



EL ÁREA DE CONOCIMIENTO DE «DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA»

LUIS RICO ROMERO - MODESTO SIERRA VÁZQUEZ - ENCARNACIÓN CASTRO MARTÍNEZ (*)

RESUMEN. En los últimos treinta años los matemáticos españoles han llegado a ocupar un puesto de relieve en la comunidad científica internacional. Y en este contexto, también la comunidad de los especialistas en Didáctica de la Matemática ha hecho esfuerzos de mejora y progreso considerables: cuenta con nuevos retos que consolidan un espacio docente e investigador en la universidad, con su participación en los planes de estudio de la Formación del Profesorado de primaria y secundaria y con el desarrollo de los estudios de tercer ciclo.

Sin embargo, el articulado hace un repaso crítico, con absoluta sinceridad, sobre la situación actual y la falta de bases adecuadas para afrontar los retos del futuro: carencias en la formación inicial del profesorado de primaria, falta de formación en el de secundaria, bloqueo administrativo (y universitario) de los planes para poner en desarrollo activo esta formación... La enorme inversión intelectual de estos últimos años en el campo de la Didáctica de las Matemáticas, aún necesitadas también de reformulación y de impulso, es una garantía, no obstante, de que estos desafíos de futuro pueden ser afrontados con éxito.

ABSTRACT. In the last thirty years Spanish mathematicians have achieved an important position in the scientific international community. In this context, the community of experts on didactics of maths has also made considerable efforts to improve and progress, such as: consolidating a teaching and researching position in the University, participating in the syllabuses for the Training of Primary and Secondary School Teaching Staff, and developing doctoral studies.

However, the articles make a critical and sincere check of the current situation and the lack of adequate conditions to face future challenges: lacks in the initial training of Primary School Staff, lack of training in the Secondary School Staff, administrative (and university) block of plans to develop this training... Notwithstanding, the huge intellectual investment of the last years in the field of didactics of maths-which still needs reformulation and impetus- is a guarantee to face these future challenges with success.

APROXIMACIÓN A LA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

LA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA EN EL ÁMBITO DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Para explicar y entender qué es la Didáctica de la Matemática hay que situarse en el campo más amplio de la educación mate-

mática. Hablar de educación matemática supone que las matemáticas pertenecen al patrimonio intelectual básico de la humanidad, que se transmite por el sistema educativo, y que estos conocimientos forman parte esencial de la cultura del ciudadano del siglo XXI. La educación matemática comienza con las primeras nociones sobre el número y la cantidad, la regularidad y la

(*) Universidad de Granada, Universidad de Salamanca y Universidad de Granada, respectivamente.

forma, las relaciones y la estructura, las pruebas y las argumentaciones, modos de pensamiento que transmitimos en herencia a nuestros niños y jóvenes y que alcanzan su culminación en determinadas destrezas y teorías, útiles para una formación profesional o para estudios superiores. La educación matemática comprende una gran variedad de acciones, términos, símbolos, técnicas, actitudes y recursos utilizados para construir y aplicar las matemáticas; también abarca sus modos de empleo para comunicar conocimientos y organizar grandes parcelas de la actividad intelectual, científica, económica, cultural y social, tal y como está documentado en las sociedades humanas a lo largo de la historia.

Desde la perspectiva del especialista consideramos la educación matemática como el conjunto de ideas, conocimientos y procesos implicados en la construcción, representación, transmisión y valoración del conocimiento matemático que tienen lugar con carácter intencional. También la actividad de los profesores, y los procesos para su formación, quedan comprendidos dentro de la educación matemática. La enseñanza se ubica dentro del grupo de actividades profesionales convencionales, que se distinguen por la resolución de problemas instrumentales sobre la base de un conocimiento científico especializado.

En términos generales se pueden distinguir tres sentidos distintos en educación matemática (Rico, Sierra y Castro, 2000; Rico y Sierra, 2000), cada uno de los cuales establece un campo diferente de actuación y un ámbito propio para la investigación:

- En primer lugar, educación matemática como conjunto de conocimientos, artes, destrezas, lenguajes, convenciones, actitudes y valores, centrados en las matemáticas y que se transmiten por medio del sistema escolar. La educación matemática en este caso se refiere a las matemáticas escolares, es decir, al conocimiento matemático como objeto de enseñanza y aprendizaje. La finalidad de

la educación matemática se centra aquí en enriquecer y estructurar de manera adecuada los diversos significados de los conceptos matemáticos, superando la aparente exclusividad de su significación formal y deductiva y con el propósito de contribuir a su comprensión por personas en formación. También se refiere a los planes de formación necesarios para que estos conocimientos sean transmitidos, aprendidos, utilizados y compartidos por la totalidad de los ciudadanos.

- En segundo lugar, educación matemática como actividad educativa que tiene lugar en unas instituciones sociales y que llevan a cabo unos profesionales cualificados. En este caso se entiende la educación matemática como la totalidad de acciones y condiciones que hacen posible la enseñanza de las matemáticas. Abarca pues el conjunto de conocimientos, procesos y condiciones que posibilitan las interacciones entre profesores y alumnos, y hacen viable la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. La educación matemática se refiere al conocimiento didáctico necesario para planificar tareas, diseñar actividades y evaluar el aprendizaje escolar; también comprende los conocimientos profesionales necesarios para comunicar y promover la construcción del conocimiento matemático. En este ámbito la educación matemática trata del análisis y estudio de las condiciones para su enseñanza y aprendizaje. Se refiere al conocimiento didáctico y al desarrollo profesional de los profesores y, por ello, se denomina formación del profesor de matemáticas.
- En tercer lugar, educación matemática como disciplina científica; es en este caso cuando nos referimos a la Didáctica de la Matemática. Se

entiende aquí educación matemática como la totalidad de marcos teóricos y metodológicos que permiten interpretar, predecir y actuar sobre los fenómenos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. La Didáctica de la Matemática se ocupa de indagar metódica y sistemáticamente sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas así como de los planes para la preparación profesional de los educadores matemáticos. La Didáctica de la Matemática tiene como objeto delimitar y estudiar los problemas que surgen durante los procesos de organización, comunicación, transmisión, construcción y valoración del conocimiento matemático. La disciplina Didáctica de la Matemática estudia los dos campos antes mencionados y también, como muchas otras disciplinas, abarca sus propios fundamentos teóricos.

- Este carácter recursivo de la Didáctica de la Matemática dentro de la educación matemática puede provocar, a veces, interpretaciones inadecuadas.

LA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA COMO ACTIVIDAD DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

El desarrollo reciente de la Didáctica de la Matemática avala la consideración de esta disciplina como actividad de resolución de problemas. Destacar los problemas que surgen en la educación matemática y que deben plantearse, abordarse y resolverse ha sido una constante en las reflexiones y debates de los profesionales, comités de especialistas y esfuerzos de los investigadores en Didáctica de la Matemática de los últimos cincuenta años. Los campos genéricos que los expertos (Wheeler, 1984) han elegido para situar los problemas principales de la educación matemática son los siguientes: Desarrollo teórico, Epistemolo-

gía, Formación del profesorado, Currículo de matemáticas, Cognición matemática, Enseñanza de temas específicos de matemáticas, Sociología de la educación matemática y Metodología de la investigación.

Como disciplina, la Didáctica de la Matemática tiene su campo de estudio en ese complejo de actividades de significación y tareas sociales de formación que hemos denominado educación matemática. Por ello decimos que la Didáctica de la Matemática se ocupa de indagar metódica y sistemáticamente sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, proporcionar fundamentos teóricos y sostener planes para la formación profesional de los educadores matemáticos. La Didáctica de la Matemática se propone delimitar y abordar los problemas que surgen durante los procesos de comunicación, transmisión, construcción y valoración del conocimiento matemático, indagar sobre ellos con fines epistémicos y, en su caso, proponer soluciones fundadas para tales problemas.

Esta es nuestra aproximación: surgen multitud de problemas empíricos y teóricos en los procesos de comunicación, enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, algunos de ellos de especial intensidad; también surgen problemas específicos en los procesos de formación y actualización de los educadores matemáticos. Desde una perspectiva ilustrada, la Didáctica de la Matemática es la disciplina que se propone transformar y modificar los modos de interpretación del mundo y de significación de la realidad social por medio de la transmisión intencional del conocimiento matemático y la interiorización reflexiva de las principales herramientas de este conocimiento por parte de la totalidad de los ciudadanos.

UBICACIÓN DE LA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA EN LA UNIVERSIDAD

Hacia mediados de la década de los sesenta del siglo xx comienza la institucionaliza-

ción de la Didáctica de la Matemática a nivel internacional como disciplina, homologable como disciplina académica universitaria. La celebración de congresos internacionales dedicados exclusivamente a la educación matemática; la aparición de publicaciones, libros y revistas dedicados a la investigación específica en educación matemática y la incorporación plena al mundo universitario son algunos de los indicadores que avalan esta afirmación.

Después de una serie de encuentros previos, una conferencia realizada en la Universidad de Cornell (USA) en 1968 estableció las condiciones institucionales y científicas para integrar las investigaciones en educación matemática en los grados académicos universitarios. Gran parte de las discusiones durante este encuentro estuvieron dedicadas a determinar criterios para un programa de calidad en la investigación sobre educación matemática. Entre los acuerdos alcanzados subrayamos el énfasis puesto en implicar a los matemáticos en tareas de investigación en educación matemática, la discusión sobre las estrategias para desarrollar programas de doctorado en educación matemática y las condiciones necesarias para ello (Long, Meltzer y Hilton, 1970).

A partir de los años setenta diversas universidades europeas y americanas incorporaron la disciplina Didáctica de la Matemática a la Universidad, apoyaron planes de formación para el personal investigador y, en algunos casos, programas de doctorado específicos que han tenido un amplio desarrollo.

