Forma básica del crecimiento en los modelos de valor añadido: vías para la supresión del efecto de regresión

Growth basic form at value-added models: supressing regression effect

María Castro Morera, Covadonga Ruiz de Miguel y Esther López Martín

Universidad Complutense de Madrid. Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación (MIDE). Madrid, España

Resumen

El presente trabajo estudia los factores que influyen en la pauta de crecimiento de los centros educativos y que están vinculados a las características del diseño longitudinal. En primer lugar, se investiga la inclusión, como predictor de la tasa de crecimiento individual, del nivel inicial de conocimientos de los alumnos. El nivel inicial de conocimientos de los alumnos posibilita el control de los efectos no deseados de la regresión estadística en la clasificación de los centros educativos. Esto es posible gracias a las cuatro ocasiones de medida que incluye el diseño de esta investigación. Ambos problemas se trabajan en un conjunto de resultados de rendimiento en matemáticas de tres cohortes paralelas de un total de 153 centros educativos y 6.689 estudiantes que se corresponden con tres segmentos del sistema educativo español (último ciclo de Primaria y la Educación Secundaria Obligatoria) en el contexto de un diseño longitudinal con cuatro medidas en dos cursos académicos. Los resultados muestran que la no consideración del efecto de regresión provoca una clasificación inadecuada de los centros de enseñanza en los niveles iniciales y en las tasas de crecimiento, si bien es cierto que tiene poco impacto (aunque significativo) en los valores medios que caracterizan al conjunto de los centros. Esta inadecuación en la clasificación de los centros tiene especial relevancia si los índices de valor añadido y tasas de crecimiento se emplean para el establecimiento de planes de mejora o para el reconocimiento, positivo o negativo, de las actuaciones de los centros.

Revista de Educación, 348. Enero-abril 2009, pp. 111-136
Fecha de entrada: 29-07-08 Fecha de aceptación: 24-09-08

Palabras clave: modelos de valor añadido, crecimiento escolar, diseños longitudinales, regresión estadística, función de crecimiento, evaluación de sistemas educativos, sistemas de rendición de cuentas.

Abstract

This paper studies main elements that affects to school growth models linked to longitudinal design features. First, we include student knowledge initial status as predictor of student growth rate. In doing this, it is possible to control unpleasant effects of statistical regression on school rankings. That problem is studied with longitudinal mathematics and reading database of three parallel cohorts that collect data from 153 schools and 6,689 students of three cycles of Spanish educational system (last two grades of Elementary Education and four grades of Compulsory Secondary Education) with four measurement occasions collected at two academic years. Main results show that ignoring regression effect conduct to school misclassifications at school initial status and school growth rate, even when regression effect has small influence at school sample means since its magnitude is low but significant. This misclassification has important repercussions whether these indexes are used to develop improvement programs or to give sanctions or rewards to schools.

Key Words: Value-added models, school growth, longitudinal research design, statistical regression, growth function, assessment of educational system, accountability system.

Introducción: características de los diseños para el estudio del crecimiento de los centros educativos

Los diseños de valor añadido ofrecen información valiosa sobre dos cuestiones fundamentales: los niveles de logro en los aprendizajes escolares y las tasas de crecimiento de estos aprendizajes en cada ocasión de medición. Parece claro en la literatura (Zvoch y Stevens, 2003, 2006; Stevens y Zvoch, 2006) que los factores relacionados con las características sociales individuales de los alumnos están más relacionados con los índices de nivel de conocimientos y menos con los índices de crecimiento de los mismos. Sin embargo, los niveles iniciales de conocimiento de los alumnos están estrechamente relacionados con el ajuste de las tasas de crecimiento de los centros.

El nivel inicial de conocimientos y la tasa de crecimiento son los dos elementos fundamentales de los modelos de valor añadido: punto de corte y pendiente. Las

Fecha de entrada: 29-07-08 Fecha de aceptación: 24-09-08

relaciones entre el punto de corte y la pendiente pueden ser variadas. Rogosa (1995) señalaba en su ya clásico artículo centrado en los mitos sobre la investigación longitudinal que caben relaciones negativas, nulas y positivas entre estos dos parámetros. La interpretación de esta relación en cada caso es un indicador de distintas situaciones.

Una relación negativa entre el nivel de partida de los estudiantes y su tasa de crecimiento puede ser un indicador del efecto de regresión hacia la media, un fenómeno que es ampliamente conocido y documentado (Wilder, 1957; Lacey y Lacey, 1962; Nesselroade, Stigler y Baltes, 1980; Jamieson 1995, 1999; Raykov, 1995). La *Ley de los Valores Iniciales* supone de hecho que cuanto más alto es el nivel de partida menor es la tasa de crecimiento posible. Rogosa señala que esta correlación negativa puede ser efecto del diseño, puesto que el número de ocasiones de medición llega a modificar esta relación. Por el contrario, una relación positiva entre niveles de partida y pendientes es conocida como «efecto abanico» (*fanspread effect*) al incrementar, con el paso del tiempo, la varianza de las variables de respuesta. Esta relación positiva es un indicador de llamado «Efecto Mateo» (Merton, 1963; Tu, Gunnell y Gilthorpe, 2008) de acuerdo con el cual, cuanto más alto es el nivel inicial, mayor puede llegar a ser la tasa de crecimiento.

Desde nuestro punto de vista, y a diferencia de lo que sostiene Rogosa, la no identificación de artefactos estadísticos como la regresión estadística puede llegar a tener efectos poco deseables en el marco de los modelos de valor añadido, ya que los centros suelen ordenarse y categorizarse en función de sus medidas de valor añadido y crecimiento medio, por lo que podrían tomarse decisiones administrativas y de mejora sobre la base de una información enmascarada por algunos artefactos estadísticos identificables. Linn (2000) resaltó la importancia de aportar medidas precisas y adecuadas para apoyar la toma de decisiones de alto impacto basadas en la evaluación de los centros.

Parece necesaria la introducción, tanto en los diseños para la medida del cambio, como en los modelos multinivel de crecimiento, de elementos que permitan evitar la influencia de artefactos estadísticos como la regresión hacia la media y hagan posible adquirir un mayor entendimiento de la forma de las funciones de crecimiento. En el siguiente epígrafe, se describe el modelo básico de valor añadido y las posibles mejoras que podrían introducirse para realizar una mejor estimación del crecimiento de las escuelas.

La finalidad de esta investigación es analizar de forma pormenorizada algunos de los factores que afectan a los modelos de valor añadido. De forma específica, nos centraremos en la necesidad de diferenciar el posible fenómeno de la regresión estadística de la estimación del valor añadido de las escuelas y de sus tasas de crecimiento.

Modelo de crecimiento y sus posibles mejoras

El modelo de valor añadido más sencillo refleja la existencia de una estructura jerárquica de, al menos, tres niveles: el tiempo (t), el alumno (i) y la escuela (j). Las puntuaciones recogidas en distintos momentos de medición se anidan en los alumnos que las producen (mientras aprenden y evolucionan), y que, a su vez, están agrupados en centros escolares. Así, y_{tij} es el rendimiento en el momento t de un alumno i que asiste a la escuela j. El modelo nulo queda planteado como sigue (ecuación 1).

$$y_{tij} = \beta_{0ij} + \beta_{1ij}\,(t\text{-}t_0) + \varepsilon_{tij} \qquad (1)$$
$$\text{donde } \varepsilon_{tij} \sim N(0,\sigma^2_\varepsilon)$$

En este primer nivel, el término β_{0ij} representa el punto de corte en el momento inicial de la medición. Si, como es el caso, la variable de respuesta es el rendimiento, β_{0ij} representa el rendimiento medio esperado del alumno i en la escuela j en el momento t_0, y, por lo tanto, el *nivel inicial de conocimientos* para ese alumno en esa escuela.

