UTILIZACIÓN DEL HYPERTEXTO PARA ENSEÑAR LA DIVISIBILIDAD EN EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS NATURALES

MIGUEL ÁNGEL LUENGO GARCÍA*

En este artículo, se presenta un ejemplo de Matemáticas con el fin de ayudar a poner en marcha el Hypertexto como estrategia metodológica de enseñanza.

This paper presents an example of Mathematics which tries helping to set «Hypertexto» as a methological teaching strategy.

El hypertexto es una herramienta metodológica que pretende ayudar al profesor a transmitir una información de tipo conceptual y facilitar al alumno la comprensión. Su concepción teórica puede verse con detalle en, "*Enseñar para aprender*", Álvarez y Soler (Coord.), 1999.

En este artículo se expone un hypertexto pensado para alumnos de la E.S.O. (por ejemplo, de 3º), sobre aspectos fundamentales de la divisibilidad en el conjunto N de los números naturales. No se ha pretendido tratar todo lo que se puede ver en este nivel.

Puede escribirse directamente en la pizarra o presentarse en otros formatos: transparencias, murales, cañón u ordenador personal. En este último caso puede utilizarse como un instrumento para llevar a cabo un programa de enseñanza asistida por ordenador.

Los contenidos teóricos que aparecen deben ser reforzados y ampliados con ejercicios y problemas.

La utilización del hypertexto seguramente contribuye a que el alumno comprenda con más claridad la estructura general de relaciones entre las cuestiones más importantes del tema (dada en la primera "pantalla" y completada en la segunda con la aparición de los criterios de divisibilidad), y también puede ayudar al estudiante a comprender mejor cada una de estas cuestiones.

---

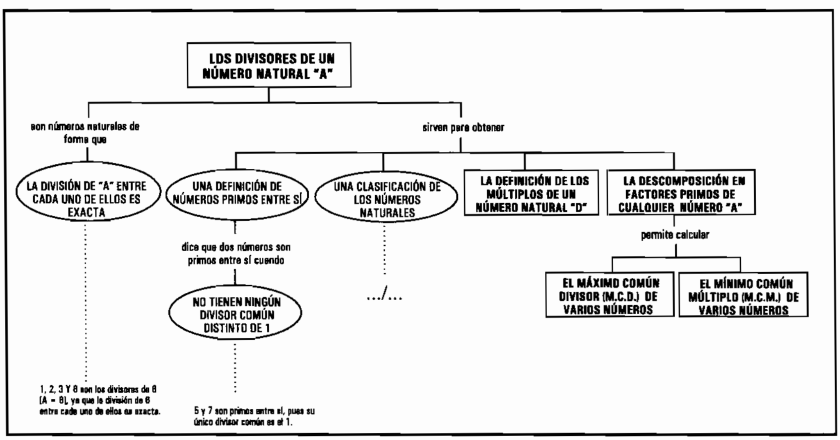
* MIGUEL ÁNGEL LUENGO GARCÍA es Catedrático de Matemáticas del I.E.S. "Alfonso II" y Profesor A. del Departamento de Estadística y Didáctica de la Matemática de la Universidad de Oviedo.

Proporcionando parte de él y pidiendo que se complete, el profesor, por medio de preguntas en clase, puede reforzar el aprendizaje o también usarlo como instrumento de evaluación.

Los conocimientos previos que el alumno debe tener para abordar este tema se pueden concretar de la siguiente forma:

- Identificar los números naturales.
- Sumar, restar, multiplicar y dividir números naturales.
- Utilizar propiedades básicas de estas cuatro operaciones. Prueba de la división.
- Conocer las potencias de base natural y exponente natural. Operar con ellas utilizando, cuando sea posible, propiedades de las operaciones con potencias.

A continuación se expone el hypertexto en 9 "pantallas". Debajo de cada una se escribe el texto que contiene tal como lo lee el alumno.

