

5

La aritmética Maya

Por Bernardo GONZALEZ SANCHEZ (*)

INTRODUCCION

A la hora de construir un sistema de numeración para efectuar sus cálculos, la originalidad de los diversos grupos humanos a lo largo de la Historia del Mundo, parece verse restringida a la elección entre dos diferentes opciones: 1) Una opción de carácter antropomórfico seguida por aquellos que, pareciendo confirmar la definición Protágorica «el hombre es la medida de todas las cosas», utilizan los sistemas decimal o vigesimal según consideren los dedos de dos o las cuatro extremidades del cuerpo humano. 2) La opción astronómica seguida por aquellos que, partiendo de sus observaciones del cielo, utilizan el sistema duodecimal; bien por ser doce las lunaciones del año solar, bien por ser doce las constelaciones zodiacales que preceden la salida del Sol a lo largo del año. La elección de tan determinados sistemas de numeración —por ser éstos construcciones de orden exclusivamente mental—, lejos de ser un factor netamente diferenciador entre las diversas culturas históricas, tiende a demostrar, más bien, el fundamental dogma antropológico de la igualdad de la Humanidad.

Para contar, los Mayas empleaban el sistema vigesimal. No hay en ello originalidad alguna; en el mundo entero se encuentran rastros de esa costumbre del hombre de contar por veintenas. Numerosas tribus indígenas de la cuenca del Orinoco en Sudamérica cuentan todavía de este modo; supervivencias de ese sistema subsisten en las lenguas escandinavas y hasta en el francés, que las tiene del celta. En francés se dice «quatre-vingts» y «quatre-vingt-dix» (en lugar de ochenta y noventa), y la Literatura confirma la existencia de un arcaico «six-vingts» en lugar del actual cent vingt. La auténtica superioridad del sistema vigesimal maya, sobre los restantes sistemas vigesimales usados por otros pueblos, reside en tres aspectos: a) El descubrimiento y uso del cero, que posibilitó la construcción de su sistema posicional. b) La notable sencillez notacional de sus guarismos. c) El haber implicado en su particularísimo sistema cronológico cuasi-vigesimal, las dos opciones antropomórfica y astronómica ya mencionadas.

Que la utilización de la base veinte para el sistema de numeración maya es de carácter antropomórfico, lo demuestra la propia lengua maya; en esa lengua, veinte se dice «uinal» y hombre «uinic». ¿Qué más natural que denominar al número veinte con la raíz de la palabra hombre, dado que este último tiene cuatro extremidades con cinco dedos cada una? Para los mayas, el individuo, concebido como un todo, era equiparado al número veinte.

Por lo demás, casi todo lo referente a los mayas, el grupo humano cuya élite de sacerdotes astrónomos elaboró el sistema numérico que vamos a desarrollar, pertenece al ámbito de lo insólito. Desde el aislamiento que representa la región escenario de su apogeo cultural (la inhóspita selva del Petén, reino de las enfermedades endémicas propias de todas las tierras tropicales de baja altitud), pasando por lo descompensado de su desarrollo (frente a adelantos impresionantes en los campos abstractos de la inteligencia encontramos atrasos agro-tecnológicos propios del Neolítico europeo), hasta la inexplicable desintegración de su cultura


(coincidente con el extraño abandono del Petén); toda una relación de cuestiones sin resolver, auténticos enigmas, se encadenan en torno a la Civilización maya del Petén. Civilización que los tratadistas (1) denominan: Epoca Maya Clásica.

La fecha maya 10. 8. 0. 0. 0 4 Ahau 13 Cumhu (27 nov. del 987 d. C.), fecha de la fundación de Mayapan (al Norte en Yucatán) por Kuculcán, es considerada el fin de la Epoca Maya Clásica. Está pronto a cumplirse, pues, el primer milenio de la definitiva desaparición de aquella civilización de matemáticos y astrónomos geniales.

