



EXPERIENCIAS

1

Un nuevo método de enseñanza personalizada y su adaptación en la programación de unidades didácticas de física y química de bachillerato

Por María NAVALON MORENO y Miguel VARGAS VERGARA (*)

MOTIVACION

Una de las grandes preocupaciones actuales entre los enseñantes es la de encontrar una *metodología activa* que conduzca a una serie de objetivos comúnmente reconocidos como muy deseables en la enseñanza actual.

Por otra parte, cada vez es mayor el número de profesionales de la enseñanza que, gracias a los cursillos de formación de profesorado impartidos por los Institutos de Ciencias de la Educación, a la hora de planificar y programar su trabajo docente, piensan en términos de los componentes del modelo clásico del currículum, es decir, objetivos, contenidos, actividades de aprendizaje (basadas en unos métodos y materiales o recursos) y, por último, evaluación.

Por ello consideramos interesante el ofrecer una muestra de cómo puede llevarse a cabo la programación de una unidad didáctica en estos términos, al mismo tiempo que se incorpora un método activo de enseñanza adaptado a nuestras necesidades.

EXPOSICION DEL METODO BASE

Este método ha sido desarrollado por un equipo de profesores de la Universidad de Poitiers (1), y aunque pensado para la enseñanza de la química inorgánica del primer ciclo de enseñanza universitaria, creemos que puede ser válido en nuestro Bachillerato con algunas modificaciones.

Los objetivos de este método pueden tradu-

cirse, de acuerdo con nuestra interpretación de su publicación (1), como sigue:

1.º Desarrollar en los estudiantes la capacidad de:

a) Pensar por sí mismos frente a cuestiones de reflexión.

b) Aprender por sí mismos de documentos científicos de información (fichas, libros).

2.º Reducir la pasividad de la enseñanza:

— Facilitando los intercambios entre estudiantes.

— Facilitando los intercambios entre profesores y estudiantes.

3.º Aumentar el rendimiento académico del estudiante.

Como puede verse en estos objetivos se trata de un método que pretende ser activo, y que los autores describen por medio de las siguientes *características fundamentales*:

— El profesor prepara el acceso a los conocimientos fuera de las horas de clase (fichas, libros, etc.).

— Durante las horas de clase actúa como animador, ayudando a los grupos retrasados a vencer las dificultades desterrándose, por tanto, la clase magistral.

— En lugar de corregirse globalmente los ejercicios previamente suministrados, la correc-

(*) Licenciados en Ciencias Químicas y Físicas respectivamente, son profesores del Instituto Experimental Piloto del I.C.E. de la Universidad de Bilbao.

(1) «Recherche sur l'élaboration d'une méthode pédagogique», II. Enseignement au niveau du premier cycle, par M. J. Bleis, Y. Blondet, B. Castagna, J. M. Dumas et M. Gomet, Société Chimique de France, Division de L'Enseignement, Mai, 1973.

ción se hace a medida que las dificultades van siendo encontradas por los estudiantes.

— El trabajo personal y de grupo se lleva a cabo fuera de las horas de clase, además de las horas de clase, siempre que los alumnos así lo deseen, pudiendo contar con la asistencia del profesor o su ayudante.

En cuanto a la *práctica de este método* (de enseñanza por fichas), se realiza por la interacción de los alumnos con el *libro de texto* base y los siguientes documentos:

1. Documento de trabajo

Siempre a disposición de los estudiantes, contiene una serie de datos útiles de uso frecuente (v.g., sistema periódico, radios atómicos, etc.).

2. Documento A

Es como un *resumen* condensado de las *ideas principales* del tema, inspirado en el libro de texto. Dichas ideas serán aquellas que tengan carácter axiomático o que no se puedan deducir. Tiene como objetivo facilitar la memorización y ser como un repaso del tema correspondiente del libro de texto.

3. Documento B

Contiene una serie de *cuestiones* sobre aquellos contenidos del libro de texto que *hacen pensar o reflexionar* al estudiante, y que se prestan a ser tratados *de manera deductiva*, con lo que el estudiante puede corregir por sí mismo sus respuestas con la ayuda del libro de texto. Estas cuestiones, aparte de hacer pensar al estudiante por sí mismo, le enseñan a manejar un libro científico de manera eficaz.

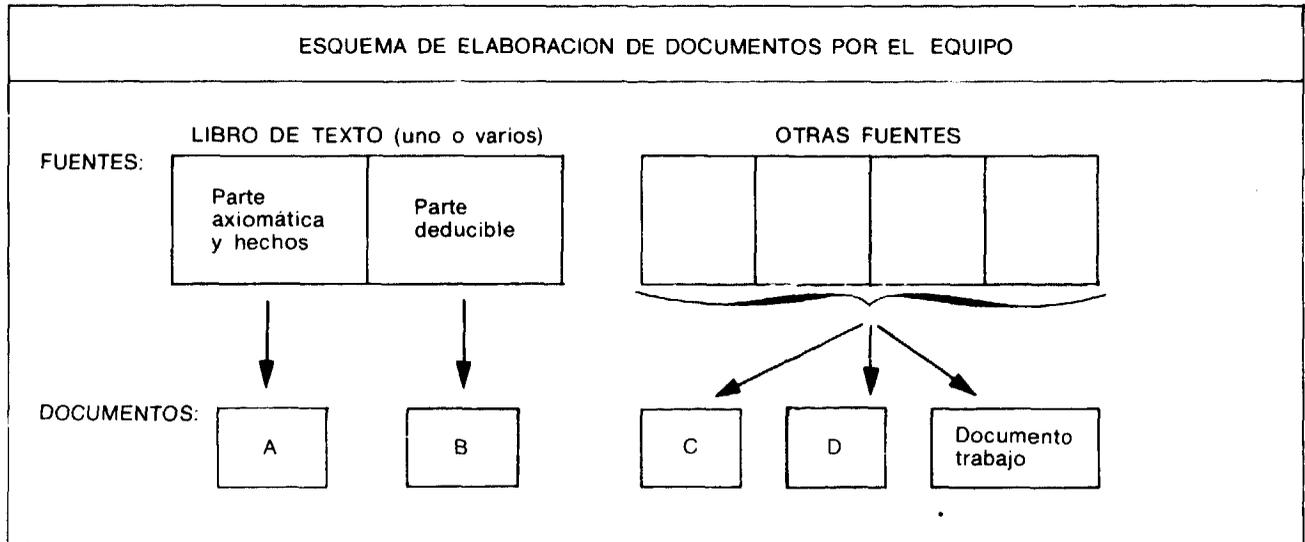
4. Documento C

Contiene cuestiones como las del documento B (de pensar y razonar), pero sobre *situaciones nuevas u originales*, fuera del contexto del libro de texto, por lo que sus respuestas no figuran en éste.

5. Documento D

Viene a ser una prueba o *test de autoevaluación* con cuestiones análogas a las de B o C, acompañadas de su solución o respuesta.

Las dos tablas siguientes dan una idea de conjunto de los materiales de aprendizaje descritos, y la manera de utilizarlos (método) por los estudiantes (ver esquemas):



ESQUEMAS DE UTILIZACION DE LOS DOCUMENTOS POR LOS ESTUDIANTES

Clases teóricas		Clases prácticas	Trabajo personal y en grupo fuera del horario
GRAN GRUPO	PEQUEÑOS GRUPOS	PEQUEÑOS GRUPOS	INDIVIDUAL
Presentación del doc. A por el profesor	Trabajo con el doc. B (ayudados por A, el texto y el doc. de trab.)	Trabajo con el doc. C (idem más doc. B)	Trabajo con el doc. D de autoevaluación Síntesis

ADAPTACION DEL METODO AL B.U.P. EXPERIMENTAL

En nuestra adaptación a la programación de unidades didácticas de Física y Química, la práctica del método se lleva a cabo por la interacción de los alumnos con los documentos que a continuación se describen, hechas las modificaciones oportunas:

1. Documento de trabajo

Este documento difiere en contenido al descrito anteriormente, al adaptarse a las necesidades de nuestros alumnos. Así, aunque también contiene una serie de datos físicoquímicos de uso frecuente, se incluye en él un resumen de las matemáticas más usuales de la Física y la Química a este nivel, y las reglas de formulación y nomenclatura químicas. Se entrega al alumno al comenzar el curso.

2. Guía de trabajo personal del alumno

Cada unidad didáctica va precedida de una guía para el alumno en donde figuran los siguientes apartados:

- *Objetivos* de la unidad.
- *Contenidos* de la misma.
- *Plan de trabajo*, con las actividades a realizar, el material a usar para cada una de ellas (documentos), y una distribución del tiempo.
- *Criterios de evaluación*

3. Documento A (de teoría)

También difiere del descrito anteriormente. Teniendo en cuenta el carácter experimental de nuestros programas, cuyo contenido no tiene por qué coincidir con el de los programas oficiales, no es posible encontrar libros de texto adecuados para nuestros alumnos. Al carecer de libros de texto, y habida cuenta de la escasez de recursos de nuestras bibliotecas escolares y la falta material de tiempo del alumno para consultar en las mismas dentro del horario escolar establecido, el documento A viene a ser un *sustituto del libro de texto*.

4. Documento B (de comprensión)

Tiene el mismo carácter que el usado en el método original. Está formado por una serie de cuestiones íntimamente ligadas al contenido del documento A, es decir, formuladas en el mismo contexto, y orientadas a asegurar que el estudiante alcanza lo que en términos de la Taxonomía de Bloom sería la *comprensión* de los conocimientos del documento A. Viene a ser como un documento de ayuda en el estudio del documento A, semejante a una guía de estudio.

5. Documento C (de aplicación)

Contiene cuestiones y problemas de progresiva dificultad (a ser posible con sus soluciones), pero en un contexto nuevo y distinto al de los conocimientos del documento . Por tanto, en términos de la Taxonomía de Bloom, este documento apuntaría hacia el objetivo de desarrollar la capacidad de *aplicar los conocimientos en situaciones nuevas, que no son familiares al alumno*. Por ejemplo, un problema nuevo que no se parece en nada a los vistos antes. Sin embargo, a veces también incluirá problemas que exijan *aplicar los conocimientos en situaciones análogas a otras vistas antes* y entonces se estará desarrollando la habilidad de *comprensión* en términos de Bloom, que es menos compleja que la de *aplicación* de acuerdo con dicha taxonomía.

No siempre se tratará de aplicar los conocimientos a la resolución de problemas numéricos. Otras veces las cuestiones del documento C requerirán el *aplicar unos conocimientos teóricos muy generales a un caso particular* para llegar a conclusiones también teóricas aunque menos generales.

6. Documento D (de laboratorio)

En nuestra adaptación, este documento no se destina a la evaluación sino que cumple las mismas funciones que los documentos B y C, pero cuando la fuente de conocimientos no es la información contenida en el documento A sino los datos experimentales de laboratorio. Con este documento se puede perseguir bien sea el completar la *comprensión* de algunos *conceptos* tratados en el documento A, o *edificar el conocimiento teórico sobre la base de los datos experimentales*, o simplemente que el alumno *aplique los procesos de investigación* del método científico.

7. Documento E (de evaluación)

Cumple la función de evaluar la consecución de los objetivos de la unidad por el alumno. No es de autoevaluación sino de evaluación. Es decir, no se le dará al alumno hasta el final de la unidad y servirá para darle una calificación.

Al final del documento aparecen dos apartados a rellenar por el alumno:

- Juicio del alumno sobre el desarrollo del tema.
- Juicio del alumno sobre su propio trabajo.

