



SEMINARIO DE PRIMAVERA 2005

# I

**Las evaluaciones nacionales  
e internacionales. La mejora de la calidad  
del sistema educativo: el éxito de todos  
los alumnos como objetivo** páginas 5-20  
Carmen Maestro

# II

**La competencia matemática  
en PISA** páginas 21-40  
Luis Rico

# III

**Factores del rendimiento  
en Matemáticas** páginas 41-54  
Tomás Recio

# IV Mesa redonda

**La enseñanza de las Matemáticas:  
qué se debería hacer** página 55  
Serapio García Cuesta páginas 56-58  
Luis Rico páginas 59-60  
Tomás Recio página 61  
Carlos Andradás páginas 62-63



Los Seminarios del Primavera, como fórmulas de encuentro de directivos de la educación, siguen su trayectoria a favor de la mejora de la calidad y la práctica educativa. Esta publicación recoge las intervenciones del VI Seminario, dedicado a la enseñanza de las Matemáticas,

y basado en las aportaciones del último Informe PISA, precisamente centrado en este esencial eje del currículo y la formación de nuestros estudiantes.

Hubo una detallada exposición de los resultados que obtienen, por supuesto en PISA y como complemento en otras evaluaciones. La directora del Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo del Ministerio de Educación y Ciencia, Carmen Maestro, los presentó e hizo una interpretación del conjunto de esa información como vía de conocer para mejorar. Su documentado análisis abrió el Seminario y su lectura abre, ahora, vías e ideas para mejorar.

Tampoco podía faltar la exposición sobre el contenido que mide PISA, la competencia en Matemáticas. Interesante no sólo para entender y dar el valor que corresponde a los resultados de la evaluación, sino muy importante para buscar un enfoque más práctico a su enseñanza. Tras ella, el análisis de los factores que influyen en el aprendizaje, visión fundamental en la mejora de la metodología. Las intervenciones, y los textos correspondientes, estuvieron a cargo de expertos tan reconocidos como Luis Rico y Tomás Recio.

Todo este núcleo informativo y doctrinal tuvo un complemento que buscaba la aproximación a la práctica educativa, bajo el epígrafe de qué se debería hacer en la enseñanza de las Matemáticas. Lo cubrieron los catedráticos anteriormente citados más dos personalidades representativas de los profesores y de los investigadores de esta disciplina, Serapio García Cuesta y Carlos Andradás, que fueron dando respuesta a las preguntas recurrentes en este tema, como *¿qué Matemáticas se necesitan en la educación obligatoria?, ¿es posible reducir contenidos?, ¿qué metodologías son las más adecuadas?, ¿cómo debería ser la formación del profesorado?*

EMILIANO MARTÍNEZ RODRÍGUEZ  
Presidente de Grupo Santillana



# Las evaluaciones nacionales e internacionales. La mejora de la calidad del sistema educativo: el éxito de todos los alumnos como objetivo

Carmen Maestro

*Directora del Instituto Nacional de Evaluación  
y Calidad del Sistema Educativo (INECSE)*

## Las evaluaciones nacionales e internacionales. La mejora de la calidad del sistema educativo: el éxito de todos los alumnos como objetivo

### 1. Evaluar, ¿para qué?

El tema elegido por la Fundación Santillana para el sexto Seminario de primavera: «La enseñanza de las Matemáticas y el Informe PISA», es muy oportuno y relevante para el sistema educativo de nuestro país, tanto por la importancia de esta disciplina como por la repercusión que tienen las evaluaciones de la OCDE entre todos los interesados por la educación y en los medios de comunicación. Desgraciadamente, son demasiado escasas las ocasiones como ésta, que permiten realizar una reflexión serena entre los responsables de la didáctica de esta disciplina y de las administraciones educativas.

En la actualidad, no se discute la importancia de la evaluación como instrumento de conocimiento, pero es fundamental que antes de iniciar cualquier proceso de evaluación se establezca con precisión su finalidad y se informe a los implicados sobre los objetivos que con ella se persiguen. Las evaluaciones nacionales e internacionales son procesos muy costosos que sufragan los ciudadanos y que sólo se deben emprender si se pretende con ellas contribuir a mejorar la educación.



¿Para qué evaluar? En primer lugar, porque es indispensable ofrecer información sobre la evolución de la educación que permita adecuar el esfuerzo inversor a los objetivos propuestos y a las necesidades detectadas. Es necesario evaluar para rendir cuentas a la sociedad, que financia con su esfuerzo este servicio público fundamental para el desarrollo social y económico de un país.

En segundo lugar, la evaluación debe tener como objetivo proporcionar información para la adopción de las modificaciones de las políticas educativas, relativas a las enseñanzas, a la organización y funcionamiento de los centros, a la formación y el reconocimiento del profesorado, a la adopción, en suma, de todas las medidas necesarias para mejorar los resultados educativos y conseguir el éxito de todos los alumnos.

Por otra parte, conviene resaltar que la evaluación es un instrumento, no una finalidad en sí misma. La calidad de la educación depende de los medios que se

ponen a su disposición y se debe medir mediante el análisis de los procesos educativos y a través de los resultados que se obtienen. Pero la evaluación del sistema educativo no es en sí un factor de calidad. Por mucho que evaluemos a los alumnos no mejora su rendimiento. Esto sólo es posible si, una vez conocidos los procesos y los resultados, se adoptan las medidas adecuadas.

Además de conocer la realidad educativa en un momento determinado, la evaluación debe permitir comparar la evolución de los resultados a lo largo del tiempo; conocer dicha evolución es de la mayor importancia, ya que el primer punto de referencia debe ser el propio sistema educativo. Pero también debe permitir comparar los resultados obtenidos por otros centros, territorios y países. Es imprescindible valorar las buenas prácticas de los que obtienen resultados mejores o las políticas y actuaciones que se han demostrado menos eficaces.

Finalmente, los resultados de las evaluaciones se convierten en indicadores que, junto a otros relativos a los datos de entrada del sistema, a los de procesos educativos y a los referidos a contextos económicos, sociales y culturales, permiten una mirada más precisa a la realidad educativa y a su evolución. En definitiva, evaluamos para mejorar la educación, pero ello sólo es posible si se ofrecen a la sociedad los resultados y si, una vez conocidos, todos los responsables educativos, los profesores y las familias establecen los compromisos de mejora necesarios.

## 2. Las principales evaluaciones internacionales

Desde que se pusieron en marcha las primeras evaluaciones en los años sesenta del pasado siglo, el camino recorrido por los programas internacionales de evaluación ha sido fructífero y se han ido incorporando a ellos numerosos países en los últimos cuarenta años. La Asociación Internacional para la Evaluación del rendimiento de los alumnos (IEA) ha venido realizando evaluaciones comparadas en las que se mide el rendimiento de los alumnos de 9 y 13 años en comprensión lectora, Matemáticas y Ciencias. Estos estudios fueron puestos en marcha por las comunidades científicas de diferentes países y aún hoy en la IEA participan instituciones diversas, además de organismos oficiales vinculados a los departamentos de educación. La participación de los países ha sido desigual y, en algún momento, el elevado coste de estos estudios ha puesto en peligro su continuidad.

Durante la década de 1980, la Asociación Internacional de Evaluación para el Progreso de la Educación (IAEP) rompió el monopolio de la IEA en la evaluación internacional y se propuso realizar evaluaciones cuyos resultados llegaran con mayor prontitud a los interesados. Los estudios de la IAEP ganaron en agilidad, pero no terminaron de gozar de una confianza generalizada. Hubo que esperar a mediados de la década de 1990 para ver irrumpir en la evaluación internacional a la OCDE. A partir de 1994 se dieron los primeros pasos del Programa

para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA), con el que se pretendía responder a la necesidad de contar con indicadores fiables del rendimiento de los alumnos a los 15 años, edad en torno a la cual está próxima la finalización de los estudios obligatorios en la mayoría de los países.

La importancia que en seguida adquirió PISA entre los expertos y las comunidades educativas de los países participantes se debe, entre otras, a las siguientes razones:

- La potencia económica y mediática de una organización como la OCDE.
- La implicación de los gobiernos en el proyecto, financiando y asegurando su estabilidad y repercusión política.
- La participación creciente de los países y su peso económico (los países participantes en el estudio de 2003 aportan el 90 % del PIB mundial).
- La creciente consideración del valor de la educación y la generalizada aceptación de la evaluación como instrumento imprescindible para la rendición de cuentas a la sociedad.
- Las ventajas que ofrece la comparación internacional, que permite además incorporar las experiencias, la innovación y las buenas prácticas de otros países.

Seguramente haya contribuido poderosamente al prestigio de PISA su vocación de convertirse en un instrumento útil y eficaz de intervención en política educativa.

España se incorporó a las evaluaciones internacionales desde finales de la década de 1980. Primero participó en alguno de los estudios de la IEA y de la IAEP, en los que ha continuado en la década de 1990, pero no siempre con regularidad. Asimismo, ha participado desde su inicio en los preparativos de PISA y en los dos estudios realizados.

En la actualidad, España está en fase de preparación de la evaluación de la IEA sobre comprensión lectora de los alumnos de nueve años (PIRLS). Esta evaluación se aplicará en 2006 por primera vez en España, y vamos a participar con una muestra representativa del conjunto del Estado.

Asimismo, se está llevando a cabo la prueba piloto de PISA 2006, que tendrá como área principal las Ciencias y que será representativa para el Estado y para las nueve Comunidades que amplían la muestra en su territorio: Andalucía, Castilla y León, La Rioja, Aragón, Cataluña, Navarra, Asturias, Galicia y País Vasco.

### 3. Las evaluaciones nacionales

Los esfuerzos más importantes en el campo de la evaluación y de la investigación educativa se han realizado en España en torno a las principales iniciativas legislativas. La Ley General de Educación de 1970 utilizó por primera vez el término *evaluación* con el significado de calificación de los alumnos por parte de sus profesores y se crearon institutos de investigación educativa como el CENIDE (1969), denominado INCIE a partir de 1974 y CIDE desde 1983.

La LOGSE incorporó en 1990 la evaluación como factor de calidad del sistema educativo. En 1993 se creó el Instituto Nacional de Calidad y Evaluación (INCE) y se iniciaron experiencias tan interesantes como el plan EVA de evaluación de centros. A partir de 1995, el INCE, en colaboración con las Comunidades Autónomas, inició las evaluaciones de la educación primaria y de la educación secundaria obligatoria, que tienen las siguientes características comunes:

- Son representativas del conjunto del Estado.
- Las áreas evaluadas son: Lengua, Matemáticas, Lengua inglesa, Ciencias Naturales y Ciencias Sociales.
- Se tienen en cuenta los contextos socioeconómicos y culturales, que se revelan como el elemento más influyente en la predicción del grado de éxito académico de los alumnos.
- Miden niveles de rendimiento de los alumnos y valoran los procesos y la influencia del entorno.
- Diferencian género y titularidad del centro en los resultados.

### *Las evaluaciones de primaria*

Además de la evaluación de sexto de EGB, se han realizado tres evaluaciones al término de la educación primaria en 1995, 1999 y 2003.

Los porcentajes medios de aciertos obtenidos por los alumnos en la evaluación de primaria de 2003, de la que se ha

presentado recientemente un avance de resultados, han sido los siguientes:

- Conocimiento del medio natural, social y cultural: 66 %.
- Lengua castellana: 65 %.
- Matemáticas: 58 %.
- Lengua inglesa: 54 %.

Aunque los resultados obtenidos por los alumnos son modestos, se observa una tendencia positiva si comparamos la evolución desde el año 1995 al 2003.

### *Evaluación del diagnóstico del sistema educativo: la escuela secundaria obligatoria*

Esta evaluación fue realizada en el año 1997 y en ella se contemplaron los siguientes ámbitos:

- Resultados escolares.
- Planes de estudios y métodos de enseñanza.
- Funcionamiento de los centros.
- Función docente.
- Sociedad y sistema educativo.

Los porcentajes medios de aciertos obtenidos por los alumnos en esta evaluación fueron los siguientes:

	14 años	16 años
Lengua castellana y Literatura	56 %	60 %
Matemáticas	44 %	49 %
Geografía e Historia	46 %	46 %
Ciencias de la Naturaleza	41 %	41 %

### *Evaluación de la educación secundaria obligatoria (4.º curso)*

Se realizó en el año 2000.

Los porcentajes medios de aciertos obtenidos por los alumnos han sido:

- Lengua castellana y Literatura: 64 %.
- Geografía e Historia: 60 %.
- Ciencias de la Naturaleza: 54 %.
- Matemáticas: 40 %.
- Lengua inglesa: 49 %.

#### **4. Los sistemas de indicadores educativos**

Durante la década de 1990 se fue generalizando la preocupación por construir sistemas de indicadores educativos que ofrecieran una idea sintética del funcionamiento de los principales aspectos de un sistema educativo. Francia fue el país pionero al publicar su *Estado de la escuela*. También en este campo, la OCDE se incorporó con fuerza cuando elaboró el sistema internacional de indicadores INES, que se publica anualmente con el título *Panorama de la educación* y que se convirtió desde 1992 en uno de los principales referentes para la comparación educativa internacional.