EL SISTEMA MAYA DE NUMERACION VIGESIMAL

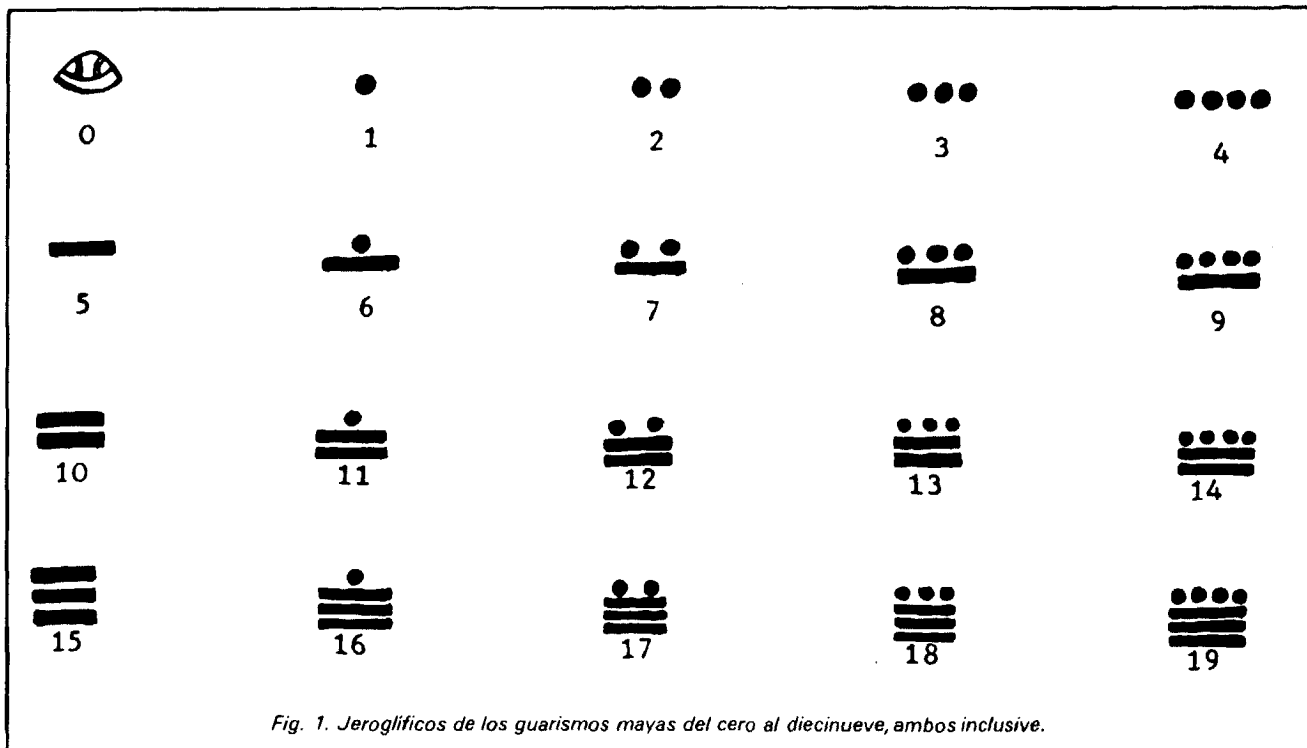
Con el objeto de librarse del caos creciente de cifras provocado por la medida del tiempo en sus diversos Calendarios, en cierta época de los siglos IV a III a.C., los sacerdotes mayas concibieron un sencillo sistema numérico, basado en la posición de los valores, que todavía hoy permanece en pie como una de las obras más brillantes del intelecto humano. Tal sistema implica la concepción y uso del cero, una notable conquista del campo intelectual abstracto. Se sabe que este concepto matemático fue desarrollado sólo por la temprana civilización del Indo. Las antiguas civilizaciones de Mesopotamia emplearon el sistema posicional aritmético, pero parece que transcurrieron siglos antes de que les llegara el concepto del cero desde la India. Las antiguas civilizaciones del mundo mediterráneo derivaron muchos de sus rasgos culturales de las civilizaciones del Medio Oriente, pero no adoptaron el magnífico sistema de computación. Este no penetró al mundo occidental hasta la época e las invasiones árabes al principio de la Edad Media, algunos siglos después de que los mayas desarrollaran su propio sistema, exacto y flexible, como vamos a ver.

Así como nuestro sistema decimal de numeración nos obliga a memorizar diez guarismos diferentes para los números del cero al nueve, el carácter vigesimal del sistema maya de numeración debería haber forzado a los sacerdotes inventores a introducir un total de veinte guarismos para los números del cero al diecinueve. Sin embargo, el genio maya supo eludir hábilmente tan complicada perspectiva. Incluso idearon dos notaciones distintas para representar sus veinte guarismos: 1) Los numerales de barras y puntos. 2) Los numerales en forma de cabeza.