Dadas las condiciones de nuestro interés –el valor añadido– este modelo nulo precisa de la inclusión de un término adicional, β_{1ij} vinculado al predictor tiempo. Así, β_{1ij} representa la *tasa de crecimiento esperado en los aprendizajes* del alumno i en la escuela j debida al paso del tiempo y (t-t_0) el paso del tiempo entre mediciones. El término ε_{tij}, por su parte, indica el error aleatorio en este primer nivel que muestra las variaciones aleatorias en las puntuaciones dentro de cada ocasión de medición, y muestra una distribución normal con media 0 y varianza constante como supuesto base.

Como se puede observar, este modelo nulo incluye un término referido al nivel de partida en los aprendizajes, β_{0ij} , y otro a la tasa de crecimiento de los mismos, β_{1ij}. Según este modelo, los alumnos y las escuelas pueden presentar variaciones en sus niveles iniciales, así como en la distinta cantidad de aprendizajes logrados a lo largo del tiempo, lo que inplica la existencia de variabilidad en los niveles segundo y tercero. Si bien es cierto que se asume que la relación que hay entre el tiempo y el aprendizaje es lineal (y suponemos que positiva), esto supone afirmar que con el paso del tiempo los aprendizajes *siempre* irán creciendo.

El reconocimiento de la variabilidad entre alumnos y escuelas permite desarrollar los subsiguientes submodelos para cada uno de estos niveles. Así, tanto el nivel de los alumnos, como el nivel de las escuelas tienen su propia representación para el nivel inicial de conocimientos y la tasa de crecimiento.

Fecha de entrada: 29-07-08 Fecha de aceptación: 24-09-08

En el segundo nivel, la ecuación (2) muestra la descomposición del estatus inicial del alumno, de tal manera que β_{0j} representa la media en rendimiento de la escuela (j) en el momento de la primera medición, más un componente aleatorio μ_{0ij} que muestra el residuo específico de cada alumno con respecto a este valor central de su escuela. En cierto sentido, podríamos llegar a denominar a este componente el «valor añadido del alumno», pues representa la especificidad del nivel inicial de conocimientos de cada estudiante con respecto al conjunto de su escuela.

$$\beta_{0ij} = \beta_{0j} + \mu_{0ij} \qquad (2)$$
$$\beta_{1ij} = \beta_{1j} + \mu_{1ij} \qquad (3)$$

Del mismo modo, en la ecuación (3), incluye el término β_{1j}, que muestra la tasa de crecimiento medio de la escuela (j), más un término residual, μ_{1ij}, que es lo que se aleja de la pendiente de crecimiento de un alumno específico de la tasa de crecimiento general de su escuela.

La parte aleatoria de este submodelo, compuesta por μ_{0ij} y μ_{1ij}, muestra una distribución normal bivariada, con media 0 y varianzas $\sigma^2_{\mu o}$ y $\sigma^2_{\mu 1}$ respectivamente y covarianza $\sigma_{\mu o \mu 1}$.

Y de forma análoga, en el tercer nivel (escuelas), podemos identificar, en la ecuación (4), cómo el rendimiento inicial medio de una escuela tiene por ahora dos componentes, el nivel medio inicial del conjunto de la población de escuelas (β_{00}) y la diferencia específica de esa escuela en el momento inicial (μ_{0j}), que es el indicador del *valor añadido de la escuela.* Igualmente, la Ecuación V describe cómo la tasa de crecimiento de una escuela tiene un componente que muestra el nivel de crecimiento medio para el conjunto de escuelas (β_{10}) y otro que indica la diferencia específica de esa escuela en la tasa de crecimiento (μ_{1j}), que es la tasa de crecimiento específica de ese centro educativo.

$$\beta_{0j} = \beta_{00} + \mu_{0j} \qquad (4)$$
$$\beta_{1j} = \beta_{10} + \mu_{1j} \qquad (5)$$

La presentación del modelo en tres niveles con submodelos específicos responde a criterios de claridad expositiva, pues el modelo es único, ya que si se substituyen en la ecuación (1) las ecuaciones (2), (3), (4) y (5) queda el modelo general como sigue:

$$y_{tij} = \beta_{00} + \beta_{10}\,(t\text{-}t_0) + \mu_{0ij} + \mu_{0j} + \mu_{1ij}\,(t\text{-}t_0) + \mu_{1j}\,(t\text{-}t_0) + \varepsilon_{tij} \qquad (6)$$

Los términos más relevantes conceptualmente del tercer nivel son los residuos del centro vinculados al punto de corte y a la pendiente, pues cuantifican el valor añadido y la tasa de crecimiento de centro, objeto de interés de este artículo. Los estudios sobre crecimiento y valor añadido suelen centrarse en el ajuste en función de los distintos predictores vinculados a las características del alumno, del centro y de la intervención escolar; pues el valor añadido y la tasa de crecimiento se definen como los residuos del modelo.

Inclusión del estatus inicial del alumno como predictor para la identificación del efecto de regresión

El efecto de regresión en los modelos de valor añadido compete a la relación existente entre el nivel de partida y la tasa de crecimiento de los estudiantes. Se puede manifestar a través de la covarianza negativa y de la correlación negativa entre el punto de corte y la pendiente, a través de un descenso de las medias de los centros que regresan a la gran media tras sucesivas ocasiones de medición y a través de una disminución de la varianza de la variable de respuesta entre sucesivas mediciones.

En los estudios de cambio, el efecto de la regresión se hace visible en el nivel del conjunto de la muestra y no dentro de cada centro específico, y está determinado por el nivel de partida de cada alumno. Es, por tanto, el nivel de partida o estatus inicial del alumno el principal indicador del efecto de regresión. Si los alumnos estuvieran aleatoriamente distribuidos en los centros, cada uno de ellos representaría en la práctica una muestra independiente de la población. El efecto de regresión por el que los alumnos de puntuaciones más extremas en la ocasión inicial regresan hacia la media general, tendría un efecto dentro de cada centro, ya que en cada uno de ellos tendríamos la misma probabilidad de encontrar alumnos con puntuaciones en los rangos superiores e inferiores.

Pero, cuando un centro tiene alumnos con puntuaciones extremas, sólo positivas o sólo negativas, en la siguiente medición la media del centro experimentaría también una regresión hacia la media que puede ser confundida con un valor añadido distinto de cero.

No es infrecuente que los alumnos de determinados centros presenten puntuaciones extremas debido a un efecto de selección que está asociado a las características socio-económicas del contexto en el que se encuentra el centro educativo. Por este motivo, es importante considerar cuáles son los dispositivos del modelo que permiten neutralizar el efecto de regresión.

Revista de Educación, 348. Enero-abril 2009, pp. 111-136
Fecha de entrada: 29-07-08 Fecha de aceptación: 24-09-08

Se propone, por lo tanto, introducir el estatus inicial del alumno como el principal predictor de la tasa de crecimiento. Es definido como la distancia de la puntuación de rendimiento bruto de un estudiante a la media bruta del rendimiento de los alumnos de la muestra en la primera ocasión de medición.

Si este indicador del estatus inicial se introduce en el modelo general de valor añadido como predictor de la tasa de crecimiento del alumno, es posible que se pueda identificar la magnitud del efecto de regresión hacia la media, si fuera significativa. Así quedaría la ecuación (3) que describe la tasa de crecimiento del alumno *i* en la escuela *j*, al introducir el estatus inicial del alumno como predictor y tras haber sustituido también la ecuación (5):

$$\beta_{1ij} = \beta_{10} + \beta_{11}\,(\mathit{EstatusInicial}) + \mu_{1ij} + \mu_{1j}) \qquad (7)$$

En la ecuación (7) se redefine el significado del punto de corte. β_{10} es ahora la tasa de crecimiento medio para el conjunto de centros cuando el nivel inicial del alumno es igual al de la media de todos los centros en la primera medición. En esta ecuación, el término β_{11} cuantificaría la influencia del estatus inicial del alumno en su tasa de crecimiento. Si integramos esta ecuación en el modelo general planteado en la Ecuación VI, éste quedaría de la siguiente manera:

$$y_{tij} = \beta_{00} + \beta_{10}\,(t\text{-}t_0) + \beta_{11}\,(\mathit{EstatusInicial})\,(t\text{-}t_0) + \mu_{0ij} + \mu_{0j} + \mu_{1ij}(t\text{-}t_0) + \mu_{1j}(t\text{-}t_0) + \varepsilon_{tij} \quad (8)$$

La ecuación (8) muestra el modelo general de valor añadido que integra el estatus inicial como predictor. El término β_{11} es ahora un término de interacción que cuantifica la relación entre el nivel inicial del alumno y el paso del tiempo. Además, muestra la tasa de crecimiento del alumno cuando se incrementa su nivel inicial un punto con respecto al conjunto de centros. Si este término tuviera un valor negativo sería un indicador del efecto de regresión. Si, por el contrario, tuviera un valor positivo, sería un indicador del denominado efecto Mateo.