La Unión Europea también elabora indicadores propios, que publica desde los años noventa, con el nombre de *Cifras clave de la educación en la Unión Europea*.

La mayoría de los países europeos han elaborado también su sistema de indicadores, ya que éstos se han convertido en instrumentos muy apreciados al servicio de las políticas educativas.

La OCDE define el término *indicador* como «un dato fundamental, generalmente estadístico, que proporciona información acerca del sistema educativo, y es útil para tomar decisiones». También una buena evaluación proporciona indicadores sobre la evolución de los procesos educativos, de los resultados o de ambos.

Los indicadores deben dar una visión sintética de los aspectos más relevantes de la realidad educativa y son un instrumento fundamental para conocer, comparar e intervenir. Los indicadores deben permitir conocer de forma sencilla y gráfica realidades muy complejas y sus tendencias. Decía Lord Kelvin que sólo se puede conocer con cierta precisión lo que somos capaces de medir y éste es, precisamente, el cometido de los indicadores educativos.

El INCE publica periódicamente, a partir del año 2000, el Sistema Estatal de Indicadores de la Educación, que se realiza en cooperación con las Comunidades Autónomas. Estos indicadores proporcionan información muy relevante sobre la educación española y están agrupados en cinco ámbitos: contexto, recursos, escolarización, procesos educativos y resultados. Las Comunidades Autónomas de Canarias, Cataluña, Navarra y País Vasco han elaborado también su propio sistema de indicadores.

### 5. El Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos: resultados de España en PISA 2003

Como es bien sabido, PISA es un estudio de comparación internacional, que realiza la OCDE cada tres años, sobre el rendimiento de los alumnos de 15 años. Evalúa los conocimientos y destrezas necesarios para incorporarse a la vida adulta. El estudio contempla niveles de competencia y mide el rendimiento de los alumnos en Lectura, Matemáticas y Ciencias. Cada tres años, la evaluación se centra en una materia principal: en el año 2000 fue la comprensión lectora en la lengua materna; en el año 2003, las Matemáticas y la solución de problemas, y en el año 2006 serán las Ciencias.

En la evaluación de PISA del año 2000 participaron los 30 países de la OCDE, 42 países lo hicieron en el año 2003 y casi 60 países lo harán en 2006.

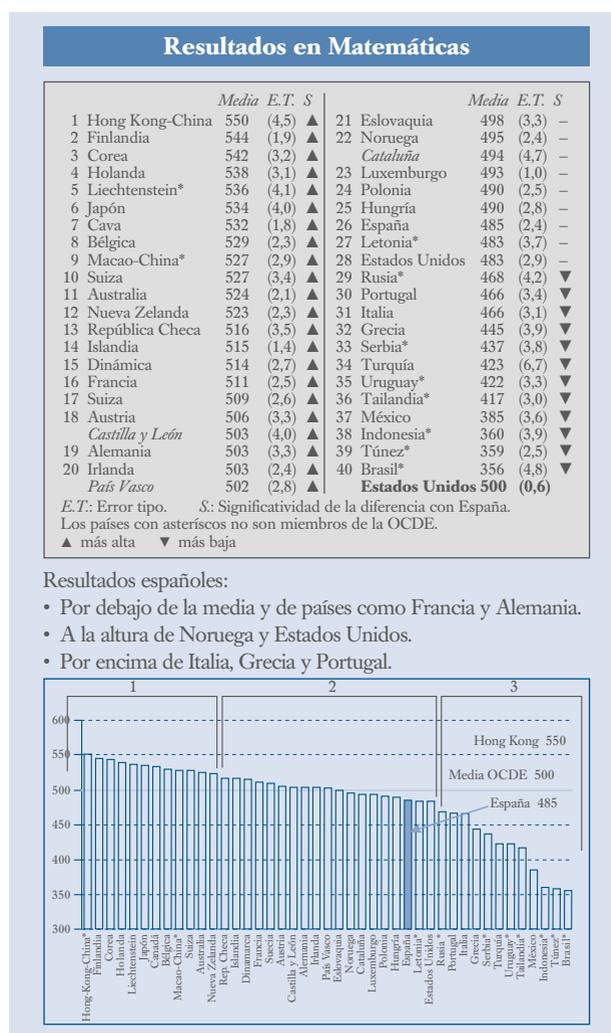
Los datos que reflejan mejor la repercusión mundial de los estudios son los siguientes: los países participantes representan un tercio de la población y un 90 % del PIB del mundo. PISA se ha convertido en un referente de la situación de la educación para los países participantes y es utilizado por la Unión Europea en la definición de los objetivos de rendimiento de los alumnos para 2010.

#### Los resultados de PISA 2003 en Matemáticas

Los resultados de los alumnos españoles se han situado 15 puntos por debajo de los 500 de media de los países de la OCDE.

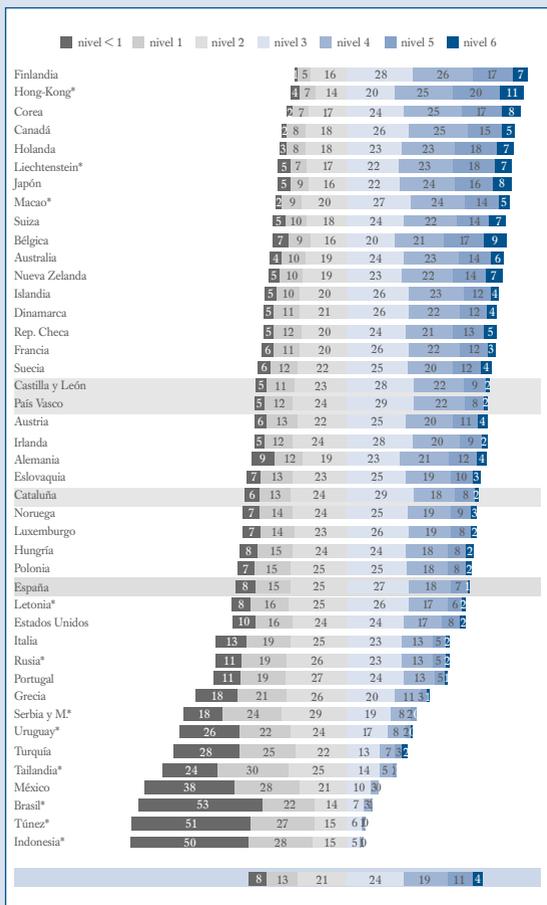
Las Comunidades Autónomas que ampliaron la muestra para que ésta fuera representativa de su territorio han obtenido resultados mejores que la media del Estado: Castilla y León, 503; País Vasco, 502; y Cataluña, 494.

En el gráfico siguiente se puede observar que los resultados obtenidos colocan a España al final del grupo intermedio de países que han participado en esta evaluación.



Es más significativo el análisis si establecemos la comparación de España con otros países en relación con los niveles de rendimiento obtenidos por los alumnos. Si comparamos la media de la OCDE y la media de España según el porcentaje de alumnos que se sitúan en los seis niveles de rendimiento, el resultado sería el siguiente:

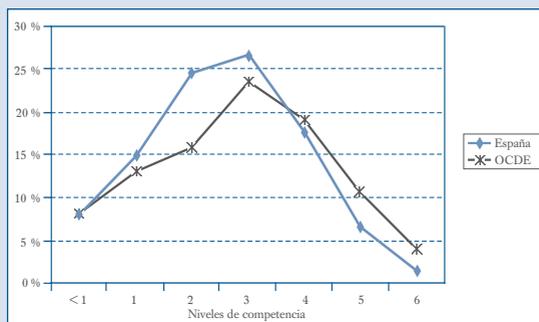
### Porcentajes por niveles de rendimiento



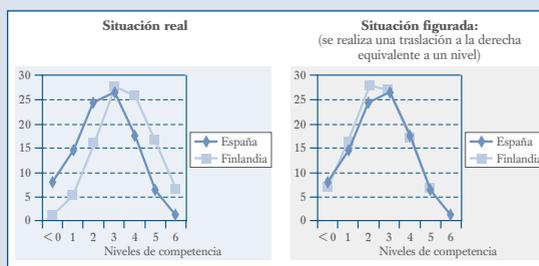
España: 8-15-25-27-18-7-1.

OCDE: 8-13-21-24-19-11-4.

### Porcentajes por niveles de rendimiento



### Porcentajes por niveles de rendimiento: comparación con Finlandia

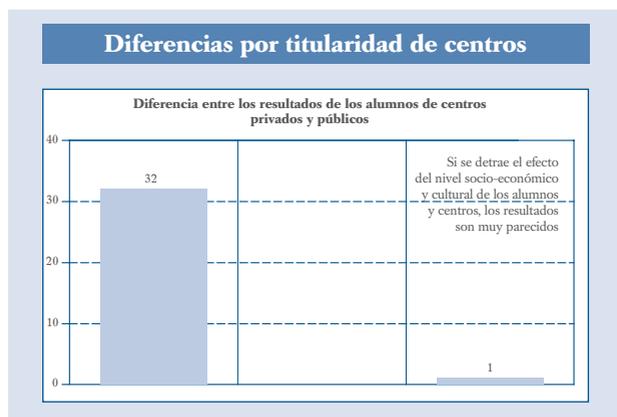


En los gráficos anteriores se ha realizado una comparación de los resultados de los alumnos españoles con la OCDE y con el país que mejores resultados ha obtenido en calidad y equidad. En la comparación con la OCDE, nuestros alumnos se agrupan en un porcentaje similar en el nivel de competencia más bajo; luego, hay un porcentaje mayor de alumnos en los niveles intermedios y los porcentajes españoles son más bajos en los niveles de competencia superiores.

En la comparación con Finlandia, se puede observar que ambas curvas son similares, pero la española está desplazada a la izquierda.

Si todos los alumnos españoles mejoraran sus resultados de modo que pasaran al nivel siguiente, las curvas coincidirían, como se muestra en el gráfico en el que se efectúa ese desplazamiento. Es decir, los resultados de nuestros alumnos son peores que los de los finlandeses en la misma proporción en todos los niveles. Es preciso actuar, por tanto, también en todos los niveles de rendimiento. Deben mejorarse todos los resultados de todos los alumnos.

En el siguiente gráfico se observa de forma palpable que no existen diferencias relevantes entre los centros públicos y privados si se detraen los efectos del distinto nivel socioeconómico y cultural de los alumnos.



La OCDE relaciona el rendimiento de los alumnos con el grado de equidad de los diferentes sistemas educativos, ya que uno de los principios que considera fundamental para conseguir la cohesión social en un país es conseguir hacer efectiva la igualdad de oportunidades para todos los jóvenes y evitar las medidas segregadoras.

En el siguiente gráfico, los países que se sitúan en el cuadrante superior derecho alcanzan buenos rendimientos y altas cotas de equidad. Como se puede apreciar, España tiene un buen puesto en cuanto a equidad, pero debe mejorar sus resultados. Países como Bélgica, Alemania y Japón, con sistemas que incluyen itinerarios selectivos, alcanzan resultados aceptables en Matemáticas, pero están en una posición insatisfactoria en cuanto a equidad.

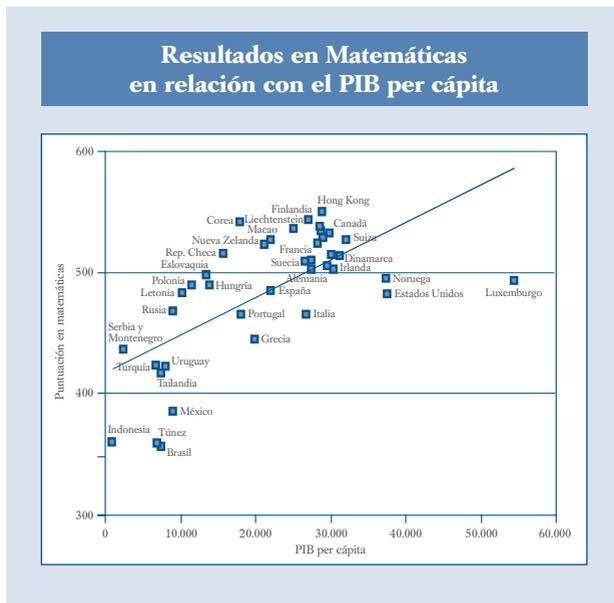


*Los resultados españoles: de dónde venimos*

Una vez analizados los resultados de España en Matemáticas en comparación con otros países, y teniendo en cuenta los porcentajes de alumnos según su nivel de rendimiento, podemos afirmar que éstos

son manifiestamente mejorables. Ahora bien, es preciso reflexionar sobre las razones que pueden explicar estos resultados. Tan negativo resultaría tratar de quitar importancia a los resultados insuficientes como ofrecer visiones catastrofistas de la situación de la educación en España.

