Lógica difusa: una nueva epistemología para las Ciencias de la Educación

Luís Ballester Brage y Antonio J. Colom Cañellas
Universidad de las Islas Baleares (Área de Teoría e Historia de la Educación)

Resumen

En este artículo los autores intentan una aplicación a la teoría educativa del razonamiento propio de la lógica difusa (*fuzzy sets*) a fin de superar la lógica discreta, que es la única utilizada en las Ciencias de la Educación. La lógica difusa es considerada aquí como una estrategia para concretar los valores de las realidades hipercomplejas que definen cualquier aspecto de la educación. Para demostrarlo se formalizan algunas cuestiones educativas y se concluye valorando su aportación a las nuevas epistemologías de la educación por su capacidad de dar cuenta del orden en los conjuntos caóticos, borrosos y complejos.

Palabras clave: epistemología, ciencias de la educación, didáctica, lógica, contexto educativo, inteligencia artificial.

Abstract: *Fuzzy sets: a new epistemology for Education Sciences*

In this article the authors attempt the application of the educational theory of reasoning common for the *fuzzy sets*, in order to improve on the traditional logic which has been exclusively used up to now in education science. The fuzzy sets are considered to be a useful tool to specify the values of the hyper complex realities that define any aspect of education. To demonstrate this, some educational questions are firmly posed. Finally, the value of their contribution to the new epistemologies in education and their capacity to account for order in the chaotic, fuzzy and complex sets is examined.

Key words: epistemology, education sciences, didactic, logic, educational context, artificial intelligence.

Revista de Educación, 340. Mayo-agosto 2006, pp. 995-1008
Fecha de entrada: 02-07-2004. Fecha de aceptación: 10-09-2004

El gran problema con que se enfrentan las Ciencias Sociales a la hora de sedimentarse en epistemologías competentes es encontrar un lenguaje de representación adecuado a los objetos que estudian y analizan. Lejos ya de las posiciones filosóficas, a pesar de las actuales influencias del paradigma crítico, no hay duda de que ha sido el modelo de complejidad el que ha desarrollado sus posibilidades de «representación» más idóneas. Efectivamente, el paradigma de la complejidad, desde que fuera formulado por E. Morin (1995), ha superado con creces los enfoques cibernéticos y sistémicos y ha posibilitado aproximaciones creativas a la hora de especificar, por ejemplo, algunos fenómenos sociales a través de teorías propias de las ciencias físico-naturales. En este sentido, es importante el trabajo de B. De Sousa Santos (1997) porque evidencia claramente las relaciones epistemológicas que se dan entre ambos tipos de conocimiento, o previamente, las aportaciones de J.C. Gardin (1991). Más concretamente, y a la luz de tales trabajos, la teoría del caos ha servido para visualizar otro formato teórico-educativo cuyas consecuencias ya se han dejado sentir entre nosotros (A. J. Colom, 2002 y 2003; F. Vega, 2003).

Pues bien, por los mismos o parecidos motivos, traemos a estas páginas una aproximación a las posibilidades que la lógica difusa posee de armar una epistemología de representación que sea más fiel al tipo de fenómenos que estudian las Ciencias de la Educación, ya que la educación, además de ser compleja y de poseer otras cualidades propias de los sistemas caóticos, se nos presenta indefinida en su propia esencia (¿cuándo una persona está educada?) y en sus manifestaciones más cotidianas (¿hasta qué punto se ha entendido un concepto o hasta qué nivel se ha orientado a un alumno?). La actual teoría educativa no se plantea estos problemas porque para ella no son problemas; su fundamentación moral e ideológica, su sistematismo y su característica normativa configuran un cuerpo de conocimiento que no pone en duda sus generalidades, a pesar de la escasa evidencia de las mismas. Pues bien, consideramos que el modelo matemático propio de la lógica difusa es una primera herramienta para aproximar la epistemología pedagógica –y con ella la Teoría de la Educación– a los fenómenos que son de su competencia. De alguna forma no nos salimos de la trayectoria que en estos últimos años ha pretendido innovar la Teoría de la Educación en España, pues, no en balde, la lógica difusa muy pronto ya fue definida como un enfoque de complejidad (C.V. Negoita, 1978) y en relación al enfoque sistémico-cibernético, de tal manera que ya en el IV Congreso Internacional de Cibernética y Sistemas, celebrado en Ámsterdam, la sesión 8.ª estuvo dedicada a trabajos sobre *fuzzy sets*, presentándose hasta 18 comunicaciones (J. Rose, 1978).