Como puede verse, aparte de las modificaciones que hemos hecho en el carácter de determinados documentos, hemos añadido dos más, uno específico para el laboratorio y la guía de trabajo personal del alumno, en donde se le indica cómo ha de utilizar los demás documentos.

GUIA DEL PROFESOR

Al margen de los documentos para el alumno, consideramos de gran importancia la elaboración de una guía del profesor para cada unidad didáctica, de cara a reflejar en ella los criterios que se han seguido al elaborar el material para el alumno. Si un profesor que no ha programado la unidad decide que la va a poner en práctica, la guía del profesor le servirá de gran ayuda para hacer con los alumnos un uso efectivo de la unidad.

En la guía del profesor aparecerá todo lo siguiente:

1. La guía de trabajo personal del alumno, con sus mismos apartados.
2. El propósito de la unidad, con el papel que juega dentro de todo el conjunto.
3. El enfoque del tema, en lo que se refiere a la forma de tratar los contenidos.
4. El desarrollo del tema, en donde se refleje la interdependencia entre objetivos, contenidos, método y materiales empleados en las actividades de aprendizaje, así como los criterios de programación seguidos.
5. La forma en que se ha programado la prueba de evaluación del documento E.

6. Anotaciones a determinados documentos o actividades, material, etc.
7. Bibliografía utilizada.
8. Material de audiovisuales.
9. Evaluación de la unidad didáctica:
En este apartado se consignarán los siguientes datos:

- Resumen de las opiniones de los alumnos sobre el desarrollo del tema.
- Impresiones del propio profesor.
- Tiempo real empleado por los alumnos en la unidad y causas de las desviaciones respecto al tiempo previsto.
- Estadística del rendimiento del grupo.
- Resultados del análisis del logro por el grupo de cada uno de los objetivos.

EJEMPLO DE APLICACION DEL METODO

A continuación se da una muestra de unidad didáctica programada de acuerdo con esta metodología. Agradeceríamos grandemente a cuantos lectores lo desearan que nos enviasen sus observaciones y críticas de dicha unidad. Si además alguno la pusiese en práctica, también le agradeceríamos nos enviase los resultados con ella obtenidos para hacer una mejor evaluación de la misma.

FISICA Y QUIMICA. 3.º de B.U.P. experimental. Curso 1976-77.

GUIA DE TRABAJO PERSONAL Unidad didáctica I.1: Movimiento circular uniforme

OBJETIVOS DE LA UNIDAD

En esta unidad se pretende que llegues a:

- 1.º *Aplicar los conceptos relativos al movimiento circular uniforme, a la resolución de problemas numéricos y cuestiones de comprensión.*
- 2.º *Relacionar el movimiento circular con los principios de la dinámica, llegando de manera deductiva a los conceptos de fuerza centrípeta y de fuerza centrífuga.*
- 3.º *Identificar el tipo de relación existente entre la fuerza centrípeta y la aceleración centrípeta en el contexto de unos datos experimentales expresados en forma de tabla y gráfica.*

CONTENIDOS DE LA UNIDAD

1. *Conceptos e ideas básicos:*

— Definición del movimiento circular uniforme.

— Período y frecuencia.

2. *Velocidad lineal:*

— Su valor y carácter vectorial.

3. *Velocidad angular:*

— Su valor y carácter vectorial.
— Medida de ángulos en radianes.
— Relación con la velocidad lineal.

4. *Aceleración centrípeta:*

— Origen de la misma.
— Su valor y carácter vectorial.

5. *Dinámica del movimiento circular uniforme. Fuerza centrípeta:*

— Aplicación de los principios de la dinámica a este movimiento.
— Expresiones de la fuerza centrípeta.
— La fuerza centrífuga en relación con el tercer principio.

METODOLOGIA Y MATERIAL

Respecto al contenido	Actividades de aprendizaje	Material	Lugar y tiempo
1. Conceptos e ideas básicas	— Lectura apartados 1, 2 y 3 del documento A. — Contestar a las preguntas 1 a la 8 del documento B.	Documentos A y B	CLASE, 60 min.
2. Velocidad lineal	— Puesta en común	Respuestas	CLASE, 30 min.
3. Velocidad angular	— Resolver problemas 1, 4, 2 y 5 del documento C (en este orden) (problemas 3 a 6 optativos)	Documento C	CLASE, 30 min. y en CASA
	— Puesta en común	Respuestas	CLASE, 30 min.
4. Aceleración centrípeta	— Lectura apartado 4 del documento A. — Contestar a las preguntas 9 y 10 del documento B.	Documentos A y B	CLASE, 30 min. y en CASA
	— Puesta en común	Respuestas	CLASE, 30 min.
	— Resolver problemas 7 y 8 del documento C (el 9 optativo)	Documento C	CLASE, 30 min.
5. Dinámica del movimiento circular uniforme. Fuerza centrípeta.	— Contestar a las preguntas 10 a 14 del documento C. (problemas 15 y 16 optativos)	Documento C	CLASE, 40 min.
	— Puesta en común	Respuestas	20 min.
	— Experimento sobre la fuerza centrípeta.	Documento D	Laboratorio, 60 min. y en CASA
	— Elaboración de un informe	Datos exper.	
	— Prueba de evaluación	Documento E	CLASE, 60 min.

CRITERIOS DE EVALUACION

Los objetivos 1.º y 2.º se evaluarán mediante una *prueba o test* de preguntas que recibirá el 80 por 100 de la nota, mientras que el objetivo 3.º se evaluará en base al *informe de laboratorio* con un 20 por 100 de peso en la nota.

El test de preguntas constará de seis preguntas que serán las del *documento E*, y de las que habrá que contestar cinco a elección.

El informe de laboratorio estará formado por las hojas a, b y c del *documento D* de laboratorio. Consistirá en el registro e interpretación de los datos experimentales. Para esta interpretación se proporcionan unas cuestiones que pueden servir de guía; sin embargo, se te deja abierto el terreno para completar la interpretación según tus observaciones personales. Este informe tendrás que presentarlo al día siguiente al del laboratorio. Es personal, aunque se base

en los mismos datos experimentales que los contenidos en el informe de tu compañero de trabajo.

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME. DOCUMENTO A

1. Conceptos e ideas básicos

«Se dice que un movimiento es circular y uniforme cuando su trayectoria es una *circunferencia* y la *velocidad* del móvil es en todo momento de *valor o módulo constante*; es decir, el móvil recorre arcos iguales en tiempos iguales.» Este móvil podría ser una mota de polvo sobre la placa de un tocadiscos, una piedra sobre la superficie de la tierra que gira alrededor de su eje, el caballito de un tiovivo, o la Luna en su movimiento alrededor de la Tierra.

De la definición se deduce que el tiempo que tarda el móvil en dar una vuelta completa a la circunferencia es siempre el mismo. A este tiempo se le denomina *Período*, T , del movimiento circular. Se dice que el movimiento es periódico, pues a intervalos de tiempo iguales al período el móvil pasa por la misma posición. La unidad en que se mide el período suele ser el segundo (s.).

Además del período, los movimientos periódicos pueden caracterizarse por su *Frecuencia*, f . La frecuencia de un movimiento circular uniforme es el número de vueltas o revoluciones dadas por el móvil en la unidad de tiempo. Se mide en revoluciones por segundo, que se indica abreviadamente r.p.s., o rev/s., o simplemente sobreentendiendo la palabra revolución en la expresión $\text{rev}\cdot\text{s}^{-1}$ equivalente a la anterior, se indica como s^{-1} . También una unidad muy usada en aplicaciones técnicas es la revolución por minuto y el número que indica las revoluciones por minuto se sigue de dicha unidad escrita en forma abreviada como r.p.m., o rev/min. Por ejemplo, la frecuencia de revolución de un disco single es de 45 r.p.m. Sin embargo, para cálculos físicos siempre pasaremos la frecuencia a r.p.s. o s^{-1} .

Por propia definición, se deduce que el período la frecuencia son inversos el uno del otro, pudiéndose escribir:

$$f = \frac{1}{T} \quad (1) \quad \text{o} \quad T = \frac{1}{f} \quad (2)$$

2. Velocidad lineal

Supongamos que el móvil representado en la figura 1 por un punto material recorre la circunferencia con movimiento circular uniforme. Si tarda un tiempo t en recorrer la distancia s sobre la circunferencia, por ser la velocidad de valor constante, este valor viene dado por la fórmula (3):

$$v = \frac{s}{t} \quad (3)$$

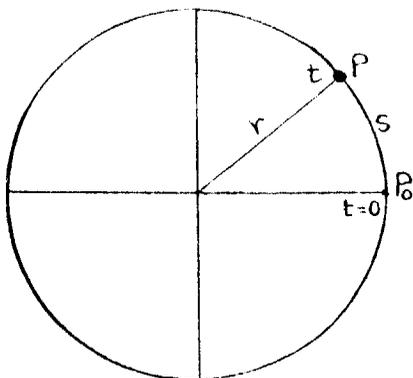


Fig. 1

En esta fórmula, cualquiera que sea el valor dado a t y su correspondiente s , el cociente es siempre el mismo. Tomando $t = T$, el período, el arco recorrido por el móvil en ese tiempo será, por definición, la circunferencia completa $s = 2\pi r$. Sustituyendo en (3) se tiene que la velocidad lineal puede calcularse por las siguientes expresiones:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \quad (4) \quad \text{o bien} \quad v = 2\pi r \cdot f \quad (5)$$

Como la velocidad es una magnitud vectorial, no basta para su determinación con conocer su valor numérico, dado por las fórmulas anteriores, sino que hemos de saber cuáles son su dirección y sentido. En el movimiento circular uniforme la velocidad lineal viene representada por un vector (ver figura 2) con las siguientes características:

Módulo (longitud): constante e igual al valor numérico de la velocidad.

Dirección: la de la tangente a la circunferencia en cada punto.

Sentido: el del movimiento.

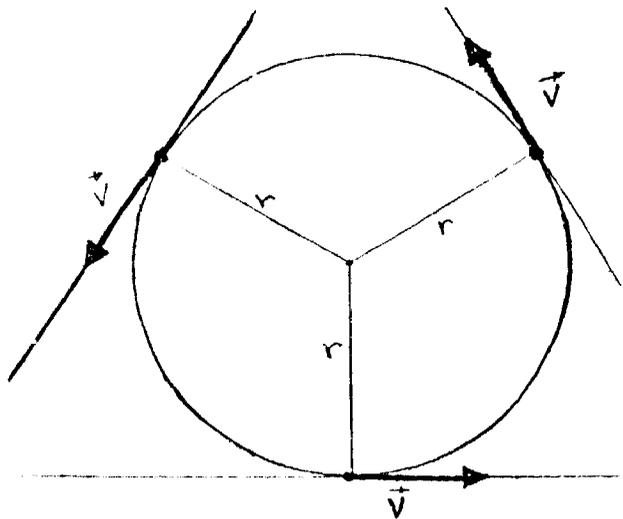


Fig. 2

3. Velocidad angular

Si consideramos un cuerpo rígido en rotación sobre sí mismo, por ejemplo, una plataforma giratoria o un disco (fig. 3), y nos fijamos en tres puntos A, B y C alineados con el punto O, por el que pasa el eje de giro, y a distintas distancias de éste, vemos que en el mismo tiempo t los tres puntos recorren arcos de longitud distinta.

