

merced a esa idea clínica del desarrollo que ha traído a nuestras manos el problema de la madurez fisiológica, de la madurez de las aptitudes, de la madurez de los deseos, de la madurez vocacional.

Tres consecuencias se nos presentan entonces, que hemos de atender: una, que la orientación profesional no puede limitarse ya a un mero examen, sino extenderse en el tiempo durante el período de la enseñanza; otra, que se desprende de ella, y es que ya el orientador no puede abordar esta tarea solo, sino que precisa de una colaboración activa del pedagogo, que no puede ser ya la tangencial de hace unos años, sino la muy íntima de un equipo; y, finalmente, que el psicólogo en función de orientador no puede concretarse a ser el simple psicometrista de hace años, sino que tiene que completarse con una faceta clínica que le permita estudiar más íntimamente la personalidad y estar en condiciones de suministrar no sólo una orientación, sino un consejo, y si es necesario, un tratamiento psicológico.

De la extensión en el tiempo ya he hablado y presentado mi proyecto de que se lleve a cabo en tres tiempos.

Respecto al equipo, he tratado de presentar la intimidad de esa colaboración en sus distintas etapas y tareas. Creo que el maestro, como *guidance worker* y como *vocational instructor*, es un elemento fundamental del equipo (11).

Finalmente, lo que se refiere a la extensión de la misión del psicólogo, a la faceta clínica de su actuación, es un progreso evidente, progreso al cual me cabe el honor de haber contribuido reiteradamente y que me lleva a creer que, así concebida, la orientación profesional debería denominarse orientación vocacional no sólo por la mayor amplitud de este concepto, sino porque elimina en la última fase la palabra «profesional», que ha sido muchas veces mal interpretada.

(11) E. DARLEY: *Testing and counseling in the High School Guidance programme*. Chicago, 1943. Sci. Res. Asso.

Problemas actuales en la enseñanza de las matemáticas

JOSE RAMON PASCUAL IBARRA

Catedrático de matemáticas

Intentaré exponer «un esquema de los problemas que plantea la enseñanza actual de las matemáticas». Me referiré especialmente al ámbito de la enseñanza media, y esto por dos motivos: primero, porque en la enseñanza media se centra hoy la atención de todo el movimiento educativo mundial, y segundo, porque por ser éste el campo de mi actividad profesional es el único en que podré hablar con algún conocimiento y experiencia. En la exposición seguiré las ideas de una reciente ponencia presentada en la última reunión de catedráticos de matemáticas de Instituto, en la que intervine.

1. EXIGENCIAS SOCIALES

En cualquier estudio que tratemos de hacer relacionado con la enseñanza media, no podemos olvidar, como punto de partida, un hecho que tiene carácter general: la crisis actual de toda la enseñanza media. Fenómeno que certeramente se ha denominado *crisis de crecimiento*. (Recogeremos un solo dato: de 40.000 aspirantes presentados a las pruebas del Bachillerato en Francia, en 1939, se ha pasado a 200.000 en 1960.)

Este aumento incesante del número de alumnos ha motivado que la enseñanza tradicional, de carácter formativo, pero esencialmente propedéutica para los estudios superiores, haya quedado desfasada en sus fines y en sus métodos. Podemos señalar algunas consecuencias de este crecimiento en nuestra patria. El aumento de alumnos en los centros lleva consigo, inevitablemente, una merma de la unidad educativa y de las posibilidades de formación auténtica de los escolares. Junto a la escasez de locales, la más grave aún, de profesores debidamente capacitados. Entre los modernos, muchos son improvisados, y algunos de los antiguos no han sabido adaptarse a la nueva situación planteada. Desconozco la cifra exacta, pero no creo que sea aventurado afirmar que, por lo menos, el 80 por 100 de los profesores de matemáticas en los colegios no son matemáticos, y gran número de ellos, ni siquiera licenciados, aunque fuera en otra sección. Para más de 60 unidades didácticas semanales de matemáticas que se dan en la mayor parte de los Institutos, la plantilla de catedráticos numerarios de matemáticas sigue siendo de dos profesores por centro (la misma que en el plan de 1903), que, cuando están los

dos, solamente abarcan 24 unidades didácticas. El resto de las enseñanzas es impartido por profesorado adjunto o ayudante, las más de las veces, interino. Añádanse las disposiciones, a veces vacilantes a modo de tanteos, de las autoridades que tratan de canalizar por cauces de seguridad social, al mismo tiempo que intentan salvaguardar la calidad amenazada de la enseñanza tradicional, y tendremos a la opinión pública agitada y desorientada por los problemas de la enseñanza media, cuyo lado social, e incluso político, en efecto, no puede ignorarse, pero que hace más difícil su tratamiento al desbordar el aspecto puramente técnico de la cuestión.