En la primera notación, el punto • tiene valor numérico uno y la barra — valor numérico cinco. Combinando aditivamente estos dos símbolos, se escribían los números del uno al diecinueve, como se aprecia en la Fig. 1. Para el cero utilizaron, en esta notación, un caparazón de tortuga. Así, con sólo tres símbolos diferentes ; •; — desarrollaron satisfactoriamente los guarismos de su sistema vigesimal.

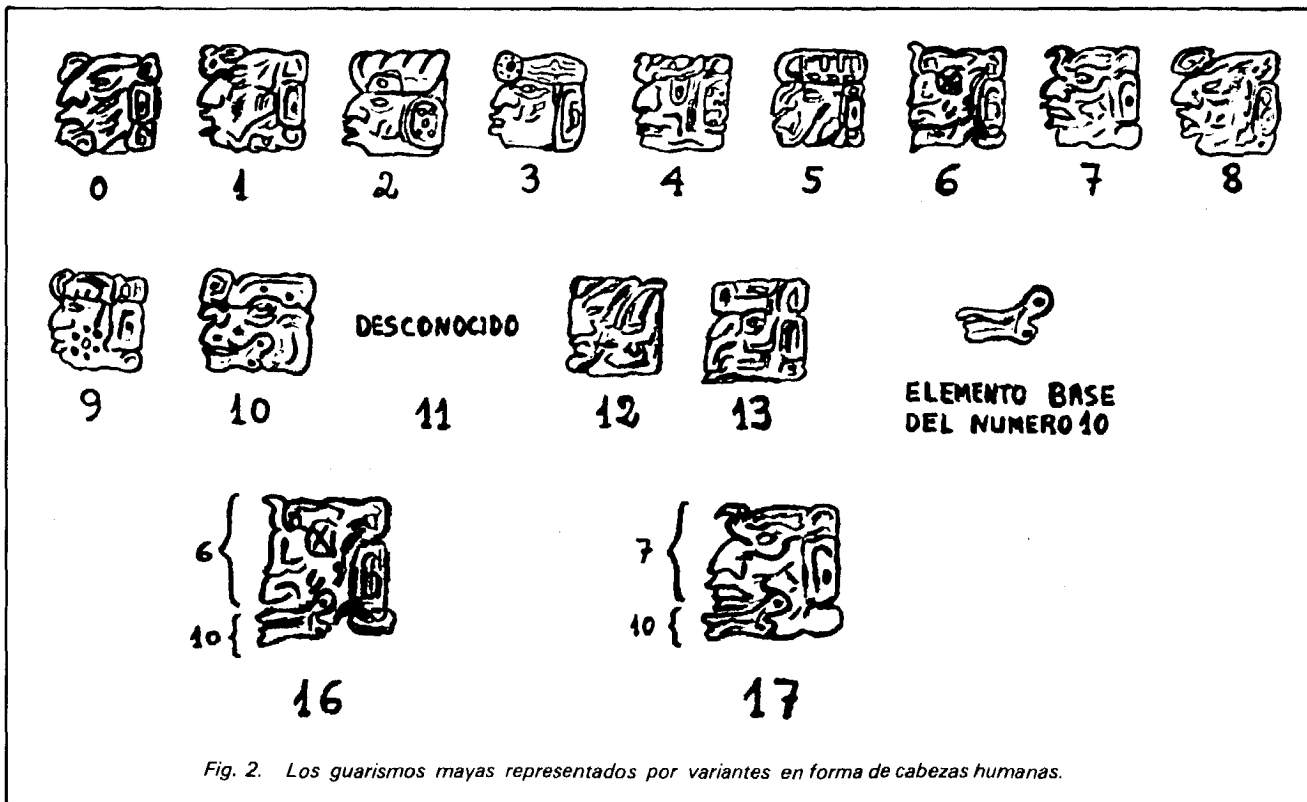
(*) Profesor agregado de Matemáticas del Instituto de Bachillerato «Concepción Arenal» de Ferrol.

(1) Brainerd, Spinden, Thompson y Gann ofrecen magníficos relatos sobre los mayas, sobre el desarrollo y posterior decadencia de su civilización.