Es decir, la velocidad lineal, de valor $v = \frac{s}{t}$, será distinta para cada uno de ellos, siendo mayor para el más alejado y menor para el más cercano al eje de giro. Por tanto, la velocidad lineal no tiene un valor igual para todos los puntos del cuerpo y, por ello, no nos sirve para ca-

racterizar con un sólo valor el movimiento de todo el cuerpo en conjunto.

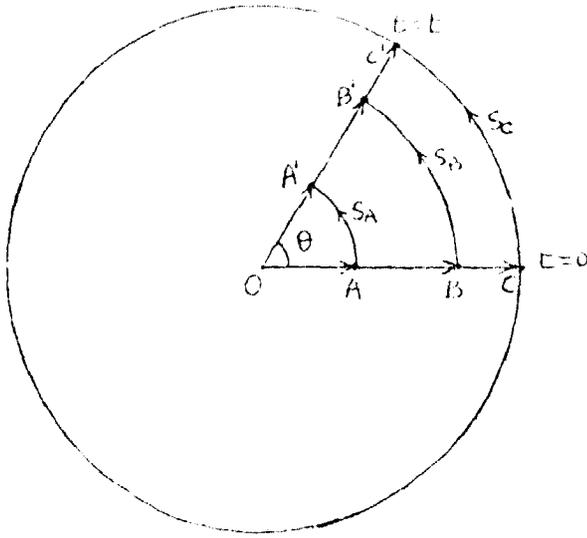


Fig. 3

En cambio, en la figura podemos observar que los tres puntos giran el mismo ángulo θ en el mismo tiempo t . Esto también ocurre para todos los demás puntos del cuerpo, independientemente de la distancia a que se encuentren cada uno de ellos del eje de giro. Por ello, es útil introducir otra magnitud, la velocidad angular ω , que se define como el ángulo girado en la unidad de tiempo. Como para intervalos de tiempo iguales, los ángulos girados son siempre iguales, la velocidad angular es de valor constante en cada momento y puede calcularse por la expresión:

$$\omega = \frac{\theta}{t} \quad (6)$$

Para calcular la velocidad angular, el ángulo θ se mide en radianes (rad.) y el tiempo en segundos (s.). Por tanto, la unidad de velocidad angular es el radián por segundo (rad/s.), rad.s⁻¹, o simplemente s⁻¹.

El ángulo descrito por un punto con movimiento circular es de 1 radián cuando la longitud del arco recorrido es igual a la longitud del radio (ver figura 4). Si la longitud del arco es dos veces la longitud del radio, el ángulo correspondiente es de 2 rad. En general, si el arco recorrido vale s , y el radio correspondiente r , el número de radianes se obtiene dividiendo la longitud del arco por la longitud del radio:

$$\theta \text{ (radianes)} = \frac{s}{r} \quad (7)$$

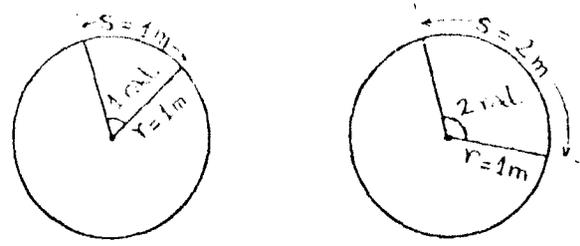


Fig. 4

Según esta definición, el valor en radianes del ángulo de valor 360° será: θ (radianes) = $\frac{2\pi r}{r} = 2\pi$, luego 360° equivalen a 2π radianes. A partir de esta equivalencia podemos averiguar cuántos grados tiene 1 radián:
Si $2\pi \text{ rad.} \rightarrow 360^\circ$
1 rad. $\rightarrow x$ } $x = \frac{360^\circ \cdot 1 \text{ rad}}{2\pi \text{ rad.}} = 57,3^\circ$

Hemos visto que un punto material con movimiento circular uniforme recorre arcos iguales en tiempos iguales, por lo que también gira ángulos iguales en tiempos iguales y la velocidad angular es de valor constante. Podemos calcular ésta danto a t cualquier valor, hallando su correspondiente valor de θ , y sustituyéndolos en (6). Para $t = T$, el punto da una vuelta completa a la circunferencia, luego el ángulo girado (360°) en radianes será $\theta = 2\pi$, y tendremos que:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{o bien} \quad \omega = 2 \cdot \pi \cdot f \quad (9)$$

El valor de la velocidad angular no basta para describir completamente el movimiento de rotación de un cuerpo sobre su eje, ya que éste puede girar en dos sentidos distintos. Por ello, se le asigna a la velocidad angular una dirección y un sentido que le dan un carácter vectorial. Se toma como *dirección* la perpendicular al plano de rotación (ver figura 5), que coincide con el eje de rotación, y como *sentido* el de avance de un sacacorchos que girase de igual manera que el cuerpo («regla del sacacorchos»).

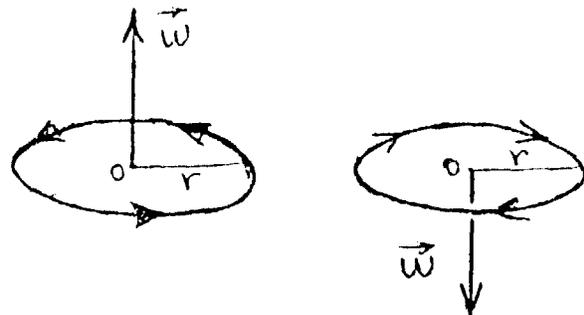


Fig. 5

Los valores de la velocidad lineal y la velocidad angular están relacionados entre sí. De la expresión (7) obtenemos $s = \theta \cdot r$. Dividiendo ambos miembros de esta igualdad por t :

$$\frac{s}{t} = \frac{\theta \cdot r}{t}; \text{ de donde } \boxed{v = \omega \cdot r} \quad (10)$$

En esta fórmula queda patente que siendo ω la misma para todos los puntos del cuerpo que gira, sus velocidades lineales dependen del valor del radio de giro.

4. Aceleración centrípeta

Todo móvil cuya velocidad varía con el tiempo experimenta una aceleración. Como la velocidad es una magnitud vectorial, basta con que varíe al menos una de sus tres características, módulo, dirección, o sentido, para que tengamos una aceleración.

En principio parece que el movimiento circular uniforme carece de aceleración, ya que su velocidad es constante, pero si recordamos que dicha velocidad es una magnitud vectorial, ocurre que si bien la velocidad lineal tiene valor o módulo constante, su dirección es variable, y, por tanto, tenemos una variación de velocidad en dirección, es decir, una aceleración que se llama centrípeta en este caso.

En efecto, si el punto móvil de la figura 6 al pasar por A va animado de una velocidad de valor v , normal al radio OA, cuando pasa por B su velocidad tiene el mismo valor v , pero ésta ha cambiado de dirección, que ahora es normal al radio OB; se origina, por tanto, una aceleración que, al igual que la velocidad, tiene carácter vectorial.

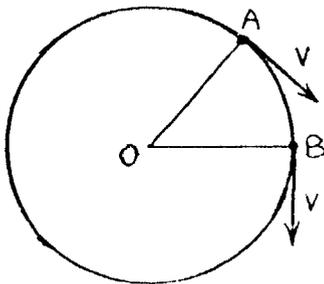


Fig. 6

Pasemos a calcular el valor de esta aceleración centrípeta. Para ello consideremos el origen de la misma. De acuerdo con los principios de la dinámica, toda aceleración tiene su origen en una fuerza que la produce. ¿Cuál es esta fuerza en cada caso?

En el caso de una piedra atada al extremo de una cuerda, a la que hacemos girar a velocidad constante en una trayectoria circular (ver figura 7), la aceleración centrípeta a que está sometida

la piedra es debida a una fuerza que la cuerda ejerce sobre la piedra (tensión de la cuerda), que tiene dirección radial, y que está dirigida hacia el centro, por lo que se llama fuerza centrípeta. La cuerda al aplicar esta fuerza sobre la piedra la retiene en su órbita circular. Si la cuerda se rompiese, la piedra escaparía en dirección tangencial a su primitiva trayectoria, con la velocidad que tenía en el instante en que la cuerda se rompió (figura 8).

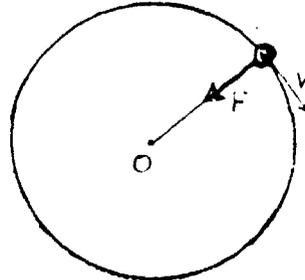


Fig. 7

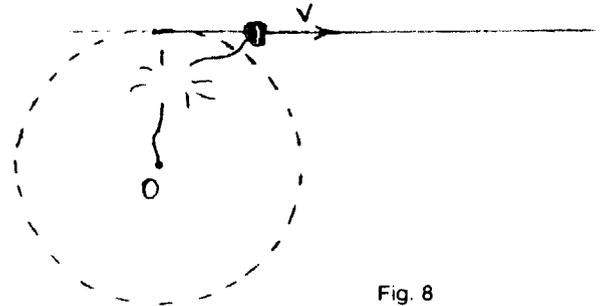


Fig. 8

En el caso de un satélite que gira alrededor de la Tierra (figura 9), la fuerza que le retiene en su órbita circular es la fuerza de la gravedad. La velocidad del satélite ha de tener el valor justo para mantenerse en dicha órbita. Si la velocidad fuese menor, caería sobre la tierra, y si fuese mayor escaparía de la órbita circular, alejándose cada vez más de la Tierra y perdiéndose en el espacio interplanetario si la velocidad es lo suficientemente grande (ver figura 10).

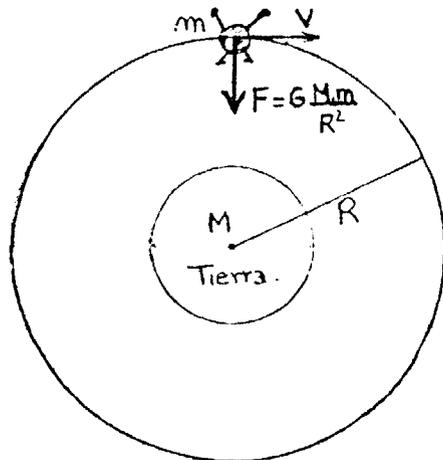


Fig. 9

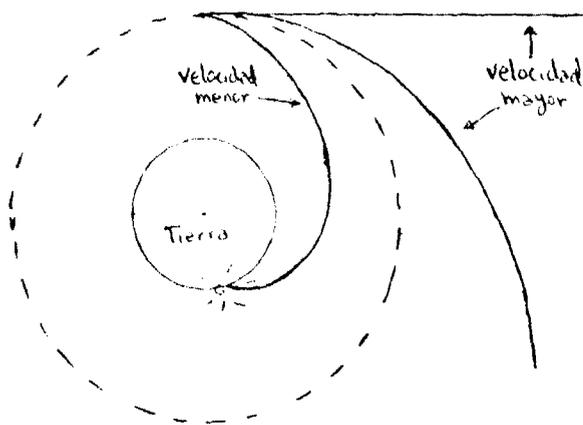


Fig. 10

Para que el satélite se mantenga en su órbita circular, su tendencia a escaparse y seguir con movimiento rectilíneo uniforme (por inercia) ha de compensarse exactamente con la fuerza de la gravedad que le hace caer la altura adecuada para que siempre se encuentre a una distancia igual del centro de la Tierra. Tomemos este último caso para hacer el cálculo de la aceleración centrípeta.