La OCDE facilita algunos datos sobre los factores que influyen en los resultados de los distintos países y permiten la comparación y la matización.



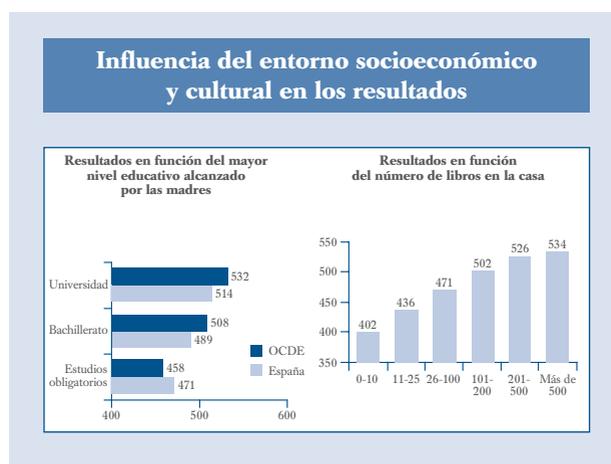
ha sido muy adverso hasta los años ochenta. A pesar de ello, en el gráfico anterior se observa que los resultados de los alumnos españoles son ligeramente mejores que los que por su nivel socioeconómico y cultural se podría predecir.

Los alumnos españoles tienen mejores resultados que los de los países con un índice socioeconómico y cultural superior como Italia o Estados Unidos. Únicamente han superado a España en rendimiento, pese a tener un estatus socioeconómico y cultural inferior, Hong Kong y Macao. De acuerdo con las estimaciones de la OCDE, si se descontara el efecto del entorno sociocultural, los resultados españoles mejorarían de modo significativo.

Resumiendo, los resultados de los alumnos españoles son insatisfactorios al situarse por debajo de la media internacional, pero se aproximan al nivel esperable si se considera la riqueza del país y están ligeramente por encima de lo previsible si se atiende al estatus socioeconómico y cultural de la población.

Los siguientes gráficos reflejan que los estudios de la madre y los libros que existen en los hogares, como signos inequívocos del nivel cultural, están asociados a las expectativas de éxito de los alumnos. Los estudios de las madres son importantes para predecir el éxito de los hijos, ya que los resultados se elevan desde 471 puntos a 532 según que aquéllas hayan terminado los estudios obligatorios o universitarios. Todavía es mejor predictor del éxito el número de libros que el alumno tiene a su alcance en

casa; la diferencia de puntuación oscila entre 402 puntos para aquellos alumnos que no tienen libros en casa a 534 para aquellos que tienen más de 500.

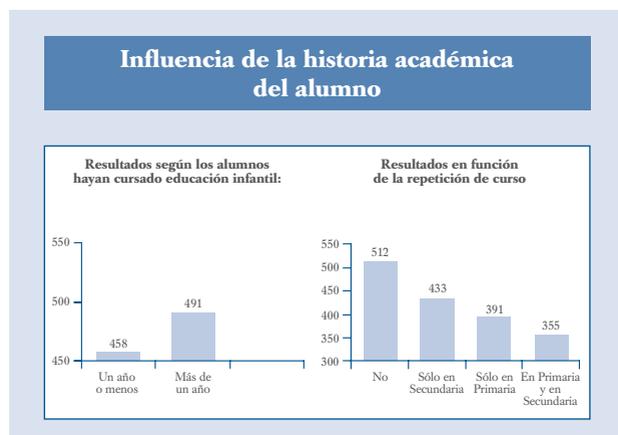


PISA ha puesto también de manifiesto que el número de años que el niño ha cursado educación infantil constituye otro factor decisivo en las expectativas de éxito de los alumnos y que es fundamental para hacer realidad la igualdad de oportunidades de aquellos que provienen de entornos desfavorecidos. La escolarización en edades tempranas es fundamental para que las desigualdades económicas y culturales de origen no se conviertan en las predecibles causas del fracaso de los estudiantes.

Asimismo, es destacable la influencia que tiene en los resultados de los alumnos el hecho de no haber repetido y de estar matriculados, cuando realizan la prueba a los 15 años, en su curso natural, cuarto de ESO. El controvertido tema de las repeticiones

tiene aquí diferentes lecturas. Por una parte, es cierto que los alumnos con más preparación académica, que no han repetido ningún curso, obtienen mejores resultados. Pero, por otra parte, los alumnos de países como Finlandia o Polonia, por citar dos tradiciones educativas bien diferentes, en los que no hay repeticiones, obtienen buenos o muy buenos resultados.

De acuerdo con los datos de PISA, no parece que repetir sea un recurso que permita a los alumnos mejorar sus resultados. El efecto negativo de las repeticiones es más acusado aún cuando se producen en primaria que cuando tienen lugar en secundaria y se convierte en catastrófico si el alumno repite algún curso en ambas etapas.



Para terminar este apartado en el que se han analizado algunos factores que pueden explicar los resultados de los alumnos españoles, es oportuno considerar cuál ha sido el camino recorrido por la educación española y su evolución reciente.

Como pone de manifiesto el cuadro sobre gasto en educación, desde los años setenta, la Unión Europea y los principales países de la OCDE han realizado un gasto público sostenido de alrededor de 5 puntos porcentuales en relación con el PIB. En España se ha partido de un gasto público del 1,7 a principios de los años setenta. En 1978, a partir de los Pactos de la Moncloa, se realizó un esfuerzo inversor importantísimo, hasta el punto de que en sólo diez años se pasó del 1,8 al 3,7. Dicho porcentaje se siguió incrementando hasta llegar al 4,7 en 1995. A partir de ese año, el gasto público en educación se estanca o incluso desciende hasta el pasado ejercicio económico. En suma, el esfuerzo económico que ha hecho la sociedad española en las últimas décadas priorizando la inversión en educación ha sido muy importante y sería injusto no valorarlo en su medida.

Por otra parte, la evolución de las tasas de escolarización en la educación primaria y secundaria durante los últimos 35 años demuestra que el esfuerzo que otros países han realizado en casi un siglo, lo ha realizado España en unas décadas. La Ley General de Educación de 1970 planteó como reto la escolarización obligatoria hasta los 14 años; la Ley Orgánica de Ordenación General del Sistema Educativo estableció dos décadas después la extensión de la educación obligatoria hasta los 16 años, mientras que la mayoría de países europeos llevaban décadas aplicando la extensión de la escolaridad obligatoria.

Por otra parte, es casi un tópico afirmar la importancia de la educación para conseguir mejorar las expectativas de progreso

y riqueza de cualquier país, pero no se insiste lo suficiente en que la cultura de los jóvenes que ahora están en el sistema educativo influirá decisivamente sobre las expectativas culturales de las generaciones futuras. Es más fácil para los países mejorar su nivel de riqueza que su cultura.

#### Gasto público en educación en porcentaje del PIB

	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2004
España	1,7	1,8	2,5	3,7	4,4	4,7	4,4	4,4
Media UE	5,1	5,4	5,4	6,3		5,6	5,0	
Media OCDE	5,2	5,6	5,5	5,3		5,4	4,8	

#### Escolarización en España en educación postobligatoria

	1970	1990	2004
Tasas netas de escolarización de 15 a 19 años	31,1	68,3	70,4

*Otros factores relacionados con el tipo de prueba que afecta a los resultados*

Aunque no son los factores más importantes que influyen en los resultados de la evaluación, es necesario resaltar determinados aspectos de las pruebas de PISA que, aun siendo comunes a todos los países, se adaptan peor a nuestro sistema educativo. Los más relevantes de estos factores son:

- Los planes de estudio españoles no contemplan las competencias básicas que se evalúan en PISA.

- La duración de las pruebas es mucho mayor que la de los exámenes a los que están habituados los alumnos españoles.
- El tipo de planteamiento de las pruebas es más frecuente en el mundo anglosajón que en países mediterráneos como el nuestro.
- Los alumnos tienen escasa motivación para hacer la prueba, ya que se les comunica que no tendrá ninguna repercusión para ellos.
- En España, debido a las repeticiones, los alumnos a los 15 años están distribuidos en diversos cursos de secundaria, de segundo a cuarto, con preparación y motivaciones muy diferentes.

## 6. Iniciativas y compromisos para mejorar la educación española

Como se explica a continuación, el Ministerio de Educación está convencido de que sus actuales iniciativas legislativas adoptadas y los compromisos españoles que se adopten en el marco de los objetivos europeos para el año 2010 van a contribuir a mejorar los resultados de PISA y a resolver gran parte de los problemas que las evaluaciones nacionales e internacionales han puesto de manifiesto.

### *El Anteproyecto de Ley Orgánica de Educación*

El nuevo marco normativo será el instrumento de cambio que permitirá alcanzar los siguientes fines:

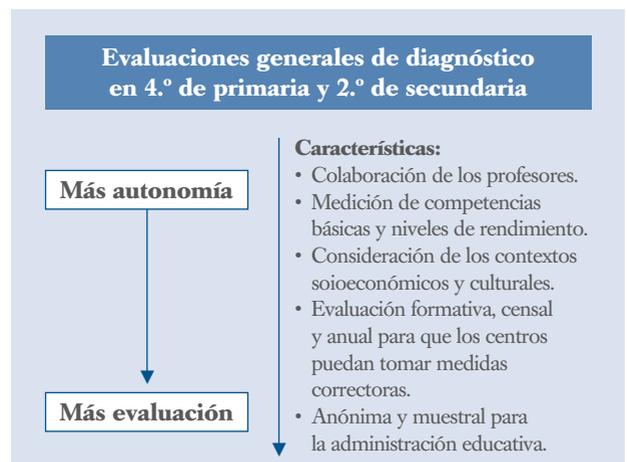
- Conseguir el éxito de todos los alumnos en la educación básica.

- Ofrecer las mismas oportunidades a todos los alumnos, con independencia de su origen socioeconómico y cultural.
- Impulsar el esfuerzo compartido de todos: alumnos, profesores, centros, familias, administraciones y el conjunto de la sociedad.
- Alcanzar los objetivos españoles y europeos para el año 2010.
- Establecer la flexibilidad y la autonomía de los centros educativos como principios fundamentales de corresponsabilidad.
- Elevar a categoría de norma la atención a la diversidad.
- Extender la educación infantil y las enseñanzas postobligatorias.
- Procurar que los alumnos mejoren sus capacidades, su nivel de exigencia con su trabajo y el dominio de las competencias clave, como instrumentos fundamentales del conocimiento y como base del aprendizaje permanente.
- Promover el aprendizaje a lo largo de la vida, la formación ciudadana, la igualdad de oportunidades y la cohesión social.
- Favorecer y potenciar la colaboración entre las administraciones educativas.
- Abrir los centros al exterior consiguiendo la transparencia de su funcionamiento y la rendición de resultados a la sociedad.

### *La evaluación en el Anteproyecto de Ley*

El Anteproyecto de Ley quiere garantizar la transparencia, y por tanto la publicidad y rendición de cuentas, mediante el compromiso de presentar anualmente al Parlamento los resultados de las evaluaciones nacionales e internacionales y del Sistema Estatal de Indicadores. A tal efecto, encarga al Instituto de Evaluación que, en colaboración con las Comunidades Autónomas, lleve a cabo, junto a las evaluaciones nacionales e internacionales, las nuevas evaluaciones de diagnóstico. Éstas tendrán una doble finalidad: por un lado, cumplir una función formativa para los centros; por el otro, dar a conocer a las administraciones educativas el grado de cumplimiento de los objetivos previamente establecidos. En otras palabras, las evaluaciones de diagnóstico permitirán comparar y, en definitiva, intervenir para mejorar, tanto en el centro como en el conjunto del sistema.

Al impulso de un conjunto de actuaciones:



## 7. El proceso de definición de las *competencias clave* para un aprendizaje a lo largo de la vida en Europa

Como se detalla en el apartado siguiente, la preocupación por la educación es uno de los aspectos que está adquiriendo más vigor en la Unión Europea. Desde hace algunos años asistimos al impulso de un conjunto de actuaciones coordinadas para conseguir que la sociedad europea alcance niveles de máxima calidad en la educación, concebida como el aprendizaje a lo largo de la vida.

La Unión Europea elaboró en noviembre del pasado año un documento para debate y reflexión, en el que se establecían ocho *competencias clave*, que recogen la preocupación de todos los países por la educación, como el principal factor de cohesión social y de desarrollo económico y social de los países. Estas *competencias clave* las plantea la Comisión Europea a los países miembros como compromiso para alcanzar una sociedad basada en el conocimiento:

- Comunicación en lengua materna.
- Comunicación en lengua extranjera.
- Competencia matemática, científica y tecnológica.
- Competencia digital.
- Aprender a aprender.
- Competencias cívicas.
- Espíritu emprendedor.
- Expresión cultural.