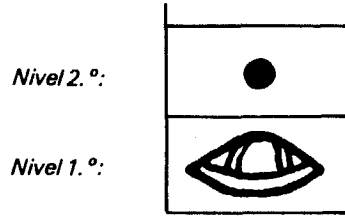


La segunda notación (notación religiosa, menos usual y algo más complicada) usada por los mayas para escribir sus veinte guarismos, hacía uso de diferentes tipos de cabezas humanas para representar los números del cero al trece inclusive. La cabeza correspondiente al diez es una calavera y para formar los guarismos restantes del catorce al dieci-

nueve se usaba el hueso decarnado de la mandíbula inferior (que representa el valor de diez) colocado en las cras de los números del cuatro al nueve. Así, aplicando el maxilar inferior del diez a la parte inferior de la cabeza correspondiente al número seis, resulta la cabeza del número dieciséis (Fig. 2).



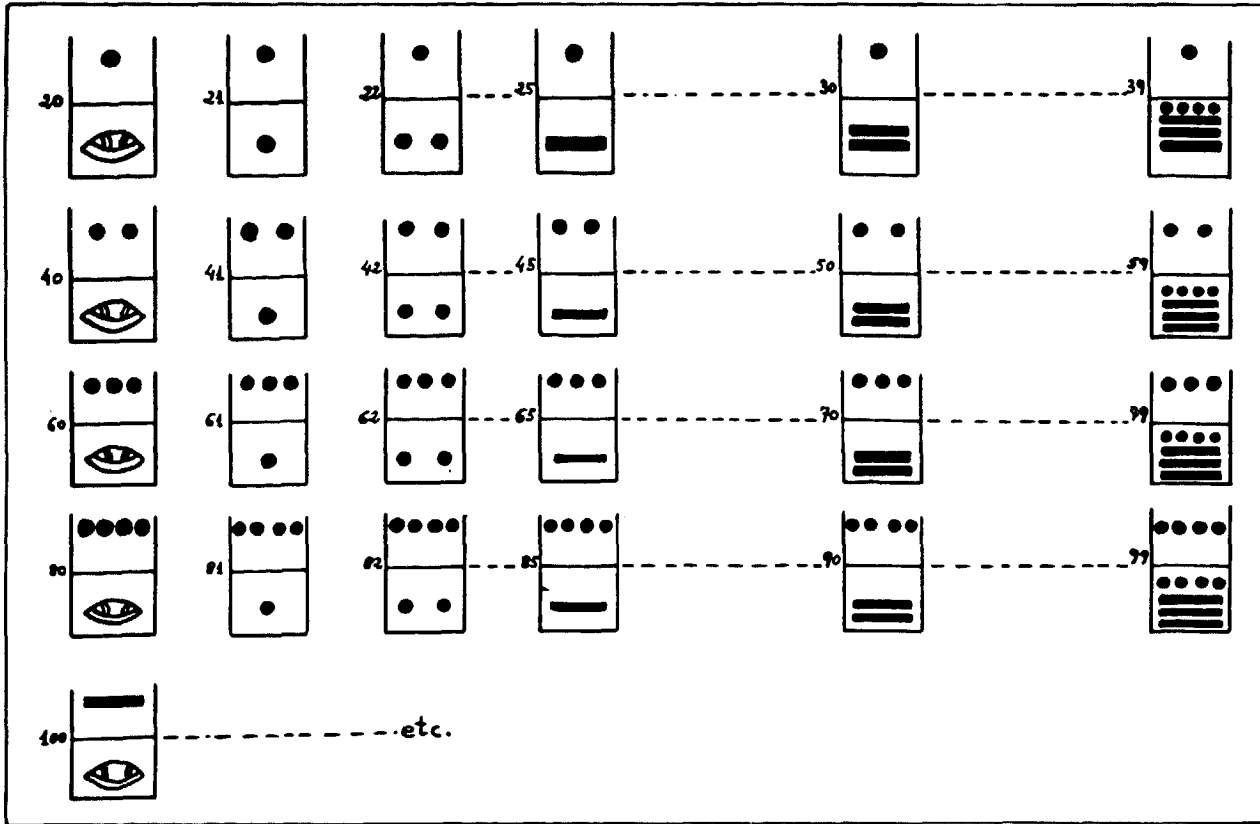
Para escribir los números superiores a nueve en nuestro actual sistema de numeración decimal, se establece una escala horizontal de niveles de razón diez, que avanza hacia la izquierda; cada guarismo del 0 al 9, ocupa uno de los niveles. Los antiguos mayas, para los números mayores que diecinueve en su notación de barras y puntos, empleaban también un sistema análogo, pero la escala posicional de niveles era ascensional y la razón de un nivel a otro era veinte. Para ilustrar este punto, veamos cómo escribían los mayas el número veinte, que es una inidad completa del segundo nivel y cero unidades del primer nivel. Colocaban la concha de tortuga en la posición inferior (primer nivel) par marcar cero unidades y el punto ● en la posición inmediata superior (segundo nivel) para marcar una unidad de segundo orden:



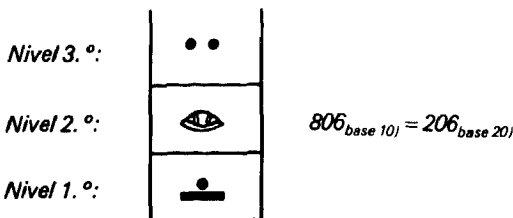
notación que es similar a la actual, cuando escribimos en base veinte el propio número 20:

$$10_{\text{base } 20}$$

El esquema siguiente, muestra la forma de los sucesivos números mayas superiores a diecinueve:



Lógicamente, según el número va siendo más grande, comienzan a entrar en juego los sucesivos niveles más altos. Así, para el número que nosotros escribimos 806 (en base diez), es decir, 206 (en base veinte); tendríamos:



Como vemos, el sistema de numeración maya coincide en todo con el sistema vigesimal usual, salvo que sus órdenes de unidades son ascensionales (de abajo a arriba) y que está notablemente simplificado en sus guarismos (mediante puntos y barras). La Fig. 3, muestra un número mayor que 19 escrito en la infrecuente notación religiosa.

EL SISTEMA CUASI-VIGESIMAL CRONOLÓGICO MAYA

La mayor preocupación histórica de los mayas del Petén, preocupación que raya en obsesión, fue la medida del tiempo. Resulta imposible encontrar otro pueblo tan tributario del tiempo. Sus progresos en matemáticas, escritura y astronomía sirven al único fin de plasmar la medida del tiempo en estelas de piedra erigidas al efecto. Otras muchas civilizaciones nos han dejado estelas con fechas, que conmemoran hechos históricos relevantes, gestas, conquistas o desgracias. Las estelas mayas, por el contrario, son impersonales hitos del tiempo; cada una contiene grabada toda la información cronológica que, en el día de su erección, suministraba ese impresionante reloj cósmico que forman los diversos calendarios mayas.

Las fechas grabadas en las estelas de piedra, o manuscritas en los Códices mayas, muestran que el cómputo del tiempo se efectuaba utilizando el sistema de numeración vigesimal maya, ya expuesto, con una sola excepción en el tercer nivel ascensional.

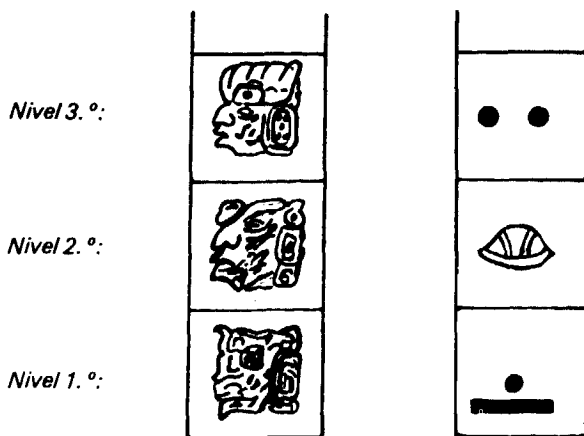






Fig. 3. El número 206_(base 20) escrito en las dos notaciones
 (A): Con numerales en forma de cabeza. Yaxchilan (zona maya lacandona en Petén).
 (B): Con los guarismos de barras y puntos.

El sistema de numeración cronológica maya es cuasivigesimal y está basado en una escala ascensional de nueve niveles. Cada nivel tiene un nombre concreto y corresponde a un intervalo de tiempo determinado. Veinte unidades de un determinado nivel representan una unidad del nivel inmediato superior, salvo entre los niveles segundo y tercero donde el paso es dieciocho.