En lo que se refiere al caso español, a partir de la promulgación de la Ley General de Educación en 1970, la constitución de los Institutos de Ciencias de la Educación de las Universidades (los ICE) y del Instituto Nacional de Ciencias de la Educación (el INCIE) dan un impulso a la investigación educativa y en particular a la investigación en educación matemática. También señalamos la presencia de asignaturas de

Didáctica de la Matemática en los planes de estudios para la formación de maestros y las especialidades de metodología que se establecen en algunas titulaciones de la Licenciatura de Matemáticas. A partir de la década de los ochenta, igual que había ocurrido en otros países de Europa quince años antes, se inicia en España la institucionalización de la Didáctica de la Matemática como disciplina, que viene marcada por su consideración como área de conocimiento, su homologación con el resto de áreas de conocimiento de la Universidad, el impulso de la investigación, el desarrollo de programas específicos de doctorado en algunas universidades, la realización de tesis doctorales en estos programas y la presencia cada vez más activa de investigadores españoles en los congresos y reuniones internacionales del área.

La Ley de Reforma Universitaria de 1983 proporcionó un marco legal e institucional adecuado para abordar los objetivos de desarrollo científico, formación profesional y extensión de la cultura, que son las funciones básicas que el legislador asigna a la universidad española para el siglo XXI. La ley estructuró la universidad, científicamente, por áreas de conocimiento y, administrativamente, por departamentos que coordinan una o varias áreas afines. El Real Decreto 1888/84 de 26 de septiembre (BOE 26.10.84) establece un *Catálogo de Áreas de Conocimiento* para la universidad española. Es en este marco donde surge el Área de Conocimiento de Didáctica de la Matemática como uno de los campos de conocimiento en los que se estructura la Universidad, reconociendo el esfuerzo realizado por la comunidad de educadores matemáticos de nuestro país en los años anteriores. Sin lugar a dudas, la institucionalización de la Didáctica de la Matemática como área de conocimiento en la universidad es un dato clave para entender su consolidación como disciplina científica y académica a partir de 1984. La nueva Ley Orgánica 6/2001, de 21 de diciembre, de Universidades (BOE

24.12.01) mantiene el estatus ya existente de las áreas de conocimiento y les señala nuevos retos. Las describe «como aquellos campos del saber caracterizados por la homogeneidad de su objeto de conocimiento, una común tradición histórica y la existencia de comunidades de profesores e investigadores nacionales e internacionales» (Art. 71.1).

La constitución de departamentos universitarios en los que está integrada el Área de Didáctica de la Matemática ha supuesto un paso importante para la educación matemática en España, disponiéndose de nuevos medios personales y materiales, ayudas institucionales y recursos que han potenciado y potencian la docencia e investigación en el área. En este nuevo marco legal están constituidos cuatro departamentos universitarios en Didáctica de la Matemática en las universidades Complutense, Granada, Sevilla y Valencia; hay otros 12 departamentos que engloban la Didáctica de la Matemática y las Ciencias Experimentales, mientras que en el resto de las universidades los profesores de Didáctica de la Matemática forman parte de departamentos más amplios, bien de matemáticas o bien de didáctica en general, con distintas configuraciones y denominaciones. Los 228 profesores numerarios, cuya formación inicial es matemática en la práctica totalidad, imparten su docencia y realizan su investigación en el ámbito de estos departamentos. En el momento de elaboración de este documento se distribuyen así: cuatro catedráticos de universidad, 35 profesores titulares de universidad, 30 catedráticos de escuela universitaria y 159 profesores titulares de escuela universitaria.

La producción de los departamentos universitarios se concreta en su actividad y organización docente, en su actividad y organización investigadora y en la promoción y difusión de la cultura matemática. En particular, los departamentos universitarios ocupan un lugar prioritario en la organización y desarrollo de la investigación; se

organizan en líneas de investigación, que promueven su realización y desarrollo.

UBICACIÓN TEÓRICA DE LA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

Situada entre las ciencias de la educación y las disciplinas matemáticas, la Didáctica de la Matemática se ha desarrollado como disciplina fronteriza, con un carácter multidisciplinar que se refleja en la diversidad de aproximaciones con que se pueden considerar los problemas que estudia.

Bishop (1992) distingue tres tradiciones en la investigación en educación matemática que configuran la disciplina Didáctica de la Matemática: la tradición pedagógica, la empírico-científica y la filosófico-escolástica.

La tradición pedagógica es la más antigua y tiene sus antecedentes inmediatos en los trabajos de Comenio, Pestalozzi y Froebel. Esta tradición se preocupa fundamentalmente de lo que sucede en el aula, y trata de resolver los problemas que allí se presentan; el profesor es agente esencial en esta tradición. La metodología de investigación que se utiliza es la de ensayo-error, esencialmente, intentando refinar cada vez más los resultados obtenidos.

La tradición empírico-científica trata de convertir la Didáctica de la Matemática en ciencia experimental, utilizando esencialmente sus métodos de investigación. La preocupación de los científicos y filósofos de la ciencia se ha dirigido a establecer unos criterios de demarcación entre el saber que puede considerarse científico y el que no. Las reglas metodológicas del neopositivismo constituyen el criterio más fuerte; su versión moderna es el racionalismo crítico de Popper, que fija el método hipotético-deductivo y la posibilidad de falsar las teorías como el ideal de la ciencia factual. El esfuerzo por convertir la Didáctica de la Matemática en una disciplina experimental ha tenido como consecuencia la

aplicación de este método en el estudio de multitud de fenómenos de enseñanza y aprendizaje, con utilización de técnicas o procedimientos específicos para la resolución de problemas concretos y la obtención de una gran cantidad de datos empíricos, necesitados de una integración teórica comprensiva.

La tradición escolástica-filosófica trata de teorizar críticamente la disciplina Didáctica de la Matemática. Los esfuerzos por llevar a cabo una construcción teórica propia para la Didáctica de la Matemática se inician hacia 1970 y alcanzan un alto grado de elaboración en la década de los ochenta. Durante estos años se muestra que la educación matemática es un campo caracterizado por una gran complejidad. Las matemáticas, en su evolución histórica actual, tienen un amplio desarrollo e interrelacionan con muchas otras ciencias. La conexión con las áreas de práctica, tecnología y cultura, la estructura multidimensional de la enseñanza dentro de nuestra sociedad junto con la diversidad de condiciones y factores en el aprendizaje, entre otras relaciones, establecen la complejidad de la disciplina didáctica de la matemática.

A partir del ICME-5, celebrado en Australia, se constituye el grupo internacional *Theory of Mathematics Education*, el cual discute en profundidad la naturaleza de la disciplina y aglutina el trabajo de un grupo cada vez más numeroso de expertos (Steiner y cols., 1984). Estos investigadores aceptan la existencia de una disciplina, tratan de delimitar sus dimensiones y reconocen las limitaciones existentes para abordar su estudio desde un marco teórico unificado; en su trabajo no postulan una teoría ya construida sino que reflexionan acerca de las condiciones necesarias para una teoría de la Didáctica de la Matemática (Steiner, 1987).

En fechas más recientes, la obra *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (Biehler y otros, 1994) selecciona los principales temas que estructuran la disci-

plina. Dichos tópicos son: currículo de matemáticas, formación de profesores, interacción en el aula, materiales y recursos, psicología del pensamiento matemático, historia y epistemología, educación para niños con necesidades especiales y etnomatemáticas.

En el momento actual, y por lo que se refiere a los fundamentos de la Didáctica de la Matemática como área científica, se continúa trabajando intensamente por alcanzar un marco teórico unificado, pero también en subrayar las características propias de los grupos nacionales de investigación (Malara y col., 1996; Ponte y cols., 1998; Arzarello, 1999), o en algunos casos, internacionales, como el grupo de trabajo en educación matemática constituido por los investigadores de los países nórdicos: Dinamarca, Finlandia, Islandia, Noruega y Suecia. De esta manera se destaca la importancia que para la Didáctica de la Matemática tienen las condiciones sociales, históricas, culturales y políticas propias de cada país o región. En este y otros trabajos también nosotros nos hemos propuesto caracterizar la situación española en Didáctica de la Matemática.

Todos estos avances muestran que hay un marco global, caracterizado por algunas componentes y aportaciones.

A nuestro juicio, el marco teórico en que se plantean, estudian e investigan los problemas y cuestiones de la Didáctica de la Matemática se sostiene desde el dominio de la Matemática, la Epistemología e Historia de la Ciencia, la Pedagogía, la Psicología y la Sociología de la Educación. No cabe confusión entre las cuestiones que abordan estas disciplinas y las que estudia la Didáctica de la Matemática: se distingue que un problema es propio de nuestra área de conocimiento cuando están implicados procesos de comunicación, enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Postulamos que los fundamentos teóricos para el estudio y resolución de estos problemas se sostienen en las cinco familias de discipli-

nas citadas de una manera específica, que trasciende e integra las aportaciones concretas de cada una de ellas y cuya articulación se ha comenzado a desarrollar.

Finalmente, la investigación en Didáctica de la Matemática tiene como fin la actuación en el medio social, trata de ser acción transformadora. Esta actuación tiene lugar en determinados ámbitos de actuación de modo prioritario, entre los que hemos destacado:

- Diseño, desarrollo y evaluación del currículo.
- Formación de profesorado y desarrollo profesional.
- Fundamentos y desarrollo teórico de la disciplina.

Estos campos no agotan las posibilidades de acción de la educación matemática, sólo señalan sus prioridades actuales.

Así mismo, postulamos que toda investigación en Didáctica de la Matemática se puede caracterizar mediante tres componentes: su marco teórico, su marco metodológico y su ámbito de actuación, que encuadran los problemas en estudio.