## 8. Objetivos educativos europeos y españoles. Puntos de referencia para el año 2010

El Consejo Europeo de Lisboa, celebrado en marzo de 2000, asumió el compromiso de convertir a Europa en la década siguiente en la economía más dinámica del mundo, basada en la sociedad del conocimiento, sin sacrificar por ello el alto grado de cohesión alcanzado. Desde entonces, en la llamada *estrategia de Lisboa*, los objetivos educativos y de formación para el año 2010 constituyen uno de los procesos de convergencia más innovadores y dinámicos de la Unión Europea. Mediante un método abierto de coordinación entre los Estados miembros, se han fijado objetivos educativos concretos (Estocolmo 2001), un programa detallado de trabajo (Barcelona 2002), cinco puntos de referencia a modo de cotas de progreso definidas que en conjunto la Unión Europea ha de alcanzar en 2010 (Bruselas 2003), se han puesto en marcha grupos de trabajo de expertos, se ha establecido un listado de indicadores con el que medir los progresos y, en fin, se han comprometido, con una periodicidad bianual, informes de progreso conjuntos de la Comisión y el Consejo de Ministros de Educación.

En este marco de los objetivos educativos de Lisboa para 2010, el pasado 17 de mayo de 2005 la ministra de Educación presentó a los consejeros de Educación de las Comunidades Autónomas un documento de trabajo que contenía los puntos de referencia españoles para alcanzar los objetivos europeos fijados en mayo de 2003.

Estos objetivos se enmarcan en el debate del Anteproyecto de Ley y tendrán su reflejo en la futura Memoria económica que acompañará a la Ley.

A continuación se enumeran los objetivos españoles y europeos para el año 2010:

1. Incrementar la tasa de escolarización en educación infantil.
2. Disminuir al 10 % el abandono escolar prematuro (personas entre 18 y 24 años que habiendo terminado la educación obligatoria no siguen estudiando).
3. Incrementar la tasa de titulados en ESO hasta llegar a un 95 %.
4. Incrementar la tasa bruta de varones titulados en secundaria postobligatoria hasta llegar a superar el 70 %.
5. Mejorar el rendimiento de los alumnos en las competencias clave: comprensión lectora, lenguas extranjeras y Matemáticas, disminuyendo al mínimo el porcentaje de alumnos situados en los niveles más bajos de rendimiento.
6. Incrementar el porcentaje de la población entre 20 y 24 años titulados en bachillerato y formación profesional de grado medio hasta alcanzar el 85 %.
7. Elevar el porcentaje de titulados en formación profesional superior.
8. Aumentar la tasa de graduados en Ciencias, Matemáticas y Tecnología.
9. Incrementar el porcentaje de adultos que recibe formación permanente hasta llegar al 12,5 %.
10. Incrementar el gasto público en educación en relación con el PIB.

## Conclusiones

Sería injusto olvidar el largo y fructífero camino que ha recorrido la educación española en las últimas décadas, pero no cabe duda de que queda aún mucho por hacer para mejorarla.

La apuesta por la educación como un compromiso de toda la sociedad basado en un aumento del esfuerzo inversor, en el apoyo decidido al profesorado, en la autonomía de los centros tiene que verse acompañada también de la evaluación como elemento imprescindible para mejorar sus resultados.

Las recientes iniciativas legislativas como instrumento de cambio, así como los objetivos y compromisos de inversión económica, abren una etapa muy esperanzadora para nuestra educación.

El reto que tienen por delante las fuerzas políticas y las administraciones educativas es llegar a un acuerdo sobre los objetivos que es necesario alcanzar y poner los medios necesarios para conseguirlos.

# La competencia matemática en PISA

Luis Rico

*Catedrático de la Universidad de Granada.  
Miembro del Grupo Internacional de expertos  
para el Proyecto PISA 2003*

## La competencia matemática en PISA

El Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (*Programme for International Student Assessment, PISA*) se propone establecer en qué medida los jóvenes de 15 años al finalizar la escolaridad obligatoria están preparados para satisfacer los desafíos de las sociedades de hoy. El modo en que los sistemas educativos preparan a los estudiantes para que puedan desempeñar un papel como ciudadanos activos se considera un dato importante sobre el desarrollo de una sociedad. Establecer indicadores de calidad con los que expresar cómo los sistemas educativos alcanzan esa formación es una de las finalidades principales de la evaluación PISA/OCDE. Se trata de un programa cooperativo, de carácter cíclico, con un sistema internacional de control y gestión desarrollado por la OCDE, que permite generar indicadores de los logros en educación y que se lleva a cabo mediante una evaluación internacional (OCDE, 2005a).

Esta evaluación se orienta a valorar el rendimiento acumulado de los sistemas educativos; pone el foco en la alfabetización o formación básica en los dominios cognitivos de la Lectura, las Matemáticas y las Ciencias. Las pruebas se llevan a cabo cada tres años y ofrecen a los responsables de la política educativa de los países participantes información relevante para dar seguimiento a los resultados de los estudiantes a lo largo del tiempo, evaluar las fortalezas y debilidades de sus propios sistemas y conocer la relación con los resultados de otros países. Esta evaluación se centra en establecer si los



estudiantes pueden utilizar lo que han aprendido en situaciones usuales de la vida cotidiana, en vez de limitarse a conocer cuáles son los contenidos que han aprendido y son capaces de reproducir (OCDE, 2003).

La OCDE ha publicado los resultados finales correspondientes a la evaluación de 2003 en el informe *Learning for Tomorrow's World: First results from PISA 2003* (OCDE, 2004), traducido y editado en español por Santillana como *Informe PISA 2003. Aprender para el mundo de mañana* (OCDE, 2005b). La evaluación en Matemáticas ocupa un papel central en la evaluación de ese año. Un resumen de los resultados de los escolares españoles lo encontramos en Castro y Molina (2005).

El estudio PISA se concibe como una herramienta para contribuir al desarrollo del capital humano de los países miembros de la OCDE. Tal capital lo constituyen los conocimientos, las destrezas, competencias y otros rasgos individuales, que son relevantes para el bienestar personal, social

y económico. La información en que se sustenta procede de los resultados obtenidos en pruebas estandarizadas de papel y lápiz que proporcionan estudiantes de 15 años. Las pruebas son comunes, siguen procedimientos de aplicación comunes y se llevan a cabo por evaluadores externos sobre muestras representativas de estudiantes de cada uno de los países participantes. La evaluación permite obtener indicadores sobre alfabetización de los escolares en términos de los conocimientos y las destrezas necesarios para la vida adulta (González y Lupiáñez, 2005; Rico, 2005).

La noción de competencia es central en el estudio PISA. En diversos informes editados por la OCDE a lo largo del proceso de evaluación, especialmente en el informe final de 2003, la noción de competencia se utiliza en distintos momentos y con distintos significados. Nos proponemos en este trabajo revisar los significados que hemos encontrado sobre la idea de competencia en el Informe PISA 2003, a través de sus usos e interpretaciones.

En los diferentes informes relacionados con la evaluación de PISA 2003 destacan cuatro apartados, sobre los que vamos a reflexionar:

1. Dominio que se evalúa, al que se denomina *alfabetización matemática* de los estudiantes y que es distinto del currículo.
2. Marco teórico y componentes que establecen la evaluación del dominio: contenido, contexto y competencias.
3. Variables y niveles de complejidad para el diseño de los instrumentos de evaluación.
4. Estudio empírico: análisis y escalamiento en niveles de las competencias de los escolares.

## 1. Definición del dominio

El dominio sobre matemáticas que se estudia en el proyecto PISA 2003 se conoce como *alfabetización matemática –Mathematical Literacy–* (OCDE, 2003), y también se denomina *competencia matemática* (OCDE, 2004; OCDE, 2005b). Este dominio se refiere a las capacidades de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando resuelven o enuncian problemas matemáticos en una variedad de situaciones y dominios.

Para el estudio PISA/OCDE, alfabetización o competencia matemática es la capacidad de un individuo para identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, hacer juicios fundados y usar e implicarse con las matemáticas en aquellos momentos que presenten necesidades para su vida individual como ciudadano.

PISA define la alfabetización o competencia matemática de los escolares reiteradamente como «la capacidad individual para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados, utilizar las matemáticas y comprometerse con ellas,

y satisfacer las necesidades de la vida personal como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo» (OCDE, 2003, p. 24; OCDE, 2004, p. 3).

La expresión *el mundo* significa la posición natural, cultural y social en la que viven los individuos. *Usar e implicarse con las matemáticas* significa no sólo utilizar las matemáticas y resolver problemas matemáticos, sino también *comunicar, relacionarse con, valorar* e incluso *apreciar y disfrutar* con las matemáticas. La frase *su vida individual* se refiere a la vida privada, la vida profesional, la vida social con compañeros y familiares, así como a la vida como ciudadanos de una comunidad.

El informe recuerda que, para los individuos, las matemáticas pueden suponer la extensión con la que disponen sus conocimientos matemáticos, pero también la amplitud con la que pueden activar los conocimientos y las destrezas matemáticas para resolver problemas, principalmente en situaciones de la vida real. El estudio PISA/OCDE apuesta por entender las matemáticas como un conjunto de procesos que proporcionan respuesta a problemas. La concepción en que se sustenta considera que las matemáticas escolares deben priorizar las *tareas de encontrar (problemata)* sobre las *tareas de probar (teoremata)*.

Esta evaluación se centra en el uso por los estudiantes de unas herramientas matemáticas para resolver y dar respuesta a problemas y necesidades, poniendo en funcionamiento unas determinadas competencias.

La consideración de las matemáticas como «modo de hacer» y la noción de alfabetización responden a un modelo funcional sobre aprendizaje de las matemáticas. Este modelo postula:

- unas tareas contextualizadas,
- unas herramientas conceptuales,
- un sujeto.

Cuando el sujeto trata de abordar las tareas mediante las herramientas disponibles, moviliza y pone de manifiesto su competencia en la ejecución de los procesos correspondientes (Rico y cols., 1997).

Así, en su relación con el mundo real, los ciudadanos se enfrentan regularmente a situaciones matemáticas cuando compran, viajan, se alimentan, pagan sus impuestos, gestionan sus finanzas personales, organizan su tiempo y sus entornos vitales, juzgan cuestiones políticas, y muchas otras, en las que usan el razonamiento cuantitativo, relacional o espacial. En estas y en muchas otras ocasiones tienen que mostrar su competencia matemática para clarificar, formular y resolver problemas, ya que, en todos estos casos, abordan y resuelven cuestiones mediante herramientas matemáticas. La competencia en matemáticas se considera parte principal de la preparación educativa, puesto que ideas y conceptos matemáticos son herramientas para actuar sobre la realidad. Por ello, la evaluación en matemáticas se centra sobre esta competencia general como finalidad esencial del programa PISA.

El término *alfabetización* destaca en los primeros informes de PISA y se elige para subrayar que el conocimiento matemático y las destrezas, tal como están definidos en el currículo tradicional de matemáticas, no constituyen el foco principal de atención. Por el contrario, el énfasis se traslada al conocimiento matemático puesto en funcionamiento en multitud de contextos diferentes, por medios reflexivos, variados y basados en la intuición personal. Por supuesto, para que este uso sea posible y viable, es necesaria una buena cantidad de conocimientos matemáticos básicos y de destrezas; tales conocimientos y destrezas forman parte de esta definición de *alfabetización*.

El foco de la evaluación PISA 2003 se centra, pues, en *cómo los estudiantes pueden utilizar lo que han aprendido en situaciones usuales de la vida cotidiana y no sólo, ni principalmente, en conocer cuáles son los contenidos del currículo que han aprendido*.

Cuando se refiere al dominio general que se evalúa, el proyecto PISA entiende por *competencia* el conjunto de capacidades puestas en juego por los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando resuelven o formulan problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones.

Un buen nivel en el desempeño de estas capacidades muestra que un estudiante es competente, ya que está matemáticamente alfabetizado o letrado. Atreverse a pensar con ideas matemáticas es la descripción de un

ciudadano matemáticamente competente. En el uso de las herramientas matemáticas en contextos cotidianos se manifiesta la competencia matemática de los escolares.

Alfabetización o competencia matemática general es un constructo que sirve para caracterizar la actuación global del sujeto dentro del modelo funcional postulado para las matemáticas escolares. El dominio de evaluación es la competencia o alfabetización matemática del estudiante, entendida con este significado general. El concepto que utiliza PISA es mucho más amplio que la idea tradicional de alfabetización; se considera como algo continuo, no como un valor dicotómico que se presenta o no se presenta. Por ello, los traductores del informe al castellano eligen el término general de *competencia* para traducir *literacy* (OCDE, 2005b). La alfabetización o competencia matemática se presenta como finalidad general en la formación de los estudiantes de matemáticas, y establece las prioridades en el estudio PISA. Marín y Guerrero (2005) y Recio y Rico (2005) subrayan la importancia de esta noción de competencia dentro de las finalidades del currículo de matemáticas de secundaria.