La unidad del Calendario maya era el Kin o día, que corresponde al nivel inferior de la escala. Al segundo nivel u orden de unidades, compuesto de veinte Kines, le dieron el nombre de Uinal. El tercer nivel del sistema, el Tun, se componía de 18 (en lugar de 20) Uinales o 360 (en lugar de 400) Kines. Así, ingeniosamente, aproximaban el Tun a la duración de su año civil de 365 días. Después del tercer nivel, la razón de la progresión en la escala ascensional es uniformemente 20; como se observa en el esquema siguiente, en que figuran los valores de los nueve órdenes de periodos de tiempo:

Nivel 9	1 Alautún	= 20 Kinchiltún
Nivel 8	1 Kinchiltún	= 20 Calabuctún
Nivel 7	1 Calabuctún	= 20 Pictún
Nivel 6	1 Pictún	= 20 Baktún
Nivel 5	1 Baktún	= 20 Katún
Nivel 4	1 Katún	= 20 Tun
Nivel 3	1 Tun	= 18 Uinal = 18 × 20 Kines = 360 Kines
Nivel 2	1 Uinal	20 Kines
Nivel 1	1 Kin o 1 día	

Con tan particular sistema de computar el tiempo, los mayas actuaban así: Si nos encontramos, por ejemplo, en un Día, posterior en 9.866 días al punto cronológico cero de la Era Maya; han transcurrido desde entonces: un periodo de 7.200 días (1 Katún), 7 periodos de 360 días (7 Tunes), 7 periodos de 20 días (7 Uinales) y 6 periodos de 1 día (6 Kin). Los mayas lo habrían expresado con su sistema cronológico, como muestra el esquema (encajando los 9.866 días en la escala de 9 niveles).

	Unidades	Fecha maya del Día
Nivel 4	(7.200)	 Katún
Nivel 2	(360)	 Tun
Nivel 2	(20)	 Uinal
Nivel 1	(1)	 Kin



La influencia de la escala cuasivigesimal medidora del tiempo, en la vida cotidiana del maya, era impresionante. No sólo regulaba las actividades laborales que correspondían a cada día y las ceremonias correspondientes a los distintos periodos de tiempo, sino que, además, era inspiradora de profundas creencias mágico-religiosas. Como muestra de ello, basta el dato siguiente:

Por sus precisas observaciones astronómicas sabían que la duración del año solar era 365'2420 Kines (frente a los 365'2422 días que le atribuye la astronomía actual); mientras que la duración de un Tun era, según hemos visto, 360 Kines. Pues bien, esos 5 días de diferencia, días que existían en la realidad, pero que no eran reflejados por su escala cuasivigesimal, fueron concentrados al final de cada año y se asignó un mes especial para ellos (el mes Uayeb); en tales días, calificados de «aciagos», «días sin nombre», «lecho de año» y «días envenenados», los mayas no salían de sus casas, ni se lavaban o realizaban actividad alguna. El mes Uayeb y el número 5, su duración, eran portadores de desgracia y generaban el consiguiente temor.

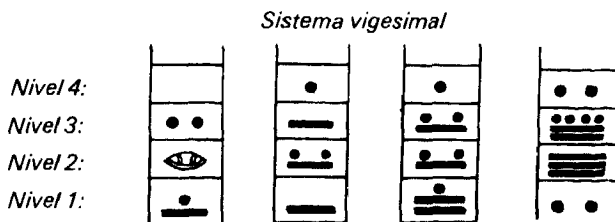
La influencia mágica de los números en la vida maya, trae a la mente el recuerdo de la escuela Pitagórica, que también atribuía a ciertos números propiedades mágicas; pero, en el caso maya, era todo un pueblo, toda una civilización, quienes habían plasmado en su vida la influencia de los números.

EL SENCILLO METODO DE ADICION

El particular modo de escribir los números en escalas ascendentes de niveles, unido a la simplicidad notacional que representan los puntos y barras para los guarismos, provoca la extraordinaria sencillez del método de adición maya.