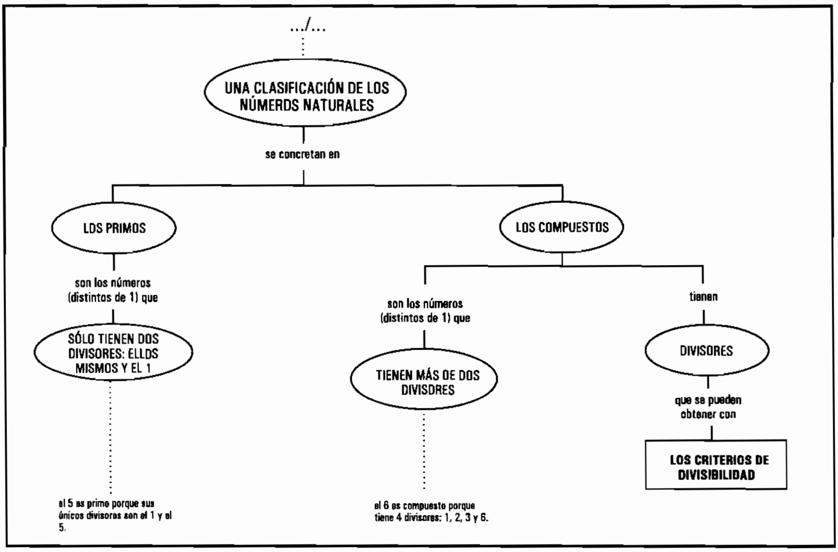


(Primera pantalla)

Los divisores de un número natural "A" son números naturales de forma que la división de "A" entre cada uno de ellos es exacta. Por ejemplo, 1, 2, 3 y 6 son los divisores de 6 [A=6], ya que la división de 6 entre cada uno de ellos es exacta.

Los divisores de un número natural "A" sirven para obtener: una definición de números primos entre sí, una clasificación de los números naturales, la definición de los múltiplos de un número natural "D" y la descomposición en factores primos de cualquier número "A". La *descomposición en factores primos de cualquier número "A" permite calcular el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de varios números.*

Una definición de números primos entre sí dice que dos números son primos entre sí cuando no tienen ningún divisor común distinto de 1. Por ejemplo, 5 y 7 son primos entre sí pues su único divisor común es 1.



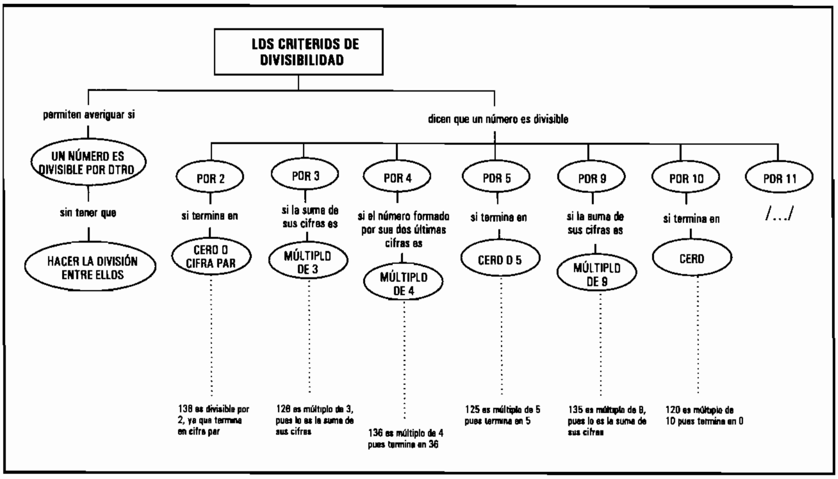
(Segunda pantalla)

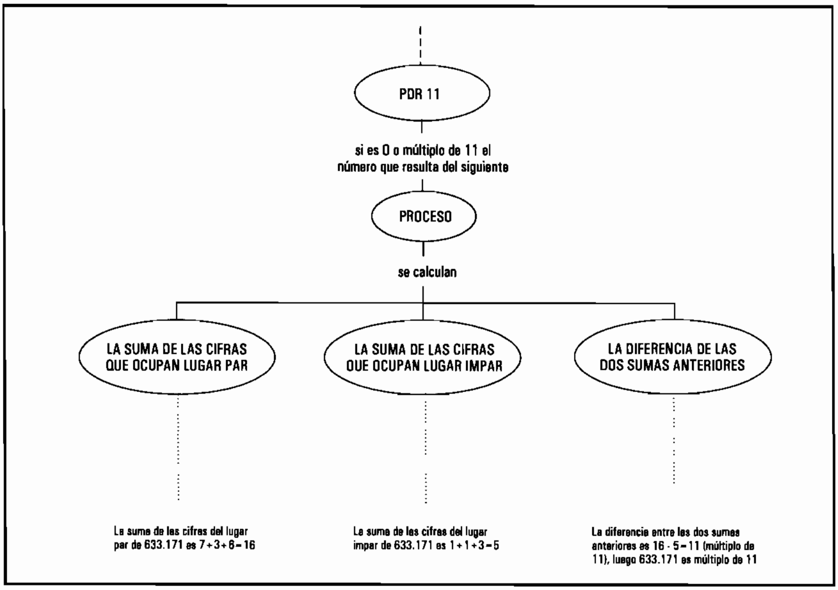
Una clasificación de los números naturales se concreta en los primos y los compuestos.