## 2. Marco teórico y componentes que establecen el dominio

El marco teórico del estudio PISA se sostiene en la hipótesis de que aprender a *matematizar* debe ser un objetivo básico para todos los estudiantes (OCDE, 2003). Dentro de ese marco, la actividad matemática o,

también, la actividad de matematización consiste en la solución de problemas. Cuando se analiza la actividad de los matemáticos al resolver problemas de modo experto, ésta se puede considerar como compuesta por distintas fases.

La primera fase implica traducir problemas extraídos de un contexto del mundo real al mundo matemático, proceso que se denomina *matematización horizontal*.

Hacer matemáticas horizontalmente incluye actividades como:

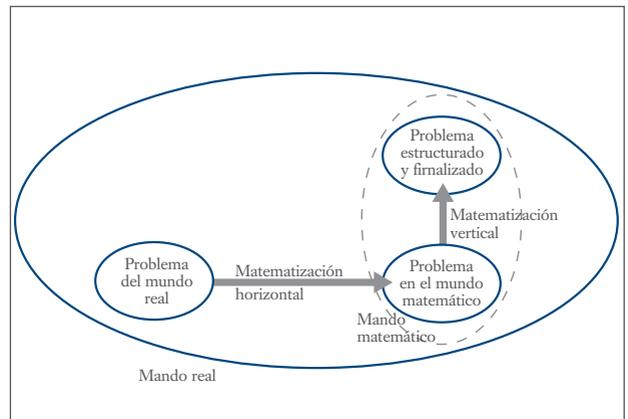
- Identificar matemáticas relevantes en un contexto general.
- Plantear interrogantes.
- Enunciar problemas.
- Representar el problema de un modo diferente.
- Comprender la relación entre lenguaje natural, lenguaje simbólico y formal.
- Encontrar regularidades, relaciones y patrones.
- Reconocer isomorfismos con problemas ya conocidos.
- Traducir el problema a un modelo matemático.
- Utilizar herramientas y recursos adecuados.

Una vez traducido el problema a una expresión matemática, el proceso puede continuar. El experto o el estudiante pueden plantearse cuestiones en las que se utilizan conceptos y destrezas matemáticas.

Esta segunda fase es la *matematización vertical* e incluye:

- Usar diferentes representaciones.
- Usar el lenguaje simbólico, formal y técnico y sus operaciones.
- Refinar y ajustar los modelos matemáticos; combinar e integrar modelos.
- Argumentar y generalizar.

De este modo se expresa gráficamente la conexión entre ambos procesos.



La última fase en la solución de un problema implica reflexionar sobre el proceso completo de matematización y sus resultados. Los estudiantes deben interpretar los resultados con actitud crítica y validar el proceso completo.

Algunos aspectos de este proceso de validación y reflexión son:

- Entender la extensión y límites de los conceptos matemáticos.

- Reflexionar sobre los argumentos matemáticos y explicar y justificar los resultados.
- Comunicar el proceso y la solución.
- Criticar el modelo y sus límites.

Los modos de actuación de los sujetos, requeridos en cada una de las fases, muestran sus capacidades y habilidades cuando trabajan con las matemáticas en contextos en los que es necesario utilizar este tipo de herramientas.

Estas capacidades y habilidades puestas en juego muestran que una persona es competente en matemáticas, son expresión de su competencia matemática. Los objetivos de aprendizaje expresan de manera concreta las habilidades que se necesitan para un determinado tema y en un determinado momento (Pajares, Sanz y Rico, 2004).

### 3. Evaluación

La evaluación PISA se propone, por tanto, establecer qué conocimientos, capacidades y habilidades pueden activar los alumnos a los que se les presentan problemas, es decir, medir hasta qué punto son matemáticamente competentes para resolver los problemas con éxito.

El programa PISA/OCDE elige preparar un conjunto de tareas mediante las que evaluar el dominio general –*alfabetización o competencia matemática*– teniendo en cuenta las diferentes fases del proceso de matematización. Cada tarea está vinculada

a un contexto que puede tratarse como un problema matemático.

La estrategia escogida para contemplar el proceso de matematización y atender al dominio que se evalúa tiene en cuenta tres variables o dimensiones. Las tres dimensiones, que establecen la tarea y caracterizan aquello que se evalúa, son:

1. El *contenido matemático* que se debe utilizar para resolver el problema.
2. La *situación* o *contexto* en que se localiza el problema.
3. Las *competencias* o *procesos* que deben activarse para conectar el mundo real, donde surge el problema, con las matemáticas y resolver entonces la cuestión planteada.

Estas tres dimensiones corresponden a los tres componentes del modelo funcional antes descrito, en el cual un sujeto aborda unas tareas mediante las herramientas disponibles y para ello moviliza y pone de manifiesto su competencia en la ejecución de unos procesos determinados. Los contenidos muestran el modo en que se organizan las herramientas conceptuales; las tareas son problemas del mundo real, que se ubican en distintos contextos y proceden de diversas situaciones. Los diferentes procesos que llevan a cabo los sujetos ponen de manifiesto distintas competencias.

Se presenta aquí un segundo significado del término *competencia*, el cual permite concretar el significado general anterior mediante diversos tipos de capacidades

de análisis, razonamiento y comunicación que se ponen en juego por los estudiantes cuando resuelven o formulan problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones. En el diseño previo que establecía el marco para la evaluación, esta tercera dimensión se denomina *competencias* (OCDE, 2003, pp. 40-41) y se presenta como variable en los ítems de evaluación. En el informe final se opta por destacar la idea procesual y se pasa a denominar *procesos* a esta variable (OCDE, 2004, pp. 40-41). En un caso el foco de atención está en los propios procesos, mientras que en el otro parece destacarse al sujeto que los pone en práctica. No obstante, la caracterización sigue siendo la misma: las competencias o procesos establecen los distintos valores de la tercera dimensión del modelo funcional, aquella que afecta a los modos en que el sujeto se enfrenta a un problema.

Veamos el planteamiento general que establecen las tres variables que determinan la evaluación del dominio.

### 3.1. Contenidos matemáticos

Las ideas, estructuras y conceptos matemáticos se han inventado y desarrollado como herramientas para organizar los fenómenos de los mundos natural, social, científico y mental.

Las matemáticas, como todas las disciplinas, tienen una tradición en el modo de organizar sus contenidos, que se ha discutido y construido a lo largo de la historia. Sostenidas por una tradición de más

de 200 años, las escuelas organizan el currículo de matemáticas mediante contenidos temáticos: aritmética, geometría, álgebra y otros. Estos tópicos reflejan ramas bien establecidas del pensamiento matemático y facilitan el desarrollo estructurado de un programa.

No obstante, en el modelo funcional que hemos presentado, el interés se centra sobre los fenómenos del mundo real que llevan a un tratamiento matemático. Al modelo funcional no le interesa tanto una clasificación convencional de las herramientas, es decir, la organización de los contenidos, cuanto destacar las herramientas por su funcionalidad, teniendo en cuenta los usos en que se ven implicadas.

Intentar establecer una clasificación de contenidos basada en los fenómenos que estudian presenta la dificultad de que éstos no están organizados lógicamente. La estrategia asumida en la evaluación PISA consiste en definir el rango del contenido que puede evaluarse haciendo uso de una aproximación fenomenológica para describir las ideas, las estructuras y los conceptos matemáticos. Esto significa describir el contenido en relación con los fenómenos y los tipos de problemas de los que surgieron, es decir, organizar los contenidos atendiendo a grandes áreas temáticas.

El estudio PISA/OCDE discute sobre distintas posibilidades de organizar los contenidos desde una perspectiva fenomenológica (Devlin, 1994; Freudenthal, 1973; Rucker, 1988;

Steen, 1990) y opta por su estructuración mediante cuatro grandes ideas (OCDE, 2003, pp. 34-37).

Las ideas fundamentales, que satisfacen las condiciones de respetar el desarrollo histórico, cubrir el dominio y contribuir a la reflexión de las líneas principales del currículo escolar, son:

- Cantidad.
- Espacio y forma.
- Cambios y relaciones.
- Incertidumbre.

Estos cuatro grandes campos de herramientas matemáticas son los escogidos por el proyecto PISA para evaluar la competencia matemática de los estudiantes al término de la educación obligatoria, que pasamos a glosar.

### *Cantidad*

Esta categoría subraya la necesidad de cuantificar para proceder a organizar el mundo. Incluye todos aquellos conceptos involucrados en la comprensión de tamaños relativos, reconocimiento de patrones numéricos, uso de números para representar cantidades y atributos cuantificables de los objetos del mundo real. La cantidad se refiere al reconocimiento, procesamiento y comprensión de números, que se presentan de varios modos.

Estas herramientas responden a las necesidades de cuantificar, medir, ordenar, simbolizar y operar como vías para entender y organizar el mundo.

El razonamiento cuantitativo incluye el sentido numérico, la representación de números de varios modos, la comprensión del significado de las operaciones, cálculo mental y estimación.

Podemos localizar ítems correspondientes a esta categoría en el documento *PISA 2003. Pruebas de Matemáticas y de Solución de problemas* (INECSE, 2005); los denominados *Estanterías* (p. 46), *Monopatín* (p. 52), *Niveles de CO<sub>2</sub>* (p. 56) y *Esquema de escalera* (p. 65) ejemplifican distintas tareas dentro de esta categoría.

### *Espacio y forma*

Las formas pueden considerarse como patrones. Los patrones geométricos sirven como modelos relativamente simples de muchos tipos de fenómenos. Casas, edificios, puentes, estrellas de mar, copos de nieve, planos de ciudades, cristales, espejos y sombras son algunos ejemplos de formas del mundo real en las que se pueden localizar patrones. Los patrones geométricos sirven como modelos relativamente simples de muchos tipos de fenómenos y su estudio es posible y deseable a todos los niveles.

El estudio de las formas y construcciones requiere buscar similitudes y diferencias cuando se analizan los componentes de las formas y se reconocen según distintas representaciones y diferentes dimensiones.

El estudio de las formas está relacionado con el concepto de espacio cercano, lo cual requiere de la comprensión

de las propiedades de los objetos y de sus posiciones relativas (Freudenthal, 1973). También significa entender las relaciones entre las formas y las imágenes o representaciones visuales. Los autores del estudio PISA/OCDE subrayan que debemos ser conscientes de cómo vemos las cosas y por qué las vemos así; los estudiantes tienen que aprender a desenvolverse a través del espacio, de las formas y de las construcciones. Igualmente, hay que entender cómo los objetos tridimensionales pueden representarse en dos dimensiones, cómo se interpretan las sombras, cuáles son sus perspectivas y sus funciones.

Los ítems denominados *Carpintero* (p. 36), *Escalera* (p. 60) y *Dados* (p. 61) ejemplifican distintas tareas dentro de esta categoría (INECSE, 2005).

### *Cambios y relaciones*

Cada fenómeno natural es una manifestación del cambio; el mundo en nuestro entorno muestra una multitud de relaciones temporales y permanentes entre fenómenos. Algunos ejemplos los proporcionan los organismos cuando crecen y sus cambios, los ciclos de las estaciones, el flujo y reflujo de las mareas, los ciclos de empleo y desempleo, los cambios climáticos y los cambios en los indicadores económicos.

Algunos de los procesos de cambio pueden ser descritos y modelados directamente mediante funciones matemáticas: lineales, exponenciales, periódicas o logísticas, discretas o continuas.

Las relaciones matemáticas tienen usualmente la forma de ecuaciones o de desigualdades, pero también se presentan relaciones de naturaleza más general.

El pensamiento funcional, es decir, pensar en términos de y acerca de relaciones, es una meta disciplinar fundamental en la enseñanza de las matemáticas. Las relaciones pueden representarse mediante una diversidad de sistemas, incluyendo símbolos, gráficas, tablas y dibujos geométricos. Distintas representaciones pueden servir para propósitos diversos y tener propiedades diferentes.

Los ítems denominados *Caminar* (p. 28), *Chatear* (p. 37) y *El mejor coche* (p. 64) ejemplifican distintas tareas dentro de la categoría de cambio y relaciones (INECSE, 2005).

### *Incertidumbre*

Por incertidumbre se quieren entender dos tópicos relacionados: tratamiento de datos y azar. Estos fenómenos son la materia de estudio de la estadística y de la probabilidad, respectivamente.

Los conceptos y actividades que son importantes en esta área son la recolección de datos, el análisis de datos y sus representaciones, la probabilidad y la inferencia.

Los ítems denominados *Exportaciones* (p. 41), *Basura* (p. 47) y *Respaldo al Presidente* (p. 63) ejemplifican tareas dentro de la categoría de incertidumbre (INECSE, 2005).

La clasificación de contenidos del PISA/OCDE 2003 se sustenta en el análisis fenomenológico y fue ensayada en España con el currículo que establecía el Diseño Curricular Base (MEC, 1989). La versión del Informe PISA/OCDE supone una revisión y mejora de aquella versión de comienzos de la década de 1990.