DOCENCIA EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

Los comienzos de la Didáctica de la Matemática en nuestro país han estado vinculados con la Universidad y con la formación inicial del profesorado de Matemáticas de los distintos niveles educativos. Hoy día, la formación de los profesores se lleva a cabo desde los Departamentos universitarios en los que se ubican los especialistas en las distintas áreas de conocimiento, entre ellas la Didáctica de la Matemática.

Desde la creación y consolidación del sistema nacional de educación en España, a mediados del siglo XIX, se puede asegurar que han existido dos modelos en la formación del profesorado. El primer modelo corresponde a la formación del profesora-

do de educación primaria en instituciones específicas, que han recibido distintas denominaciones a lo largo de la historia como Escuelas Normales, Escuelas de Magisterio, Escuelas Universitarias de Formación del Profesorado de Educación General Básica, muchas de ellas transformadas actualmente en Facultades de Educación. En estas instituciones el profesor de educación primaria ha recibido una formación con cuatro componentes: científica, didáctica, psico-pedagógica y práctica. Estos cuatro componentes han tenido diferente peso en los distintos planes de formación de maestros que se han sucedido.

El segundo modelo se refiere a la formación del profesorado de secundaria donde ha primado ante todo la formación científica en las facultades de ciencias o de humanidades, con algún complemento añadido en formación psicopedagógica y en didácticas especiales.

Sólo en fechas muy recientes se ha comenzado a trabajar en nuestro país sobre la formación del profesorado universitario y su currículo docente. La nueva Ley Orgánica 6/2001 de Universidades, entre las garantías que marca para la calidad de las universidades, establece la evaluación, certificación y acreditación de la actividad docente (Art. 31). Más adelante señala que la formación del personal docente será uno de los criterios de eficiencia en el desarrollo de su actividad profesional (Art. 33). Estas nuevas competencias deberán ser objeto de planes específicos de formación. Aún es pronto para señalar las principales líneas por las que esos planes van a discurrir, pero no cabe duda que las competencias pedagógicas y el dominio didáctico y tecnológico serán componentes ineludibles en la formación y promoción del profesorado universitario.

El trabajo que se realiza en torno a las asignaturas que se imparten desde el área de conocimiento y la actividad docente que se ha desarrollado de manera complementaria, han permitido configurar un grupo de

expertos en formación inicial de profesores de matemáticas de primaria y de secundaria —especialistas en Didáctica de la Matemática— quienes llevan a cabo un desarrollo teórico específico, acompañado de algunos trabajos de investigación. También está pendiente la consolidación de grupos de expertos en la formación del profesorado universitario.

FORMACIÓN INICIAL DE MAESTROS

Las Matemáticas y su didáctica han estado presentes con regularidad en la formación de los maestros. En los actuales planes de estudio del Título de Maestro (R.D. 1440/1991) hay establecidas siete especialidades, cada una de ellas con un plan de estudios diferente: Maestro especialista en Educación Primaria, Maestro especialista en Educación Física, Maestro especialista en Lengua Extranjera, Maestro especialista en Educación Musical, Maestro de Educación Especial, Especialista en Audición y Lenguaje y Maestro especialista en Educación Infantil. Las cuatro primeras titulaciones habilitan para ejercer como profesor en Educación Primaria.

PLANES DE ESTUDIO DE MAGISTERIO

Uno de los objetivos de los planes de estudios actuales era conseguir una mayor profesionalización para los titulados de magisterio. Sin embargo, la formación en Didáctica de la Matemática, al igual que en el resto de las didácticas especiales, es absolutamente insuficiente para las necesidades profesionales del maestro. En el plan de estudios actual cada una de las titulaciones de magisterio tiene un total de 200 créditos asignados. Esta carga docente se distribuye en asignaturas troncales (comunes a todas las titulaciones a nivel nacional), obligatorias de universidad (establecidas por cada universidad), optativas (ofertadas por los

departamentos para cada titulación) y créditos de libre configuración (ofertados por los departamentos para toda la universidad). Los créditos asignados a la troncalidad (120) suponen el 60% de la carga lectiva global. Para la especialidad de primaria hay asignados 9 créditos dentro de la troncalidad a la materia *Matemáticas y su Didáctica*, y 4,5 créditos para esa misma materia en las especialidades de Educación Física, Educación Musical y Lengua Extranjera. En algunas universidades se amplía el número de créditos dedicado a Matemáticas y su Didáctica para la especialidad de primaria con una asignatura obligatoria de universidad, cuya carga oscila entre 6 y 9 créditos. También es usual ofertar alguna asignatura optativa, cuya carga docente está en 6 créditos por término medio.

Estos datos proporcionan una referencia para establecer los porcentajes entre los que oscila la formación del profesor de Educación Primaria en Matemáticas y su Didáctica. El mínimo legal está en un 4%, porcentaje que se da en algunas universidades. Un porcentaje medio está en el 8% de la carga docente global. Si consideramos aquellos estudiantes que, además, cursan alguna asignatura optativa de este campo, el porcentaje en la formación del profesor de primaria puede llegar hasta el 11%. Lo usual es que la mayor parte de los profesores de primaria, en su período de formación, no tengan opción para que el 10% de su formación se ocupe en Matemáticas y su Didáctica.

Si consideramos ahora las especialidades de Educación Física, Educación Musical y Lengua Extranjera podemos afirmar que sólo el 2% de la formación de los estudiantes que cursan estas especialidades está dedicada a Matemáticas y su Didáctica. Estos estudiantes no tienen otras asignaturas de esta área que amplíen la troncal y, raras veces, eligen asignaturas optativas complementarias en este campo. Sin embargo, están legalmente habilitados para impartir todas las materias de cualquier curso de primaria.

La formación descrita es claramente insuficiente para ejercer como maestro y tener la responsabilidad de la formación matemática de los niños de Educación Primaria. Hay una contradicción profunda entre la importancia concedida a la competencia matemática de los ciudadanos y la formación de los profesionales encargados de la educación matemática en los decisivos primeros niveles escolares.

La situación actual sobre formación inicial de Maestros de Primaria en Didáctica de la Matemática es claramente insatisfactoria y así es percibido por la comunidad de especialistas. Algo similar ocurre con la formación del Maestro de Educación Infantil, cuya oferta de troncalidad se reduce a la asignatura Desarrollo del Pensamiento Matemático del Niño y su Didáctica, con 6 créditos que supone un 3% de su carga lectiva total.

LA LICENCIATURA DE MAGISTERIO

El modelo actual para la formación inicial del profesor de primaria necesita una revisión a fondo para superar las disfunciones antes descritas. Parece conveniente la adopción de un modelo único para la formación de los profesores de primaria, y ésta es una razón para la reforma de los planes de estudio de Magisterio. Se vienen discutiendo dos opciones generales: un modelo basado en una única titulación o bien un modelo de especialización, asumido de manera coherente y que considera una especialidad propia para cada una de las áreas del currículo de primaria.

Por otra parte, está abierta la necesidad de transformar los estudios de Magisterio en una titulación de segundo ciclo, en una licenciatura. España es el único país de la Unión Europea en el cual la formación del profesor de primaria tiene una duración de tres cursos, con reconocimiento académico inferior al de la licenciatura. En la mayoría de los países el plan de estudios tiene una

duración de cuatro cursos y en algunos, como Alemania, de cinco cursos. La necesidad de homologar la preparación de los profesores de primaria españoles con los europeos obliga a su transformación en licenciatura y, en este sentido, resulta una medida necesaria y acertada.

El profesor de primaria europeo tiene una sólida preparación sobre todas las materias del currículo de primaria y sus didácticas; la formación especializada tiene un carácter de iniciación que, en algunos casos, alcanza un alto nivel. El paso en España a la formación de licenciado puede incorporarnos a los estándares europeos, ya que puede conjugar un buen plan general de formación en el primer ciclo, común para todos los profesores de primaria, con una especialización en el segundo ciclo que contemple de manera diferenciada todas las áreas.

El escenario menos favorable para la reforma de las titulaciones de maestro sería aquel que reforzara la orientación fundamentalmente pedagógica del plan actual y diera lugar a un título subordinado al de pedagogo, con profesionales de escasa autonomía intelectual, cuya preparación como docentes sufriría un empobrecimiento preocupante. En especial, se incrementarían el desconocimiento de los profesores sobre las áreas curriculares —entre ellas las matemáticas— y sus didácticas, conocimientos que serían reemplazados por un incremento de reflexiones y discursos generales, desligados de los conocimientos profesionales y prácticos necesarios.

A diferencia de los planes europeos, el plan español actual de formación inicial para maestro de primaria dedica un tiempo excesivo a la formación psicopedagógica general y muy poco tiempo a las didácticas específicas, lo cual está poniendo en peligro la preparación profesional de estos profesores. En particular, la escasa formación en educación matemática restringe la competencia para impartir matemáticas. Mientras que el profesorado europeo tiene

una formación básica garantizada en matemáticas y su didáctica y dedica parte importante de su tiempo al trabajo práctico en el aula, a tareas de innovación y proyectos de investigación, el profesorado español dispone de un tiempo escaso de preparación en esta materia y recibe poca orientación práctica. Idéntica reflexión puede hacerse para el resto de las materias del currículo de primaria.

La reforma de la titulación de manera que contemple una licenciatura con varias especialidades, una por cada materia del currículo de primaria, conjuga la homologación europea con las necesidades formativas del profesor de primaria en las distintas materias del currículo. Un primer ciclo dedicado a la formación común en las materias básicas, que habilite para trabajar en cualquier nivel y sobre cualquier materia de primaria, quedaría reforzado con un segundo ciclo de especialización en el que también tuviese lugar la realización del *practicum*. Esta organización permitiría corregir el desnivel existente entre los conocimientos del profesor de primaria sobre las áreas curriculares y sus didácticas y sus conocimientos pedagógicos generales. También permitiría adoptar medidas para mejorar el conocimiento profesional.