Los primos son los números (distintos de 1) que sólo tienen dos divisores: ellos mismos y el 1. Por ejemplo, el 5 es primo porque sus únicos divisores son el 1 y el 5.

Los compuestos son los números (distintos de 1) que tienen más de dos divisores. Por ejemplo, el 6 es compuesto porque tiene 4 divisores: 1, 2, 3 y 6.

Los compuestos tienen divisores que se pueden obtener con los criterios de divisibilidad.





Los criterios de divisibilidad permiten averiguar si un número es divisible por otro sin tener que hacer la división entre ellos. Los criterios de divisibilidad dicen que un número es divisible:

Por 2, si termina en cero o cifra par. Por ejemplo, 136 es divisible por 2, ya que termina en cifra par.

Por 3, si la suma de sus cifras es múltiplo de 3. Por ejemplo, 126 es múltiplo de 3, pues lo es la suma de sus cifras.

Por 4, si el número formado por sus dos últimas cifras es múltiplo de 4. Por ejemplo, 136 es múltiplo de 4 pues termina en 36.

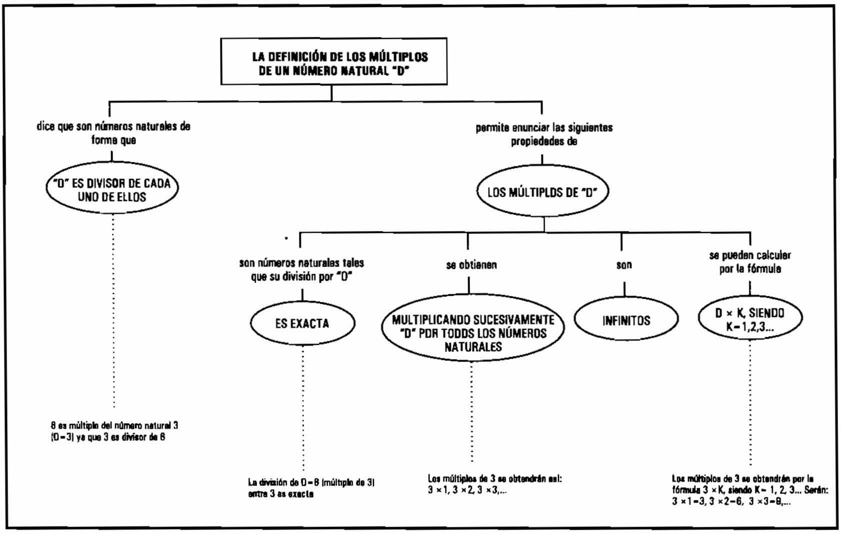
Por 5, si termina en cero o 5. Por ejemplo, 125 es múltiplo de 5 pues termina en 5.

Por 9, si la suma de sus cifras es múltiplo de 9. Por ejemplo, 135 es múltiplo de 9, pues lo es la suma de sus cifras.

Por 10, si termina en 0. Por ejemplo, 120 es múltiplo de 10 pues termina en 0.

Por 11, si es 0 o múltiplo de 11 el número que resulta del siguiente proceso: Se calcula la suma de las cifras que ocupan lugar par, la suma de las cifras que ocupan lugar impar y la diferencia de las dos sumas anteriores.

Por ejemplo, la suma de las cifras del lugar par de 633.171 es 7+3+6=16, la suma de las cifras del lugar impar de 633.171 es 1+1+3=5 y la diferencia entre las dos sumas anteriores es 16-5=11 (múltiplo de 11), luego 633.171 es múltiplo de 11.



La definición de los múltiplos de un número natural "D" dice que son números naturales, de forma que "D" es divisor de cada uno de ellos.