Iniciación a la lógica difusa y contexto crítico-educativo

El origen de la lógica difusa, o borrosa (*fuzzy set* en inglés), se encuentra en la obra de Lofti Zadeth (1965), cuando en la Universidad de Berkeley (California) aplicó la lógica multievaluada de J. Lukasiewicz (definida en la década de los años veinte) a la teoría de conjuntos. Con ello pudo desarrollar una lógica que, a diferencia de la propia de Boole, contemplaba no sólo las opciones de verdadero y falso, sino también las múltiples variables de respuesta que se encuentran entre ambas.

Es decir, la lógica difusa es una alternativa a la lógica discreta en el sentido en que usa grados de pertenencia categorial en vez de adscribirse a categorías –máximas– de orden contrario (todo-nada; blanco-negro).

Así pues, podemos decir de principio que la lógica difusa o borrosa es una alternativa a la lógica basada en conjuntos discretos que pretende saber si alguien o algo forma parte o no de un conjunto determinado según cumpla ciertas condiciones –un alumno es retrasado o no–, mientras que, por el contrario, en la lógica difusa, se descubren grados diversos de pertenencia y no adscripciones basadas en todo o nada. De ahí que, de forma contundente, haya sido definida como un modo de razonamiento que aplica valores múltiples de verdad o confianza a las categorías restrictivas durante la resolución de problemas (G. Klir, U. ST Clair y B. Yuan, 1997; J. Mendel, 2000).

En el marco de la lógica difusa no se rechaza la lógica discreta, sino que se la considera uno de los casos posibles, de tal manera que la lógica discreta se podría entender como un caso particular de la lógica difusa: exactamente aquellos casos en que las adscripciones a la verdad y a la falsedad fuesen absolutas (por ejemplo: haber conseguido un título académico o haber resuelto un problema matemático); sin embargo, en los procesos educativos, no todas las realidades son de este tipo. Como dice Trillas, la lógica tradicional, desde Boole hasta ahora, «es un importante depósito a utilizar a lo largo de un camino que tiene al fondo, junto al problema de «clasificar», el de «evaluar» (1980)». Queremos decir con esto que los procesos educativos no siempre son discretos, pues pueden darse otras muchas posibilidades reales que hoy en día no se tienen en cuenta, o que se aplican falsamente a categorías discretas. Esto es lo que por lo general ha realizado la Teoría de la Educación, a saber, buscar fórmulas arbitrarias y artificiales de definir discretamente situaciones educativas (por ejemplo, medir ciertas actitudes para considerar que un alumno ha integrado los valores de la educación ambiental o definir objetivos para reconocer que un alumno conoce una materia). Sin embargo, estamos una vez más ante un reduccionismo que no se ajusta a la verdad; pues bien, creemos que la lógica difusa puede coadyuvar a plantear un lenguaje de representación que sea más fiel a la realidad que se pretende estudiar.

La educación, por compleja, es caótica, es decir, incierta, y la lógica difusa es, paralelamente, una estrategia para abordar los problemas de incertidumbre. Incluso en las evaluaciones educativas –que pretenden afinar los niveles de certidumbre discriminando positiva o negativamente al alumno, a un centro o a un profesor – nos encontramos con los denominados cuantificadores borrosos. Por ejemplo, en las evaluaciones y en otras aplicaciones flexibles de los conceptos se introducen en las proposiciones términos imprecisos que de hecho impiden el razonamiento típico de la lógica discreta –normalmente, en general, probablemente, avanza adecuadamente, necesita mejorar, etc–, por lo que la propia teoría educativa cae en contradicción con sus propios planteamientos teóricos. Es decir, los cuantificadores borrosos son proposiciones que no se pueden considerar axiomas y por tanto impiden –no permiten– la derivación de otras proposiciones.