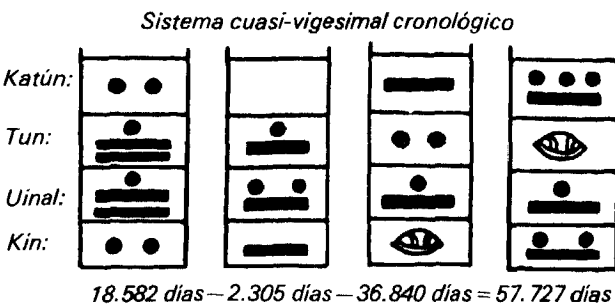
Para sumar dos o más cantidades actuaban así: Colocados paralelamente los jeroglíficos de las cantidades sumandos de forma que se correspondían enfrentados los mismos niveles; empezando por el primer nivel y en orden ascendente, se iban sumando los guarismos correspondientes al mismo nivel. Si en determinado nivel la suma llegaba a veinte (excedía tres barras y cuatro puntos, ) sumaban una unidad al nivel inmediato superior; excepto en los cómputos calendáricos, donde sumaban una unidad al tercer nivel cuando en el segundo llegaban a dieciocho (si superaban tres barras y dos puntos ).

Los esquemas siguientes ilustran la adición en ambos sistemas mayas, vigesimal y cuasi-vigesimal cronológico:



$$206_{(20)} + 1575_{(20)} + 177(11)_{(20)} = 2(14(15)2)_{(20)}$$

$$806_{(10)} + 10145_{(10)} + 10951_{(10)} = 21902_{(10)}$$



Observando en el esquema la adición propuesta para el sistema vigesimal, resultan, tras recorrer el nivel 1 de los sumandos y formar un grupo de cuatro barras (≡, una unidad del nivel 2), sólo dos puntos para el nivel 1 de la suma final. Evidentemente, los mayas habían logrado evitar el complicado proceso de sumación mental en base veinte, sustituyéndolo por un sencillo «agrupamiento geométrico» de barras y puntos. Para ello, les bastaba tener en cuenta que cuatro barras de un nivel eran un punto del nivel superior y que cada nivel permitía un máximo de tres barras y cuatro puntos.

El mismo proceso (agrupamiento geométrico) era empleado para sumar en el sistema cronológico, con la excepción ya señalada para el tercer nivel.

A MODO DE EPILOGO

En la enseñanza de las Matemáticas en el Bachillerato hay multitud de factores, entre los que destacan la escasez

de tiempo y la amplitud de programas, que hacen impensable tener muy en cuenta los avatares históricos de los conceptos que se manejan. No obstante, dado el carácter general de los estudios de Bachillerato y la ineludible aportación que la asignatura debe al universo cultural del alumnado, se hace preciso encontrar alguna vía de solución que permita incidir adecuadamente en los aspectos históricos de las Matemáticas.

Ante la evidente imposibilidad de desarrollar en el aula la evolución histórica de los conceptos, ¿por qué no resaltar, al menos, cómo era la Matemática de las principales civilizaciones que nos han precedido en el tiempo? Este objetivo puede cubrirse adecuadamente estableciendo un ciclo de conferencias a llevar a cabo fuera de las horas de clase (en las horas dedicadas a actividades en la mañana del sábado, por ejemplo).

La elección de la Civilización Maya, a tal efecto, no es casual. Fuerzan a considerarla, no sólo la ya próxima celebración de su primer milenario, sino el hecho notable de ser el saber matemático lo que da rango de Alta Cultura a tal Civilización.

Juan del Enzina

Nº 1.024 a 1.027 de la Colección

“MONUMENTOS HISTORICOS DE LA MUSICA ESPAÑOLA”.

Contiene la obra musical completa de JUAN DEL ENZINA (73 obras en 4 discos LP estéreo), interpretada por el grupo PRO MUSICA ANTIQUA de Madrid, dirigido por Miguel Angel Tallante. Incluye, además, un libro de 60 páginas, con estu-

dios musicológico y literario, escritos por Juan José Rey Marcos y María Josefa Canellada, respectivamente, así como los textos completos de las obras interpretadas, ilustrados con grabados.

Precio: 3.000 Ptas.



Edita: Servicio de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia



- Planta baja del Ministerio de Educación y Ciencia. Alcalá, 34.
- Paseo del Prado, 28. Madrid-14.
- Edificio del Servicio de Publicaciones. Ciudad Universitaria Madrid-3. Teléfono: 449 67 22.