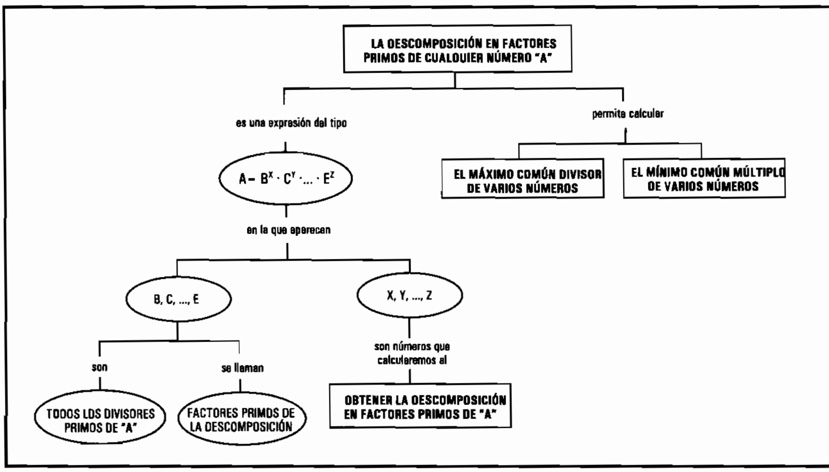
Por ejemplo, 6 es múltiplo del número natural 3 (D=3) ya que 3 es divisor de 6. La definición de los múltiplos de un número natural "D" permite enunciar las siguientes propiedades de los múltiplos de "D":

Son números naturales tales que su división por "D" es exacta. Por ejemplo, la división de D=6 (múltiplo de 3) entre 3 es exacta.

Se obtienen multiplicando sucesivamente "D" por todos los números naturales. Por ejemplo, los múltiplos de 3 se obtendrán así: 3×1, 3×2, 3×3, ...

Son infinitos.

Se pueden calcular por la fórmula D×k, siendo k=1, 2,3,... Por ejemplo, los múltiplos de 3 se obtendrán por la fórmula 3 × k, siendo k = = 1, 2, 3... Serán: 3×1=3, 3×2=6, 3×3=9, ...

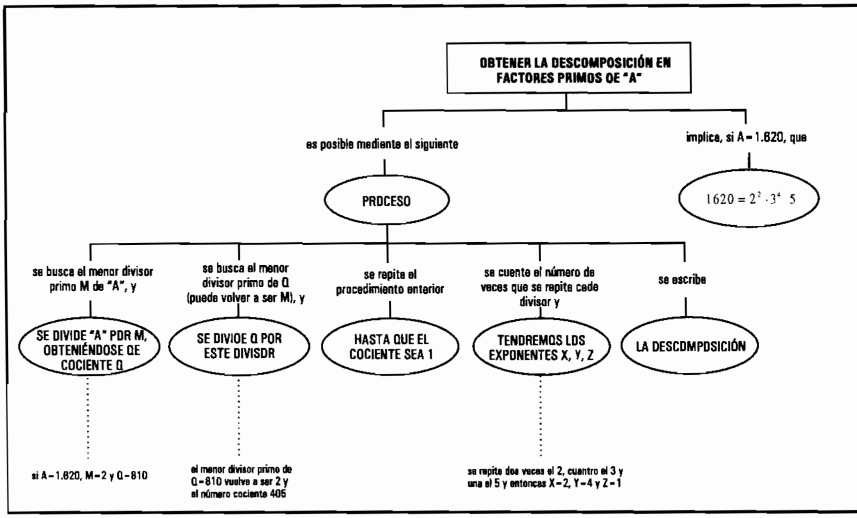


La descomposición en factores primos de cualquier número "A" es una expresión del tipo $A=B^X \cdot C^Y \cdot ... \cdot E^Z$ *en la que aparecen B, C, ...E y X, Y, Z.*

B, C, ... E son todos los divisores primos de "A" y se llaman factores primos de la descomposición.

X, Y, Z son números que calcularemos al obtener la descomposición en factores primos de "A".

La descomposición en factores primos de cualquier número "A" permite calcular el máximo común divisor de varios números y el mínimo común múltiplo de varios números.



Obtener la descomposición en factores primos de "A" es posible mediante el siguiente proceso:

Se busca el menor divisor primo M de "A", y se divide "A" por M, obteniéndose de cociente Q. Por ejemplo, si A=1620, M=2 y Q=810.