Es necesario que de una vez por todas la teoría educativa se dé cuenta de que en muchas de sus cuestiones –diagnósticos educativos, sociales, evaluaciones, etc. –, no es posible razonar y definir de acuerdo a la lógica tradicional –lógica de predicados y lógica polivalente–, ya que trata por lo general de razonamientos aproximados en los que, en determinado momento del razonamiento, se decide, por aproximación, la adscripción a uno u otro conjunto. Pues bien, la lógica difusa incide exactamente en tal cuestión al estar capacitada para abordar razonamientos sobre cuestiones indefinidas. Así como entre el 1 y el 2 encontramos el 1,1, 1,2, 1,3, y entre el 1,1. y el 1,2 se da el 1,111, 1,112, 1,113… siguiendo con tal razonamiento no hay duda de que podríamos encontrar espacios borrosos entre dos expresiones numerales continuadas; pues bien, asimismo cabe decir que en casi todos los procesos educativos se dan, paralelamente, múltiples valores borrosos que la Teoría de la Educación, lineal y ordenada, no contempla.

La relación entre la lógica discreta o tradicional y la teoría de conjuntos tiene también su parangón en la fuerte conexión que tiene lugar entre la lógica difusa y la teoría de los conjuntos borrosos, de tal manera que uno de los primeros trabajos de Lofti A. Zadeh fue una generalización de la teoría de conjuntos que resultaba operativa en los casos en los que parecía difícil determinar la pertenencia o no pertenencia de un elemento dado a un conjunto determinado.

Así, si en la teoría clásica un subconjunto **U** de un conjunto **S** se puede definir como una relación entre los elementos de **S** y los elementos del conjunto 0,1:

U: S——) 0,1

Esta relación se puede representar como un conjunto de pares ordenados, cuyo primer elemento es un elemento del conjunto **S**, y el segundo un elemento del conjunto 0,1, con, exactamente, un par ordenado por cada elemento del conjunto **S**. El valor cero representa la no pertenencia al conjunto, y el valor 1, la pertenencia. De esta manera sentencias de la forma «**X** está en **U**» se pueden evaluar buscando el par ordenado cuyo primer elemento sea **X**. La verdad o falsedad de esta sentencia dependerá del valor del segundo elemento del par (si vale 1 será cierta y si vale 0 será falsa).

De manera análoga se puede definir un subconjunto borroso **F** de un conjunto **S** como un conjunto de pares ordenados, cuyo primer elemento es un elemento del conjunto **S**, y el segundo elemento, un valor del intervalo (0,1) –intervalo cerrado– con exactamente un par ordenado por cada elemento del conjunto **S**. Como en el caso de la teoría tradicional, el valor 0 indica la no pertenencia al conjunto, y el valor 1, la pertenencia; los valores entre 0 y 1 indicarán los grados de pertenencia del elemento al conjunto borroso **F**. Pues bien, esta relación que se ha descrito se considera una función –la función de pertenencia del conjunto **F**–, por lo que una sentencia del tipo «**X** está en **F**» se evalúa buscando entre los pares ordenados aquel cuyo primer elemento sea **X**. El grado de verdad de esta sentencia vendrá determinado por el valor del segundo elemento del par.

Dicho así no parece haber demasiada diferencia, pero si se tienen en cuenta algunos ejemplos de conjuntos borrosos, como, por ejemplo, alumnos sin motivación, padres negligentes, adolescentes en situación de precariedad social, o la calidad de las aulas, parece difícil determinar una frontera clara entre la pertenencia y la no pertenencia de un elemento a este tipo de conjuntos.

Algunas aplicaciones de la lógica difusa a la educación

La lógica difusa ha provocado una auténtica renovación en diversos campos, fundamentalmente a la hora de estudiar procesos muy complejos, turbulentos o desordenados. La razón es obvia, ya que, como se sabe, los algoritmos sólo pueden dar razón de procesos determinados, y, en consecuencia, muy alejados de los contextos complejos y caóticos, pues, como se sabe, sólo se pueden utilizar para la aplicación concreta para la que fueron diseñados. Pues bien, para las situaciones indeterminadas y de hipercomplejidad, la lógica difusa, tal y como hemos tenido ocasión de analizar, se nos muestra pertinente para dar cuenta de tales procesos.