Supongamos que el satélite de la figura 11 gira a velocidad constante v , en una circunferencia de radio R con centro en O (centro de la Tierra). El hecho de que la trayectoria sea circular nos indica que el movimiento obedece a una fuerza continua, pues si ésta no existiera (caso análogo a la rotura de la cuerda), el satélite quedaría abandonado a sí mismo y se movería rectilíneamente cualquiera que fuera su velocidad, según el principio de la inercia.

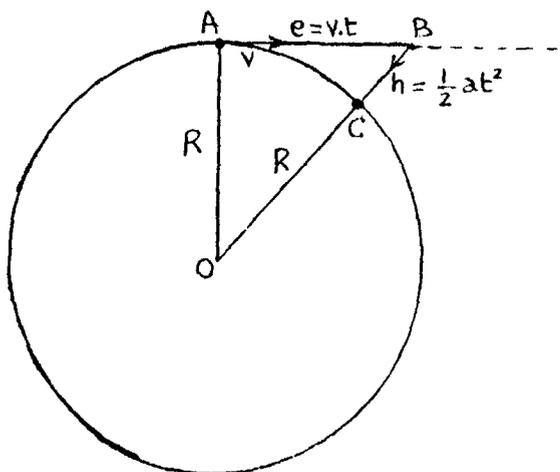


Fig. 11

Si al pasar por A, el satélite quedara abandonado a sí mismo, seguiría en la dirección de la tangente en A a la circunferencia, y al cabo de un tiempo t recorrería el espacio AB de valor $e = v.t$. Pero sabemos que en realidad el satélite está sometido a una fuerza que lo atrae hacia el centro, que en el mismo tiempo que el satélite recorrería la distancia tangencial AB, le haría

caer una distancia igual a la altura BC con una aceleración constante «a», por lo que como resultado de esos dos movimientos simultáneos, al cabo del tiempo t el satélite se encuentra en el punto C. Como el movimiento a lo largo de la altura BC sería uniformemente acelerado, el valor de la altura será $h = \frac{1}{2} a.t^2$

Aplicando el teorema de Pitágoras el triángulo OAB:

$$(R + h)^2 = R^2 + e^2, \text{ y desarrollando el cuadrado del primer miembro: } R^2 + h^2 + 2.R.h = R^2 + e^2, \text{ simplificando y substituyendo } h \text{ y } e \text{ por sus valores: } \frac{1}{4} a^2 \cdot t^4 + R.a.t^2 = v^2.t^2$$

Si consideramos un tiempo t muy pequeño (mucho menor que 1 s), t^4 será tan pequeño en comparación con t^2 que podemos despreciar $\frac{1}{4} a^2 t^4$ frente a $R.a.t^2$, y queda que: $R.a.t^2 = v^2 t^2$, de donde dividiendo por t^2 y despejando la aceleración centrípeta a resulta que:

$$a = \frac{v^2}{R} \quad (11)$$

La aproximación hecha es tanto más exacta cuanto t es más pequeño; es decir, el punto C está a una distancia infinitamente pequeña del punto A, por lo que la fórmula (11) nos da el valor exacto de la aceleración instantánea o variación de la velocidad en dirección en cada momento. Como el razonamiento es válido para cualquier punto A que se tome de la circunferencia, $\frac{v^2}{R}$ será el valor de la aceleración centrípeta para cualquier punto de la trayectoria.

Teniendo en cuenta que v y R son constantes en el movimiento circular uniforme, el valor de la aceleración centrípeta es constante para todos los puntos.

Este valor, aunque deducido para un caso particular (satélite), es válido para todos los casos de movimiento circular uniforme (la piedra que gira atada a una cuerda, un coche tomando una curva circular, etc.). En general, si el radio de giro es r y la velocidad v , teniendo en cuenta (10) podemos escribir el valor de la aceleración centrípeta de las siguientes formas:

$$a_c = \frac{v^2}{r} \quad (11) \quad \text{o bien} \quad a_c = \omega^2 \cdot r \quad (12)$$

En cuanto a la dirección y sentido de la aceleración centrípeta serían en el razonamiento anterior los mismo que los de la fuerza centrípeta que haría caer al satélite la altura BC; es decir, tendría la dirección del radio en cada punto y el sentido hacia el centro de la circunferencia.

Según esto, podemos representar las dos magnitudes vectoriales asociadas a un cuerpo

con movimiento circular uniforme, la velocidad lineal y la aceleración centrípeta, como indica la figura 12 a continuación:

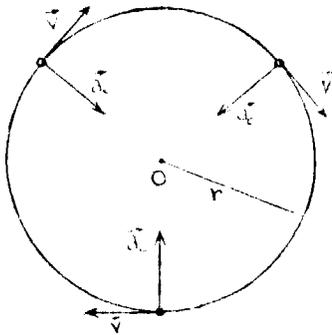


Fig. 12

Ambos vectores tienen:

- *Módulo constante*
 $v = \omega \cdot r = \text{cte.}$
 $a_c = \omega^2 \cdot r = \text{cte.}$
- *Direcciones variables.*

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME. DOCUMENTO B

1. Conceptos e ideas básicos

1. En la figura 1 se representa un móvil con movimiento circular uniforme de velocidad 3 m/s. en cuatro posiciones sucesivas sobre su trayectoria:

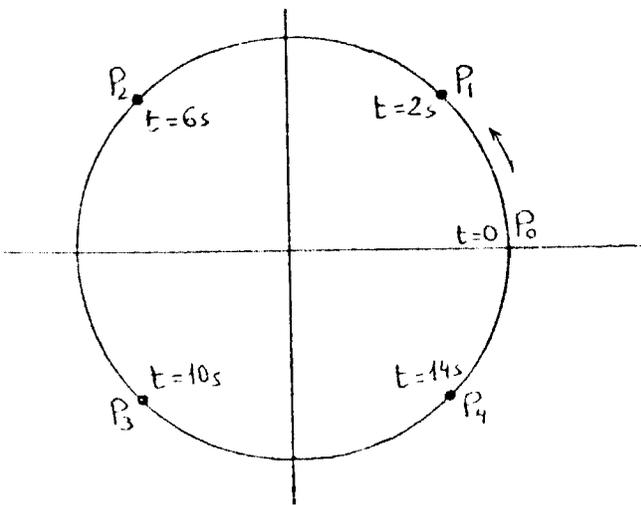


Fig. 1

Si los tiempos indicados se han empezado a contar cuando el móvil iniciaba una de las vueltas, al pasar por P₀:

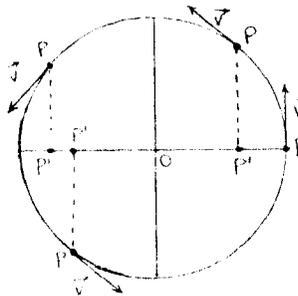
- a) ¿Qué se puede decir de los arcos P₁P₂, P₂P₃ y P₃P₄? ¿Qué longitudes tienen?
- b) ¿Cuáles son el *período* y la *frecuencia* de este movimiento circular?

2. Muchos de los tocadiscos comerciales están diseñados para girar a las frecuencias de 33,3 r.p.m., 45 r.p.m. y 78 r.p.m. (long play, single y discos antiguos). ¿Cuál es el período correspondiente a cada una de ellas?

2. Velocidad lineal

3. a) ¿Por qué para un movimiento circular uniforme el cociente $\frac{s}{t}$ es siempre el mismo cualquiera que sea el valor de t y su correspondiente arcos? b) Deducir la fórmula que da la velocidad lineal en función del radio y del período tomando $t = T/2$.

4. La partícula P de la figura 2, que recorre la circunferencia con movimiento circular uniforme de velocidad \vec{v} , está representada en varias posiciones sucesivas sobre su trayectoria y, asimismo, se han representado las correspondientes posiciones de su proyección sobre el diámetro de la circunferencia P'. Si consideramos el movimiento de P' sobre el diámetro, que es simultáneo al de P sobre la circunferencia: a) ¿En qué se diferencian la *trayectoria*, la *dirección* y el *sentido* de los movimientos de P y P'? b) Dibujar sobre la figura los vectores que representarían la velocidad de P' en los puntos que aparecen representados sobre el diámetro.



Grados	Radianes
360°	2π
180°	
90°	
45°	

3. Velocidad angular

5. ¿En qué se diferencian y en qué se parecen los distintos puntos de un meridiano terrestre en términos de velocidad?

6. En una circunferencia de 2 m. de radio, ¿qué ángulos en radianes corresponden a los siguientes arcos: s₁ = 3 m., s₂ = 4,5 m. y s₃ = 6,28 m.?

7. Completar la tabla de equivalencias entre grados y radianes dada arriba.

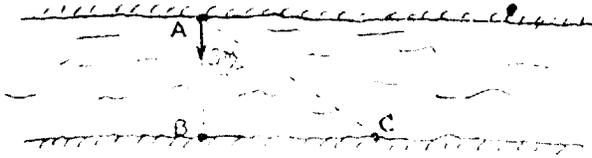
8. ¿Cuáles son las semejanzas y las diferencias entre el vector velocidad angular y el vector velocidad lineal?

4. Aceleración centrípeta

9. ¿En qué se diferencian la aceleración de un movimiento circular uniforme y la acelera-

ción de caída libre de un cuerpo en las proximidades de la Tierra?

10. Un nadador intenta cruzar el río de la figura desde el punto A al B nadando a una velocidad de 3 m/s. Sin embargo, una fuerte corriente le empuja aguas abajo comunicándole una aceleración de 2 m/s², y al cabo de 20 s. alcanza la otra orilla en el punto C: a) ¿Cuál es la anchura del río? b) ¿Qué distancia hay entre B y C?



MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME. DOCUMENTO C

1. Un disco de fonógrafo tiene un diámetro de 18 cm. y gira a 45 r.p.m. ¿Cuál es la *velocidad lineal* de un punto en el borde del disco?

(Respuesta: 0,42 m/s.).

2. El primer satélite artificial de la Tierra giraba en una órbita circular media de 563 Km. sobre la superficie de la Tierra, e invertía 96 min. en dar una vuelta completa. ¿Cuál era su velocidad? (radio medio de la Tierra, supuesta esférica, 6.370 Km.).

(Respuesta: 1.308 m/s.).

3. La tierra tarda aproximadamente 24 h. en dar una vuelta sobre su eje; el radio medio terrestre es $R = 6.370$ Km. Calcular las velocidades lineales de dos personas tumbadas sobre su superficie, una en el ecuador y otra a 60° de latitud norte. Suponer la Tierra completamente esférica. ($\text{Seno } 30^\circ = 1/2$).

(Respuesta: 463 m/s. y 231,5 m/s.).

4. En los tractores el radio de las ruedas traseras es mayor que el de las delanteras. a) Cuando se mueve un tractor, ¿la velocidad lineal de las ruedas traseras y la de las delanteras son iguales o distintas? b) ¿Son iguales o distintas la *velocidad angular* de las ruedas delanteras y la de las traseras?

5. Calcular las velocidades angulares de las agujas horaria, w_h ; minuterá, w_m , y segundera, w_s , de un reloj en rad/s.

(Respuestas: $14,5 \cdot 10^{-5}$ rad/s; $174 \cdot 10^{-5}$ rad/s; $14866 \cdot 10^{-5}$ rad/s).

6. ¿Cuál es la velocidad angular de la Tierra en su movimiento de rotación alrededor de su eje? Dar el resultado en rad/s y en grados/h

(Respuestas: $7,2 \cdot 10^{-5}$ rad/s; 15°/h).

7. Un tren toma una curva a 144 Km/h. Si la curva es un arco de circunferencia de 300 m. de radio, ¿cuál es su *aceleración centrípeta*?