La tasa de crecimiento es un factor que cuenta ahora con dos términos ($\beta_{10} + \beta_{11}$) (*EstatusInicial*) y que mostraría la tasa de crecimiento real de un centro teniendo en cuenta el estatus inicial (cuantificándose, como hemos señalado, el efecto de regresión o el efecto Mateo).

Si se comprobara que el efecto de regresión tiene una presencia significativa el modelo planteado en la ecuación (8) debería ser el modelo nulo de partida en el contexto del valor añadido.

La pregunta central de los sistemas de evaluación orientados hacia la mejora está relacionada con la identificación de los ámbitos en los que es posible mejorar. Las escuelas pueden diferenciarse en su nivel de partida y también en su tasa de crecimiento, como muestran las ecuaciones (4) y (5) (Barton y Coley, 1998). Ambas dimensiones pueden considerarse dicotómicas en función de la posición de los centros por encima o por debajo de los valores de estas dos grandes medias (β_{00} *y* β_{10}).

Así establecido, los centros se podrían clasificar en función de su posición en función del cruce de estas dos categorías, identificándose cuatro perfiles de centro diferentes:

- Aquellos centros que tienen un estatus inicial por encima de β_{00} junto con una tasa de crecimiento también por encima de la gran media de crecimiento β_{10}. Los mejores centros estarían en esta categoría, pues comienzan alto y crecen alto.
- Por otro lado, estarían los centros que tienen un estatus inicial por debajo de β_{00} junto con una tasa de crecimiento también por debajo de β_{10}. Serían los centros con una situación complicada, su nivel de partida es bajo y no consiguen promover el aprendizaje de sus alumnos.
- Los centros que tienen un nivel inicial positivo (por encima de β_{00}), pero una tasa de crecimiento negativa (por debajo de β_{10}).
- Y los que tienen un nivel inicial negativo (por debajo de β_{00}), pero una tasa de crecimiento positiva (por encima de β_{10}).

El posible efecto de la regresión hacia la media puede situar inapropiadamente a los centros en estos dos ejes de referencia. Más allá de las implicaciones para los sistemas de evaluación y *accountability,* una mala clasificación de los centros impide la identificación de las líneas de mejora. La pregunta ¿en qué necesitan mejorar los centros: en valor añadido, en la tasa de crecimiento, en ambos? quedaría sin respuesta clara, pues, si no se asumiese un diagnóstico análogo al sugerido en la ecuación (8), se podría estar enmascarando la verdadera situación de los centros debido a un artefacto estadístico ampliamente conocido.

Diseño de investigación

Los datos utilizados para la realización de este trabajo proceden del Proyecto de I+D con referencia SEC 2003-09742, ya finalizado, y titulado: *El valor añadido en educación y la función de producción educativa: un estudio longitudinal.* Esta investigación

Fecha de entrada: 29-07-08 Fecha de aceptación: 24-09-08

se ha centrado en la evaluación del progreso académico en Matemáticas y Comprensión Lectora para los cursos comprendidos entre 5º de Educación Primaria y 4º de Educación Secundaria Obligatoria a lo largo de cuatro mediciones sucesivas a una muestra aleatoria de centros y estudiantes de la Comunidad de Madrid realizadas en los cursos académicos 2005-06 y 2006-07.

El diseño seguido puede caracterizarse de «multinivel» y longitudinal, previamente descrito.

Se trata de un estudio longitudinal que tomó como línea base la medición realizada en octubre de 2005, siguiendo la serie temporal con las de junio 2006, noviembre 2006 y junio 2007, para observar el crecimiento y la evolución de las cohortes paralelas incluidas en la muestra, con cuatro ocasiones de medida en dos periodos lectivos. De esta forma, se mide a los alumnos al inicio y al final del curso académico durante dos años consecutivos. La unidad de análisis es el estudiante individual, y las unidades del sistema de evaluación serán las escuelas. Se definieron tres segmentos educativos de interés: el último ciclo de Educación Primaria y los dos ciclos de la secundaria obligatoria. Cada uno de estos segmentos educativos constituye una cohorte.

Preguntas de investigación

El objetivo principal de este artículo es la definición y el estudio del crecimiento en los modelos de valor añadido. De forma más específica, se propone:

- Estudiar el impacto del predictor considerado más importante para la explicación de la tasa de crecimiento, es decir, del nivel inicial de partida de cada alumno individual. De esta forma, se pretende analizar el posible enmascaramiento de tasas de crecimiento muy altas o muy bajas con el efecto de regresión hacia la media.

Se analizó la significación de cada uno de los coeficientes y modelos, así como su impacto en la ordenación de los centros atendiendo al valor añadido específico de cada uno y su tasa de crecimiento.

Población y muestra

La población de referencia considerada es el conjunto de alumnos escolarizados en los centros educativos (tanto públicos, como privados y privados concertados) de la Comunidad de Madrid del último ciclo de primaria y en la secundaria obligatoria en el año académico 2005-06. La población está constituida por un total de 343.746 alumnos agrupados en 1.798 centros de enseñanza en las cinco áreas territoriales (Capital, Norte, Sur, Este y Oeste) en ese mismo año.

La muestra está compuesta por un total de 153 centros de enseñanza distribuidos proporcionalmente en función del tamaño del estrato (titularidad por área territorial y nivel educativo). Se extrajo una muestra estratificada con la titularidad del centro y área territorial como estratos explícitos, y se tomaron los centros como unidades primarias de muestreo. Se determinó un nivel de confianza del 95%, y, para el efecto de diseño, se asumió un valor de 0,16 para la correlación «intraclase», basándose en datos de investigaciones anteriores. La selección se hizo con probabilidad proporcional al tamaño del centro. El total de alumnos resultantes medidos en cuatro ocasiones a lo largo de los cursos académicos 2005-06 y 2006-07 ha sido de 6.689. La Tabla I muestra la distribución de alumnos y centros por cohortes, nivel educativo, titularidad del centro y área territorial.

TABLA I. Distribución de la muestra

COHORTE 1		Capital	Norte	Sur	Este	Oeste	TOTAL
Público	Centros	17	6	14	8	5	**50**
	Alumnos	401	116	385	261	125	**1.288**
Concertado	Centros	21	1	4	2	2	**30**
	Alumnos	699	19	143	64	71	**996**
Privado	Centros	4	2	2	1	3	**12**
	Alumnos	171	96	45	32	103	**447**
TOTAL	Centros	**42**	**9**	**20**	**11**	**10**	**92**
	Alumnos	**1271**	**231**	**573**	**357**	**299**	**2.731**

COHORTE 2		Capital	Norte	Sur	Este	Oeste	TOTAL
Público	Centros	8	2	8	4	3	**25**
	Alumnos	253	75	250	233	108	**919**
Concertado	Centros	20	1	4	1	2	**28**
	Alumnos	696	20	120	41	75	**952**
Privado	Centros	3	2	1	1	1	**8**
	Alumnos	120	49	20	73	19	**281**
TOTAL	Centros	**31**	**5**	**13**	**6**	**6**	**61**
	Alumnos	**1.069**	**144**	**390**	**347**	**202**	**2.152**

COHORTE 3		Capital	Norte	Sur	Este	Oeste	TOTAL
Público	Centros	8	2	6	4	4	**24**
	Alumnos	204	74	171	174	117	**740**
Concertado	Centros	20	0	4	1	1	**26**
	Alumnos	579	0	176	17	4	**776**
Privado	Centros	3	2	2	1	1	**9**
	Alumnos	83	75	42	65	25	**290**
OTAL	Centros	**31**	**4**	**12**	**6**	**6**	**59**
	Alumnos	**866**	**149**	**389**	**256**	**146**	**1.806**

Fecha de entrada: 29-07-08 Fecha de aceptación: 24-09-08

Variables medidas

Las variables de respuesta utilizadas han sido las puntuaciones obtenidas en las pruebas elaboradas ad hoc y aplicadas a los alumnos de los centros de la muestra. Las puntuaciones se obtuvieron a partir de las estimaciones derivadas de un modelo de medida TRI. Para garantizar que fueran comparables, se utilizó un diseño de pruebas que permitió la equiparación vertical y horizontal de las escalas obtenidas. El diseño posibilitó tanto la medida puntual del rendimiento en cada ocasión, como el estudio del cambio a través del tiempo por medio del procedimiento MML (Máxima Verosimilitud Marginal) implementado en el programa BILOG-MG (Muraki, 1994).