El trabajo práctico es una de las atenciones básicas que debe contemplar un nuevo plan de formación. El trabajo práctico comprende los créditos de prácticas de cada una de las materias además del *practicum* en los centros. En los créditos de prácticas hay que abordar la preparación y diseño de unidades didácticas, el estudio y análisis de documentos y materiales, el visionado y análisis de clases dadas por expertos, la preparación de clases prácticas y su implementación. La preocupación por el desarrollo profesional y práctico debe formar parte de las asignaturas de educación matemática y no quedar al margen en las clases de matemáticas para los maestros de primaria.

La escasez de horario para matemáticas y su didáctica en los actuales planes de

estudios ha hecho que los créditos de prácticas de las materias se desarrollen escasamente o bien no se contemplen con un trabajo práctico adecuado, incluyendo actividades de taller y de laboratorio. Esa escasez de horario también conecta con las dificultades para fundamentar planes de formación mediante desarrollo de programas de innovación y proyectos de investigación.

En Abraira y otros (1998), Rico (2000) y en Blanco, Castro y Sánchez (2001) podemos apreciar el debate existente sobre las necesidades formativas de los profesores de primaria en Didáctica de la Matemática, las coincidencias y diferencias entre los programas que se imparten en distintas universidades y la discusión sobre nuevas ideas relativas a la metodología y evaluación en estas asignaturas.

FORMACIÓN INICIAL DEL PROFESORADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

La formación inicial del profesorado de enseñanza secundaria en España ha seguido un modelo distinto, sostenido implícitamente en la máxima «Para enseñar es suficiente el dominio de la disciplina», lo cual ha dado lugar a que el profesor de matemáticas de secundaria tenga una fuerte formación científica y una nula formación didáctica y sobre otros conocimientos profesionales necesarios para ejercer de profesor.

Sin embargo, enseñar matemáticas en los niveles de secundaria es una actividad compleja, ya que supone introducir a los jóvenes en el estudio de las estructuras formales mediante el uso de unos conceptos y una reglas de razonamiento que se basan en sistemas simbólicos muy elaborados y que se sustentan en un alto grado de abstracción y generalización. Su utilidad en la sociedad actual queda fuera de duda ya que las matemáticas permiten abordar la resolución de problemas complejos

mediante procesos de modelización. El dominio de las matemáticas constituye una herramienta de trabajo imprescindible para el ciudadano de una sociedad moderna, democrática e informatizada. Con diferencias de matices estas ideas son aceptadas hoy día ampliamente en la comunidad de matemáticos y profesores de matemáticas. También es de dominio común que para enseñar una materia es necesario, pero no suficiente, tener dominio de ella, ya que la tarea de enseñar requiere el dominio de conocimientos y competencias diversos. Los expertos en educación e instituciones educativas profesionales han aceptado este principio desde hace más de un siglo, pero los responsables de la política educativa no han acertado hasta el momento con una forma adecuada de ponerlo en práctica a los efectos de la formación del profesorado de secundaria, si bien en algunas universidades ha existido la especialidad de Metodología de las Matemáticas, en los antiguos planes de la Licenciatura de Matemáticas.

PLANES DE ESTUDIOS DE MATEMÁTICAS

Los profesores de matemáticas de secundaria reciben su formación inicial en una licenciatura de ciencias, con preferencia en la licenciatura de Matemáticas. En las directrices generales de los nuevos planes del Título de Licenciado en Matemáticas (R D 1416/1990) no se contempla la Didáctica de la Matemática como materia troncal; también se han ignorado otras materias importantes para los licenciados en matemáticas como son la historia y la filosofía de la Matemática. Con el plan actual es posible que se formen buenos técnicos en campos específicos del conocimiento matemático, pero tendrán que suplir como autodidactas su desconocimiento de lo que suponen las matemáticas desde una perspectiva cultural y educativa, amplia y completa.

En la actualidad, del total de 25 universidades que imparten la Licenciatura de

Matemáticas, 10 de ellas (Alicante, Almería, Autónoma de Barcelona, Cantabria, Extremadura, Granada, La Laguna, La Rioja, Murcia y Valencia) han incorporado alguna asignatura optativa del área de Didáctica de la Matemática en sus planes de estudio. La principal orientación de estas materias es la formación inicial de los futuros profesores de matemáticas de secundaria. De un total de 300 créditos que, por término medio, abarca una licenciatura, la carga docente de esas asignaturas oscila entre 6 y 12 créditos, según las diferentes universidades. Es decir, entre el 2% y el 4% de oferta optativa para la formación como profesores de secundaria en Didáctica de la Matemática.

Esta formación se complementa con un curso de postgrado de 18 créditos, que proporciona el Certificado de Aptitud Pedagógica, necesario para ejercer como docente en la Educación Secundaria. La formación en Didáctica de la Matemática se concentra en este caso en un curso de 3 créditos, en promedio, que es toda la formación inicial que reciben los futuros profesores de matemáticas de secundaria; exactamente igual ocurre para el resto de las disciplinas.

LA FORMACIÓN INICIAL DEL PROFESORADO DE MATEMÁTICAS

Actualmente, el conocimiento matemático es el único referente profesional de la mayoría de los profesores de secundaria, que carecen por tanto de formación inicial adecuada en didáctica. Y ello a pesar de que no se discute que el profesor necesita también disponer de otros conocimientos, como son los de Didáctica de la Matemática y los derivados de la práctica escolar. Los planes de estudios que las licenciaturas de Matemáticas de las distintas universidades proponen a los estudiantes tienen una oferta curricular poco diversificada y escasamente vinculada con el futuro profesional de aquellos que van a dedicarse a la enseñanza. Parece claro que los profesores

de matemáticas requieren de un conocimiento de las matemáticas específico a las tareas de enseñar y aprender. También resulta necesario que la formación inicial en este campo se haga en el mismo período en que los estudiantes para profesor se forman como matemáticos. Desde el Área de Didáctica de la Matemática se han realizado numerosas aportaciones acerca de la naturaleza y desarrollo del conocimiento base para la formación del profesor de matemáticas y existen publicaciones que lo avalan. En el contexto académico español e internacional se han debatido y presentado caracterizaciones del conocimiento didáctico, necesario para capacitar a un profesional de la enseñanza.

La Ley de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE) estableció el Curso de Cualificación Pedagógica (CCP), para la formación inicial del profesorado de secundaria, sustituyendo al Curso de Aptitud Pedagógica (CAP); han transcurrido doce años desde la promulgación de la Ley y aún no se ha desarrollado una normativa definitiva para su puesta en práctica con carácter generalizado. Parece como si los poderes públicos no tuviesen interés en una formación inicial específica para el oficio de profesor. Al menos no terminan de encontrar el modelo de formación inicial adecuado y la forma para su financiación.

El modelo aún vigente de formación de profesorado, basado en un curso de postgrado de 18 créditos (CAP), incluso si se amplía a los 60 créditos del CCP, no creemos que sea ya la mejor respuesta para atender a la formación inicial del profesorado de secundaria. El curso de postgrado alarga el período de formación y se basa en un modelo acumulativo y no integrado, con el conocimiento didáctico y el conocimiento profesional desconectados del conocimiento científico. Aún cuando resulte muy conveniente mantener una oferta de formación en el postgrado es necesario diseñar una formación inicial de pregrado para los profesores de secundaria, que

resulte atractiva y que no alargue innecesariamente los períodos de la formación inicial.

El profesorado de Matemáticas de Educación Secundaria debe tener una formación científica específica, con la materia de Didáctica de la Matemática y las prácticas de enseñanza formando parte de la troncalidad e integradas en una licenciatura de segundo ciclo, licenciatura de Educación Matemática, o en un itinerario muy específico de la Licenciatura de Matemáticas. Esta especialidad o licenciatura de segundo ciclo, al que se podría acceder desde un primer ciclo de Matemáticas u otras diplomaturas mediante las correspondientes pasarelas, estaría diseñada según un perfil de «Profesor de Matemáticas de Educación Secundaria» al que se incorporarían igualmente materias del segundo ciclo de la Licenciatura de Matemáticas, materias educativas para el fundamento del currículo y otras materias como historia y filosofía de las matemáticas, especialmente adecuadas para la formación del profesor. Se adoptaría así una estructura basada en dos ciclos (3+2) que sería alternativa a la estructura 5+1 existente en estos momentos.

Esta misma estructura debiera proponerse para todas las materias de secundaria que necesitan de preparación didáctica específica.

El debate sobre esta problemática es permanente en nuestro país. En los números 21 y 32 de la *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado* hay una colección de trabajos monográficos sobre el ámbito que acabamos de comentar, donde se presentan con detalle algunos de los problemas enunciados y de las soluciones ensayadas. Recientemente, con motivo de la celebración en el año 2000 del año matemático mundial, quedó recogido en la Proposición no de ley elaborada por el Congreso de los Diputados (Díaz et al., 2000). Esta polémica continua en la actualidad y en ella intervienen la Real Academia de Ciencias (Guzmán y Rico, 1999), la Real

Sociedad Matemática (Comité de Educación de la RSME, 2001), la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, 2001) y la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (Sociedad Isaac Newton, 2001), entre otras instituciones. Recientemente ha tenido lugar una ponencia en el Senado sobre la enseñanza de las ciencias en educación secundaria, en la que también se ha abordado la formación del profesorado de matemáticas de secundaria (Llinares, 2002).