### 3.2. Situaciones y contextos

Utilizar y hacer matemáticas en una variedad de situaciones y contextos es un aspecto importante de la alfabetización matemática. Trabajar con cuestiones que llevan por sí mismas a un tratamiento matemático, a la elección de métodos matemáticos y representaciones, depende frecuentemente de las situaciones en las cuales se presentan los problemas.

La situación es aquella parte del mundo del estudiante en la cual se sitúa la tarea. Las situaciones permiten establecer la localización de un problema en términos de los fenómenos de los que surge y que condicionan la cuestión problemática planteada. Los responsables del proyecto no mencionan explícitamente la fenomenología como un organizador relevante en el diseño y selección de las tareas escogidas para la evaluación de los estudiantes por lo que se refiere a contextos y situaciones. Sin embargo, está claro que la consideración de situaciones como una de las componentes para evaluar el dominio incorpora el análisis fenomenológico dentro del marco teórico que sustenta el proyecto PISA/OCDE.

La segunda variable, que se refiere a la situación, toma cuatro valores que se identifican en la delimitación de tareas matemáticas y en la construcción de ítems.

PISA (OCDE, 2004) considera cuatro tipos de situaciones:

- Personales.
- Educativas y ocupacionales.
- Públicas.
- Científicas.

**Situaciones personales** son las relacionadas con las actividades diarias de los alumnos. Se refieren a la forma en que un problema matemático afecta inmediatamente al individuo y al modo en que el individuo percibe el contexto del problema. Los ítems *Caminar*, *Chatear* y *Monopatín* (INECSE, 2005) ejemplifican este tipo de situaciones.

**Situaciones educativas, ocupacionales o laborales** son las que encuentra el alumno en el centro escolar o en un entorno de trabajo. Se refieren al modo en que el centro escolar o el lugar de trabajo proponen al alumno una tarea que le impone una actividad matemática para encontrar su respuesta. Los ítems *Cubos*, *Carpintero* y *Escalera* (INECSE, 2005) ejemplifican situaciones de este tipo.

**Situaciones públicas** se refieren a la comunidad local u otra más amplia, en la cual los estudiantes observen un aspecto determinado de su entorno. Requieren que los alumnos activen su comprensión, conocimiento y habilidades matemáticas

para evaluar los aspectos de una situación externa con repercusiones importantes en la vida pública. Los ítems *Respaldo al Presidente* y *El mejor coche* (INECSE, 2005) ejemplifican situaciones de este tipo.

**Situaciones científicas** son más abstractas y pueden implicar la comprensión de un proceso tecnológico, una interpretación teórica o un problema específicamente matemático. Los ítems *Crecer*, *Basura* y *Niveles de CO<sub>2</sub>* (INECSE, 2005) ejemplifican situaciones de este tipo.

### 3.3. Competencias o procesos

El proyecto PISA considera que para la resolución de los problemas que se presentan en las tareas de evaluación, los estudiantes deben poner en práctica un conjunto de procesos, es decir, mostrar su dominio en un conjunto de competencias matemáticas generales. Se trata del segundo significado del concepto de competencia que ya hemos indicado.

Las competencias que establece un plan de formación se constituyen en elementos determinantes para establecer su calidad y permiten llevar a cabo su evaluación. La calidad de un programa de formación viene dada por la relevancia de las competencias que se propone, mientras que su eficacia responde al modo en que éstas se logran en el medio y largo plazo.

El proyecto PISA enfatiza que la educación debe centrarse en la adquisición de unas competencias generales determinadas por

parte de los alumnos de 15 años al término del periodo de su educación obligatoria, competencias que tienen por finalidad formar ciudadanos alfabetizados matemáticamente. Las competencias expresan los modos en que los estudiantes deben actuar cuando hacen matemáticas, es decir, los procesos a cuyo dominio está orientada la formación.

Ya hemos indicado que, en este caso, el concepto de competencia se identifica con el de proceso y pone el acento en lo que el alumno es capaz de hacer con sus conocimientos y destrezas matemáticas, más que en el dominio formal de dichos conceptos y destrezas. Los objetivos, expresados en términos de capacidades o de dominio de determinados conceptos o procedimientos, se orientan hacia la consecución de una o varias competencias; son expresión de las prioridades formativas que proponen para un determinado momento. Las competencias generales o procesos, por el contrario, marcan metas a medio y largo plazo, responden a ciclos formativos más amplios y comprensivos.

El proyecto PISA, en tanto que evalúa la formación de los escolares al término de la educación obligatoria, enfatiza que dicha evaluación deberá centrarse en la adquisición de competencias generales por parte del alumno, dentro del modelo funcional propuesto. Estas competencias o procesos generales dan concreción a la competencia global o alfabetización matemática inicialmente descrita. Se trata de centrar la evaluación del sistema

educativo en el estudiante, en su aprendizaje y en el significado funcional de dicho aprendizaje, que se expresa mediante las capacidades mostradas sobre una serie de competencias generales.

Las competencias o procesos generales elegidos por el proyecto PISA (OCDE, 2004, p. 40) son:

- Pensar y razonar.
- Argumentar.
- Comunicar.
- Modelar.
- Plantear y resolver problemas.
- Representar.
- Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones.
- Usar herramientas y recursos.

**Pensar y razonar** incluye:

- plantear cuestiones propias de las matemáticas (¿Cuántos hay? ¿Cómo encontrarlo? Si es así, ¿entonces?);
- conocer los tipos de respuestas que ofrecen las matemáticas a las cuestiones anteriores;
- distinguir entre diferentes tipos de enunciados (definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis, ejemplos, afirmaciones condicionadas);
- entender y utilizar los conceptos matemáticos en su extensión y sus límites.

**Argumentar** incluye:

- conocer lo que son las pruebas matemáticas y cómo se diferencian de otros tipos de razonamiento matemático;
- seguir y valorar cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos;
- disponer de sentido para la heurística (¿Qué puede –o no– ocurrir y por qué?);
- crear y expresar argumentos matemáticos.

**Comunicar** incluye:

- expresarse uno mismo en una variedad de vías, sobre temas de contenido matemático, de forma oral y también escrita;
- entender enunciados sobre estas materias de otras personas en forma oral y escrita.

**Modelar** incluye:

- estructurar el campo o situación que va a modelarse;
- traducir la realidad a una estructura matemática;
- interpretar los modelos matemáticos en términos reales: trabajar con un modelo matemático;
- reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados;
- comunicar acerca de un modelo y de sus resultados (incluyendo sus limitaciones);
- dirigir y controlar el proceso de modelización.

**Plantear y resolver problemas** incluye:

- plantear, formular y definir diferentes tipos de problemas matemáticos (puros, aplicados, de respuesta abierta, cerrados);
- resolver diferentes tipos de problemas matemáticos mediante una diversidad de vías.

**Representar** incluye:

- decodificar, interpretar y distinguir entre diferentes tipos de representación de objetos matemáticos y situaciones, así como las interrelaciones entre las distintas representaciones;
- escoger y relacionar diferentes formas de representación de acuerdo con la situación y el propósito.

**Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones** incluye:

- decodificar e interpretar el lenguaje simbólico y formal y entender sus relaciones con el lenguaje natural;
- traducir desde el lenguaje natural al simbólico y formal;
- manejar enunciados y expresiones que contengan símbolos y fórmulas;
- utilizar variables, resolver ecuaciones y comprender los cálculos.

**Usar herramientas y recursos** implica utilizar los recursos y herramientas familiares en contextos, modos y situaciones que son distintos del uso con el que fueron presentados.

A diferencia de las variables *Situaciones y contextos*, que han sido ejemplificadas con anterioridad, la variable *Competencias* no admite una ejemplificación similar, como argumentamos a continuación.

#### 4. Instrumentos

En el momento de seleccionar las tareas para diseñar los instrumentos de evaluación, resulta factible clasificar éstas por el contenido que tratan y también por la situación en la que se presentan y el contexto al que se refieren. Tanto el contenido como la situación son variables de tarea, cuya identificación y selección no plantea dificultad especial, como hemos visto en los apartados anteriores y en los ejemplos publicados por el Ministerio de Educación y Ciencia (INECSE, 2005). Sin embargo, es difícil establecer con carácter previo cuál o cuáles son los procesos que va a activar un alumno para dar respuesta a la cuestión o cuestiones planteadas. Las competencias no son variables de tarea, sino variables del sujeto y, por ello, no es posible establecer a priori a cuál de los procesos elegidos corresponde asignar una tarea determinada; por lo general, será posible vincular una tarea con diversos procesos puesto que los sujetos que la resuelven lo pueden hacer de distintas maneras. El profesor puede proponer una tarea para evaluar una determinada competencia, pero eso no garantiza su ocurrencia.

La estrategia seguida por el proyecto PISA/OCDE en relación con las

competencias antes enumeradas considera tres clases de complejidad en los ítems propuestos. De este modo incluye una nueva variable de tarea, útil para evaluar las competencias, que ha mostrado su adecuación para analizar el modo en que las distintas competencias son requeridas como respuesta *a los distintos tipos y niveles de demandas cognitivas planteados por los diferentes problemas matemáticos* (OCDE, 2004).

Cada una de las tareas enunciadas admite tipos diferentes de complejidad, lo cual afecta al modo en que deben ejecutarse los correspondientes procesos. Dichas clases de complejidad para las tareas son:

- Primera clase: reproducción y procedimientos rutinarios.
- Segunda clase: conexiones e integración para resolver problemas estándar.
- Tercera clase: razonamiento, argumentación, intuición y generalización para resolver problemas originales.

Los ítems de *Reproducción* incluyen tareas relativamente familiares y que requieren, esencialmente, conocimientos usuales tales como conocimiento de representaciones de hechos y de problemas comunes, reconocimiento de equivalencias, el uso de objetos y propiedades matemáticas familiares, procesos rutinarios, aplicación de algoritmos estandarizados y de habilidades prácticas, manejo de expresiones con símbolos familiares y realización de operaciones sencillas. Los ítems *Caminar, Monopatín, Escalera y El mejor coche* son ejemplos de ítems de esta clase (INECSE, 2005).

Los ítems de *Conexión* abarcan problemas que no son meramente rutinarios, pero que se sitúan aún en contextos familiares; plantean mayores exigencias en su interpretación y requieren establecer relaciones entre distintas representaciones de una situación o enlazar diferentes aspectos de la situación con el fin de desarrollar una solución. Los ítems *Carpintero, Estanterías, Niveles de CO<sub>2</sub> y Respaldo al Presidente* ejemplifican esta clase de complejidad en las tareas (INECSE, 2005).

Los ítems de *Reflexión* requieren competencias que necesitan de comprensión y reflexión por parte del alumno, creatividad para identificar conceptos matemáticos relevantes o establecer vínculos con los conocimientos adecuados para encontrar las soluciones. Estas competencias se requieren para problemas que exigen generalización, explicación o justificación de resultados. Los ítems *Chatear, Basura y El mejor coche* (pregunta 2) ejemplifican esta mayor complejidad en las tareas (INECSE, 2005).

El estudio de los instrumentos de evaluación y la delimitación de las variables de tarea lleva a los responsables del informe PISA/OCDE a contemplar la complejidad como una categorización de las tareas, que hace relación a la noción de competencia. El requerimiento de procesos más complejos, creativos o estructurados delimita distintos tipos de competencias en los estudiantes que, en principio, se concretan en tres clases. Alumnos más competentes llevarán a cabo procesos de mayor complejidad; alumnos menos competentes sólo trabajarán procesos de complejidad menor. En este caso, la

competencia de los estudiantes se refiere a las capacidades individualmente desarrolladas, que se ponen de manifiesto por el tipo de tareas abordadas con éxito. Este significado de la noción de competencia se considera como variable del sujeto, determinada mediante categorización teórica de la complejidad de las tareas.

## 5. Niveles de competencia

La clasificación teórica de las tareas por el grado de complejidad requerido para los procesos implicados es genérica y algo imprecisa por su amplitud. Pero resulta útil para establecer la hipótesis de que los estudiantes que alcancen a dar respuesta a tareas de alta complejidad muestran el mayor nivel de competencia matemática, mientras que los alumnos que sólo alcancen a responder a las tareas de menor complejidad son los que tienen menor nivel de competencia matemática. Las respuestas de los sujetos a tareas con distintos niveles de complejidad permiten establecer niveles de competencia entre los estudiantes, en todo caso con las herramientas utilizadas y situación considerada. Esto se confirma con el escalamiento que se produce en las respuestas de los estudiantes, ya que alumnos que resuelven problemas de mayor complejidad también responden a los problemas de complejidad inferior. No obstante, los datos empíricos muestran mayor riqueza de niveles que el planteamiento teórico en tres categorías. La clasificación de tareas no es suficiente para interpretar la variedad de respuesta de los estudiantes.

¿Cómo determinar entonces el nivel de competencia matemático alcanzado por un estudiante concreto? ¿Y por un grupo de estudiantes? ¿Y por los estudiantes de un país?

