33}$ gr.

(23) Ver G. J. Whitrow: *The structure of the Universe*, New York, 1976.

(24) Ver la obra citada en la nota anterior.

(25) Ver Leopold Infeld: *On the structure of our universe*, New York, 1959, pág. 480 y sigs.

(26) Ver G. E. Lamaître: *The cosmological constant*, New York, 1959.

(27) *La théorie de la relativité restreinte et généralisée*, Paris, 1921, págs. X-XI.

rapport à la Voie Lactée, il serait présomptueux de leur part de prétendre déduire des observations faites à l'interieur de la goutte d'eau les propiétés du globe terrestre, de ses minéraux, animaux et vegetaux. Aussi ne m'est-il pas possible, quelle que soit mon admiration pour M. Einstein, d'attacher à ses *Réflexions sur l'Univers considéré comme un tout* autant d'importance qu'aux autres parties de l'ouvrage».

10. El espacio esférico de Einstein

Ya hemos visto que la relatividad ha establecido que el espacio físico es curvo y cerrado. Pero en el ámbito de la Geometría moderna se conocen diversas clases de espacios de esta naturaleza: espacios esféricos, elípticos, anulares, ovoides, etc. Era, pues, necesario que se determinara a cuál de ellos se adapta el espacio del Universo.

Diversas razones inclinaron a Einstein a admitir como solución de esta cuestión el espacio esférico. Además de algunas derivadas de las ecuaciones de la relatividad generalizada (28), se basó en el siguiente hecho: en un espacio esférico el número de objetos distribuidos de un modo uniforme, que están dentro de una distancia determinada respecto de un observador, aumenta más lentamente que el cubo de la distancia. En esta característica había un criterio para poder determinar si el espacio real era o no de esta índole. Bastaba con hacer un recuento de las galaxias —dado que éstas parecen estar esparcidas por el Universo de una manera uniforme— y comprobar si su número crecía con arreglo a la anterior propiedad. Las investigaciones de Hubble corroboraron que se daba tal fenómeno y que, por tanto, el espacio era esférico (29).

¿Cuáles son las características de un espacio de tal clase? ¿Cómo hay que concebirlo? Dado que, por ser los hombres seres tridimensionales, sin posible precepción de la cuarta dimensión, en la que se realizaría la curvatura del espacio esférico, no podemos imaginar cómo sea éste, la única forma de darse una imperfecta representación de lo que pueda ser está en la analogía con las superficies esféricas. Las propiedades de éstas se aplicarán por razón de semejanza al espacio y de este modo podremos tener un conocimiento, si bien un tanto inadecuado, de la estructura del espacio.

Una superficie esférica es indudablemente finita, pero ilimitada. Por ella se puede avanzar indefinidamente sin encontrar final a la misma y, sin embargo, el volumen contenido en ella es finito.

Un habitante bidimensional que viviera en ella creería, si la porción de la misma que conociera es muy pequeña, que era un plano, es decir, que carecía de curvatura. No obstante, si emprendiese un viaje sobre la misma volvería al punto de partida al cabo de un tiempo finito, ya que la superficie esférica se repliega sobre sí misma.

Todos los puntos de la superficie esférica tienen idénticas propiedades. No hay en ellos ninguno que sea el centro de ella, ni ninguno que esté en el «borde». Todos están rodeados de puntos por todas partes.

Si en una superficie esférica trazamos dos líneas geodésicas, dos meridianos, éstos al principio se separarán entre sí, pero después de una máxima separación —en el ecuador— se irán aproximando lentamente hasta encontrarse de nuevo —en los polos—.

Dada esta descripción de las propiedades de una superficie esférica podemos, *servata debita proportione*, aplicarlas a un espacio esférico, cuyas características serán las siguientes:

1.ª) El espacio esférico es ilimitado, pero finito. En consecuencia, si un viajero partiera de un punto determinado del mismo y se desplazara siguiendo una geodésica, al cabo de un tiempo finito (que se calculó aproximadamente en mil millones de años) regresaría al punto de partida (30).

2.ª) Tomemos un punto cualquiera del espacio; tracemos varias geodésicas. Primeramente se separarán, pero, alcanzado un punto de máximo alejamiento, comenzarán a aproximarse hasta que de nuevo se unan.

3.ª) En el espacio esférico no hay centros ni bordes. Ninguna galaxia puede pretender ser el centro del Universo ni ninguna estar al borde. Un espacio esférico carece de bordes y todos sus puntos son centrales. En un espacio de esta clase todas las galaxias están rodeadas por otras por todas partes.

De esta forma se soluciona la aporía consistente en preguntar: ¿si el espacio esférico es finito, qué hay más allá de sus fronteras, de sus bordes? La pregunta carece de sentido, ya que en él no hay tales bordes ni fronteras.

4.ª) Todos los puntos del espacio tienen las mismas propiedades, es decir, el espacio es isótropo, homogéneo, en relación con las propiedades geométricas de sus puntos.

No obstante, el espacio esférico real no es exactamente una metábasis a las tres dimensiones del espacio bidimensional de la superficie esférica. Si ampliamos a tres dimensiones el espacio «superficie esférica» se obtiene el espacio esférico de Riemann. Pero este espacio es un ente ideal, como todos los de las Matemáticas. El espacio esférico de Riemann tiene curvatura constante y positiva, es decir, es la hiperesfera ideal. Mas el espacio esférico real no tiene, como ya se ha visto, curvatura idéntica en todos sus puntos, sino que en aquellos en los que hay masas gravitatorias grandes la curvatura es elevada, en los otros es menor. Podríamos establecer la siguiente proporción:

$$\frac{\text{la superficie esférica}}{\text{la superficie de la Tierra}} = \frac{\text{el espacio esférico}}{\text{el espacio físico}}$$

El espacio del Universo no es, pues, un espacio esférico ideal, una hiperesfera de Riemann, sino que presenta irregularidades locales, debido al hecho de no estar la materia del mismo, de la que depende su curvatura, distribuida de un modo totalmente homogéneo, sino agrupada formando los distintos astros y galaxias (31).

Para terminar, indicaremos que la concepción einsteniana de un espacio universal, es decir, de un universo que sea curvo, finito, ilimitado y esférico (un espacio molusco de Riemann) ha sido muy modificada por posteriores teorías, como las de De Sitter, Milne, Tolman, Gamow, Hoyle, Goedel, Ambarzoumian, etc. Pero todas estas teorías arrancaron de la einsteniana.

---

(28) Ver A. Einstein: *Kosmologische Batrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie*, Preussische Akademie der Wissenschaften, 1917, págs. 142-152.

(29) Con las naturales reservas, dado el pequeño espacio de Universo alcanzable con los telescopios.

(30) Ver L. Infeld, ob., cit., págs. 482-483.

(31) En el caso de un Universo perfectamente esférico se podrían producir algunos efectos muy extraños, como los «astros fantasmas». Ver D. Papp, ob., cit., pág. 103.