En este sentido cabe decir que la lógica difusa es una herramienta básica en las programaciones de sistemas expertos, y, por tanto, de utilidad en el campo de la inteligencia artificial, que es donde ha experimentado su mayor aplicación, ayudando al desarrollo que ha tenido en estas dos últimas décadas. Ello nos conduce a señalar que, fundamentalmente, las aplicaciones de la lógica difusa se centran en aquellos campos en los que se requiere fundamentalmente de control, –evaluación– de toma de decisiones, o de reconocimiento de patrones, pues son los ámbitos donde más se ha desarrollado la inteligencia artificial. Por tanto, no nos extrañe que la lógica difusa se haya aplicado con cierta profusión en el campo de la economía y de las finanzas (D. Mc Neil; P. Freiberger, 1995; A. Brasler y O. Homburg, 1996) y que también se esté trabajando en medicina, a través, claro está, de sistemas expertos que coadyuvan a la toma de decisiones en el diagnóstico médico.

En el campo de la educación se han llevado a cabo algunos intentos muy singulares desde perspectivas propias de la ingeniería, y en general desde la tecnología. Cabe decir que la mayoría de los trabajos que aúnan educación y lógica difusa corresponde a estudios sobre la propia enseñanza de la teoría de los *fuzzy sets* en las escuelas de ingeniería, de robótica y de tecnología, es decir, que su ubicación en nuestro contexto sería la propia de la didáctica universitaria de las matemáticas. Un segundo grupo de trabajos está destinado fundamentalmente a la evaluación de sistemas expertos y de sistemas tecnológicos de aprendizaje, dándose cierto interés en evaluar la educación a distancia –normalmente *on line*–, que asimismo son utilizados en las escuelas y facultades tecnológicas. El caso de A. Ibrahim, profesor del Instituto de Tecnología de Toronto, y de sus publicaciones (1999, 2000, 2001) sería representativo de estas dos corrientes mencionadas. Por tanto, podemos decir que, por ahora, la cuestión de la lógica difusa en la educación se encuentra relacionada con la evaluación y la calidad de la enseñanza de los sistemas expertos y tecnológicos que se usan en el aprendizaje de contenidos, a su vez tecnológicos, y en el aprendizaje de la propia teoría de los *fuzzy sets*.

En otro orden de cosas es interesante saber que el Instituto Tecnológico de Morelos (México) está trabajando en un sistema experto que sea capaz de orientar al alumno en la elección de una carrera profesional. De todas formas, a pesar de que, en este caso, se haya cambiado el interés evaluador por el de la orientación vocacional, cabe decir que seguimos estando en el ámbito de la pedagogía universitaria orientada a los institutos tecnológicos, o sea, en el mismo contexto de actividades en que domina la relación entre educación y lógica difusa. Cabe decir que, en el caso mexicano, de lo que se trata es de crear una herramienta de software que sea capaz de orientar al alumno en la elección de una carrera profesional dentro del sistema nacional mexicano de Institutos Tecnológicos, enfocada a futuros estudiantes de carreras tecnológicas (M. Ménez; A.C. Campos; C.G. Bustillos, 2004).

Como todo sistema experto, lo que se pretende es la construcción de un programa informático capaz de tomar decisiones emulando entonces al pensamiento humano. Para ello se crean unas reglas básicas, por ejemplo «antecedente», que describe los grados con que se aplica la regla, y «consecuente», que asigna un nivel de integración entre los grados de las reglas, propias del antecedente, para todas las variables de salida del sistema. Las reglas «antecedente» delimitan los límites de pertenencia al conjunto –por ejemplo rubio/moreno–, mientras que las reglas propias del consecuente –por ejemplo castaño– introducirían el nivel de pertenencia que entre rubio y moreno posee el sujeto.

En el caso de la orientación vocacional se juega con una base de conocimientos en función de reglas y hechos en donde se integran características de la personalidad, inteligencia, desarrollo, actitudes, habilidades y otras capacidades de las personas. Con esta información se crea una estructura que nos aportará las reglas y los procedimientos que configuren el funcionamiento del «antecedente». Además, se configura la que bien podríamos denominar *base de información aportada por el sujeto*, que serían las contestaciones a unos ítems de acuerdo con una escala de Likert de tres opciones. Desde esta perspectiva no hay duda de que las contestaciones de los sujetos se integran en unos conjuntos difusos –representados por las tres opciones de la escala– (por ejemplo: me interesa; me es indiferente; no me interesa).