(Respuesta: 5,33 m/s²).

8. Un bólido recorre una pista circular de 200 m. de radio y da 30 vueltas cada 5 min. Calcular:

a) La velocidad lineal (resp.: 125,6 m/s).

b) La velocidad angular (resp.: 0,628 rad/s).

c) La velocidad centrípeta a que está sometido (resp.: 78,88 m/s²).

9. Una plataforma giratoria gira durante 5 min. con una frecuencia de 30 rev/min.: a) ¿Qué ángulo en radianes describirá una mancha situada sobre un punto cualquiera de la plataforma en ese tiempo? b) ¿Cuáles serán las velocidades lineales de dos personas que se encuentran de pie a 3 m. y 9 m. del eje de giro? c) ¿Cuáles son las aceleraciones centrípetas a que están sometidas ambas personas?

(Respuestas: 942 rad.; 9,42 m/s. y 28,26 m/s.; 29,57 m/s² y 88,73 m/s²).

5. Dinámica del movimiento circular uniforme. Fuerza centrípeta:

Para realizar el estudio dinámico del movimiento circular uniforme vamos a aplicar a este tipo de movimiento los principios fundamentales de la dinámica enunciados por Newton. Luego los utilizaremos en la resolución de problemas.

Primer principio: Todo cuerpo permanece en reposo o persiste en su estado de movimiento rectilíneo uniforme si sobre él no actúa ninguna fuerza o si la resultante de las fuerzas aplicadas sobre él es nula.

Segundo principio: Todo cuerpo sobre el que actúa una fuerza resultante distinta de cero experimenta una aceleración. La fuerza resultante dicha es proporcional a la aceleración y tiene su misma dirección y sentido. La constante de proporcionalidad es la masa del cuerpo:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

o

$$\frac{F}{a} = \text{constante} = m, \quad \vec{F} \parallel \vec{a}$$

Tercer principio: Si un cuerpo A ejerce una fuerza de acción sobre otro cuerpo B (F_{AB}), el cuerpo B ejercerá otra fuerza de reacción sobre el cuerpo A (F_{BA}); ambas fuerzas son iguales en magnitud y de sentido contrario:

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

(Nótese que las fuerzas de acción y de reacción actúan sobre cuerpos distintos.)

PREGUNTAS

10. De acuerdo con el primer principio, ¿qué conclusión puede sacarse respecto al movimiento circular uniforme?

.....
.....

..... 11. De acuerdo con el segundo principio:

- a) La aceleración centrípeta es debida a una llamada
- b) La fuerza centrípeta puede tomar una de las siguientes expresiones:

$$F_c = \quad \quad \quad \text{o bien} \quad F_c =$$

c) La dirección y el sentido de la fuerza centrípeta son

.....

12. Si convenimos en considerar que la fuerza centrípeta es la fuerza de acción, de acuerdo con el tercer principio:

a) ¿Qué sería la fuerza centrífuga?

.....

b) ¿Sobre qué cuerpos estarían aplicadas la fuerza centrípeta y la fuerza centrífuga en los siguientes movimientos circulares?:

— Una piedra que gira atada al extremo de una cuerda que sujetamos con la mano por el otro extremo:

.....

— La Luna alrededor de la Tierra:

.....

— Un coche tomando una curva circular en una carretera:

.....

13. Calcular la fuerza centrípeta que retiene a un automóvil cuando toma una curva circular de 25 m. de radio a la velocidad de 72 Km/h. Masa del automóvil, 600 Kg. ¿Cuál es el origen o causa de dicha fuerza?

14. Un carrusel gira dando 2 vueltas por minuto: a) ¿Cuál es la aceleración centrípeta de un muchacho sentado sobre un caballo que sita 4 m. del centro? b) ¿Qué fuerza centrípeta debe ejercer el caballo sobre el muchacho si la masa de éste es de 30 Kg.?

15. ¿Con qué velocidad gira una piedra de 0,5 Kg. atada a una cuerda de 1 m. de longitud, si ésta ejerce sobre nuestra mano una fuerza de 8 N. mientras mantenemos en movimiento a la piedra en un círculo horizontal?

16. Un hombre arriesgado monta sobre una motocicleta dentro de una esfera de 4 m. de radio. Si marcha por un círculo vertical, ¿cuál debe ser su velocidad para que no caiga cuando esté en el punto más elevado? (Caerá si existe sobre él una fuerza total hacia abajo que supere la fuerza centrípeta necesaria.)

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME. DOCUMENTO D

Estudio experimental de la fuerza centrípeta

Hemos visto que un móvil con movimiento circular uniforme está sometido a una aceleración centrípeta, ya que su velocidad, aunque de valor constante, cambia continuamente de dirección de forma que la trayectoria es circular. Esta aceleración es producida, según la 2.^a ley de Newton, por una fuerza llamada también fuerza centrípeta por tener la misma dirección y sentido que la aceleración.

En el experimento que vas a realizar, un cuerpo gira a velocidad constante en valor, y es mantenido en una trayectoria circular por un hilo o cuerda que tira constantemente de él con una fuerza centrípeta que mediremos con un diámetro de muelle. A mayor alargamiento del muelle, mayor será la fuerza con que tira del cuerpo a través de la cuerda.

El objeto del experimento, que presentamos en dos modalidades, es el de averiguar la relación que existe entre el valor de la fuerza centrípeta y la aceleración centrípeta.

Experimento: Primera modalidad

Materiales:

- Regla de madera con ranura guía (ENOSA: Equipo elemental mecánica).
- Dinamómetro de 100 pondios (ENOSA: Idem).
- Tubo de vidrio, 15 cm. largo.
- Papel cello.
- Hilo de nilón fino, 80 cm. longitud.
- Tapón mediano de goma con uno o dos orificios.
- Cronómetro o reloj de pulsera con segundo.
- Regla de medida de 30 cm.

NOTA: Uno de los extremos del tubo de vidrio debe tener el borde suavizado a la llama.
Los valores numéricos indicados en la escala del dinamómetro corresponden a las rayas gruesas que separan los colores y que están encima de los números.

Montaje:

1.º Se ata un extremo del hilo al dinamómetro y se pasa el resto por el tubo de vidrio entrando por un extremo y saliendo por el extremo de bordes planos suavizados a la llama.

2.º Con papel cello, y sobre la ranura guía, se fijan el dinamómetro y el tubo de vidrio a la regla de madera, de manera que el extremo suavizado del tubo de vidrio sobresalga unos 5 ó 6 cm. de un extremo de la regla, y el dinamómetro quede fijado en el extremo opuesto.

3.º Se ata el tapón de goma al extremo libre del hilo de nilón (ver figura 1).

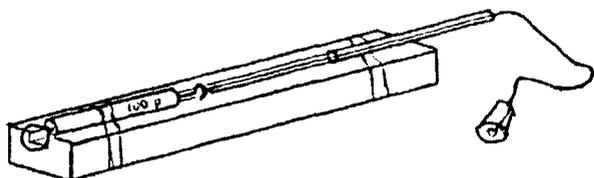


Fig. 1

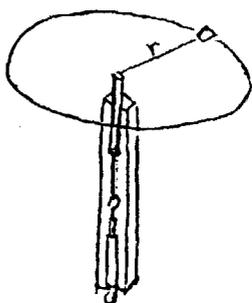


Fig. 2

Procedimiento experimental (ver figura 2):

1.º Comunicamos al tapón de goma un movimiento circular uniforme por medio del hilo de nilón, sujetando la regla verticalmente con ambas manos, y girando el tapón por encima de la cabeza con un movimiento rítmico que le proporcione una velocidad de valor constante. Procurar que la parte superior tenga el menor movimiento posible, pues esto cambia el radio de giro.

2.º Para asegurarse que la trayectoria circular es de radio constante, dejar que el móvil gire un cierto tiempo hasta conseguir que el alargamiento del dinamómetro no varíe del valor constante elegido. Se anota la fuerza.

3.º Mientras que el experimentador que provoca el movimiento se asegura que la fuerza que marca el dinamómetro permanece constante, otro mide el tiempo que invierte al móvil en dar un número de vueltas determinado, por ejemplo, 100 vueltas. Así el tiempo medido será grande, y habrá menos errores al calcular la frecuencia f del movimiento.

4.º El radio de giro se mide (en metros) una vez acabado el experimento, en parado, tirando del tapón hasta que el dinamómetro marque la misma fuerza. Es la distancia desde el centro del tapón al borde del tubo de vidrio, que es a «grosso modo» el centro de la trayectoria circular.

5.º Repetir el experimento para 6 ó 7 valores de la fuerza, por ejemplo: 30, 40, 50, 60, 70, 80 y 90 pondios. Pasar los valores de la fuerza de pondios a Newtons (N), teniendo en cuenta que 1 pondio es aproximadamente igual a 10^{-2} N.

Experimento: Segunda modalidad

Materiales:

- Demostrador de fuerza centrípeta (ENOSA: Equipo para BUP-73).
- Motor (ENOSA: Equipo BUP-73).
- Cono de poleas (idem).
- Correa de transmisión de goma (idem).
- Bola de acero con gancho (idem).

NOTA: Se sustituye el rodillo del demostrador por la bola de acero, atando el extremo de la cuerda a su gancho.

Montaje (ver figura 3):

1.º Se ata la bola al extremo de la cuerda que cuelga del dinamómetro.

2.º Se ajusta el dinamómetro desplazando su extremo superior hasta que la aguja señale el cero de la escala.

3.º Después de montar el cono de poleas en el motor, y éste en el demostrador, se conecta la polea de debajo de la plataforma giratoria, por medio de la correa, a la primera de las cuatro poleas más grandes del cono de poleas.

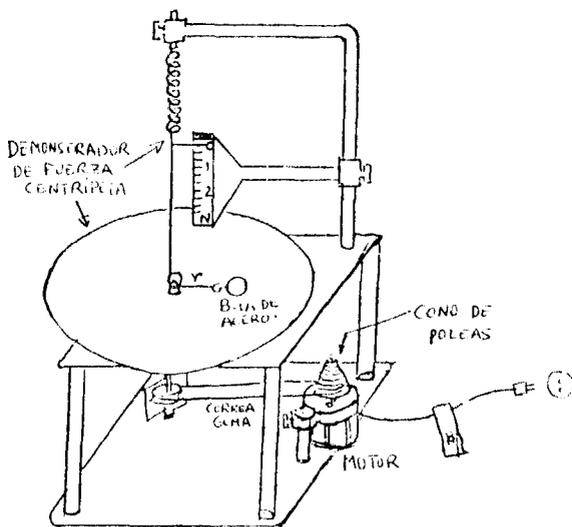


Fig. 3

Procedimiento experimental:

1.º Una vez situada la bola sobre la plataforma, en la dirección radial que determina la intersección de ésta con el plano vertical de la polea (figura 3), de manera que la cuerda quede estirada, sin que el dinamómetro deje de marcar cero, se sujeta la plataforma con una mano, se pone el motor en marcha y vamos liberando la plataforma poco a poco hasta que gira sola a la

velocidad de régimen que le proporciona el motor a través del juego de poleas. Al adquirir la plataforma esta velocidad poco a poco se evita que por inercia la bola quede retrasada y que la cuerda se agarrote en la polea.

2.º Se espera hasta que la aguja del *dinamómetro* se estabilice y deje de aumentar la fuerza centrípeta al conseguirse una órbita estable para la bola. Entonces se anotará el *valor de la fuerza*.