Del lado de la matemática, los avances impecuosos de la técnica y la evolución del pensamiento científico y filosófico moderno, cada vez más impregnado de matemática, así como el progreso científico tan vinculado en nuestros días al poder político, exigen con apremio un impulso mayor en la formación matemática de la juventud. «Nuestra época—dice la recomendación número 43 de la Unesco y del BIE—presenta una coyuntura matemática sin precedente en la Historia.» Pero si en el momento presente se acusa ya una fuerte penuria de profesores de matemáticas, y los posibles profesores futuros, después de realizado el esfuerzo intenso que estos estudios siempre entrañan, se han de sentir inclinados hacia puestos en la industria, mejor remunerados, el problema de la necesaria formación matemática de nuestra juventud, tendrá, con el paso del tiempo, peor y más difícil solución. (En la actualidad es mínimo el número de jóvenes que estudian la licenciatura de matemáticas en relación con los de otras secciones, y buena parte de los agregados se colocan en puestos técnicos: estadística, meteorología, escuela politécnica, etc.)

2. FACTOR PSICOLOGICO

Junto a las exigencias de la sociedad en orden a la formación matemática, es necesario tener en cuenta, a la hora de pensar en una mejora de la enseñanza, las efectivas posibilidades de los alumnos en relación con los procesos del aprendizaje. ¿Será posible una mejora en el aprendizaje de las matemáticas en el cuadro de una enseñanza de masas como la presente? O, por el contrario, ¿la efectiva comprensión de las matemáticas está reservada a una minoría de alumnos superdotados? Es el problema, siempre discutido, de la aptitud matemática. Por desgracia, hay mucha gente que piensa que es la segunda pregunta la que tiene respuesta afirmativa. Es la opinión de muchos padres de familia siempre dispuestos a disculpar las calificaciones deficientes de sus hijos en una disciplina que ellos mismos confiesan no haber comprendido. Incluso de muchos profesores, desilusionados de los pobres resultados que vienen obteniendo,

y que, por eso, limitan su tarea a la preparación de unos exámenes, convencidos, como están, de que no pueden aspirar a una labor más elevada de auténtica formación. Sin embargo, la contestación correcta es que no hay, o no debe haber, ningún problema específico de aptitud para el estudio y comprensión de las verdades matemáticas, siempre que se trate, naturalmente, de alumnos normales.

Las más recientes experiencias en el campo de la psicología en relación con el aprendizaje de las matemáticas (Piaget, Gattegno, Puig) han puesto de manifiesto que las estructuras mentales del niño están en perfecta consonancia con las estructuras matemáticas fundamentales. «Los primeros capítulos de la matemática superior enseñan, en forma abstracta—dice Lucienne Félix—, lo mismo que la maestra del jardín de la infancia hace observar a sus pequeños alumnos para enseñarlos a pensar.» El descubrimiento de este hecho ha sido verdaderamente revolucionario, porque ha cambiado radicalmente las concepciones de la metodología de la matemática desde los primeros grados de la escuela primaria. Gattegno descubre en los niños de cuatro años una multivalencia estructural, de forma que sustituir, como lo hacía la escuela tradicional, esta multivalencia por una univalencia de objetos, constituye una verdadera deformación y una pérdida de riqueza, con merma de las posibilidades naturales de los niños.

3. LA MATEMATICA

Lógicamente, el tercer factor que se ha de considerar es la matemática misma. No la matemática de ayer, sino la de hoy, y más aún, proyectada hacia el futuro. Lo que caracteriza hoy a la matemática llamada moderna (mal llamada moderna porque, por ejemplo, el concepto fundamental de *grupo* cuenta ya con un siglo de existencia. Como, por otra parte, el número llamado negativo, nada niega; y nada más real que el llamado número imaginario); lo que caracteriza a la matemática, digo, es el estudio de las estructuras fundamentales.