A partir de aquí se llega a un resultado «como consecuencia de la consulta del conocimiento experto implicado en la solución», lo que aporta un nivel de pertenencia a cada uno de los conjuntos profesionales evaluados. Como fruto de los pertinentes cálculos, el sistema aporta por fin el valor más alto de pertenencia a una de las opciones profesionales de acuerdo con las aptitudes y habilidades que el sujeto ha expresado.

Es decir, el sistema experto «proporciona a un alumno en materia de orientación vocacional una sugerencia de carrera adecuada a su perfil profesional y psicológico» (M. Ménez; A.C. Campos; C.G. Bustillos, 2004).

De todas formas, a propósito de este caso, traído aquí a colación, quisiéramos hacer toda una serie de consideraciones, dado que, si bien estamos ante la primera experiencia de aplicación de la lógica difusa a una cuestión educativa, no es menos cierto que lo que hemos analizado es una herramienta –un programa de toma de decisiones sobre la base de la comparación y adscripción de *patterns* y conjuntos– realizada por ingenieros desde un instituto tecnológico y con una finalidad tecnológica-universitaria, pues lo que pretende es adscribir con mayores cotas de seguridad –y por tanto mejorar el nivel de fracaso de los estudiantes– a los futuros alumnos de estudios técnicos. Es decir, se trata de una investigación de carácter informático, utilizando para la programación del sistema desarrollado las matemáticas que se desprenden de la lógica difusa, y sólo en su aplicación, adjetivamente entonces, puede considerarse una investigación educativa.

Es decir, desde el ámbito educativo, no hemos apreciado funcionalidad ni utilización de los procesos propios de la lógica difusa, lo que también se evidencia, por ejemplo, en la ausencia de la cuestión educativa en un texto tan determinante y significativo como el de C. Ch. Ragín (2002). Nuestra intención será, pues, a partir de aquí, evidenciar que la lógica difusa y el pensamiento que de ella se infiere pueden ser utilizados en la teoría educativa –independientemente de sus aplicaciones tecnológicas e informáticas–, ya que se ajusta con rigor a la nueva concepción educativa de carácter caótico, indefinible, y por ello mismo difuso. En este sentido diríamos que la lógica difusa es una herramienta de análisis específica de la educación entendida en su contexto caótico.

Nuestro interés por relacionar la lógica difusa con la educación, y más aun con las consecuencias epistemológicas que de ella se derivan, se asienta en comprobar que, en el fondo, lo que realiza la lógica difusa es evaluar o resituar y definir aspectos educativos que por complejos nos son desconocidos o de los cuales tenemos altas cotas de indefinición. Lo que lleva a cabo la lógica difusa es la realización de evaluaciones siguiendo determinados criterios que van definiendo la pertenencia de lo evaluado mediante mediciones y comprobaciones del tipo sí/no. Por ello mismo, la lógica de conjuntos borrosos es compatible con explicaciones más complejas de tipo no legaliforme –nomológico-deductivas–, es decir, con explicaciones procesuales, funcionales y estadísticas, pero también, y al mismo tiempo, siendo compatible con las aplicaciones propias de las metodologías cualitativas y de escalas de evaluación ordinales junto al resto de escalas de medida, interpretadas según criterios flexibles. En cambio, en la lógica discreta, al ser las explicaciones legales –de aplicación universal–, sólo es compatible con metodologías cuantitativas y escalas de medida exclusivamente de intervalo y de razón.