Las puntuaciones son estimadas en escala estandarizada (sobre los datos de la propia muestra) y posteriormente reescaladas a una media de 250 con desviación típica de 50.

El predictor más relevante en este trabajo es el *estatus inicial de conocimientos del alumno,* pues va a permitir controlar el efecto de la regresión hacia la media. Dado que el efecto de la regresión hacia la media se produce en el conjunto de la muestra y no dentro de cada centro escolar, el estatus inicial se ha definido como la distancia entre la puntuación bruta del alumno en la primera medición (octubre de 2005) y la media del conjunto de alumnos en ese mismo momento.

Modelos de análisis

Para el estudio de las hipótesis sobre la linealidad del crecimiento, así como de la influencia del estatus inicial en las tasas de crecimiento, se precisan modelos que respeten la estructura jerárquica de los datos. En ese sentido y como ya hemos señalado, los modelos jerárquicos lineales son la herramienta metodológica adecuada para resolver estos problemas (Raudenbush, 2001; Raudenbush y Bryk, 2002). Cuando se aplican junto a medidas válidas para diseños con múltiples puntos temporales, estos modelos ofrecen una herramienta adecuada para el estudio de la estructura y la predicción del cambio individual. Una ventaja de esta aportación es que es flexible con respecto a la estructura temporal de las observaciones. Igualmente importante es que los modelos «multinivel» facilitan el estudio de los efectos de las covariables en cada nivel de anidamiento (Laird y Ware, 1982; Bryk y Raudenbush, 1992; Goldstein, 1995; Snijders y Bosker, 1999; Gaviria y Castro, 2005).

Para la estimación y el contraste de los modelos se utiliza el algoritmo EM *(expectation-maximization),* lo que hace imprescindible el empleo de software específico para modelos jerárquicos lineales, en nuestro caso, concretamente, MLWIN (Goldstein, 1993) (http://www.cmm.bristol.ac.uk/MLwiN).

Los criterios de adecuación de los modelos seguirán algunas pautas convencionales dentro de la comparación y selección de modelos, incorporándose a éstas algunos criterios de adecuación específicamente desarrollados para este estudio. Así, la significación de parámetros (· = 0,05), la comparación de las razones de verosimilitud entre modelos y la aplicación del principio de parsimonia han sido las estrategias globales de evaluación de modelos. Además, se ha estudiado la ordenación de las escuelas producida por los distintos modelos plausibles, utilizando para ello tablas de contingencia y estudios que establezcan una correlación y de caracterización de los tipos de centros.

Resultados

Se presentan los resultados de Matemáticas en las tres cohortes estudiadas. La segunda cohorte, correspondiente a los cursos de 1º y 2º de ESO, se ha elegido como ilustración para verificar el objetivo principal de este trabajo. Los resultados de la primera cohorte (5º y 6º de Educación Primaria) y de la tercera (3º y 4º de ESO) se presentan a continuación manteniendo la misma estructura.

Resultados de matemáticas para la segunda cohorte: 1º y 2º de ESO

El modelo nulo de crecimiento lineal (Ecuaciones I a V) es el probado en primer lugar (Tabla II). En cada tabla de resultados, se presenta el valor del coeficiente y entre paréntesis el error típico de estimación del mismo.

La parte fija del modelo muestra que el rendimiento medio para el conjunto de centros en Octubre de 2005 es de 261,9 puntos y que los alumnos crecen 10,04 puntos, en término medio, por cada ocasión de medición. Así, en Junio de 2006, el rendimiento medio de los alumnos será de 271,94 puntos, y se incrementará en 10,04 puntos más en Noviembre de 2006.

Revista de Educación, 348. Enero-abril 2009, pp. 111-136
Fecha de entrada: 29-07-08 Fecha de aceptación: 24-09-08

TABLA II. Modelo nulo de crecimiento lineal: Matemáticas, Segunda Cohorte

		M. Lineal
P. Fija		
Media del nivel de partida inicial (Oct. 05)	β_{00}	261,905 (2,395)
Tasa de crecimiento medio (Lineal)	β_{10}	10,046 (0,426)
P. Aleatoria		
Varianza entre puntos temporales (Nivel 1)	σ^2_{ε}	408,252 (8,801)
Varianza entre alumnos en sus niveles de partida (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 0}$	1182,024 (45,802)
Varianza entre alumnos en sus tasas de crecimiento (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 1}$	26,534(3,779)
Covarianza entre el nivel de partida y la tasa de crecimiento (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 0 \mu 1}$	-156,080 (10,952)
Varianza entre centros en sus niveles de partida (Nivel 3)	σ^2_{v0}	295,856 (63,078)
Varianza entre centros en sus tasas de crecimiento lineal (Nivel 3)	σ^2_{v1}	7,329 (1,969)
Covarianza entre el nivel de partida y la tasa de crecimiento (Nivel 3)	σ_{v0v1}	-30,540 (9,413)
Deviance		81.276,700

Sin embargo, lo más significativo de estos resultados es la parte aleatoria del segundo y el tercer nivel. Se observan covarianzas significativas y negativas entre el punto de corte y la pendiente ($\sigma_{\mu 0 \mu 1}$ y σ_{v0v1}). O, lo que es lo mismo, entre el nivel de partida y la tasa de crecimiento (tanto de alumnos como de centros).

El valor negativo de la covarianza señala que altos valores en los niveles de partida de los centros están asociados a bajos valores de las tasas de crecimiento y viceversa. Es decir, que los centros que comienzan en niveles más bajos de matemáticas tienen en general mayores tasas de crecimiento.

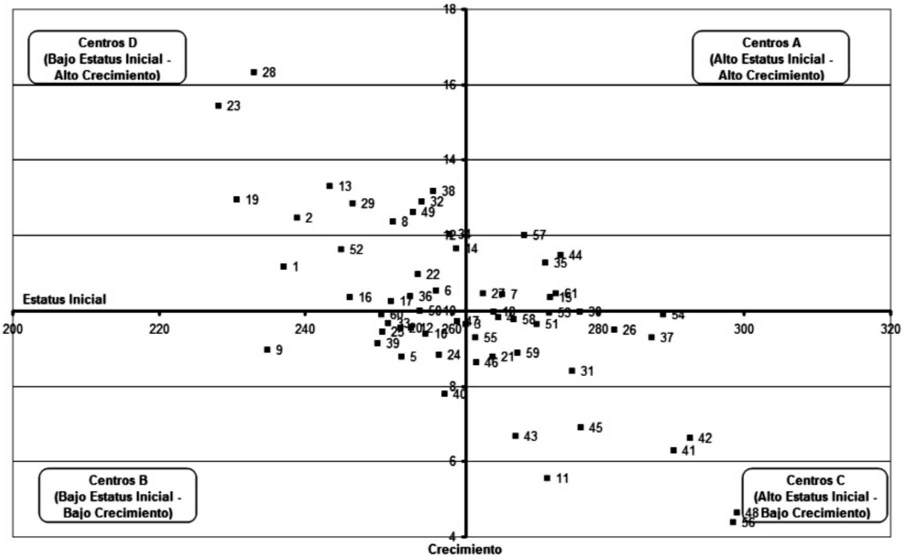
Como es sabido, la correlación entre dos variables (por ejemplo, el nivel de partida y la tasa de crecimiento) es la covarianza estandarizada entre esas dos variables, en el caso de este modelo, obtendríamos una correlación de -0,6558, que es un valor bastante alto.