Lo importante no es el estudio de los objetos, o de los entes, aislados, como una unidad, sino en relación con otros entes, formando parte de un conjunto, concepto que se encuentra en la base de toda la matemática. Un conjunto posee una estructura cuando entre sus elementos se definen unas operaciones, llamadas también leyes de composición, que pueden ser internas o externas. Cuando a cada par de elementos de un conjunto C le corresponde un elemento del propio conjunto, se tiene definida una ley de composición interna. Cuando a cada elemento del conjunto C y a cada elemento de otro conjunto D (llamado dominio de operadores) le corresponde un elemento del conjunto C , se tiene definida una ley de composición externa. Y si a cada par de elementos del conjunto C le corres-

ponde un elemento de otro conjunto C' , se tiene una extensión del conjunto inicial. Según cuáles sean las propiedades de estas operaciones definidas en los conjuntos, éstos tendrán tal o cual estructura. Las propiedades de estas estructuras serán generales para todos los conjuntos que las posean, con independencia de la naturaleza de los entes que formen el conjunto.

He aquí esbozada la labor de síntesis lograda con el estudio de las estructuras. Síntesis que supone, en primer lugar, una economía de pensamiento, tan necesaria para poder avanzar en el estudio científico, y, además, que, paradójicamente, al prescindir del estudio de los entes matemáticos y fijarse más bien en sus relaciones, nos permite penetrar más en su esencialidad, en su íntima naturaleza. Como dice Choquet: «Comprendemos mejor el sentido de una palabra cuando leemos la página entera en que está escrita.»

4. SINTESIS DE LOS TRES FACTORES

No deja de ser una feliz coincidencia que las estructuras de la matemática moderna y las estructuras de la inteligencia infantil sean paralelas, pues este hecho, supuesto cierto, nos señala la posible vía de acceso para la resolución del problema de la enseñanza de las matemáticas en todos los grados. Parece ser que una enseñanza que cubra las exigencias de los tres aspectos apuntados: social, psicológico y matemático, se ha de intentar mediante la introducción de las nociones de la matemática moderna desde las edades más tempranas. Sin embargo, las opiniones de los matemáticos en este punto no son unánimes. Un buen número de profesores, aferrados a la tradición, opinan que puesto que la matemática moderna ha surgido de la matemática clásica, siguiendo el camino de la historia, es ésta la que debe darse en la escuela y en el Bachillerato, reservando la matemática actual para la universidad. Siguen reconociendo en la geometría euclídea el instrumento insustituible para la formación del alumno en el razonamiento deductivo. Frente a ellos, los modernos creen que ha llegado la hora de desterrar a Euclides y comenzar una enseñanza nueva desde el jardín de la infancia. No pueden hacerse en cada etapa de la educación tres edificios diferentes con las consiguientes demoliciones en cada tránsito. Hay que dar una continuidad a nuestra enseñanza, evitando los saltos que ahora presenta. El desarrollo histórico de la matemática no coincide con la evolución genética de su construcción. ¿Por qué, dicen, se estudian las fracciones en la escuela primaria y los números negativos, más sencillos, no se estudian hasta el segundo o tercer año de la enseñanza media? Sencillamente, porque los primeros aparecieron antes en la historia de las matemáticas. No puede perderse el tiempo en nuestra época, y los defectos adquiridos en las primeras edades

perduran a lo largo del Bachillerato y aun de los estudios superiores, son muy difíciles de desterrar. Además que no puede darse a la geometría euclídea la exclusiva de la formación deductiva, ni, por otra parte, la misión única de la matemática es formar al alumno en el razonamiento deductivo. Por último, hay profesores que adoptan una postura intermedia: hacen que el momento indicado para la introducción de las nociones de la matemática moderna podría ser el comienzo del ciclo superior del Bachillerato preparando la entrada en la Universidad.

Tal es el panorama que presenta hoy, a mi juicio, la enseñanza de las matemáticas.