3.º Mientras tanto, se mide el tiempo que tarda la plataforma en dar un número de vueltas, por ejemplo, 100 vueltas. Se calcula la *frecuencia*.

4.º Se para la plataforma, y se mide el *radio de giro* de la bola desde el centro de la polea al centro de la bola, mientras se tira de ella de manera que el dinamómetro señale la misma fuerza que cuando la bola estaba girando.

5.º Se repite el experimento conectando la polea de debajo de la plataforma a las tres restantes poleas del cono, midiendo en cada caso la fuerza, la frecuencia y el radio de giro.

NOTA: Escribe aquí los resultados de la interpretación y adjunta con hoja C, con las operaciones y comentarios.

Registro de resultados

Hoja a

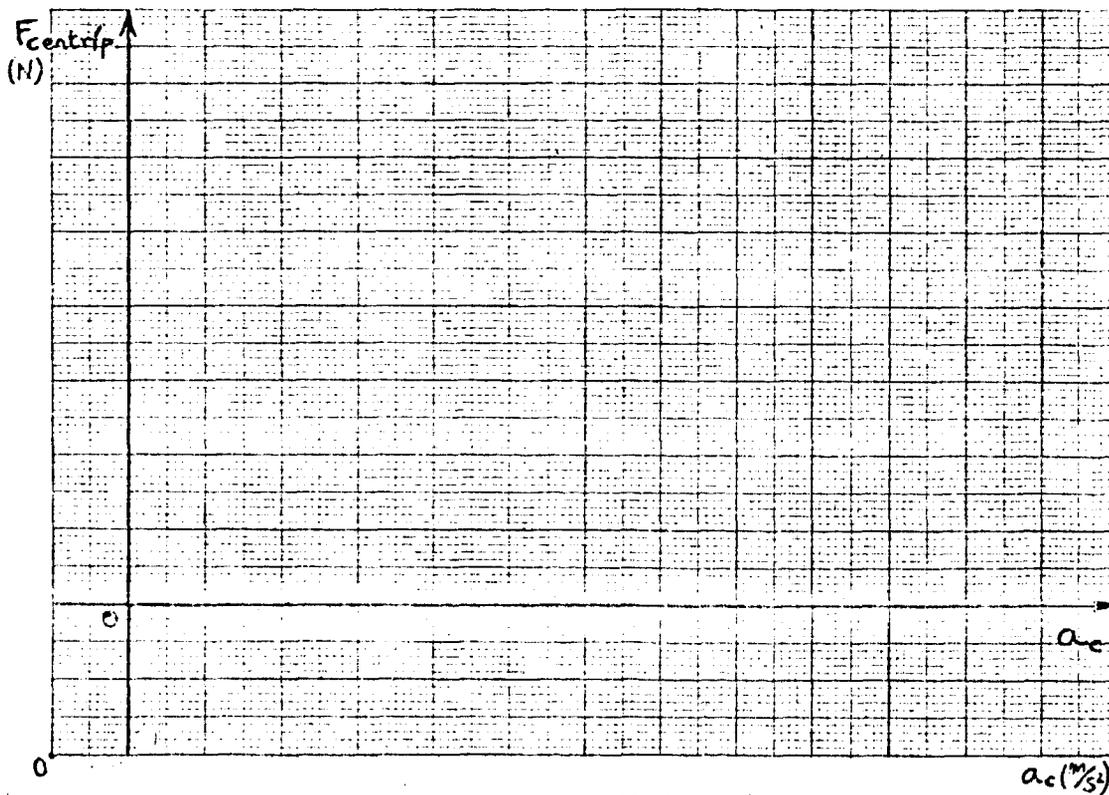
TABLA (Tomar $4\pi^2 \approx 40$)

Fuerza centrípeta F_c (Newton)	Frecuencia f (seg ⁻¹)	f^2 (s ⁻²)	Cuadrado vel. ang. $\omega^2 = 4\pi^2 f^2$	Radio r (m.)	Aceleración centrípeta a_c (m/s ²)

(tamaño folio)

Hoja b

GRAFICA



Interpretación de los datos:

A la vista de los valores de la tabla anterior y de la forma de la gráfica que se obtiene al unir los puntos que representan dichos valores, contesta a las siguientes preguntas:

1. ¿Qué se puede decir de los valores de la fuerza en relación con los valores de la aceleración?
2. ¿Cómo son los cocientes que se obtienen de dividir los diferentes valores de la fuerza entre sus correspondientes aceleraciones? ¿Y qué ocurre con el valor de diferentes cocientes incrementales $\Delta F / \Delta a_c$ que puedes hallar?
3. ¿Qué conclusión se puede sacar respecto a la fuerza y la aceleración? ¿Por qué?

4. ¿Tiene algo que ver la conclusión anterior con la forma de la gráfica? ¿Por qué?

5. ¿Pasa la gráfica por el origen? Para $F_c = 0$, ¿qué valor tiene a_c ? ¿Qué puede representar dicho valor?

6. ¿Cuál es el valor de la masa del cuerpo que giraba? Determinalo a partir de los datos experimentales de la tabla o de la gráfica. Utiliza la 2.ª ley de Newton ($F = m \cdot a$).

7. Pesa el cuerpo en una balanza. ¿Obtienes igual masa? ¿A qué puede ser debida la diferencia?

8. ¿Qué otras conclusiones se pueden sacar?

Hoja c

Interpretación de los datos (hoja adjunta para contestar las preguntas):

(Para entregar al profesor junto con las hojas a y b para evaluación.)

NOMBRE:	APELLIDOS:

(tamaño folio)

DOCUMENTO E (EVALUACION)

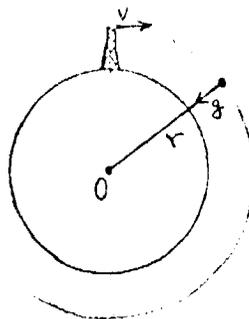
1. La Luna gira alrededor de la Tierra con movimiento circular uniforme, siendo su período de 27 días y 8 horas. Sabiendo que la distancia entre la Luna y la Tierra es de 384.000 Km., calcular: a) La velocidad de la Luna en su órbita alrededor de la Tierra. b) La aceleración centrípeta a que está sometida.

2. Una partícula se mueve con una velocidad lineal de 60 cm/s. en una trayectoria circular de 50 cm. de radio: a) ¿Cuál es su velocidad angular? b) Si está sometida a una fuerza centrípeta de 0,0072 N., ¿cuál será su masa?

3. Siendo 30 cm. el radio de las ruedas de un coche y 956 las revoluciones que den por minuto, calcula: a) La velocidad angular de las mismas en rad/s. b) La velocidad del auto en m/s. c) La aceleración centrípeta de un punto situado en la periferia de dichas ruedas.

4. Desde una torre de lanzamiento imaginaria de 30 Km. de altura sobre la superficie de la Tierra (ver figura) se lanza horizontalmente un proyectil con una gran velocidad. Sabiendo que

para que se mantenga en una órbita circular alrededor de la Tierra, su velocidad ha de ser tal que la aceleración centrípeta sea igual a la aceleración de la gravedad g con la que está continuamente cayendo sobre la Tierra debido a su peso, hallar: a) La expresión de dicha velocidad en función de g y el radio de la órbita r . b) El valor numérico de dicha velocidad en m/s. Suponer $g = 10 \text{ m/s}^2$ para simplificar los cálculos. Radio de la Tierra, 6.370 Km.



5. Un anillo circular está situado en un suelo plano, y una bola de billar B está rodando alrededor de la parte interior del anillo. PProbable-

mente tendremos que sujetar el anillo para que no se mueva porque la bola gira muy deprisa, aunque sin salirse del anillo. Contestar a las siguientes preguntas:

a) ¿En qué sentido está dirigida la fuerza que ejerce el anillo sobre la bola? Dibújala sobre la figura y escribe el nombre que tiene. ¿Sobre quién y en qué sentido está aplicada la fuerza de reacción correspondiente a la fuerza anterior? Dibújala y di cómo se llama en este caso esta otra fuerza. b) Si la masa de la bola es de 0,5 Kg., el radio de giro 10 cm. y su período de revolución $T = 3,14$ s. (o sea, π segundos), ¿cuánto vale la fuerza del apartado a)? c) Cuando la bola alcanza la posición D, el anillo es súbitamente levantado del suelo. ¿Cómo seguirá siendo el movimiento de la bola? Dibuja en la figura su trayectoria. ¿En qué te basas?



-. A) Deducir paso a paso, a partir de la 2.ª ley de Newton, la expresión: $F_c = m \cdot (4\pi^2/T^2) \cdot r$, explicando, en cada uno de los pasos dados, de dónde viene, lo que significan las letras, en qué caso se aplica la fórmula, etcétera.

b) Los ocupantes de un coche que toma una curva hacia la izquierda muy cerrada y a mucha velocidad tienen la sensación de ser empujados contra la puerta. Explicar lo que sucede realmente a uno de dichos pasajeros en términos de fuerza y aceleración.

Juicio del alumno sobre el desarrollo del tema

Juicio del alumno sobre su propio trabajo

(tamaño folio)

GUIA DEL PROFESOR

Unidad didáctica I.1: Movimiento circular uniforme

OBJETIVOS DE LA UNIDAD

En esta unidad se pretende que llegues a:

- 1.º *Aplicar los conceptos relativos al movimiento circular uniforme, a la resolución de problemas numéricos y cuestiones de comprensión.*
- 2.º *Relacionar el movimiento circular con los principios de la dinámica, llegando de manera deductiva a los conceptos de fuerza centrípeta y de fuerza centrífuga.*
- 3.º *Identificar el tipo de relación existente entre la fuerza centrípeta y la aceleración centrípeta en el contexto de unos datos experimentales expresados en forma de tabla y gráfica.*

CONTENIDOS DE LA UNIDAD

1. *Conceptos e ideas básicos:*
 - Definición del movimiento circular uniforme.
 - Período y frecuencia.
2. *Velocidad lineal:*
 - Su valor y carácter vectorial.
3. *Velocidad angular:*
 - Su valor y carácter vectorial.
 - Medida de ángulos en radianes.
 - Relación con la velocidad lineal.
4. *Aceleración centrípeta:*
 - Origen de la misma.
 - Su valor y carácter vectorial.

5. *Dinámica del movimiento circular uniforme. Fuerza centrípeta:*

— Aplicación de los principios de la dinámica a este movimiento.

— Expresiones de la fuerza centrípeta.

— La fuerza centrífuga en relación con el tercer principio.

METODOLOGIA Y MATERIAL

Respecto al contenido	Actividades de aprendizaje	Material	Lugar y tiempo
1. Conceptos e ideas básicas	— Lectura apartados 1, 2 y 3 del documento A. — Contestar a las preguntas 1 a la 8 del documento B.	Documentos A y B	CLASE, 60 min.
2. Velocidad lineal	— Puesta en común	Respuestas	CLASE, 30 min.
3. Velocidad angular	— Resolver problemas 1, 4, 2 y 5 del documento C (en este orden) (problemas 3 a 6 optativos)	Documento C	CLASE, 30 min. y en CASA
	— Puesta en común	Respuestas	CLASE, 30 min.
4. Aceleración centrípeta	— Lectura apartado 4 del documento A. — Contestar a las preguntas 9 y 10 del documento B.	Documentos A y B	CLASE, 30 min. y en CASA
	— Puesta en común	Respuestas	CLASE, 30 min.
	— Resolver problemas 7 y 8 del documento C (el 9 optativo)	Documento C	CLASE, 30 min.
5. Dinámica del movimiento circular uniforme. Fuerza centrípeta.	— Contestar a las preguntas 10 a 14 del documento C. (problemas 15 y 16 optativos)	Documento C	CLASE, 40 min.
	— Puesta en común	Respuestas	20 min.
	— Experimento sobre la fuerza centrípeta.	Documento D	Laboratorio, 60 min. y en CASA
	— Elaboración de un informe	Datos exper.	
	— Prueba de evaluación	Documento E	CLASE, 60 min.