PROGRAMAS DE DOCTORADO

El análisis de la docencia especializada en el tercer ciclo de los estudios universitarios completa la actuación del área en cuanto a docencia y la vincula con la investigación. En el curso 88-89 se iniciaron Programas de Doctorado específicos de Didáctica de la Matemática en las Universidades de Granada, Autónoma de Barcelona y Valencia. Con posterioridad se han desarrollado nuevos programas de doctorado en Didáctica de la Matemática en las Universidades de Sevilla, Extremadura, Valladolid, Málaga, La Laguna y Salamanca, lo que ha dado lugar a un fuerte impulso a la investigación en el área. Hay otras universidades que desarrollan programas de doctorado amplios, que incluyen la Didáctica de la Matemática entre sus enseñanzas y líneas de investigación.

Son ya más de 70 tesis doctorales las que se han presentado y defendido desde 1994 elaboradas por profesores del área de conocimiento de Didáctica de la Matemática. Examinando los títulos y contenidos de estas tesis doctorales se observa que, gran parte de ellas, tienen una profunda relación con el desarrollo curricular, la detección de carencias en el sistema educativo, el conocimiento profesional del profesor y desarrollo del profesorado de matemáticas.

En gran medida se trata de investigaciones para la innovación curricular y la formación del profesorado que, sin lugar a dudas, a medio y largo plazo tendrán efectos positivos en las aulas.

Estos programas de doctorado han formado parte de los estudios de postgrado ofertados en los programas de la Comisión Europea, han recibido estudiantes becarios de los planes de formación de personal investigador del gobierno español como la AEI, procedentes de la mayoría de los países latinoamericanos; algunos de ellos reciben financiación como programas de doctorado de calidad. El desarrollo de estos programas ha permitido disponer de un marco adecuado para la consecución y transmisión de los avances científicos en Didáctica de la Matemática, con la participación de investigadores cualificados de otros países en la orientación, asesoramiento y evaluación de las tesis; también han impulsado las relaciones entre investigadores de distintas líneas y de diferentes universidades. Mediante estos programas se han formado nuevos investigadores y se han consolidado equipos que se han presentado en las convocatorias públicas autonómicas, nacionales e internacionales para financiar proyectos específicos, obteniendo financiación regular en competición con otras áreas de conocimiento, y dando lugar a líneas de investigación desarrolladas por grupos estables. Los programas han impulsado la formación de nuevo profesorado y están perfeccionando el desarrollo profesional y científico de los titulados superiores (Rico, Sierra y Castro, 2000).

Torralbo (2001) ha realizado un estudio exhaustivo sobre la producción de tesis doctorales en educación matemática realizada en España entre 1976 y 1998, estudiando un total de 135 memorias desde una triple perspectiva: cuantitativa, conceptual y metodológica. Este trabajo muestra la evolución reciente de la investigación en Didáctica de la Matemática, los centros y directores más productivos, los temas

estudiados, los métodos seguidos y los instrumentos prioritarios empleados. Este estudio analiza hasta un total de 89 variables que sirven de indicadores de producción y calidad de las tesis doctorales en nuestra área de conocimiento y muestran las leyes a las que se ajusta la productividad diacrónica en educación matemática en España durante el período considerado.

INVESTIGACIÓN EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

A partir de los años setenta, con la promulgación de la Ley General de Educación, la creación de los Institutos de Ciencias de la Educación (ICE) en las Universidades y el Instituto Nacional de Ciencias de la Educación (INCIE), se da un impulso a la investigación educativa y, en particular, a la investigación en Didáctica de la Matemática y en otras didácticas específicas (Rico, Sierra y Castro, 2000). En los planes nacionales de investigación educativa de la década de los setenta encontramos varios proyectos de investigación relacionados con estas disciplinas (Rico y Sierra, 1994). Pero es a partir de la promulgación de la Ley de Reforma Universitaria (LRU) y, posteriormente, con la consideración de la Didáctica de la Matemática como área de conocimiento en la universidad española cuando se va a producir un despegue en la investigación. Como ya hemos comentado, Torralbo (2001) ha realizado un análisis exhaustivo de la producción investigadora española, en tesis doctorales en educación matemática en los últimos veinticinco años.

LA DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA EN LOS PLANES DE INVESTIGACIÓN

Desde la constitución del área de conocimiento los investigadores de esta disciplina han presentado sus proyectos en convocatorias públicas de investigación, tanto

nacionales como internacionales. En 1983 se crea el Centro de Investigación y Documentación Educativa (CIDE) del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, organismo que continua existiendo hasta el día de hoy, que gestiona el Plan Nacional de Investigación Educativa asignando fondos a proyectos y trabajos finalizados. En cuanto a la investigación en educación matemática en el marco de los Planes nacionales se contabilizan, durante la década de los noventa, treinta y tres proyectos de investigación en la modalidad Concursos/ Ayudas, con implicación de profesores de todos los niveles educativos. La temática de los proyectos incide fundamentalmente en desarrollo curricular, investigación sobre la enseñanza-aprendizaje de algún tópico concreto, investigación sobre el desarrollo histórico y análisis de libros de texto de conceptos matemáticos, investigación sobre formación de profesores; algunas de estas investigaciones han salido a la luz mediante publicaciones del propio CIDE o en artículos en revistas especializadas (Puig et al., 1996).

Por otro lado, en 1986 se promulgó la llamada Ley de la Ciencia, que creó la Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología (CICYT) que ha venido desarrollando los Planes Nacionales de Investigación Científica y Desarrollo Tecnológico. Dentro de estos planes aparece el Plan Sectorial de Promoción General de Conocimiento; pues bien, a lo largo de estos últimos años, investigadores universitarios del área de Didáctica de la Matemática han conseguido financiación en convocatorias competitivas dentro de dicho Plan Sectorial.

A semejanza del gobierno central, algunas Comunidades Autónomas han publicado su propia ley para el desarrollo de la ciencia y la tecnología y han mantenido Planes de Investigación, Planes de Investigación Educativa, Ayudas a la Investigación Educativa y Proyectos de Innovación Educativa en el ámbito de sus competencias. Esto ha permitido que investigadores en

educación matemática obtengan financiación regular para sus proyectos de investigación o de innovación educativa, realizando estos últimos en colaboración con profesores de primaria y secundaria.

A nivel internacional, en los programas-marco de la Comunidad Europea, grupos de investigadores de universidades españolas han conseguido proyectos en coordinación con grupos de otras universidades nacionales y extranjeras.

Lo que resulta preocupante en el momento actual es la política agresiva de financiación de proyectos que el nuevo Ministerio de Ciencia y Tecnología ha comenzado a desarrollar, orientada casi en exclusiva a proyectos I+D, que está teniendo como consecuencia la disminución de los fondos asignados a los proyectos educativos, en particular los procedentes de la Didáctica de la Matemática y otras didácticas específicas.

SOCIEDAD ESPAÑOLA DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Hay que destacar la creación, en marzo de 1996, de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM), cuya finalidad principal es aglutinar los esfuerzos de los investigadores y profesores universitarios de Didáctica de la Matemática, necesidad que desde hacía algún tiempo se venía sintiendo en la comunidad.

Entre los objetivos de la SEIEM, hay que destacar:

- Mantener un espacio de comunicación, crítica y debate sobre investigación en educación matemática.
- Promover la constitución de grupos de investigación.
- Contribuir y participar en el desarrollo, evaluación y aplicación de investigaciones en Didáctica de la Matemática.
- Favorecer activamente la cooperación y el intercambio entre investi-

gación y docencia en todos los niveles educativos.

Para su funcionamiento interno la SEIEM se articula en varias líneas de investigación:

- Aprendizaje de la Geometría.
- Conocimiento y Desarrollo Profesional del Profesor.
- Didáctica del Análisis.
- Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y la Combinatoria.
- Didáctica de la Matemática como disciplina científica.
- Pensamiento Numérico y Algebraico.
- Metodología de la Investigación en Educación Matemática.
- Educación Infantil.
- Historia de la Educación Matemática.

Los miembros de cada una de las líneas de investigación, constituidos por investigadores de distintas universidades, mantienen encuentros con regularidad, presentando y discutiendo investigaciones en curso o ya finalizadas. Se trata de coordinar los esfuerzos, delimitando prioridades y abordando cuestiones de indagación específicas. Algunos de estos grupos han presentado, con éxito, sus proyectos a convocatorias nacionales.

La SEIEM ha celebrado, hasta el momento, cinco simposios: Zamora (Rico y Sierra, 1997), Pamplona (Pascual, 1998), Valladolid (Ortega, 1999); Huelva (Contreras, Carrillo, Climent y Sierra, 2000) y Almería (2001) de acuerdo con los objetivos enunciados anteriormente. En estos simposios además de debatir temas actuales de interés específico, se ha llevado a cabo una profunda reflexión sobre el sentido cultural y social de nuestra investigación, definiendo un perfil de investigador que, sin renunciar a las cuestiones conceptuales, atiende a las necesidades de la práctica educativa con el fin de mejorar el sistema educativo y contribuir a que nuestra sociedad alcance el desarrollo intelectual y la posición científica que le corresponde.

La SEIEM tiene convenios de colaboración con diferentes sociedades de matemáticos y de profesores de matemáticas, tanto nacionales como internacionales. Hay que destacar las relaciones fluidas con la comunidad de investigadores portugueses e italianos, con la celebración de congresos y simposios conjuntos. También la SEIEM participa activamente en la estructura organizativa de la educación matemática en España; por ejemplo, es miembro del Comité español de la *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI) y ha participado activamente en las actividades realizadas con motivo del Año Mundial de las Matemáticas 2000.

LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

Las diferentes líneas de investigación, que se exponen resumidamente a continuación, marcan el trabajo de los investigadores en Didáctica de la Matemática en nuestro país, quienes se agrupan principal, pero no exclusivamente, en los departamentos universitarios y en la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. En lo que sigue se presenta, brevemente, una descripción de cada una de estas líneas de investigación y las universidades en las que, principalmente, se desarrollan (Rico y Sierra, 2000; Sierra 2001). Puede encontrarse más información también en la página de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM): <http://www.ugr.es/local/seiem/>

DISEÑO Y DESARROLLO CURRICULAR

El diseño y desarrollo curricular es uno de los ámbitos esenciales de la Didáctica de la Matemática. Se está llevando a cabo una amplia reflexión teórica sobre el concepto de currículo desde la educación matemática, analizando la historia del desarrollo curricular en nuestro país, los desarrollos

curriculares oficiales del gobierno central, de las Comunidades Autónomas y los de otros países de nuestro entorno, las propuestas curriculares derivadas de la investigación y la consideración del currículo desde un punto de vista cultural. En fin, se trata de definir metas y dimensiones del currículo para la educación matemática. La reflexión teórica va seguida de propuestas para ser incorporadas a los diseños curriculares oficiales, así como de la producción de materiales didácticos.

En la Universidad de Granada existe un grupo de investigadores que vienen trabajando en esta línea de investigación desde hace unos veinticinco años, con una amplia producción de trabajos, tesis doctorales y manuales escolares. La investigación «Granada Mats» (Rico, 1985) fue pionera en este tipo de trabajo.

DIDÁCTICA DEL ANÁLISIS

La Didáctica del Análisis se inscribe dentro de la línea de investigación más general conocida como Pensamiento Matemático Avanzado, que se refiere a los aspectos matemáticos y psicológicos de los procesos de enseñanza y aprendizaje de conceptos matemáticos complejos de los últimos años de Bachillerato y primer curso de universidad, a sus estructuras e interrelaciones.

En las Universidades de Alicante, Autónoma de Barcelona, Castilla-La Mancha, Jaén, La Laguna, Lleida, Pública de Navarra, Salamanca, Santiago de Compostela, Sevilla y Valladolid, se está trabajando en Didáctica del Análisis Matemático. Existe una buena coordinación entre los miembros del grupo, que se manifiesta en el desarrollo de proyectos de investigación conjuntos.

DIDÁCTICA DE LA GEOMETRÍA

Con la reforma de la matemática moderna, la Geometría prácticamente desapareció

del currículo de matemáticas en la Educación Obligatoria y Bachillerato, sustituida por el álgebra lineal. En los nuevos currículos se ha tratado de restituir al pensamiento geométrico el papel que nunca debió perder. En las investigaciones actuales sobre enseñanza-aprendizaje de la Geometría destacan las que se realizan en torno a los niveles de Van Hiele y las investigaciones sobre el uso de programas informáticos, tanto para el estudio de la geometría plana como para la geometría espacial y, en particular, para el desarrollo de habilidades de visualización y el aprendizaje de diversas formas de representación plana de cuerpos.

En las Universidades Autónoma de Barcelona, La Coruña, La Rioja, País Vasco y Valencia, se realizan regularmente investigaciones sobre aprendizaje de la Geometría.

DIDÁCTICA DE LA ESTADÍSTICA, PROBABILIDAD Y COMBINATORIA

Los temas de Estadística, Probabilidad y Combinatoria están despertando un gran interés, dentro de la educación matemática, por tres motivos principales. El primero de ellos, la creciente aplicación de la Estadística en diferentes profesiones y campos científicos. En segundo lugar, la inclusión de estos temas en los nuevos diseños curriculares para la Educación Primaria, Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato. En tercer lugar, por el cambio de metodología motivada por la aplicación de las nuevas tecnologías.

Se están llevando a cabo trabajos sobre: evaluación del razonamiento probabilístico, inferencia estadística, razonamiento combinatorio, análisis exploratorio de datos, formación y concepciones de los profesores y análisis de libros de texto.

En las Universidades de Granada y Jaén hay un equipo de investigación que trabaja sobre estos temas. Este equipo tiene una buena proyección internacional, con

una destacada presencia en la *International Association for Statistical Education* (IASE). También en las Universidades de La Laguna y Murcia se trabaja en Didáctica de la Estadística y en la Autónoma de Madrid y Cádiz en Didáctica de la Probabilidad.

PENSAMIENTO NUMÉRICO Y ALGEBRAICO

Entre el conocimiento numérico y algebraico hay una multiplicidad de vínculos, de modo que los problemas derivados de la enseñanza y aprendizaje de estos dos campos son similares y las bases teóricas y metodológicas para su estudio tienen componentes comunes. Se trabaja en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la aritmética escolar, estructuras numéricas, sistemas de representación, paso de la aritmética al álgebra, procesos infinitos y resolución de problemas. Se han hecho investigaciones con enfoques desde la psicología cognitiva, el lenguaje, las calculadoras y ordenadores, la historia y la epistemología, la enseñanza y el desarrollo curricular, situaciones evidentemente no disjuntas.

Las Universidades de Granada, La Laguna, Málaga y Valencia, mantienen equipos de investigación sobre Pensamiento Numérico y Algebraico, con una excelente producción científica. También en las Universidades de Alicante, Almería, Córdoba, Barcelona, Pública de Navarra, Zaragoza y Valladolid se trabajan estos campos.

CONOCIMIENTO Y DESARROLLO PROFESIONAL DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS

El profesor es pieza central del proceso educativo. La importancia de los profesores en las reformas educativas, su habilidad y su voluntad para innovar, y la cantidad de información de la que pueden disponer, son factores esenciales en todos los proyectos de reforma.

Durante los últimos años se ha desarrollado una línea de investigación que, por un lado, trata de indagar sobre el conocimiento, las actitudes y las creencias del profesor de matemáticas y, por otro, indaga sobre los componentes básicos de la formación de dichos profesores y el conocimiento didáctico. Esta línea de investigación se desarrolla en las Universidades de Cádiz, Extremadura, Granada, Huelva, León y Sevilla. También la producción es alta, con el desarrollo de diversos proyectos de investigación y colaboraciones internacionales.

DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA COMO DISCIPLINA CIENTÍFICA

Debido a su juventud como disciplina y a la complejidad de su objeto, no es posible aún hablar de paradigmas (dominantes o no) en la Teoría de la Didáctica de la Matemática, pero es posible, no obstante, hablar de tentativas para dotarla de un marco teórico propio; se trata de buscar unos fundamentos intrínsecos o matemáticos.

Pertenecen a este grupo investigadores de las Universidades Autónoma de Barcelona, Granada, Complutense, Jaén y Zaragoza.

HISTORIA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Después de la reforma esencialmente «a-histórica» de la matemática moderna, a partir de los años setenta se ha vuelto a intensificar el interés por los aspectos históricos en educación matemática. Algunas iniciativas que se han llevado a cabo conciernen a objetos de estudios relacionados entre sí: uso de la historia de las matemáticas en su enseñanza, historia de la educación matemática y de la didáctica de la matemática. Otros investigadores analizan la historia de las matemáticas con el fin de elaborar secuencias didácticas para el aula,

de acuerdo con lo elaborado teóricamente en el análisis histórico; ponen a prueba esas secuencias didácticas y después vuelven al análisis de la historia en busca de posibles equivalentes de los resultados didácticos.

En las Universidades de Barcelona, Granada, Murcia, Valencia y Salamanca se realizan investigaciones en esta línea.

EVALUACIÓN EN MATEMÁTICAS

Por las funciones que satisface, la evaluación en matemáticas, y en el resto de las disciplinas, interesa de modo prioritario a todas las partes implicadas en el proceso educativo: administración, padres, profesores, alumnos e investigadores. Aunque la apreciación de la evaluación en matemáticas como un campo de estudio diferenciado se ha producido en fechas muy recientes, en la última década se han desarrollado, a nivel internacional, numerosos estudios e investigaciones, en particular, para el estudio y comparación de los diferentes sistemas de educación matemática.

Se trabaja en evaluación en matemáticas en las Universidades de Almería, Autónoma de Barcelona, Barcelona, Granada, León y País Vasco, con proyectos de investigación financiados en convocatorias nacionales.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

En el actual desarrollo curricular para la Educación Obligatoria y el Bachillerato, la resolución de problemas se considera como un bloque transversal, destacándose la importancia de esta actividad en la educación matemática. Se considera que el núcleo del currículo no viene determinado por los conocimientos que hay que transmitir, sino por los procesos de producción del conocimiento; lo interesante no es el conocimiento transmitido, sino el conoci-

miento producido por los alumnos, siendo la resolución de problemas uno de los lugares privilegiados de esa producción.

Aunque en el resto de las líneas de investigación se trabaja en resolución de problemas de modo más o menos explícito, hay un amplio grupo de investigadores que reflexionan específicamente sobre resolución de problemas en las Universidades Autónoma de Barcelona, Extremadura, Huelva, Granada, La Laguna y Valencia, así como en el Instituto de Estudios Pedagógicos de Somosaguas (IEPS).

ETNOMATEMÁTICAS

Se entiende por Etnomatemáticas las matemáticas practicadas por grupos culturales bien definidos. Es el conocimiento matemático expresado en el lenguaje de un grupo sociocultural dado. Por ejemplo, en el medio rural español existe una etnomatemática que comprende aritmética y álgebra elemental (no formalizadas) relacionadas con las faenas agrícolas, particiones de tierras y herencias. El movimiento a favor de considerar la etnomatemática como una componente de la educación matemática surgió en Brasil, un país con grandes diferencias étnicas y culturales, liderado por Ubiratán D'Ambrosio y se ha extendido a países con minorías étnicas y de emigrantes.