La respuesta a estas cuestiones es empírica y constituye el núcleo del estudio PISA/OCDE. El informe final establece los niveles de complejidad de acuerdo con los resultados de la evaluación realizada; las tareas más complejas tienen, pues, una doble caracterización: teórica y empírica.

Los mejores alumnos muestran en su actividad distintos niveles de dominio en la ejecución de las tareas. De este modo se determinan empíricamente seis niveles de competencia, que admiten una descripción general y también una descripción más detallada por cada uno de los campos de contenido.

Cada nivel de competencia se caracteriza por los procesos o competencias empleados y por el grado de complejidad con que los alumnos los ejecutan al abordar tareas de dificultad creciente. De este modo es posible entender cada nivel de competencia matemática en relación con la maestría con que el alumno lleva a cabo las tareas matemáticas propuestas, es decir, muestra su competencia matemática (OCDE, 2004). En este caso, la competencia no es una finalidad general de la educación matemática, ni tampoco un listado teórico de procesos cognitivos. Para llegar a esta noción de competencia hemos tenido que considerar los niveles de complejidad en una tarea, caracterizando esa noción en términos

de la riqueza cognitiva de los procesos implicados, la creatividad, la variedad de conceptos y relaciones involucrados, el juego de sistemas de representación y sus conexiones. La caracterización teórica del nivel de competencia requerido para abordar una tarea se complementa con el estudio empírico, derivado de la evaluación PISA 2003.

Los niveles establecidos se caracterizan empíricamente del siguiente modo:

**Primer nivel.** Los alumnos saben responder a preguntas planteadas en contextos conocidos, donde está presente toda la información pertinente y las preguntas están definidas claramente. Son capaces de identificar la información y llevan a cabo procedimientos rutinarios al seguir instrucciones directas en situaciones explícitas. Pueden realizar acciones obvias que se deducen inmediatamente de los estímulos presentados.

**Segundo nivel.** Los alumnos saben interpretar y reconocer situaciones en contextos que sólo requieren una inferencia directa. Saben extraer información pertinente de una sola fuente y hacer uso de un único sistema de representación. Pueden utilizar algoritmos, fórmulas, procedimientos o convenciones elementales. Son capaces de efectuar razonamientos directos e interpretaciones literales de los resultados.

**Tercer nivel.** Los alumnos saben ejecutar procedimientos descritos con claridad, incluyendo aquellos que requieren decisiones

secuenciales. Pueden seleccionar y aplicar estrategias de solución de problemas sencillos. Saben interpretar y utilizar representaciones basadas en diferentes fuentes de información y razonar directamente a partir de ellas. También son capaces de elaborar escritos breves para exponer sus interpretaciones, resultados y razonamientos.

**Cuarto nivel.** Los alumnos pueden trabajar con eficacia con modelos explícitos en situaciones complejas y concretas que pueden conllevar condicionantes o exigir la formulación de supuestos. Pueden seleccionar e integrar diferentes representaciones, incluyendo las simbólicas, asociándolas directamente a situaciones del mundo real. Los alumnos de este nivel saben utilizar habilidades bien desarrolladas y razonar con flexibilidad y cierta perspicacia en estos contextos. Pueden elaborar y comunicar explicaciones y argumentos basados en sus interpretaciones, argumentos y acciones.

**Quinto nivel.** Los alumnos saben desarrollar modelos y trabajar con ellos en situaciones complejas, identificando los condicionantes y especificando los supuestos. Pueden seleccionar, comparar y evaluar estrategias adecuadas de solución de problemas para abordar problemas complejos relativos a estos modelos. Pueden trabajar estratégicamente utilizando habilidades de pensamiento y razonamiento bien desarrolladas, así como representaciones relacionadas adecuadamente, caracterizaciones simbólicas y formales e intuiciones relativas a estas situaciones.

Pueden reflexionar sobre sus acciones y formular y comunicar sus interpretaciones y razonamientos.

**Sexto nivel.** Los alumnos saben formar conceptos, generalizar y utilizar información basada en investigaciones y modelos de situaciones de problemas complejos. Pueden relacionar diferentes fuentes de información y representaciones y traducirlas entre ellas de una manera flexible. Los estudiantes de este nivel poseen un pensamiento y razonamiento matemático avanzado. Pueden aplicar su entendimiento y comprensión, así como su dominio de las operaciones y relaciones matemáticas simbólicas y formales y desarrollar nuevos enfoques y estrategias para abordar situaciones nuevas. Pueden formular y comunicar con exactitud sus acciones y reflexiones relativas a sus descubrimientos, argumentos y su adecuación a las situaciones originales (OCDE, 2004, p. 47; OCDE, 2005b, pp. 47 y 48).

## 6. Competencia matemática en el Informe PISA

Hemos considerado cuatro significados distintos sobre la noción de competencia en el Informe PISA, que ponen de manifiesto la riqueza y diversidad de matices con que se trabaja y el interés que tiene para su correcta interpretación.

En primer lugar, hemos considerado la competencia como dominio de estudio. Esta idea la hemos visto como equivalente a la de alfabetización matemática y supone un modo

global de entender el hacer matemáticas y la propia naturaleza del conocimiento matemático. Desarrollar la competencia matemática en los escolares al término de la educación obligatoria se convierte en finalidad principal de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Entre las finalidades de los documentos curriculares está la competencia matemática, como modo global de resolver problemas prácticos.

El estudio PISA propone medir de modo continuo el conjunto de capacidades de los estudiantes, como expresión de su competencia.

En segundo lugar, hemos considerado las competencias como conjunto de procesos generales que deben ponerse en práctica al resolver problemas matemáticos, por medio de cuya realización se muestra la competencia general. Estas competencias singularizan y concretan la finalidad global, estableciendo capacidades y habilidades específicas que ayudan a modular los objetivos, a establecer tareas escolares y caracterizar las propuestas de trabajo y las evaluaciones. El proyecto PISA establece ocho competencias o procesos matemáticos generales que orientan las tareas y ayudan a establecer el análisis de resultados y permiten caracterizar los niveles en el rendimiento de los alumnos, globalmente y en relación con cada área. Otras instituciones educativas establecen mediante estándares competencias similares a las de PISA (NCTM, 2000).

En tercer lugar, para caracterizar las tareas, el Informe PISA establece tres niveles

de complejidad respecto de las competencias generales requeridas. El Informe habla de *grupos de competencias*, y en este caso se distinguen estos grupos por las demandas cognitivas implicadas en las tareas que los ejemplifican.

Finalmente, en cuarto lugar, se habla de las competencias como nivel alcanzado por los alumnos, que se determina empíricamente y se expresa en una escala. Cada nivel de competencia se caracteriza por lo que saben hacer los alumnos, en grupos de tareas de dificultad creciente. Cada nivel se describe con relación al tipo de competencias matemáticas que el alumno es capaz de realizar y el grado de complejidad con que las aborda. La distribución de los alumnos de cada país en cada uno de los niveles de competencias matemáticas consideradas ayudan a establecer el nivel y modo de alfabetización matemática de los estudiantes de ese país. También muestra las disparidades y desigualdades internas dentro de cada población, que proporcionan indicadores sobre la equidad e igualdad de oportunidades en cada caso.

La noción de competencia es central en el estudio PISA y desempeña diferentes funciones:

- Expresa una finalidad prioritaria en la enseñanza de las matemáticas.
- Expresa un conjunto de procesos cognitivos generales que caracterizan un esquema pragmático de entender el hacer matemáticas.
- Concreta variables de tarea para los ítems en la evaluación; destaca por los grados de complejidad.
- Marca niveles de dominio en las tareas de hacer matemáticas.

Diferenciar entre los distintos significados de la noción de competencia es importante a la hora de realizar la lectura e interpretación del Informe PISA 2003. También es relevante para conocer los diferentes usos de una noción central en el análisis cognitivo de las matemáticas escolares.

## Bibliografía

- CASTRO, E. y MOLINA, M. (2005). «Rendimiento en competencias matemáticas de los estudiantes españoles en el Informe PISA 2003», *Padres y Madres de Alumnos*, Revista de la CEAPA n.º 82.
- DEVLIN, K. (1994). *Mathematics: The Science of Patterns*. New York: Scientific American Library.
- FREUDENTHAL, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht: Reidel.
- GONZÁLEZ, M. J. y LUPIÁÑEZ, J. L. (2005). «¿Qué valor social tiene el conocimiento matemático?», *Padres y Madres de Alumnos*, Revista de la CEAPA n.º 82.
- INECSE (2004a). *Aprender para el mundo de mañana. Resumen de resultados PISA 2003*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- INECSE (2004b). *Evaluación PISA 2003. Resumen de los primeros resultados en España*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- INECSE (2005). *PISA 2003. Pruebas de Matemáticas y de Solución de Problemas*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.

MARÍN, A. y GUERRERO, S. (2005). «Una lectura del informe PISA desde la Secundaria», *Padres y Madres de Alumnos*, Revista de la CEAPA n.º 82.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CIENCIA (1989). *Diseño Curricular Básico. Educación Secundaria Obligatoria*. Madrid: Servicio de Publicaciones del MEC.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

OCDE (2003). *The PISA 2003 Assessment Framework. Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*. París: OCDE.

OCDE (2004). *Learning for Tomorrow's World: First results from PISA 2003*. París: OCDE.

OCDE (2005a). *Organisation for Economic Co-operation and Development*. <http://www.oecd.org/home>.

OCDE (2005b). *Informe PISA 2003. Aprender para el mundo de mañana*. Madrid: Santillana.

PAJARES, R., SANZ, A. y RICO, L. (2004). *Aproximación a un modelo de evaluación: el proyecto PISA 2000*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.

RECIO, T. y RICO, L. (2005). «El Informe PISA 2003 y las matemáticas». *El País* 24.01.05.

RICO, L., CASTRO, E., CASTRO, E., CORIAT, M. y SEGOVIA, I. (1997). «Investigación, diseño y desarrollo curricular». En Rico, L. (edt.) *Bases teóricas del currículo de Matemáticas en Educación Secundaria*. Madrid: Editorial Síntesis.

RICO, L. (2005). «La alfabetización matemática y el proyecto PISA de la OCDE», *Padres y Madres de Alumnos*, Revista de la CEAPA n.º 82.

RUCKER, R. (1988). *Mind Tools. The Mathematics of Information*. London: Penguin Book.

STEEN, L. (Ed.) (1990). *On the shoulders of Giants*. Washington DC: National Academy Press.

# Factores del rendimiento en Matemáticas

Tomás Recio

*Catedrático de la Universidad de Cantabria.*

*Presidente de la Subcomisión Nacional de la Comisión  
Internacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas*

## Factores del rendimiento en Matemáticas

Los factores que inciden en cualquier actividad humana son múltiples y, generalmente, relacionados entre sí, en algún sentido y en alguna medida. El rendimiento en matemáticas (más precisamente: el rendimiento en matemáticas de un grupo de escolares españoles, evaluado a través del programa PISA 2003) no es ajeno a esta consideración general. El Informe PISA 2003 y, en general, los múltiples documentos surgidos en torno al mismo, contemplan, con profusión de estadísticas, muy diversos factores, de carácter socioeconómicos o intrínsecos al propio sistema educativo, tales como el ambiente del centro, las ideas preconcebidas de los estudiantes sobre la materia, las estrategias de trabajo de los mismos, etc. Por ello, en esta breve y parcial glosa de dicho Informe, vamos a ocuparnos de otros factores, que podríamos calificar como «factores escondidos».

### 1. Los ítems de PISA

PISA trata de evaluar, mediante una batería de preguntas, el nivel de alfabetización o competencia matemática de los escolares de 15 años (véase, para una descripción detallada de estos conceptos, la magnífica introducción de L. Rico)<sup>1</sup>. Las cuestiones de

(1) L. Rico: «Competencias matemáticas e instrumentos de evaluación en el estudio PISA 2003». En *PISA 2003. Pruebas de Matemáticas y de Solución de Problemas*. INECSE. MEC. Madrid. 2005.



PISA, elaboradas por un grupo internacional de expertos y traducidas a las distintas lenguas en las que se realiza el test, tienen un estilo matemático concreto e inconfundible, ligado al movimiento Realistic Mathematics Education (RME)<sup>2</sup>, a Jan de Lange (que ha sido el responsable del grupo de expertos matemáticos de PISA) y al Instituto Freudenthal<sup>3</sup> de la Universidad de Utrecht. Es fácil corroborar documentalmente<sup>4</sup> la existencia de múltiples conexiones entre el enfoque RME, el Instituto Freudenthal y varios de los expertos de matemáticas de PISA, como De Lange o Romberg<sup>5</sup>. En todo caso, no es una tarea fácil elaborar esas

(2) Ver <http://www.geocities.com/ratuilma/rme.html#anchor99527> para una descripción detallada de algunos principios básicos.

(3) <http://www.fi.uu.nl/en/welcome.html>.