CRITERIOS DE EVALUACION

Los objetivos 1.º y 2.º se evaluarán mediante una prueba o test de preguntas que recibirá el 80 por 100 de la nota, mientras que el objetivo 3.º se evaluará en base al informe de laboratorio con un 20 por 100 de peso en la nota.

El test de preguntas constará de seis preguntas que serán las del documento E, y de las que habrá que contestar cinco a elección.

El informe de laboratorio estará formado por las páginas 4, 5 y 6 del documento D de laboratorio. Consistirá en el registro e interpretación de los datos experimentales. Para esta interpretación se proporcionan unas cuestiones que pueden servir de guía; sin embargo, se te deja abierto el terreno para completar la interpreta-

ción según tus observaciones personales. Este informe tendrás que presentarlo el día siguiente al del laboratorio. Es personal, aunque se base en los mismos datos experimentales que los contenidos en el informe de tu compañero de trabajo.

PROPOSITO DE LA UNIDAD

Así como en el curso 2.º se tratan los movimientos rectilíneos uniforme y uniformemente acelerado, con el fin de proporcionar al alumno los conocimientos indispensables para llegar al concepto de energía, núcleo del programa, en 3.º se estudia el movimiento circular uniforme como paso previo necesario para el estudio del movimiento vibratorio armónico, base fundamental para desarrollar el concepto de onda,

que es el que aglutina el programa en este curso.

En consecuencia, se da a este tema un enfoque exento de gran aparato matemático para evitar dificultades innecesarias al alumno. No obstante, el enfoque adoptado proporciona al alumno los conocimientos necesarios para entender el movimiento vibratorio armónico.

ENFOQUE DEL TEMA

Tras una pequeña introducción (contenido 1), se desarrolla el concepto de *velocidad lineal* (contenido 2) partiendo sobre el movimiento rectilíneo uniforme adquirido por el alumno el curso anterior, haciéndosele notar el carácter vectorial de esta velocidad.

El concepto de *velocidad angular* (contenido 3) se introduce con una justificación de la necesidad del mismo, en virtud de su utilidad para describir este tipo de movimiento en el caso de sólidos rígidos en rotación.

En cuanto a la *aceleración centrípeta* (contenido 4), después de recalcar que es debida únicamente al cambio en la dirección de la velocidad lineal, se pasa a calcular su valor. Este cálculo se hace sin necesidad de recurrir a la definición vectorial de aceleración. En su lugar se parte de un razonamiento físico basado en los dos primeros principios de la dinámica dados el curso anterior, para acabar demostrando el carácter vectorial de dicha aceleración. Aunque se hace mención a la fuerza centrípeta, este concepto no se desarrolla como tal en esta sección.

DESARROLLO DEL TEMA

El *objetivo 1.º*, que afecta fundamentalmente a los contenidos 1 al 4, se logra mediante el trabajo personal del alumno con los documentos A, B y C. Mientras el *documento B* trata de ase-

gurar la comprensión de los conceptos desarrollados en el documento A, el *documento C* está orientado a desarrollar la capacidad de aplicar dichos conocimientos a la resolución de problemas numéricos.

Llegados al contenido 5, que trata de la fuerza centrípeta, el enfoque de la unidad cambia radicalmente. Este contenido no aparece en el documento A porque, de acuerdo con los *objetivos 2.º y 3.º*, se trata de que el estudiante llegue por sí mismo a este concepto por un doble camino: el deductivo y el experimental.

El camino *deductivo* se sigue en la segunda parte del *documento C*, y apunta hacia la consecución del *objetivo 2.º*, ya que el alumno ha de aplicar unos conocimientos generales (principios de la dinámica) al caso particular del movimiento circular uniforme para llegar a los conceptos de fuerza centrípeta y centrífuga.

El camino *experimental* viene indicado en el *documento D* de laboratorio, que está diseñado para que el alumno alcance a través de él el *objetivo 3.º*.

PROGRAMACION DE LA EVALUACION

De acuerdo con los criterios de evaluación mencionados antes, para llevar a cabo ésta se ha diseñado el *documento E* de evaluación, que contiene un total de 14 cuestiones distribuidas en seis preguntas y que pretenden medir el grado de adquisición de los objetivos 1.º y 2.º de la unidad.

El número de cuestiones destinadas a evaluar cada objetivo en el contexto de cada uno de los contenidos se ha determinado por medio del clásico cuadro de doble entrada que aparece a continuación:

Contenidos		Objetivos			
		2 (15 %)	3 (15 %)	4 (40 %)	5 (30 %)
10	1.º (70 %) B C-1.ª parte	2 (1.ª, 3.ª)	2 (2.ª, 3.ª)	4 (1.ª, 3.ª, 4.ª)	2 (2.ª, 5.ª)
	4 2.º (30 %) C-2.ª parte			2 (6.ª)	2 (5.ª)
		2	2	6	4
14		14			

Los porcentajes que aparecen en la columna de los objetivos representan el peso que se les da a la hora de evaluar. Este peso se ha distribuido de acuerdo con la intensidad en que han sido desarrollados. Para determinar esta intensidad se ha tomado como criterio el número de preguntas que aparecen en los documentos de trabajo que desarrollan cada uno de los objetivos y que se indican en la parte inferior izquierda de la casilla correspondiente.

Los porcentajes dados a cada contenido están en relación con la extensión con que han sido desarrollados en el documento A y con su importancia conceptual. Por último, los números que aparecen en las casillas de la intersección de filas de objetivos y columnas de contenidos son cada uno el número de cuestiones de entre las 14 que ha de evaluar el objetivo en el contexto del contenido correspondiente. Debajo de ellos, y entre paréntesis, aparecen la pregunta o preguntas del documento E en donde aparecen dichas cuestiones.

Notas sobre el experimento del documento D

Los experimentos programados en el documento D han sido diseñados y llevados a cabo en el laboratorio con el fin de asegurar resultados óptimos. Las páginas siguientes recogen los resultados obtenidos, con la hoja de interpretación de los mismos rellena con un conjunto de respuestas que no tienen por qué ser las únicas posibles.

A primera vista se aprecia una diferencia fundamental entre ambos experimentos. Mientras que el primero da lugar a una gráfica que no pasa por el origen, el segundo tiene como gráfica una recta que sí pasa por el origen. Dado que la gráfica del primero corta al eje de las aceleraciones para un valor muy próximo al de la aceleración de la gravedad, esto nos hace pensar que la diferencia estriba en que el peso del cuerpo que gira en el primer experimento

introduce una aceleración adicional. Esto se comprende si tenemos en cuenta que en el primer experimento el peso del cuerpo que gira no está neutralizado, a diferencia del segundo experimento en que dicho cuerpo reposa sobre la plataforma giratoria.

En el primer experimento es primordial usar hilo de nilón. El roce del mismo con el borde del tubo de vidrio es muy pequeño, y casi no se deforma ni se aplasta por el contacto con el mismo. Esta cualidad permite al dinamómetro acusar los cambios en el valor de la fuerza centrípeta causados por pequeños cambios en la velocidad.

En el segundo experimento se cambia el cilindro pesado que lleva el demostrador de fuerza centrípeta por una bola de acero. La razón es que con el primero es muy difícil obtener una órbita estable, ya que el radio crece continuamente. Con la bola, en cambio, llega un momento en que el radio deja de crecer. En ese punto, cualquier incremento del radio por inercia de la bola es inmediatamente neutralizado por el resorte del dinamómetro que vuelve la bola a su posición.

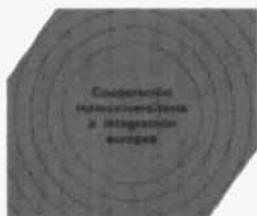
Una objeción que se puede hacer al primer experimento es que a velocidades no muy grandes el hilo no es horizontal, por lo que la longitud del hilo y la fuerza medida por el dinamómetro no corresponden exactamente al radio de la órbita y a la fuerza centrípeta. La guía del profesor del Proyecto Harvard de Física demuestra que ese radio y esa fuerza medidos cumplen la misma relación que la fuerza centrípeta y el verdadero radio de la órbita.

BIBLIOGRAFIA

- HOLTON-ROLLER: «Fundamentos de la Física Moderna». Ed. Reverté, 1963.
 COMITÉ DE ENSEÑANZA DE LA FÍSICA (C. E. F.): «Física», 4 vols., Ed. Norma, Colombia, 1972.
 MENDIOLA: «Física general». Ed. Cantabria, Santander, 1963.
 PROJECT PHYSICS: «Teacher Resource Book n.º 1». Holt, Rinehart & Winston, N. Y., 1971.
 RIVAS: «Física 6.º curso». Textos Everest, León (España), 1972.

Revista de
re Educación

Mayo-junio
1981
n.º 247



- un observatorio de la cooperación europea
- la cooperación interuniversitaria e integración europea

Revista de EDUCACION

En números anteriores:

- 244 Educación para la salud en la escuela.
 245-246 La educación de los hijos de los trabajadores emigrantes.
 247 Educación personalizada.
 248-249 Coste y financiación de la enseñanza superior.
 250-251 Cooperación interuniversitaria e integración europea.

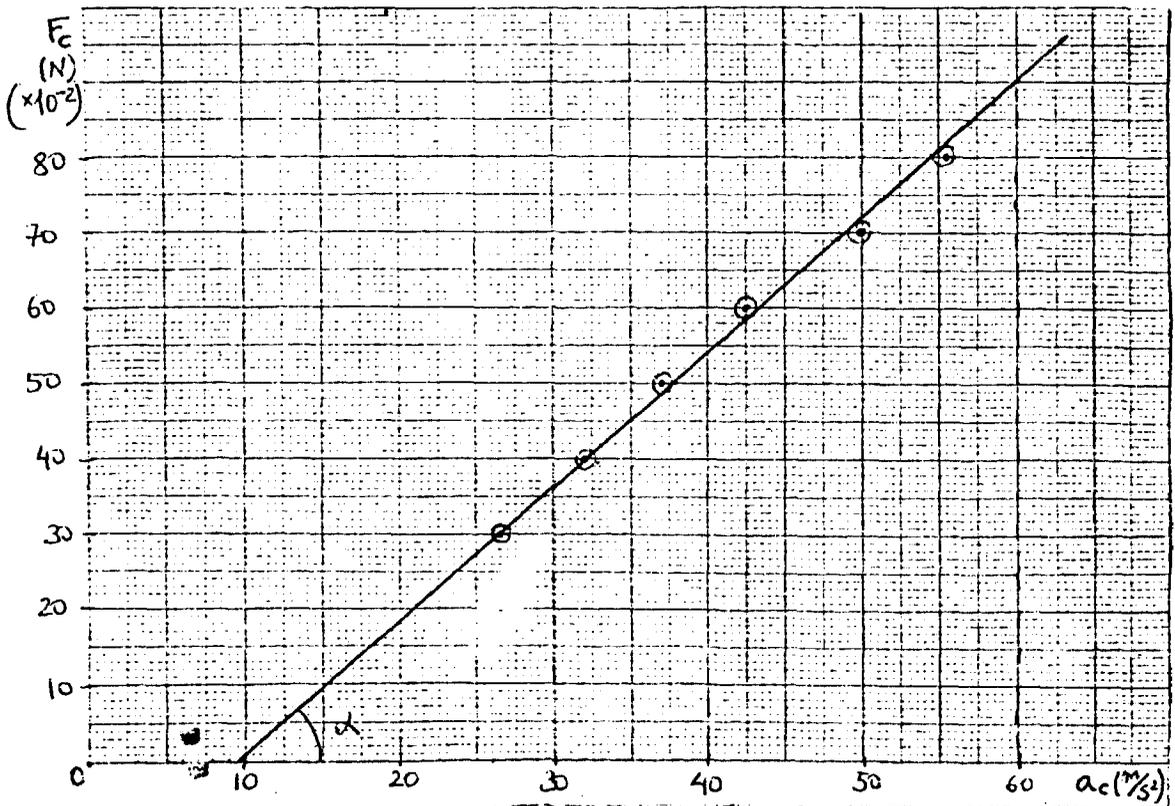
EXPERIMENTO:
PRIMERA MODALIDAD

Registro de resultados

TABLA (Tomar $4\pi \approx 40$)