El valor negativo de la covarianza es, como ya hemos señalado, un indicador del efecto de regresión hacia la media. De hecho, si se observa la distribución de escuelas que muestra la Figura I, se puede ver claramente esta tendencia.

En la Figura I, en el eje de abscisas, está representado el rendimiento medio de cada centro en Octubre de 2005 ($\beta_{00} + \mu_{0j}$) y, en el eje de ordenadas, está representada la tasa de crecimiento de cada centro entre Octubre de 2005 y Junio de 2006 ($\beta_{10} + \mu_{1j}$). Los ejes muestran los valores de β_{00} y β_{10}, que son los valores iniciales, y de tasa de crecimiento medio para todo el conjunto de centros.

Dada la definición y estructura de los modelos de valor añadido, siempre habrá centros situados por encima (denominados «altos») y por debajo (denominados

FIGURA I. Distribución de centros en función de su estatus inicial y tasa de crecimiento según el modelo nulo lineal



«bajos») de la media en cada una de las dos dimensiones. De ahí que se puedan establecer las cuatro categorías de centros en función de su situación inicial y su tasa de crecimiento tal y como anteriormente apuntamos:

- Centros con estatus inicial alto y crecimiento alto (Centros A).
- Centros con estatus inicial bajo y crecimiento bajo (Centros B).
- Centros con estatus inicial alto y crecimiento bajo (Centros C).
- Centros con estatus inicial bajo y crecimiento alto (Centros D).

Desde una perspectiva de intervención optimizada en los centros, cabe preguntarse hasta qué punto el fenómeno que observamos en esta gráfica corresponde a un hecho real o en qué medida es consecuencia de la regresión estadística que aquí se manifiesta.

Introducción del estatus inicial como predictor en la segunda cohorte

Así, cuando introducimos en el modelo el estatus inicial del alumno como predictor de la tasa de crecimiento del alumno (nivel dos), tal y como se muestra en la Ecuación VIII, obtenemos los resultados que aparecen en la Tabla III.

TABLA III. Modelo nulo de crecimiento lineal con estatus inicial del alumno: Matemáticas, Segunda Cohorte

		M. Lineal con EI
P. Fija		
Media del nivel de partida inicial (Oct. 05)	β_{00}	261,884 (2,397)
Tasa de crecimiento medio (Lineal)	β_{10}	9,845 (0,307)
Tasa de crecimiento en función del nivel de partida: efecto de regresión	β_{11}	-0,114(0,004)
P. Aleatoria		
Varianza entre puntos temporales (Nivel 1)	σ^2_{ε}	376,469 (6,656)
Varianza entre alumnos en sus niveles de partida (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 0}$	1172,411 (39,200)
Varianza entre alumnos en sus tasas de crecimiento (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 1}$	No significativo
Covarianza entre el nivel de partida y la tasa de crecimiento (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 0 \mu 1}$	No significativo
Varianza entre centros en sus niveles de partida (Nivel 3)	σ^2_{v0}	297,453 (62,648)
Varianza entre centros en sus tasas de crecimiento lineal (Nivel 3)	σ^2_{v1}	3,224 (1,003)
Covarianza entre el nivel de partida y la tasa de crecimiento (Nivel 3)	σ_{v0v1}	No significativo
Deviance		81.257,76

El término β_{11} muestra el impacto que tiene el nivel de partida del alumno con respecto al conjunto de la muestra en la tasa de crecimiento en sus aprendizajes, es decir, representa el ajuste que se debe aplicar a la tasa de crecimiento general debido al efecto de regresión. El peso de este estimador es significativo, pequeño y lógicamente negativo.

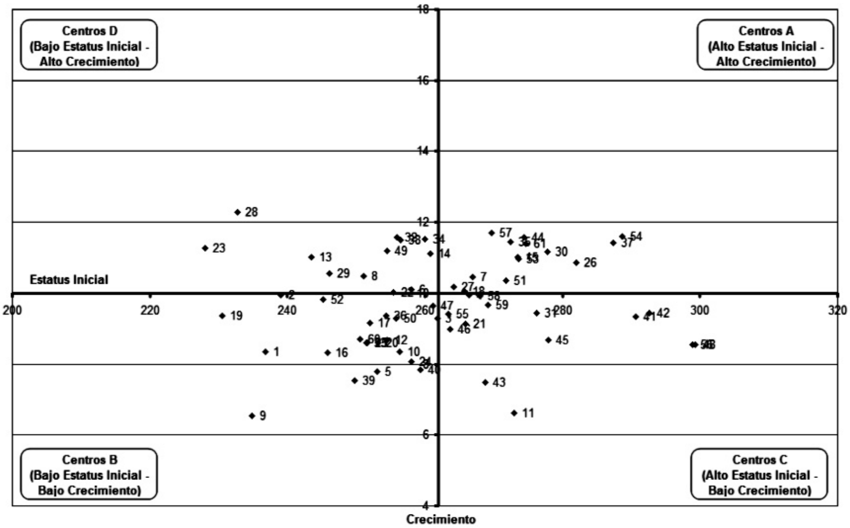
Lo más significativo de este modelo es que produce importantes cambios en la parte aleatoria del modelo, reduciendo a cero las covarianzas del nivel dos y tres. Es decir, que la introducción de este término neutraliza la relación existente entre la tasa de crecimiento y el nivel inicial de rendimiento tanto en el nivel del centro, como en el de los alumnos. Es decir, que neutraliza el efecto de regresión detectado. Además, hace también no significativa la pendiente de las tasas de crecimiento en el nivel dos, y conlleva que la pendiente del crecimiento dentro de las escuelas sea la misma para todos los alumnos que asisten a la misma. Según estos resultados, el estatus inicial de los alumnos, tal y como ha sido definido en este estudio, permite identificar y neutralizar los efectos de la regresión estadística hacia la media.

La comparación de las razones de verosimilitud de ambos modelos (Tablas III y IV) muestra diferencias estadísticamente significativas ($\chi^2 = 18{,}94$ con dos grados de libertad, $p = 0{,}000$) a favor de este segundo modelo, que es además más parsimonioso. Por tanto, este modelo, que incluye el estatus inicial como predictor, se perfila como el modelo básico de referencia.

El siguiente aspecto que se debe comprobar es si la ordenación de centros en función del valor añadido y de la tasa de crecimiento es diferente de la ordenación planteada según el modelo nulo convencional. Si la clasificación fuera diferente, nos interesaría conocer qué centros son los que cambian de categoría.

La Figura II es la análoga a la Figura I una vez identificado el efecto de regresión estadística a través del estatus inicial de alumno. La nube de puntos muestra una distribución que ilustra la no relación entre el nivel de rendimiento en octubre de 2005 y la tasa de crecimiento al final de junio de 2006.

FIGURA II. Distribución de centros en función de su estatus inicial y tasa de crecimiento según el modelo nulo lineal con estatus inicial como predictor



Los centros representados en la Figura I se clasificaron en cuatro categorías correspondientes a cada uno de los cuadrantes definidos por los ejes del plano. Esta clasificación es, por tanto, la que se obtiene cuando se utiliza el modelo definido por las ecuaciones de la I a la V. Al aplicar el modelo de la Ecuación VIII, los mismos centros vuelven a reagruparse en los cuadrantes, tal y como muestra la Figura II.

La tabla de contingencia (Tabla IV) muestra en su diagonal principal la coincidencia de clasificación entre el modelo nulo convencional y el modelo nulo con estatus inicial. Se ve cómo la coincidencia es perfecta en los centros considerados como mixtos en su crecimiento y nivel de partida (centros tipo D y C). Los centros que varían su clasificación son los situados en categorías extremas y homogéneas de acuerdo con su nivel de partida y su tasa de crecimiento (centros tipo A y B).