En el caso español en las Universidades Autónoma de Barcelona, Extremadura y Granada hay grupos de investigación en Etnomatemáticas, que mantienen una actividad estable y una proyección internacional.

CRITERIOS DE CALIDAD DE LA INVESTIGACIÓN

La preocupación por la calidad de la investigación en Didáctica de la Matemática ha sido una constante desde el despegue de este campo de indagación y ha ido en paralelo con el avance metodológico en investigación educativa. El desarrollo de la

investigación educativa y un interés permanente por la calidad de los resultados han obligado a establecer estándares y determinar criterios para la valoración de estas investigaciones (Wittrock, 1986). Entre los criterios más usuales encontramos: empiricidad, factibilidad, claridad, pertinencia para la comunidad, pertinencia para la práctica, pertinencia para la teoría, originalidad, eticidad y precisión (Fernández-Cano, 1995). Cada uno de estos criterios explicita alguna preocupación básica de los investigadores en educación.

Los criterios para evaluar la investigación en Didáctica de la Matemática no son específicos sino que coinciden, en términos generales, con los establecidos por los expertos para evaluar la calidad de la investigación en educación.

Kilpatrick (1993) y Sierpinska (1993) establecen una serie de criterios más elaborados para evaluar la calidad de una investigación en Didáctica de la Matemática, que se derivan igualmente de los criterios generales establecidos para la investigación educativa. Los criterios propuestos y comentados por estos autores son: pertinencia, validez, objetividad, originalidad, rigor y precisión, predictibilidad, replicabilidad y conexiones; estos criterios mantienen actualidad e interés.

Cada uno de estos criterios evalúa de manera prioritaria una de las componentes antes señaladas para una investigación. Así, rigor y precisión, y replicabilidad, son criterios centrados en los aspectos metodológicos de la investigación, y establecen exigencias de calidad respecto al método elegido, prioritariamente.

Validez, objetividad y conexiones son criterios orientados a evaluar el marco teórico en que se sitúa la investigación.

Finalmente, pertinencia y predictibilidad evalúan la coherencia del estudio con el ámbito de actuación en que se sitúa.

La originalidad tiene que ver con la globalidad del estudio y es un criterio de valoración comparativo respecto de otras investigaciones realizadas sobre el mismo problema.

Kilpatrick enuncia diversas cuestiones por medio de las cuales explicitar cada uno de los criterios mencionados; estas cuestio-

nes ponen de manifiesto cuál componente de la investigación es la que se evalúa mediante cada criterio.

Criterio	Explicitación
Pertinencia	¿Para qué o para quién es importante la investigación? ¿Qué se va a mejorar? ¿Qué utilidad va a tener?
Validez	¿Cómo se justifica la interpretación que se hace de la investigación? ¿Qué consecuencias se derivan?
Objetividad	¿Hasta qué punto es posible refutar las conclusiones y argumentos utilizados?
Originalidad	¿Hasta qué punto la investigación muestra ideas conocidas en una nueva perspectiva?
Rigor y precisión	¿Qué precisión tienen las observaciones realizadas? ¿Con qué exigencias se han llevado a cabo? ¿Qué precisión tienen los criterios para interpretar las informaciones obtenidas?
Predictibilidad	¿Qué explicación se deriva del estudio? ¿Qué comprensión proporciona? ¿Hasta qué punto se anticipan las actuaciones de alumnos y profesores?
Replicabilidad	¿Están claramente descritos los procedimientos utilizados? ¿Sería posible para otro investigador replicar el estudio? ¿Es pública la totalidad de la información?
Conexiones	¿De qué modo está relacionado el estudio con la matemática y con la educación?

Azcárate (1999) ha analizado y discutido diversos criterios de calidad de las investigaciones, teniendo en cuenta su relevancia para la práctica y su incidencia en la situación educativa española.

No obstante, hay que señalar que los criterios de calidad tienen una caracterización precisa pero excesivamente genérica. Cada criterio se orienta de modo prioritario hacia una de las componentes consideradas; sin embargo, la coherencia y articulación entre estas componentes no se contemplan en los criterios usuales, por lo que trabajos superficiales pueden satisfacer formalmente los criterios generales y cubrir una apariencia de calidad.

DIFUSIÓN Y APLICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN EN ESPAÑA

Como parte de la contribución de los investigadores en Didáctica de la Matemá-

tica al desarrollo de la educación matemática, es necesaria la difusión de los resultados de sus investigaciones y la conexión con las necesidades de la práctica escolar y la formación del profesorado.

La difusión se lleva a cabo principalmente a través de libros especializados, artículos en revistas y ponencias o comunicaciones a encuentros, congresos y jornadas de educación matemática.

Entre los numerosos libros que se publican sobre educación matemática, hay que destacar las colecciones de Editorial Síntesis *Matemáticas: cultura y aprendizaje* y *Educación Matemática en Secundaria*, que ponen a disposición de los educadores matemáticos el conocimiento fundado disponible sobre un tópico específico, o la colección *Mathema* de Editorial Comares, en la que se recogen trabajos de investigación en Didáctica de la Matemática.

A partir de 1983 comenzaron a publicarse en España revistas específicas de

educación matemática, donde los especialistas en Didáctica de la Matemática publican regularmente artículos: *Enseñanza de las Ciencias* (Universidades Autónoma de Barcelona y Valencia), *SUMA* (Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas), *Epsilon* (Sociedad Andaluza «Thales» de Educación Matemática), *Números* (Sociedad Canaria de Profesores de matemáticas «Isaac Newton») y *Uno. Revista de Didáctica de la Matemática* (Editorial Graó, Barcelona). También aparecen artículos de investigación en Didáctica de la Matemática en las revistas de psicología o pedagogía que se editan en España.

En los encuentros, congresos y jornadas que habitualmente se celebran en nuestro país se difunde la investigación de nuestro campo de conocimiento, en particular, en las Jornadas nacionales y regionales de las Sociedades de Profesores de Matemáticas.

En los encuentros, congresos y jornadas que habitualmente se celebran en nuestro país se difunde la investigación de nuestro campo de conocimiento, en particular, en las Jornadas nacionales y regionales de las Sociedades de Profesores de Matemáticas.

En el campo de la aplicación, libros de texto y materiales didácticos incorporan resultados de la investigación en Didáctica de la Matemática. La proliferación de editoriales y la producción masiva de libros de texto hacen imposible un control de ellos, pero se puede asegurar que hay una tendencia general a incorporar información procedente de resultados de investigación, aunque, como es bien conocido, siempre existirá un desfase entre investigación y aplicación.

CONCLUSIÓN

El desarrollo educativo en España durante los treinta últimos años ha venido marcado por una serie de normas cuyas referencias principales son la Ley General de Educa-

ción de 1970, la Constitución Española de 1978, la Ley de Reforma Universitaria de 1983, la Ley de la Ciencia de 1986, La Ley de Organización General del Sistema Educativo de 1990, la Ley Orgánica de Universidades de 2001 y, en el futuro, la Ley de Calidad del Sistema Educativo. Estas leyes han sido los principales instrumentos de cambio e innovación en el sistema educativo español, en su universidad, y del considerable desarrollo científico del país durante estos años.

Este marco ha encauzado gran parte de los cambios sociales, políticos, económicos y culturales recientes. Dentro de ese contexto, el indudable avance de la educación matemática ha contribuido a mejorar el nivel intelectual de las nuevas generaciones de ciudadanos, haciendo desaparecer en la práctica el tradicional analfabetismo matemático de la sociedad española. No cabe duda de que en los últimos treinta años los matemáticos españoles han llegado a ocupar un puesto de relieve en la producción científica internacional, de que los profesores de matemáticas han alcanzado una fuerte autonomía profesional y mayor competencia en el ejercicio de su profesión. Por otra parte, la sociedad española plantea mayores demandas de formación básica y especializada en las distintas ramas de las matemáticas.

En este contexto general, también la comunidad de los especialistas en Didáctica de la Matemática ha hecho esfuerzos de progreso y mejora considerables y tiene planteados nuevos retos. En los últimos treinta años esta comunidad ha consolidado un espacio de trabajo dentro de la universidad, marcado por su presencia en las titulaciones orientadas hacia la formación del profesorado de primaria y de secundaria y por el desarrollo de una investigación académica centrada en los estudios de tercer grado.

Los esfuerzos realizados por mejorar la docencia y consolidar la investigación en el área de Didáctica de la Matemática han

producido resultados apreciables, que ya se han comentado. Ese trabajo ha venido acompañado de una gran producción de documentos, de la constitución de nuevos grupos y sociedades, y de un trabajo continuado de cooperación con matemáticos y profesores de matemáticas de los distintos niveles del sistema educativo. La coordinación con las áreas educativas, en especial con las áreas de didácticas específicas también ha sido un espacio permanente de trabajo.

Pero una mirada crítica nos hace ver las deficiencias de la situación actual y los múltiples retos de futuro.

La formación inicial de los profesores de primaria y de secundaria tiene graves carencias en relación con los conocimientos de Didáctica de la Matemática necesarios para un ejercicio adecuado de la profesión. La situación actual es de estancamiento y no terminan de abordarse los graves problemas de la formación inicial del profesorado. Se produce la paradoja de que la universidad actual, cuyas posibilidades de elaboración y aprobación de nuevos planes de estudio son amplias y fluidas, tiene bloqueados los planes de formación inicial de profesores de primaria y secundaria, sin que hasta el momento parezca avanzarse en ninguna de las iniciativas contempladas. El bloqueo del CCP después de más de diez años de su aprobación por ley es un ejemplo paradigmático del enorme estancamiento en el que nos encontramos.

La participación del área en los nuevos planes de formación en la universidad derivados de la cultura de calidad es un nuevo campo en el que hay que tomar iniciativas.