Por ejemplo, si para determinar la pertenencia al conjunto «aulas de calidad» se establece como condición superar los dos metros cuadrados por alumno, se podrán identificar como aulas de calidad salas de clase muy diferentes; más absurdo aún sería si existiera una sala de clase que dispusiera de dos metros por alumno y otra de 198 cm cuadrados por alumno y a la primera se la considerase como aula de calidad y a la segunda no. Ciertamente es éste un ejemplo caricaturesco –burdo si se quiere– de la aplicación de la lógica clásica, pero creemos que puede servir para denunciar las limitaciones del uso de uno o dos criterios, basados en límites claros que lo único que pretenden establecer es la pertenencia o no al conjunto. También creemos, y eso ya es más grave, que hasta ahora la teoría educativa se ha construido, fundamentalmente, sobre la lógica clásica y simplemente discriminativa –aprobado/suspenso; educado/no educado; social/no social; buena conducta/mala conducta; tranquilo/revoltoso; buen profesor/mal profesor; calidad/no calidad; realismo/idealismo–. Como se ve, podríamos multiplicar los argumentos hasta el infinito.

Es decir, la comprensión compleja, caótica y difusa de la educación no puede aceptar un universo educativo tan simplificado porque, en lógica coherencia, repugna a la razón que las fronteras que separan los elementos o los conceptos pertenecientes a un conjunto y los que no pertenecen a él sean tan radicales, debido a que muchas de las clases y categorías que se utilizan en el ámbito de las Ciencias Sociales no permiten, bajo ningún criterio de realismo, este tipo de fronteras. En este sentido, lo reiteramos de nuevo, la lógica difusa mejora el lenguaje de representación que hasta ahora se ha utilizado en educación.

Por tanto, el conjunto borroso –objeto de estudio de la lógica difusa– es la solución para explicar idóneamente este tipo de problemas y situaciones, ya que pretende atender a la complejidad que acaso por primera vez fue puesta de manifiesto por la mecánica cuántica a través del principio de incertidumbre.

Dicho formalmente, dado un universo discreto o continuo U, se define un conjunto borroso A por una función de pertenencia $\square_{A}$ que asigna a cada elemento x del universo un valor comprendido entre 0 y 1. Así, $\square_{A}$ (X) representa el grado de pertenencia del elemento x al conjunto A.

Un ejemplo real de esta última definición se puede presentar a partir de la evaluación de una competencia según criterios educativos. En este caso el conjunto S, denominado «universo del discurso», es el conjunto de personas que evaluamos como competentes en una actividad –por ejemplo la capacidad comunicativa en un curso de formación de profesores; o la competencia parental en la educación de sus hijos en una escuela de padres, es decir, en una situación de no formalidad educativa–. Pues bien, a partir de aquí, se define un conjunto borroso de «padres competentes» –o profesores en formación competentes en sus habilidades comunicativas–, de tal manera que se pueda responder a preguntas acerca del grado de pertenencia del elemento x al conjunto objeto de nuestro cometido (padres, profesores, etc.).

La función de pertenencia al conjunto se puede definir según diversos criterios combinados; por ejemplo, en el caso de los padres lo definiríamos según la conducta protectora y afectiva, así como por los efectos educativos sobre sus hijos. Se consideran padres plenamente competentes si obtienen los niveles óptimos en los tres criterios, y menos competentes si se alejan de dichos óptimos definidos operativamente; finalmente, no serán competentes si no cumplen unos requisitos mínimos. Una consecuencia de la aplicación de dicha lógica es que los criterios utilizados pueden flexibilizarse, adaptarse a diversas circunstancias; una segunda consecuencia es que se pueden comparar los niveles de competencia parental entre padres.

Del mismo modo que en la teoría clásica de conjuntos es posible definir una serie de operaciones básicas, en la teoría de conjuntos borrosos también se pueden realizar uniones, intersecciones o complementos. Lo analizaremos a continuación.

En primer lugar, se define la unión de dos conjuntos borrosos que se obtiene asignando a cada elemento del universo el máximo valor de su grado de pertenencia a cualquiera de los otros dos conjuntos. Su operador, por tanto, es equivalente al operador **OR** en álgebra booleana.

En cuanto a la intersección, ésta se define como el conjunto borroso obtenido asignando a cada elemento del universo el mínimo valor de su grado de pertenencia a cualquiera de los dos conjuntos. En este caso el operador de intersección en la teoría de conjuntos borrosos es equivalente al operador **AND** en álgebra booleana. Por último, se define el complemento de un conjunto borroso como el conjunto borroso obtenido asignando a cada elemento del universo el complemento con respecto a la unidad de su grado de pertenencia. Dicho operador de complemento es equivalente al operador **NOT** propio del álgebra booleana.