Fuerza centripeta F_c (Newton)	Frecuencia f (seg ⁻¹)	f^2 (s ⁻²)	Cuadrado vel. ang. $\omega^2 = 4\pi^2 f^2$	Radio r (m.)	Aceleración centripeta a_c (m/s ²)
30×10^{-2}	$\frac{100}{75}$	$\frac{10^4}{5625}$	$\frac{4 \times 10^5}{5625}$	0,375	26,6
40×10^{-2}	$\frac{100}{70}$	$\frac{10^4}{4900}$	$\frac{4 \times 10^5}{4900}$	0,39	31,8
50×10^{-2}	$\frac{100}{66}$	$\frac{10^4}{4356}$	$\frac{4 \times 10^5}{4356}$	0,405	36,9
60×10^{-2}	$\frac{100}{61}$	$\frac{10^4}{3721}$	$\frac{4 \times 10^5}{3721}$	0,42	42,4
70×10^{-2}	$\frac{100}{59}$	$\frac{10^4}{3481}$	$\frac{4 \times 10^5}{3481}$	0,435	49,9
80×10^{-2}	$\frac{100}{57}$	$\frac{10^4}{3249}$	$\frac{4 \times 10^5}{3249}$	0,45	55,4

GRAFICA



Interpretación de los datos

A la vista de los valores de la tabla anterior y de la forma de la gráfica que se obtiene al unir los puntos que representan dichos valores, conteste a las siguientes preguntas:

1. ¿Qué se puede decir de los valores de la fuerza en relación con los valores de la aceleración?

A mayor valor de la fuerza, mayor es la aceleración.

2. ¿Cómo son los cocientes que se obtienen de dividir los diferentes valores de la fuerza entre sus correspondientes aceleraciones? ¿Y qué ocurre con el valor de diferentes cocientes incrementales $\Delta F_c / \Delta a_c$ que puedes hallar?

Diferentes. Tienen valores casi iguales a la pendiente de la recta representada.

3. ¿Qué conclusión se puede sacar respecto a la fuerza y la aceleración? ¿Por qué?

Que la fuerza es proporcional a la aceleración.

Porque a iguales incrementos de la fuerza corresponden iguales incrementos de aceleración, y a doble aceleración doble fuerza.

4. ¿Tiene algo que ver la conclusión anterior con la forma de la gráfica?

Sí, porque la gráfica recta es característica de magnitudes proporcionales entre sí.

5. ¿Pasa la gráfica por el origen? Para $F_c = 0$, ¿qué valor tiene a_c ? ¿Qué puede representar dicho valor?

No. Para $F_c = 0$, $a_c = 9,8 \text{ m/s}^2$. La aceleración de la gravedad, que vale $9,8 \text{ m/s}^2$.

6. ¿Cuál es el valor de la masa del cuerpo que giraba? Determinalo a partir de los datos experimentales de la tabla o de la gráfica. Utiliza la 2.ª ley de Newton ($F = m a$).

$$m = \text{tg } \alpha = \frac{F_c}{a_c} = \frac{90 \times 10^{-2} \text{ N}}{50 \text{ m/s}^2} = 1,8 \times 10^{-2} \text{ kg.} = 0,018 \text{ kg.} = 18 \text{ g.}$$

7. Pesa el cuerpo en una balanza. ¿Obtienes igual masa? ¿A qué puede ser debida la diferencia?

Pesada del corcho de goma = 17,35 g. Se obtiene casi igual masa. A los errores de medida.

8. ¿Qué otras conclusiones se pueden sacar?

Que las aceleraciones medidas incluyen un valor adicional, el de la aceleración de la gravedad que hay que restarles.

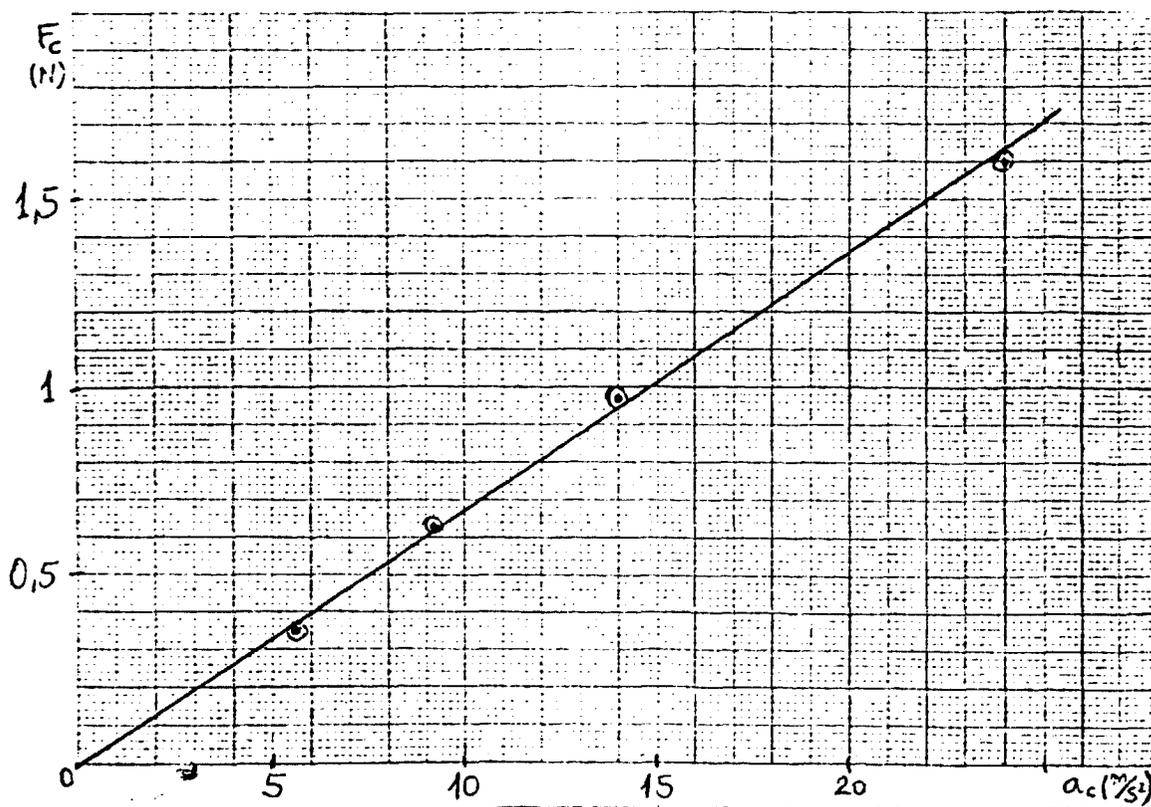
EXPERIMENTO: SEGUNDA MODALIDAD

Registro de resultados

TABLA (Tomar $4\pi^2 \approx 40$)

Fuerza centrípeta F_c (Newton)	Frecuencia f (seg^{-1})	f^2 (s^{-2})	Cuadrado vel. ang. $\omega^2 = 4\pi^2 f^2$	Radio r (m.)	Aceleración centrípeta a_c (m/s^2)
0,35	$\frac{100}{72}$	$\frac{10^4}{5.184}$	$\frac{4 \times 10^5}{5.184}$	0,07	5,6
0,63	$\frac{100}{60}$	$\frac{10^4}{3.600}$	$\frac{4 \times 10^5}{3.600}$	0,082	9,2
0,97	$\frac{100}{52}$	$\frac{10^4}{2.704}$	$\frac{4 \times 10^5}{2.704}$	0,096	14
1,60	$\frac{100}{45}$	$\frac{10^4}{2.025}$	$\frac{4 \times 10^5}{2.025}$	0,122	24

GRÁFICA



Interpretación de los datos

A la vista de los valores de la tabla anterior y de la forma de la gráfica que se obtiene al unir los puntos que representan dichos valores, contesta a las siguientes preguntas:

1. ¿Qué se puede decir de los valores de la fuerza en relación con los valores de la aceleración?

Que a mayor valor de la fuerza, mayor aceleración y que se cumple aproximadamente que a

$\left. \begin{matrix} \text{doble} \\ \text{triple} \end{matrix} \right\} \text{ fuerza, } \left\{ \begin{matrix} \text{doble} \\ \text{triple} \end{matrix} \right\} \text{ aceleración.}$

2. ¿Cómo son los cocientes que se obtienen de dividir los diferentes valores de la fuerza entre sus correspondientes aceleraciones? ¿Y qué ocurre con el valor de diferentes cocientes incrementales $\Delta F_c / \Delta a_c$ que puedes hallar?

0,066, 0,0689, 0,0684, 0,0625 prácticamente iguales.

$\frac{0,28}{4,6}, \frac{0,34}{4,8}, \frac{0,63}{10}$ casi iguales.

3. ¿Qué conclusión se puede sacar respecto a la fuerza y la aceleración? ¿Por qué?

Que la fuerza es proporcional a la aceleración.

Porque $\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F_3}{a_3} = \text{constante}$ se cumple aquí.

4. ¿Tiene algo que ver la conclusión anterior con la forma de la gráfica? ¿Por qué?

Sí, porque cuando dos magnitudes son proporcionales la gráfica de una en función de la otra es una recta.

5. ¿Pasa la gráfica por el origen? Para $F_c = 0$, ¿qué valor tiene a_c ? ¿Qué puede representar dicho valor?

Sí. Para $F_c = 0$, $a_c = 0$.

6. ¿Cuál es el valor de la masa del cuerpo que giraba? Determinalo a partir de los datos experimentales de la tabla o de la gráfica. Utiliza la 2.ª ley de Newton ($F = m \cdot a$).

Mediante $m = \frac{F}{a}$ se obtienen 4 valores: 66,6 g.,

68,9 g., 68,4 g. y 62,5 g.

Valor medio = 66,6 g. 67 g.

7. Pesa el cuerpo en una balanza. ¿Obtienes igual masa? ¿A qué puede ser debida la diferencia?

E la balanza, 67,97 g. \approx 68 g. No. Se obtiene una masa casi igual. A errores de medida.

8. ¿Qué otras conclusiones se pueden sacar?

NOTA. A continuación el documento incluiría hojas para la evaluación de la unidad didáctica, de acuerdo con lo previsto en la parte introductoria de este trabajo.