El modelo con estatus inicial como predictor (denotado como EI en la Tabla IV) sitúa a un total de los seis centros considerados inicialmente como centros tipo D y C en la categoría B que representa a los centros con nivel inicial bajo y crecimiento bajo. Lo que supone una redistribución de aproximadamente el 10% de los centros de la muestra (y del 31,6% sólo en esta categoría).

También es muy llamativo lo que ocurre con los centros tipo C. Nueve centros de esta categoría (el 14,7% de los centros de la muestra) son resituados en la categoría A, mejorando su clasificación.

En conjunto, el modelo de crecimiento lineal que incluye el estatus inicial como predictor redistribuye al 24,5% de los centros de la muestra, lo que, a nuestro modo de ver, es un porcentaje importante dada la trascendencia de algunas de las decisiones que, sobre los centros, se pueden tomar a partir de los resultados de los modelos de valor añadido. Esta reestructuración de la distribución de centros es, además, estadísticamente significativa (χ^2 = 104,052 con 9 grados de libertad, p = 0,000).

TABLA IV. Comparación de distribución de centros: Matemáticas, Segunda Cohorte

			MODELO NULO CONVENCIONAL				TOTAL
			Centros B (BIBC)	Centros C (AIBC)	Centros D (BIAC)	Centros A (AIAC)	
MODELO CON ESTATUS INICIAL	Centros B	Recuento	13	1	5	0	19
	(BIBC)	% con EI	68,4%	5,3%	26,3%	,0%	100,0%
	Centros C	Recuento	0	12	0	0	12
	(AIBC)	% con EI	,0%	100,0%	,0%	,0%	100,0%
	Centros D	Recuento	0	0	14	0	14
	(BIAC)	% con EI	,0%	,0%	100,0%	,0%	100,0%
	Centros A	Recuento	0	9	0	7	16
	(AIAC)	% con EI	,0%	56,3%	,0%	43,8%	100,0%
Total		Recuento	13	22	19	7	61
		% con EI	21,3%	36,1%	31,1%	11,5%	100,0%

A la vista de los resultados, consideramos que el modelo base que debería adoptarse para la introducción de predictores que ayudaran a ajustar la estimación del valor añadido y de la tasa de crecimiento debería ser el modelo que incorpora el estatus inicial del alumno como predictor de la tasa de crecimiento, puesto que ayuda a controlar el efecto de regresión. Dicho efecto tiene una presencia pequeña en el modelo general, por lo que no afecta grandemente a las estimaciones medias del nivel de conocimiento de los centros.

Sin embargo, el efecto de regresión tiene una presencia no deseada desde el punto de vista de la clasificación de los centros educativos, puesto que, gracias al ajuste que produce el estatus inicial del alumno, se origina una redistribución de algunos centros específicos, los que permite identificar de una manera más ajustada el nivel de partida y la tasa de crecimiento de cada centro.

Por todos los motivos señalados, este modelo es el que debería adoptarse siempre que se den las condiciones en las que sea plausible la presencia del efecto de regresión hacia la media.

A modo de síntesis, podríamos señalar que los resultados apuntan a que el modelo de valor añadido que debe tomarse como referencia para describir el nivel y el cambio en el aprendizaje en el primer ciclo de la educación secundaria es un modelo que incorpora el estatus inicial del alumno como predictor.

Resultados de matemáticas para la primera cohorte: 5º y 6º de Educación Primaria

Los resultados de la primera cohorte muestran un comportamiento muy similar al de los encontrados en la segunda cohorte. Es decir, se observa la presencia significativa del estatus inicial del alumno como predictor en el segundo nivel, siendo, como hemos venido señalando, un indicador de la presencia del efecto de regresión hacia la media.

La parte fija del modelo lineal para la primera cohorte indica que la media en matemáticas de estos alumnos en Octubre de 2005 era de 251,19 puntos, y que, por su parte, la tasa de crecimiento en cada ocasión de medida fue de 5,7 puntos (Tabla V).

TABLA V. Modelo nulo de crecimiento lineal: Matemáticas, Primera Cohorte

		M. Lineal
P. Fija		
Media del nivel de partida inicial (Oct. 05)	β_{00}	251,519(1,854)
Tasa de crecimiento medio (Lineal)	β_{10}	5,700(0,393)
P. Aleatoria		
Varianza entre puntos temporales (Nivel 1)	σ^2_{ε}	423,803(8,110)
Varianza entre alumnos en sus niveles de partida (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 0}$	1354,632(45,801)
Varianza entre alumnos en sus tasas de crecimiento (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 1}$	20,778(3,327)
Covarianza entre el nivel de partida y la tasa de crecimiento (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 0 \mu 1}$	-195,406(10,551)
Varianza entre centros en sus niveles de partida (Nivel 3)	σ^2_{v0}	249,546(46,318)
Varianza entre centros en sus tasas de crecimiento lineal (Nivel 3)	σ^2_{v1}	10,007(2,067)
Covarianza entre el nivel de partida y la tasa de crecimiento (Nivel 3)	σ_{v0v1}	-32,891(8,374)
Deviance		**103125,000**

Al prestar atención a la parte aleatoria del modelo del segundo y el tercer nivel en los resultados en matemáticas de la primera cohorte, se observan covarianzas significativas y negativas entre el punto de corte y la pendiente ($\sigma_{\mu0\mu1}$ y σ_{v0v1}), como también ocurría en la segunda cohorte.

Introducción del estatus inicial como predictor en la primera cohorte

Al introducir el estatus inicial del alumno como predictor de la tasa de crecimiento se puede observar cómo el impacto del nivel de partida del alumno con respecto al conjunto de la muestra es de -0,129 puntos (Tabla VI) para esta primera cohorte de alumnos. Respecto a la parte aleatoria de los modelos, podemos observar cómo, al introducir la tasa de crecimiento como predictor, las covarianzas se ven reducidas a cero.

TABLA VI. Modelo nulo de crecimiento lineal con estatus inicial del alumno: Matemáticas, Primera Cohorte

		M. Lineal con EI
P. Fija		
Media del nivel de partida inicial (Oct. 05)	β_{00}	251,507(1,859)
Tasa de crecimiento medio (Lineal)	β_{10}	5,568(0,273)
Tasa de crecimiento en función del nivel de partida: efecto de regresión	β_{11}	-0,128(0,004)
P. Aleatoria		
Varianza entre puntos temporales (Nivel 1)	σ^2_{ε}	362,927(5,702)
Varianza entre alumnos en sus niveles de partida (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu0}$	1316,121(38,741)
Varianza entre alumnos en sus tasas de crecimiento (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu1}$	0,000(0,000)
Covarianza entre el nivel de partida y la tasa de crecimiento (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu0\mu1}$	0,000(0,000)
Varianza entre centros en sus niveles de partida (Nivel 3)	σ^2_{v0}	254,400(46,650)
Varianza entre centros en sus tasas de crecimiento lineal (Nivel 3)	σ^2_{v1}	4,079(0,994)
Covarianza entre el nivel de partida y la tasa de crecimiento (Nivel 3)	σ_{v0v1}	-3,176(4,878)
Deviance		103.125,400

Al comparar las razones de verosimilitud de ambos modelos nulos, se observa como se aprecian diferencias estadísticamente significativas en los modelos (χ^2 = 130,9 con 1 grado de libertad, p = 0,000), a favor de este segundo modelo.

Como en el caso anterior, resulta adecuado introducir este predictor para controlar el efecto de regresión. La Tabla VII muestra la reubicación del 29,3% de los centros de la muestra.