Una vez vista tanto la definición como el fundamento de la lógica borrosa presentaremos las sentencias expresadas en este tipo de lógica. En principio su aspecto sintáctico es el mismo que en la lógica de predicados, aunque su semántica se basa en la teoría de conjuntos que se ha presentado con anterioridad.

La diferencia más importante que se observa es que no es posible la construcción de un sistema axiomático, ya que en la lógica borrosa no existe el concepto de tautología –sentencia válida– y por ello no es posible derivar otras sentencias válidas a partir de una serie de axiomas. De hecho, esta característica de la lógica borrosa ha provocado una amplia discusión entre los expertos sobre si realmente es correcto el calificativo de *lógica*. Obviamente, no entraremos en esta ocasión en el análisis de la cuestión, pues creemos que queda claro que la lógica difusa o borrosa cubre algunas situaciones que el resto de las lógicas clásicas no pueden alcanzar. Consideramos entonces que este es ya un argumento suficiente para su aceptación en el ámbito –de hecho aún inédito- de las Ciencias de la Educación.

El significado de un predicado monádico se puede definir como el conjunto borroso formado por todas las relaciones semánticas –funciones de pertenencia– del predicado correspondiente con los elementos del universo. Por ejemplo, en el universo de las universidades, el predicado *universidad de gran tamaño* puede definirse por la función de pertenencia:

$\square_{GT}(x) = \{0$ si $x < 100.000$
$(x-100.000)/(x-99.999)$ si $x >= 100.000\}$
Como el conjunto borroso siguiente:
GT = universidades de gran tamaño = $\{n \mid \square_{GT}(x); n \square U\}$

De tal manera que a sentencias como «n es una universidad de gran tamaño», se les puede asignar un valor de verdad igual al grado de pertenencia de la universidad n al conjunto borroso GT. Por ejemplo, dadas las siguientes sentencias:

S1 = La Universidad X_1 (14.500) es una universidad de gran tamaño.
S2 = La Universidad X_2 (120.000) es una universidad de gran tamaño.

Se obtienen los siguientes grados de verdad:

$\square_{GT}(14.500) = 0$
$\square_{GT}(120.000) = 0,999$

Es decir, que la primera sentencia tiene un grado de certeza nulo, y la segunda roza la certeza completa.

De la misma manera que se ha asociado un conjunto borroso a un predicado, se puede realizar la misma operación con la conjunción o disyunción de predicados, obteniendo éstos mediante operaciones de conjuntos y las relaciones borrosas asociadas a estos predicados. De esta forma, se puede anunciar la regla de la disyunción de la siguiente manera:

$|(A(x) \square B(y) = \max(\square_A(x), \square_B(y)); x \square U, y \square V$

El grado de certeza de la sentencia formada por la disyunción de dos sentencias es el máximo de los grados de certeza de ambas sentencias en sus respectivos universos. Siguiendo esta definición se pueden interpretar sentencias del tipo «las aulas son amplias o luminosas» como el máximo de los grados de certeza de las sentencias «las aulas son amplias» y «las aulas son luminosas».

En el ejemplo anterior se observa una característica que obliga a considerar una circunstancia especial, la situación en la que ambos predicados son independientes; es decir, si las propiedades expresadas no tienen nada en común, en cuyo caso la regla es:

$$|(A(x)\square B(y)=\min(\square_{A}(x), \square_{B}(y)); x\square U, y\square V$$

Otra situación surge cuando los predicados están en contradicción, ya que el significado de la conjunción coincide con el de la disyunción, con lo que la regla será la misma que la definida anteriormente.