En el ámbito de la investigación también nos encontramos en un momento crítico. El profesorado del área de Didáctica de la Matemática ha hecho una enorme inversión intelectual y de medios y recursos por facilitar el doctorado a aquellos de sus miembros, y de otros colectivos, que lo han demandado. Pero el desarrollo de la

investigación plantea nuevas demandas: la coordinación de grupos, la delimitación de temas prioritarios enmarcados por agendas, la organización de institutos de investigación, la conexión de la investigación en Didáctica de la Matemática con el desarrollo económico e industrial, la integración en redes europeas, la captación de fondos FEDER, la publicación en revistas con altos índices de impacto, entre otros, son nuevas y difíciles metas para la comunidad de investigadores en el área.

El esfuerzo realizado ha sido considerable, pero aún queda mucho por hacer. El balance es aceptable pero la autocomplacencia no es buena para el trabajo intelectual e indagador. Nuestras preocupaciones e inquietudes son las de todas las áreas de didácticas específicas con las que compartimos los problemas e, igualmente, buena parte de las referencias teóricas, métodos y herramientas. También son nuestros los problemas de la amplia comunidad de matemáticos y de educadores matemáticos, en cuyo espacio de trabajo estamos obligados a hacer nuestras contribuciones. Nuestra pertenencia y participación en las sociedades de matemáticos y de profesores de matemáticas es obligada; también lo es nuestra participación en la gestión y gobierno de las universidades, así como la presencia en foros académicos y en encuentros y reuniones de divulgación científica. La coordinación de nuestra actividad por medio de los grupos de docencia e investigación, sobre todo por medio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, es una obligación permanente. Pero será nuestro esfuerzo continuado por dar respuesta a los problemas que hoy día tiene planteados la sociedad española en el campo de la educación matemática, lo que dará la medida adecuada de nuestra responsabilidad como ciudadanos y como educadores españoles, que quieren contribuir al progreso de la sociedad de la que forman parte.

BIBLIOGRAFÍA

- ABRAIRA, C. y FRANCISCO, A.: *La formación inicial de los profesores de Primaria y Secundaria en el Área de Didáctica de las Matemáticas*. León, Universidad de León, 1998.
- ABRANTES, P.; CUNHA, L. y PONTE, J.P.: *Investigar para aprender matemáticas*. Lisboa, Associação de Professores de Matemática, 1996.
- ARZARELLO, F.: *Linee di tendenza della ricerca per l'innovazione in Italia: Un quadro di riferimento teorico*. Santarem, Documento interno de la Escola de Verao Luso-Hispano-Italiana, 1999.
- AZCÁRATE, C.: *Calidad y pertinencia de la investigación en educación matemática*. Santarem, Documento interno de la Escola de Verao Luso-Hispano-Italiana, 1999.
- BIEHLER, R., SCHOLZ y WINKELMANN, B.: *Didactic of Mathematics as a Scientific Discipline*. Dordrecht, Kluwer Academic Press, 1994.
- BISHOP, A.: *Mathematical Enculturation: A cultural perspective on mathematics education*. Dordrecht, Kluwer, 1988.
- «International Perspectives on Research in Mathematics Education», en D. GROUWS (ed.): *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York, MacMillan, 1992.
- BISHOP, A.; CLEMENTS, K.; KEITEL, C.; KILPATRICK, J. y LABORDE, C.: *International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 1996.
- BLANCO, L. CASTRO, E. y SÁNCHEZ, V.: «Documento de debate: Posición del Área de Conocimiento Didáctica de la Matemática ante la Formación del profesorado de Matemáticas en Educación Primaria», en *Boletín SEIEM*, 11 (2001).
- COMITÉ DE EDUCACIÓN DE LA RSME.: Sobre la situación de la enseñanza de las matemáticas, *La Gaceta de la RSME*, vol. 4 (3) (2001), pp. 500–509.
- CONTRERAS, L. C., CARRILLO, J., CLIMENT, N y SIERRA, M.: *Cuarto Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. Huelva, Universidad de Huelva, 2001.
- DÍAZ, I.; FERNÁNDEZ, J.; MARTINÓN, A.; RIERA, T.: *Jornada Matemática*. Madrid, Congreso de los Diputados, 2000.
- FERNÁNDEZ-CANO, A.: *Métodos para evaluar la investigación en Psicopedagogía*. Madrid, Síntesis, 1995.
- GUZMÁN, M.; RICO, L.: «Debate sobre la enseñanza de las matemáticas realizado en la Academia de Ciencias» en *Revista Suma*, 31 (1999), pp. 15–18.
- KILPATRICK, J.: «Beyond face value: Assessing Research in Mathematics Education», en NISSEN, G. y BLOMHØJ, M. (eds.): *Criteria for Scientific Quality and Relevance in the Didactics of Mathematics*. Roskilde, Roskilde University IMFUFA, 1993.
- LLINARES, S.: «La formación del profesorado de matemáticas», en *La situación de las enseñanzas científicas en la Educación Secundaria. Ponencia en el Senado*. <http://www.rsme.es/comis/educ/senado/ponenc.htm>, 2000.
- LONG, R.; MELTZER, N. y HILTON, P.: «Research in Mathematics Education», en *Educational Studies in Mathematics*, vol. 2 (1970), pp. 446–468.
- MALARA, N.; MENGHINI, M. y REGGIANI, M. (eds.): *Italian Research in Mathematics Education: 1988–1995*. Seminario Nazionale di Ricerca in Didattica della Matematica. Pisa, Quaderni C.N.R., 1996.
- NISSEN, G. y BLOMHØJ, M.: *Criteria for Scientific Quality and Relevance in the Didactics of Mathematics*. Roskilde, Roskilde University IMFUFA, 1993.
- ORTEGA, T.: *Tercer Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. Valladolid, Universidad de Valladolid, 1999.
- PASCUAL, J. R.: *Primer Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Edu-*

- cación Matemática*. Pamplona, Universidad Pública de Navarra, 1998.
- PONTE, J. P.; MATOS, J. M. y ABRANTES, P.: *Investigação em Educação matemática*. Lisboa, Instituto de Inovação Educacional, 1998.
- PUIG, L. y CALDERÓN, J.: *Investigación y Didáctica de las Matemáticas*. Madrid, Ministerio de Educación y Ciencia, 1996.
- REVISTA INTERUNIVERSITARIA DE FORMACIÓN DEL PROFESORADO: *Tema Monográfico: Didáctica de la Matemática*. 21 (1994), Zaragoza.
- *Tema Monográfico: Didáctica de las Matemáticas para los Profesores de Educación Secundaria*. 32 (1998), Zaragoza.
- RICO, L. y cols: *Investigación Granada—Mats. Un análisis del programa escolar para el Área de Matemáticas*. Granada, Instituto de Ciencia de la Educación, Universidad de Granada, 1985.
- RICO, L.: «Formación y desempeño práctico en educación matemática de los Profesores de Primaria», en *Revista Suma* 34 (2000), pp. 45–51.
- RICO, L. y SIERRA, M.: «Educación Matemática en la España del siglo XX», en J. KILPATRICK, L. RICO y M. SIERRA: *Educación Matemática e Investigación*. Madrid, Síntesis, 1994.
- *Primer Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*. Granada, Universidad de Granada, 1997.
- «Didáctica de la Matemática e Investigación», en CARRILLO, J. y CONTRERAS, L. C. *Matemática Española en los albores del siglo XXI*. Huelva, Editorial Hergué, 2000.
- RICO, L.; SIERRA, M. y CASTRO, E.: «Didáctica de la Matemática», en RICO, L. y MADRID, D. (eds.): *Las Disciplinas Didácticas entre las Ciencias de la Educación y las Áreas Curriculares*. Madrid, Síntesis, 2000.
- SIERPINSKA, A.: «Criteria for Scientific Quality and Relevance in the Didactic of Mathematics», en NISSEN, G. y BLOMHØJ, M. (eds.): *Criteria for Scientific Quality and Relevance in the Didactics of Mathematics*. Roskilde, Roskilde University IMFUFA, 1993.
- SIERRA, M.: «Líneas de investigación en Didáctica de las Matemáticas», en PERALES, J. y otros (eds.): *Actas del Congreso Nacional de Didácticas Específicas*. Granada, Grupo Editorial Universitario, 2001, pp. 277–290.
- SOCIEDAD CANARIA ISAAC NEWTON: «Seminario de reflexión sobre la enseñanza de las matemáticas», en *Revista Suma* 37 (2001), pp. 5–25.
- SOCIEDAD ESPAÑOLA DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA: «Documentos de debate: Posición del Área de Conocimiento Didáctica de la Matemática ante la Formación del profesorado de Matemáticas en Educación Secundaria», en *Boletín SEIEM* 11 (2001), pp. 36–39.
- SOCIEDAD ESPAÑOLA DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA (SEIEM): 2002.
- STEINER, H.; BALACHEFF, N. y MASON, J.: *Theory of Mathematics Education (TME)*, Bielefeld, IDM Universität Bielefeld, 1984.
- STEINER, H.: «Philosophical and Epistemological aspects of Mathematics and their interaction with Theory and Practice in Mathematics Education», en *For the Learning of Mathematics*, vol. 7 (1987), pp. 7–13.
- TORRALBO, M.: *Análisis Científico y Metodológico de la Investigación Española en Educación Matemática*. Granada, Universidad de Granada. Tesis Doctoral inédita, 2001.
- WHEELER, D.: «Research in Mathematics Education», en *For the Learning of Mathematics*, vol. 4, 1 (1984), pp. 40–47; 2 (1984), pp. 39–44; 3 (1984), pp. 22–29.
- WITTRICK, M.C.: *Handbook of Research on Teaching. A Project of the American Educational Research Association*. New York, MacMillan, 1986.