TABLA VII. Comparación de distribución de centros: Matemáticas, Primera Cohorte

			MODELO NULO CONVENCIONAL				TOTAL
			Centros B (BIBC)	Centros C (AIBC)	Centros D (BIAC)	Centros A (AIAC)	
MODELO CON ESTATUS INICIAL	Centros B (BIBC)	Recuento	11	0	15	0	26
		% con EI	42,3%	,0%	57,7%	,0%	100,0%
	Centros C (AIBC)	Recuento	0	24	0	0	24
		% con EI	,0%	100,0%	,0%	,0%	100,0%
	Centros D (BIAC)	Recuento	0	0	18	0	18
		% con EI	,0%	,0%	100,0%	,0%	100,0%
	Centros A (AIAC)	Recuento	0	12	0	12	24
		% con EI	,0%	50,0%	,0%	50,0%	100,0%
Total		Recuento	11	36	33	12	92
		% con EI	12,0%	39,1%	35,9%	13,0%	100,0%

Resultados de matemáticas para la tercera cohorte: 3º y 4º de ESO

A diferencia de las dos cohortes anteriores, en la tercera (para 3º y 4º de ESO) no se observa una covarianza negativa entre el nivel de partida del alumno y su tasa de crecimiento. Si bien es cierto que esto es un indicador claro de la ausencia del efecto de regresión y de la presencia del efecto Mateo. Nos parece interesante mostrar el comportamiento de los modelos en esta tercera cohorte, que ya ha manifestado un comportamiento diferencial con respecto a las dos anteriores, como se puede comprobar en el artículo de Lizasoain y Joaristi (2009) en este mismo monográfico.

En la tercera cohorte, al contrario de lo que ha ocurrido con las otras dos, no hay covarianza estadísticamente significativa en el segundo nivel entre el nivel de partida y la tasa de crecimiento de los alumnos (Tabla VIII). En el tercer nivel, el valor de la covarianza sí resulta significativo y negativo, lo que implica que los centros que comienzan con niveles más bajos en matemáticas tienen mayores tasas de crecimiento y viceversa. En este nivel la correlación entre el nivel de partida de los centros y su tasa de crecimiento es de -0,73, lo que indica un grado de asociación de las dos variables muy elevado.

Introducción del estatus inicial como predictor en la tercera Cohorte

La introducción del estatus inicial del alumno como predictor de la tasa de crecimiento muestra que el impacto del nivel de partida del alumno con respecto al

TABLA VIII. Modelo nulo de crecimiento lineal: Matemáticas, Tercera Cohorte

		M. Lineal
P. Fija		
Media del nivel de partida inicial (Oct. 05)	β_{00}	266,460(2,764)
Tasa de crecimiento medio (Lineal)	β_{10}	28,315(1,004)
P. Aleatoria		
Varianza entre puntos temporales (Nivel 1)	σ^2_{ε}	928,998(19,414)
Varianza entre alumnos en sus niveles de partida (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 0}$	290,125(21,420)
Varianza entre alumnos en sus tasas de crecimiento (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 1}$	29,845(5,065)
Covarianza entre el nivel de partida y la tasa de crecimiento (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 0 \mu 1}$	no significativo
Varianza entre centros en sus niveles de partida (Nivel 3)	σ^2_{v0}	402,414(82,482)
Varianza entre centros en sus tasas de crecimiento lineal (Nivel 3)	σ^2_{v1}	49,147(10,783)
Covarianza entre el nivel de partida y la tasa de crecimiento (Nivel 3)	σ_{v0v1}	-103,060(25,945)
Deviance		72.038,940

conjunto de la muestra es 0,168 (Tabla IX). Respecto a la parte aleatoria del modelo, al introducir la tasa de crecimiento como predictor, se hace no significativa $\sigma^2_{\mu 1}$, es decir, que no hay varianza entre las pendientes de crecimiento de los alumnos que asisten al mismo centro, lo que significa que todos los alumnos del mismo centro crecen de la misma forma.

Sin embargo, se mantiene e incrementa ligeramente el valor de la covarianza σ_{v0v1} del tercer nivel, que es un indicador de la relación negativa entre el nivel de partida de los centros y su tasa de crecimiento. Así, los centros con mayor nivel de rendimiento inicial tendrán menor tasa de crecimiento. Esta covarianza no se ha hecho no significativa como en el caso de las otras dos cohortes. Este dato no es, por tanto, un efecto de la regresión estadística, sino que muestra que la posibilidad de que los centros con alto nivel de partida tengan altas tasas de crecimiento es menor. Las explicaciones para este dato son variadas. Por un lado, es posible que, simplemente, los centros con mayor nivel de partida puedan crecer menos en esta etapa en la que aumenta la complejidad curricular de las materias y en la que se incrementan las tasas de fracaso escolar. Por otro, también podría ser un indicador de la falta de sensibilidad de las pruebas diseñadas para medir rendimientos por encima de un determinado punto (el famoso efecto techo). En cualquier caso, parece evidente que son necesarios más estudios que nos ayuden a determinar las causas del comportamiento tan particular de esta cohorte, que se ha manifestado tanto en la estructura de la dimensionalidad de las pruebas (Lizasoain y Joaristi, 2008), como en la de la matriz de varianza-covarianza del rendimiento (Gaviria, Biencinto y Navarro, 2008), ambos en este mismo volumen.

TABLA IX. Modelo nulo de crecimiento lineal con estatus inicial del alumno: matemáticas, tercera cohorte

		M. Lineal con EI
P. Fija		
Media del nivel de partida inicial (Oct. 05)	β_{00}	266,410(2,772)
Tasa de crecimiento medio (Lineal)	β_{10}	28,553(1,080)
Tasa de crecimiento en función del nivel de partida: efecto de Mateo	β_{11}	0,168(0,006)
P. Aleatoria		
Varianza entre puntos temporales (Nivel 1)	σ^2_{ε}	946,231(18,278)
Varianza entre alumnos en sus niveles de partida (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 0}$	189,774(15,129)
Varianza entre alumnos en sus tasas de crecimiento (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 1}$	no significativo
Covarianza entre el nivel de partida y la tasa de crecimiento (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 0 \mu 1}$	no significativo
Varianza entre centros en sus niveles de partida (Nivel 3)	σ^2_{v0}	409,266(83,101)
Varianza entre centros en sus tasas de crecimiento lineal (Nivel 3)	σ^2_{v1}	59,491(12,571)
Covarianza entre el nivel de partida y la tasa de crecimiento (Nivel 3)	σ_{v0v1}	-129,349(29,495)
Deviance		71.325.420

Al comparar las razones de verosimilitud se observa cómo el modelo que incluye el predictor de estatus inicial de los alumnos es el más adecuado para los datos de la tercera cohorte (χ^2 = 713,52 con 1 grado de libertad, p = 0,000).

Puesto que esta cohorte muestra el Efecto Mateo, no se produce una ordenación distinta de los centros en función del modelo nulo lineal (Tabla VIII), del que incorpora el estatus inicial (Tabla IX). La Tabla X muestra que la clasificación de los centros de acuerdo con ambos modelos es exactamente coincidente. Este resultado es coherente con las tesis sostenidas en este artículo, puesto que, al no haber influencia del estatus inicial en el segundo nivel, no se produce ninguna clasificación errónea de los centros, ya que el modelo no acusa la influencia del efecto de regresión.

TABLA X. Comparación de distribución de centros: matemáticas, tercera cohorte

			MODELO NULO CONVENCIONAL				TOTAL
			Centros B (BIBC)	Centros C (AIBC)	Centros D (BIAC)	Centros A (AIAC)	
MODELO CON ESTATUS INICIAL	Centros B (BIBC)	Recuento	12	0	0	0	12
		% con EI	100,0%	,0%	,0%	,0%	100,0%
	Centros C (AIBC)	Recuento	0	22	0	0	22
		% con EI	,0%	100,0%	,0%	,0%	100,0%
	Centros D (BIAC)	Recuento	0	0	21	0	21
		% con EI	,0%	,0%	100,0%	,0%	100,0%
	Centros A (AIAC)	Recuento	0	0	0	4	4
		% con EI	,0%	,0%	,0%	100,0%	100,0%
Total		Recuento	12	22	21	4	59
		% con EI	20,3%	37,3%	35,6%	6,8%	100,0%

Fecha de entrada: 29-07-08 Fecha de aceptación: 24-09-08

Si tuviéramos que hacer una síntesis para presurosos, diríamos que el estatus inicial de los alumnos, introducido como predictor en el segundo nivel para el crecimiento, es una variable altamente interesante, pues permite cuantificar tanto el efecto de regresión, como el efecto Mateo en las tres cohortes analizadas. Este resultado tiene especial trascendencia pues el efecto de regresión produce una mala clasificación de los centros educativos en función tanto del valor añadido que aportan a sus alumnos, como de la tasa de crecimiento que promueven.