Por último, se puede presentar la regla del condicional, para la que no existe un criterio unificado entre los distintos autores. En este caso, cualquiera de las siguientes definiciones es válida:

$$|(A(x)\square B(y)=\min(\square_{A}(x), \square_{B}(y)); x\square U, y\square V$$
$$|(A(x)\square B(y)=\square_{A}(x), \square_{B}(y); x\square U, y\square V$$

Una de las más notables diferencias entre sentencias de la lógica tradicional y de la difusa es la utilización en esta última de los llamados *modificadores lingüísticos* (adverbios tales como «muy», «bastante», «poco», «casi», etc.). Dichos modificadores se van a modelar en la teoría de los conjuntos borrosos mediante operaciones sobre la función de pertenencia asociada al predicado que se está modificando, tal y como se definen a continuación:

Negación: $\mathrm{NEG}(\square(x))= 1-\square(x)$
Concentración: $\mathrm{CON}(\square(x))= \square^{2}(x)$
Dilatación: $\mathrm{DIL}(\square(x))= 2\square(x)-\square^{2}(x)$

La influencia de tales modificadores lingüísticos sobre la función de pertenencia es notable. La concentración tiene el efecto de reducir el grado de pertenencia, de manera moderada para los elementos de alto grado de pertenencia e importante para los de bajo grado. Por su parte, la dilatación tiene el efecto contrario al de la concentración.

Creemos, por fin, que tal como hemos ido especificando con algunos simples ejemplos y ejercicios, la lógica difusa se nos presenta como un instrumento eficaz de investigación en conjuntos borrosos, o sea, indeterminados y desconocidos. Con ello se ofrece una herramienta que posibilita definir con precisión situaciones de carácter educativo en términos de hipercomplejidad, por lo que se nos presenta idóneo para clarificar sistemas caóticos, que, no lo olvidemos, conllevan concatenaciones de orden y desorden. Desde esta perspectiva la lógica difusa en educación valida la epistemología caótica al dar cuenta del orden dentro de lo borroso.

Referencias bibliográficas

Brassler, A.; Homburg, O. (1996): «Integration of the fuzzy sets theory in the firm's planning process», en *Proceedings of international conference on intelligent technologies in human-related sciences,* León, pp. 395-402.

Colom, A. J. (2003): «El fin de la modernidad: teoría del caos y cambio epistemológico en el saber educativo», en *Revista latinoamericana de estudios avanzados,* 16, pp. 157-190.

— (2003): «La educación en el contexto de la complejidad: la teoría del caos como paradigma educativo», en *Revista de educación,* 332 (III), pp. 233-248.

Gardin, J.C. (1991): *Le calcul et la raisson: essais sur la formalisation do discours savant.* París, Ecole d'Hautes Etudes en Sciences Sociales.

Ibrahim, A.M. (1999): «Current issues in engineering education quality», en *Global Journal of Engineering Education,* 3 (III), pp. 301-305.

— (2001): «A fuzzy set model for engineering education quality», en *Computers & advanced technology in education.* Conference. Cancún, cate.

— (2001): «Assesement of distance education quality using fuzzy sets model», en *International conference on engineering education.* Oslo, 10 pp. 6E4, 8-6E4.

Klir, G.; ST. Clair, U.; Yuan, B. (1997): *Fuzzy set theory: Foundations and applications.* Indianápolis, Perason.

MC Neil, D.; Freiberger, Y. (1997): *Fuzzy logic.* Nueva York, Simon & Schuster.

Mendel, J. (2000): *Uncertain rule based fuzzy logic systems: introduction and new directions.* Nueva York, Prentice Hall.

Ménez, M.; Campos, A. C.; Bustillos, C.G. (2004): *Aplicación de lógica difusa en orien-*

tación vocacional. Zacatepec, Morelos, Departamento de Sistemas y Computación. Instituto Tecnológico.

Morin, E. (1995): *Introducción al pensamiento complejo.* Barcelona, Gedisa.

Negoita, C.V. (1978): «On Fuzzy Systems», en J. Rose.

Ragin, C. CH. (2002): *Fuzzy-st social science.* Chicago, The University of Chicago press.

Rose, J. (edit.) (1978): *Current topics in cybernetics and systems.* Nueva York, Springer-Verlag.

Sousa Santos, B. (1997): *Un discurso sobre as ciencias.* Porto, Afrontamento.

Trillas, E. (1980): *Conjuntos borrosos.* Barcelona, Vicens.

Vega, F. (2003): «¿Posibilidad de una pedagogía caótica?». Comunicación presentada en el xxii Seminario interuniversitario de Teoría de la Educación. Sitges. Universidad de Barcelona.

Zadeh, L. (1965): «Fuzzy sets», *Information/Control*, 8, pp. 338-353.