De todas formas, la actualización de la enseñanza de las matemáticas parece indicar, pues, la conveniencia de una reforma bastante profunda, que hace necesaria una serie de trabajos previos imprescindibles para que sienten las bases que tal reforma pueda ser eficaz. Se hace preciso:

a) ETAPA DE EXPERIMENTACION

Iniciar una etapa de experimentación suficientemente amplia y sistemática para extraer consecuencias prácticas en orden a la elaboración de unos programas debidamente coordinados que abarquen desde la escuela primaria hasta la universidad. Y al hablar de unos programas no me refiero naturalmente a un simple cuestionario de materias, sino, de manera primordial, a la construcción de una metodología que, teniendo en cuenta los procesos del aprendizaje, trate de desarrollar al máximo las posibilidades naturales de los alumnos. En otras palabras, que procure, en cada estadio, la adaptación de las estructuras mentales previas con las estructuras matemáticas.

b) ESTUDIO DEL MATERIAL

Estudio del material concreto que por su multivalencia, riqueza de situaciones, permita la toma de conciencia de dichas estructuras. Es seguramente un error pensar que la matemática, por ser abstracta, no tiene nada que ver con los objetos de la vida real. La matemática es, en efecto, como la lógica, una ciencia formal. Los entes matemáticos no son descubiertos como preexistentes en el mundo físico; son verdaderas creaciones del espíritu humano, pero quizá no sean *libres* creaciones, como afirmaba Dedekind, sino que encuentran su fundamento en la realidad física y están condicionados por la propia naturaleza humana. Por eso, enseñar matemáticas no es la simple transmisión de conocimientos del profesor al alumno; es, esencialmente, el desarrollo de su inteligencia por medio de una actividad matemática. Actividad que en sus tres fases: abstracción, creación de esquemas representativos de la realidad física y concreción de

nuevo al mundo real, tan bellamente fué señalada por Puig Adam. De ahí que nuestra enseñanza deberá ser en todo momento auténticamente creadora. Hay que hacer del alumno en todos los niveles un creador, descubridor de los esquemas matemáticos subyacentes en la realidad física, mediante el cultivo y desarrollo de las dos palancas fundamentales del aprendizaje: la percepción y la acción.

c) FORMACION DEL PROFESORADO

Es tal vez el problema más acuciante. A Puig Adam era el que más le preocupaba, pues la educación, obra esencialmente humana, no será posible mientras no se disponga del equipo de hombres entusiastas capaces de llevarla a cabo. Es imprescindible, antes de todo, la renovación del espíritu del profesorado. Para la selección de un maestro debe exigirse, desde luego, el conocimiento profundo y moderno de la disciplina que ha de enseñar, pero esta condición no es suficiente. Ha de conocer además el papel que la matemática desempeña en el mundo del pensamiento y en el cuadro general de la cultura. Y necesita también estar informado y formado en las líneas generales y específicas de la función docente. Respecto al profesorado en funciones, si ha de mantenerse eficiente (dejando aparte cuestiones de retribución económica, no puede tenerse calidad a bajo precio), debe dársele todas

las oportunidades de perfeccionamiento. No es éste el lugar ni el momento para hacer una crítica del sistema actual de selección del profesorado. Las autoridades, justo es reconocerlo, se han dado cuenta del problema y algo se ha hecho ya con los ayudantes becarios, reuniones de profesores, la cátedra de Didáctica, las publicaciones, etc., pero hay que hacer más todavía. Los seminarios didácticos, etc. Para juzgar de la gravedad del problema, señalemos con inquietud el caso que se está dando en las últimas oposiciones a cátedras de instituto y de normales, en las que están quedando bastantes cátedras sin proveer por falta de aspirantes calificados. La Universidad no es ajena al problema; por el contrario, debería ser una sus tareas esenciales.

d) FOMENTO DE PUBLICACIONES

Convendría impulsar la publicación de trabajos y libros concebidos según las nuevas tendencias renovadoras. Es abundante ya la literatura extranjera moderna sobre estos temas. Yo estoy preparando la traducción de dos de estas obras: «L'aspect moderne de Mathématiques» y «Mathématiques modernes-Enseignement élémentaire», ambos de Lucienne Félix. Incluso se han publicado ya libros de texto orientados en el sentido estructural de la matemática moderna, aun dentro de los programas clásicos. Por ejemplo, el libro de Bréard para la clase de *seconde*.