Conclusiones

Este estudio se ha centrado en el análisis de algunos de los factores que afectan a la descripción y la estimación del crecimiento de los aprendizajes escolares utilizando los resultados de matemáticas de una muestra aleatoria y representativa de la Comunidad de Madrid medida en cuatro ocasiones desde octubre de 2005 hasta junio de 2007.

Los resultados de este trabajo de investigación han ilustrado cómo el efecto de regresión tiene una influencia notable en la clasificación de los centros atendiendo tanto a su nivel inicial de conocimientos, como en su tasa de crecimiento. Una vez controlado este efecto es posible estudiar la forma de la función de crecimiento cuestionando y ajustando la hipótesis de la linealidad gracias al diseño planteado, que incluye cuatro momentos de medición.

Como ya hemos señalado, el efecto de regresión se debe a la selección inicial de los alumnos que se agrupan en centros de forma lógicamente no aleatoria. La presencia del efecto de regresión hacia la media implica la presencia en los modelos de valor añadido de una covarianza negativa en el nivel de alumnos entre el punto de corte y la pendiente. El estatus inicial del alumno introducido como predictor de la tasa de crecimiento en el segundo nivel actúa como un neutralizador del efecto de regresión de las medias iniciales de los centros hacia la gran media. Y, si bien es cierto que el impacto sobre los valores medios de la parte fija del modelo es pequeño, también lo es que reduce la covarianza a valores cero o no significativos, controlando, por tanto, el efecto de regresión.

Esta corrección no tendría trascendencia si los modelos de valor añadido no se utilizaran como una herramienta bien de mejora escolar, bien de rendición de cuentas.

Fecha de entrada: 29-07-08 Fecha de aceptación: 24-09-08

El mayor impacto del control del efecto de regresión se refleja en la clasificación de los centros en función de valor añadido y su tasa de crecimiento, que, por la propia formulación de los modelos, fuerza a situar a los centros al menos por encima o por debajo de esos valores medios. Se ha comprobado que siempre que esté presente el efecto de regresión se produce una discrepancia entre la clasificación de los centros realizada por el modelo que no incluye el estatus inicial del alumno y la clasificación realizada por el modelo que sí lo incluye.

La clasificación correcta de los centros producida por los modelos que identifican y cuantifican el efecto de regresión, utilizada bien para informar internamente, bien para tomar medidas externamente, es un elemento de capital importancia en la configuración y el uso de los modelos de evaluación basados en el valor añadido. De ahí que desde estas páginas se recomiende la introducción del estatus inicial como predictor de las tasas de crecimiento, siempre que se tenga evidencia de esa relación negativa entre el nivel de partida y la pendiente de la función de crecimiento.

Por último, nos gustaría destacar que los valores medios de rendimiento y las tasas de crecimiento medio informan de diferentes dimensiones de la actuación de los centros escolares. Parece, por tanto, importante que los sistemas de evaluación basados en modelos de valor añadido informen y estudien ambos tipos de medida de forma sistemática.

Referencias bibliográficas

Barton, P. y Coley, R. (1998). *Growth in school: Achievement gains for the fourth to the eighth grade.* Princenton, NJ: Educational Testing Service.

Bryk, A. S. & Raudenbush, S. W. (1992). *Hierarchical linear models: applications and data analysis methods.* Newbury Park, CA.: Sage.

Gaviria, J. L., Biencinto, C. y Navarro, E. (2009). Invarianza de la estructura de covarianza de las medias de rendimiento académico en los estudios longitudinales en la transición de Educación Primaria a Secundaria. *Revista de Educación,* 348

Gaviria, J. L. y Castro, M. (2005). *Modelos jerárquicos lineales.* Madrid: La Muralla-Hespérides.

Goldstein, H. (1995). *Multilevel Statistical Models.* London: Edward Arnold.

Goldstein, H. & Spiegelhalter, D. J. (1996). League tables and their limitations: Statistical issues in comparisons of institutional performance. *Journal of the Royal Statistical Society, Series* A, 159, 384-443.

Fecha de entrada: 29-07-08 Fecha de aceptación: 24-09-08

Jamieson, J. (1995). Measurement of Change and the Law of Initial Values: A Computer Simulation Study. *Educational and Psychological Measurement,* 55 (1), 38-46.

— (1999). Dealing with baseline differences: two principles and two dilemmas. *International Journal of Psychophysiology,* 31, 155-161.

Lacey, J. I. & Lacey, B. C. (1962). The law of initial value in the longitudinal study of autonomic constitution: reproductibility of autonomic responses and response patterns over a four year interval. En W.M. Wolf (ed.), Rhythmic functions in the living system. *Annals of the New York Academy of Science,* 98, 1257-1290.

Laird, N. M. & Ware, J. H. (1982). Random-effects models for longitudinal data. *Biometrika,* 65, 581-590.

Linn, R. (2000). Assessments and accountability. *Educational Researcher,* 29, 4-16.

Lizasoain, L. y Joaristi, L. (2009). Análisis de la dimensionalidad en modelos de valor añadido: estudio de pruebas de matemáticas empleando métodos no paramétricos basados en TRI. *Revista de Educación,* 348.

Merton, R. K. (1963). The Matthew effect in science. *Science,* 199, 55-63.

Nesselroade, J. R., Stigler, S. M., & Baltes, P. B. (1980). Regression toward the mean and the study of change. *Psychological Bulletin,* 88, 622-637.

Raudenbush, S.W. (2001). Comparing personal trajectories and drawing causal inferences from longitudinal data. *Annual Review of Psychology*, 52, 501-525.

Raudenbush, S.W. & Bryk, S.A. (2002). *Hierarchical linear models. Applications and data analysis methods.* London: SAGE.

Raykov, T. (1995). On statisitical approaches to the study of the «Law of Initial Values». *Quality and Quantity,* 29, 251-271.

Rogosa, D. R (1995). *Myths about longitudinal research.* In J. M. Gottman (ed.). *The analysis of change* (4-66). Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum.

Snijders, T. & Bosker, R. (1999). *Multilevel Analysis.* Thousand Oaks, CA: Sage.

— (2006). Issues in the implementation of longitudinal growth models for student achievement. In R.W. Lisssitz, *Longitudinal and value added models of students' performance* (170-208). Maple Grove, MN: JAM Press.

Wilder, J. (1957). The lay of initial value in neurology and psychiatry. *Journal of Nervous and Mental Disease,* 125, 73-86.

Fuentes electrónicas

Tu, Y. K., Gunnell, D. y Gilthorpe, M. S. (2008). Simpson's paradox, Lord's paradox and Suppression Effects are the same phenomenon the reversal paradox. *Emerging Themes in Epidemiology,* 5 (2), 1-9. Consultado de: http://www.ete-online.com/content/5/1/2

Zvoch, K. & Stevens, J. (2003). A multilevel, longitudinal analysis of middle school math and language achievement. *Educational Policy Analysis Archives,* 11 (20). Consultado de: http://epaa.asu.edu/epaa/v11n20/

— (2006). Successive student cohorts and longitudinal growth models: an investigation of elementary school mathematics performance. *Educational Policy Analysis Archives,* 14 (2). Consultado de: http://epaa.asu.edu/epaa/v14n2/

Dirección de contacto: María Castro Morera. Universidad Complutense de Madrid. Facultad de Educación. Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación. Avenida del Rector Royo Villanova s/n. 28040 Madrid. E-mail: maria.castro@edu.ucm.es

Fecha de entrada: 29-07-08 Fecha de aceptación: 24-09-08