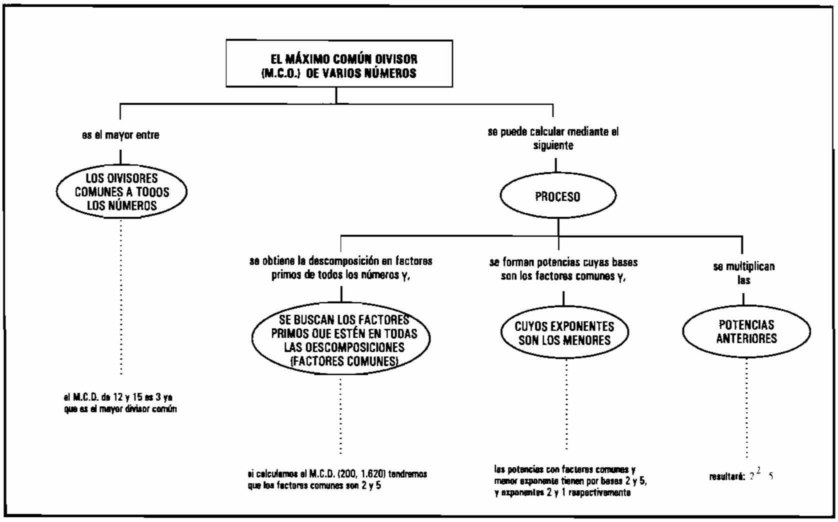
Se busca el menor divisor primo de Q (puede volver a ser M), y se divide Q por este divisor. Por ejemplo, el menor divisor primo de Q=810 vuelve a ser 2 y el nuevo cociente, 405.

Se repite el procedimiento anterior hasta que el cociente sea 1.

Se cuenta el número de veces que se repite cada divisor y tendremos los exponentes X, Y, Z. En el ejemplo, se repite dos veces el 2, cuatro el 3 y una el 5; entonces X=2, Y=4 y Z=1.

Se escribe la descomposición.

Obtener la descomposición en factores primos de "A" implica, si A=1620, que $1620=2^2 \cdot 3^4 \cdot 5$.



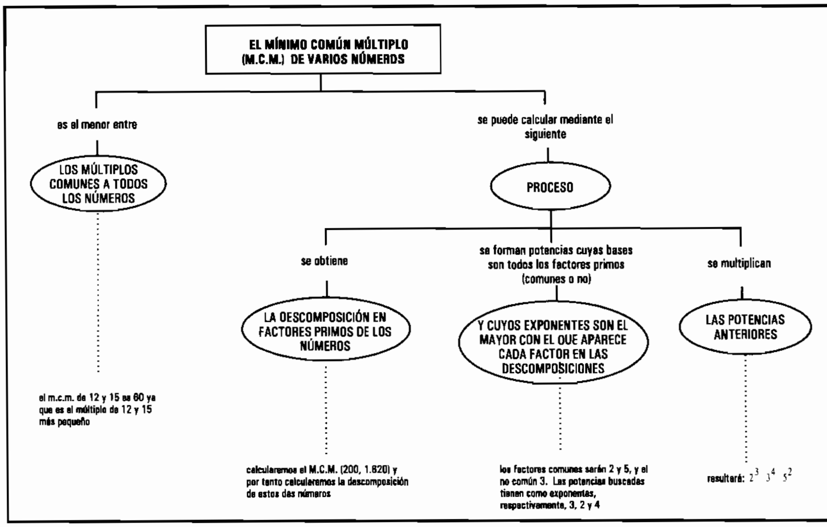
El máximo común divisor (M.C.D.) de varios números es el mayor entre los divisores comunes a todos los números. Por ejemplo, el M.C.D. de 12 y 15 es 3, ya que es el mayor divisor común.

El máximo común divisor (M.C.D.) de varios números se puede calcular mediante el siguiente proceso:

Se obtiene la descomposición en factores primos de todos los números y se buscan los factores primos que estén en todas las descomposiciones (factores comunes). Por ejemplo, si calculamos el M.C.D. (200, 1620), tendremos que los factores comunes son 2 y 5.

Se forman potencias cuyas bases son los factores comunes y cuyos exponentes son los menores. En el ejemplo, las potencias con factores comunes y menor exponente tienen por bases 2 y 5, y exponentes 2 y 1 respectivamente.

Se multiplican las potencias anteriores. En el ejemplo, resultará: $2^2 \cdot 5$.



El mínimo común múltiplo de varios números es el menor entre los múltiplos comunes a todos los números. Por ejemplo, el m.c.m. de 12 y 15 es 60 ya que es el múltiplo de 12 y 15 más pequeño.

El mínimo común múltiplo de varios números se puede calcular mediante el siguiente proceso:

Se obtiene la descomposición en factores primos de los números. Por ejemplo, calcularemos el m.c.m. (200, 1620) y, por tanto, calcularemos la descomposición de estos dos números.

Se forman potencias cuyas bases son todos los factores primos (comunes o no) y cuyos exponentes son el mayor con el que aparece cada factor en las descomposiciones. En el ejemplo, los factores comunes serán 2 y 5, y el no común 3. Las potencias buscadas tendrán como exponentes, respectivamente, 3, 2 y 4.

Se multiplican las potencias anteriores. En el ejemplo, resultará: $2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^2$.