(4) [http://www.wcer.wisc.edu/projects/projects.php?project\\_num=3140&subnum=0](http://www.wcer.wisc.edu/projects/projects.php?project_num=3140&subnum=0).

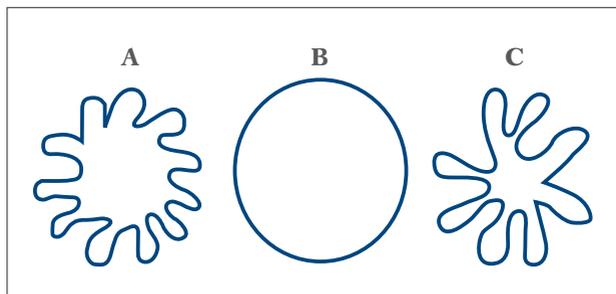
(5) Véase también la excelente presentación de G. Gil sobre PISA en <http://www.ince.mec.es/pub/pisa.htm>.

cuestiones y establecer la puntuación correspondiente a las distintas clases de posibles respuestas.

Un dato peculiar es que la mayoría de los ítems en dichas pruebas no son divulgados ni antes ni después de realizar las mismas. Sólo se conocen unas pocas cuestiones «liberadas» (véase <http://www.ince.mec.es/pub/pubintn.htm#ref16>, respecto de las pruebas de PISA 2003 o PISA 2000, así como <http://www1.oecd.org/publications/e-book/9600051E.PDF>, donde se incluyen algunas preguntas que fueron consideradas en el contexto de PISA 2000, pero que finalmente fueron descartadas por su similitud con otras ya incluidas en dicho test).

Tomando un ejemplo de este último documento, vemos que se propone al alumno que conteste, razonadamente, cuál de las siguientes tres figuras tiene mayor área.

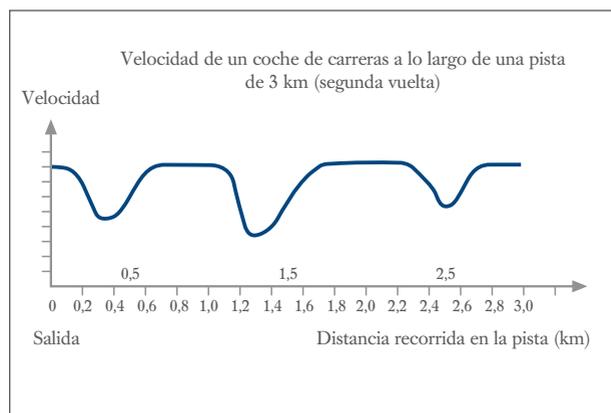
Figura 1



La respuesta correcta (de acuerdo con los responsables de PISA) va en la línea de deducir que B tiene mayor área, puesto que las otras dos figuras caben dentro de B, pero

tienen bordes irregulares. También se propone al alumno que describa un método para calcular el área y el perímetro de la figura C. Respuestas admisibles son «recubrir la figura C con círculos o cuadrados más pequeños, calcular el área de una de estas unidades básicas y sumar el área de todas las figuras usadas en el recubrimiento», «usar un trozo de lana o una cuerda para hallar el perímetro», etc.

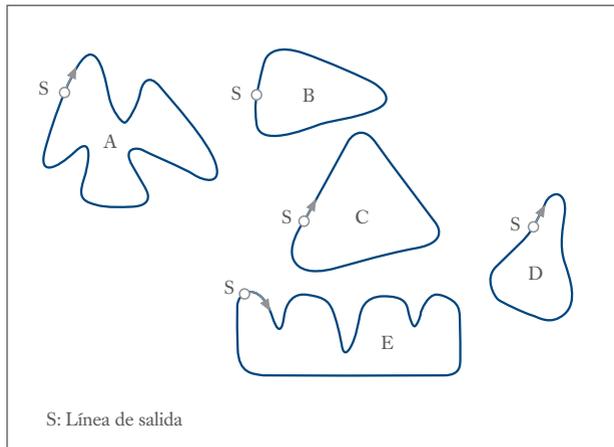
Figura 2



Por poner otro ejemplo (en este caso, de las preguntas realizadas en PISA 2000), consideremos la situación de la Figura 2, en la que se muestra un gráfico con la velocidad de un coche de carreras en una pista llana, de 3 km de longitud, durante la segunda vuelta.

Las preguntas que el alumno debe contestar son del tipo: ¿cuál es la distancia aproximada desde la línea de salida hasta el comienzo del tramo recto más largo que hay en la pista? O bien: aquí están dibujadas cinco pistas (ver Figura 3).

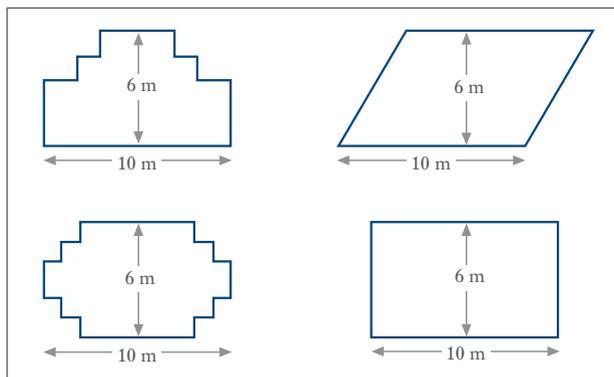
Figura 3



¿En cuál de estas pistas se condujo el coche para producir el gráfico de velocidad mostrado anteriormente?

Por último, presentemos una pregunta liberada de PISA 2003. En ella, «un carpintero tiene 32 metros de madera y quiere construir una pequeña valla alrededor de un parterre en el jardín» (sic). Está considerando los siguientes diseños para el parterre (ver Figura 4).

Figura 4



Se pregunta al alumno que razone cuáles de estos diseños es realizable con los 32 metros de madera. La respuesta correcta es, según PISA, los diseños A, C y D.

Naturalmente, estos ejemplos no agotan, ni de lejos, la tipología de los ítems en los tests de PISA, pero pueden ser representativos de una parte de ellos.

## 2. La respuesta de la comunidad educativa

La importancia de PISA no radica, simplemente, en la información que aporta a la comunidad educativa sobre el rendimiento del sistema. No es una novedad, en este ámbito educativo, el que un mecanismo de examen, supuestamente limitado a medir «lo que se está haciendo» en el sistema, influya decisivamente en la concepción de «qué y cómo debería hacerse»<sup>6</sup>. En el mismo sentido, se puede decir que PISA se ha convertido en algo más que un programa internacional de evaluación en diversas materias.

Así, cuando un experto de la Comisión Europea, como el Dr. Guy Haug, describe<sup>7</sup> el nuevo marco europeo de objetivos y puntos de referencia educativos, la palabra PISA aparece, ineludiblemente, como parte

(6) Piénsese en la influencia de las Pruebas de Acceso a la Universidad en el currículo de Bachillerato.

(7) [www.indexnet.santillana.es/indexnet2003/primavera2003/HAUG-CONFERENCIA.DOC](http://www.indexnet.santillana.es/indexnet2003/primavera2003/HAUG-CONFERENCIA.DOC).

de la motivación o como *benchmark* en el desarrollo futuro y convergente del sistema educativo de la UE.

Del mismo modo, se puede intuir la existencia de una relación profunda entre las numerosas apariciones de la palabra *competencia* en el borrador de la Ley Orgánica de Educación (LOE) (51 veces, en una de las versiones disponibles en la red) y la evaluación de las «competencias» en las que se basa el enfoque de PISA. No en balde PISA es un producto OCDE y *DeSeCo*<sup>8</sup> también... Además, sin mencionar explícitamente la palabra PISA, dicho proyecto de ley hace referencia a las evaluaciones internacionales en las que España ha participado o va a participar en no menos de seis ocasiones.

También en el ámbito puramente matemático podemos apreciar que, cuando la Sociedad Matemática Europea (European Mathematical Society, EMS) ha desarrollado, recientemente, un proyecto sobre los niveles de referencia para la enseñanza de las matemáticas en Europa a los 16 años<sup>9</sup>, ha adoptado, más o menos automáticamente, como marco las propuestas teóricas de PISA.

*«Pour des raisons de communication, le cadre théorique d'organisation des questions relativement aux contenus concernés et aux*

(8) Definition and Selection of Competencies, véase <http://www.deseco.admin.ch>.

(9) [http://www.emis.de/projects/Ref/doc\\_ems\\_pdf/EMS\\_INTERNATIONAL\\_REPORTS/](http://www.emis.de/projects/Ref/doc_ems_pdf/EMS_INTERNATIONAL_REPORTS/).

*compétences sollicitées a été partiellement emprunté à l'étude PISA menée par l'OCDE. C'est à ce cadre que nous avons rapporté un ensemble choisi de 65 questions.»*<sup>10</sup>

Asimismo ha dedicado gran parte del proyecto a desarrollar otra serie de ítems, próximos al estilo PISA, denominados *dream questions*, para su utilización como material de clase<sup>11</sup>.

En otro orden de cosas, los resultados de PISA 2003, en particular en el área de matemáticas, han causado cierto impacto en nuestro país. La divulgación de los resultados españoles, hace menos de un año (diciembre de 2004), ha tenido amplia repercusión en los distintos medios de comunicación (artículos de opinión y análisis)<sup>12</sup>. Un número de la revista de la CEAPA (Confederación Española de Asociaciones de Padres de Alumnos), la revista *Padres y Madres*, n.º 82 (2005), fue dedicado a distintas facetas de este tema. La propia subcomisión española del ICMI (International Commission on Mathematical Instruction), con el apoyo del *Grupo de Investigación de Didáctica de la Matemática: Pensamiento Numérico*, de la

(10) EMS Reference Levels Project. International report. Marzo, 2001. pág. 10.

(11) Véase también el informe del profesor J. M. Bayod: «Niveles de Referencia europeos para la enseñanza de las matemáticas en Europa a los 16 años. EMS». *La Gaceta de la RSME*. 2001.

(12) Por ejemplo, véase el artículo de Recio, T. y Rico. L.: «El Informe PISA 2003 y las matemáticas». *El País* 24.01.05.

Universidad de Granada, puso en marcha un seminario de estudio de dichos resultados, que tuvo lugar en Granada en febrero de 2005 (muchas de cuyas ponencias pueden leerse en <http://www.ce-mat.org/educ/icmies/pisa-seminar/pisa2003-es.html>), y cuyas conclusiones fueron publicadas en la revista de la Real Sociedad Matemática Española (*La Gaceta de la RSME*, vol. 8, n.º 2, 2005), que puede consultarse en <http://www.rsme.es>. Los ejemplos de esta índole son tan numerosos que es imposible pretender otra cosa que la presentación de algunas referencias particularmente próximas al autor, como las citadas.

Pero, sobre todo, nos interesa destacar que PISA 2003 ha provocado la adopción de diversas medidas, a corto o medio plazo, por distintas instituciones implicadas en la enseñanza de las matemáticas en nuestro país.

Así, se ha multiplicado el número de Comunidades Autónomas que desean concurrir a las próximas pruebas PISA 2006 con un número suficiente de alumnos, para poder extraer resultados estadísticamente significativos en su propio ámbito. Otras Comunidades se han visto envueltas en diversas polémicas por esta misma razón o por la razón contraria. Algunas Comunidades han comenzado a elaborar bloques de actividades para desarrollar en las aulas un enfoque educativo basado en las competencias, haciendo mención explícita a PISA como motivación inmediata para ese trabajo.

Como ejemplo podemos citar el libro presentado por la Consejería de Educación

del Principado de Asturias en Mieres, ya en septiembre de 2005, cuyo contenido afecta a diversas disciplinas, y que puede consultarse en [http://www.educastur.princast.es/info/calidad/indicadores/primeros\\_pasos.php](http://www.educastur.princast.es/info/calidad/indicadores/primeros_pasos.php). En este libro, el capítulo de actividades matemáticas incluye una colección de situaciones, claramente influidas por el estilo PISA. Por ejemplo, tras presentar una tabla con datos sobre el coste de las llamadas desde un teléfono móvil de una cierta alumna a través de diversas compañías (reales o ficticias) en diversos momentos del día y de la semana, se lanzan una serie de preguntas tales como:

Pregunta 1

**Quiere introducir un PIN que sea curioso. Decide que sea el «último año que fue a la vez capicúa y primo». ¿Cuál es el PIN que ha introducido?**

Pregunta 2

**La alumna habla con una amiga a las 13 horas de un viernes y la duración de su llamada es de 3 minutos exactos. ¿Cuánto pagará por esa llamada telefónica?**

- A. 0,1521 €.      C. 1,521 €.  
B. 0,2671 €.      D. 2,671 €.

Pregunta 3

**A las 20 horas del mismo día, la alumna hace una llamada a sus padres y la duración de la misma es de 4 minutos y 20 segundos. Teniendo en cuenta**

las tablas iniciales, completa los datos comparativos de los costes de esa llamada con las diferentes compañías.

Compañía	A	B	C	D	Asturfon
Coste de la llamada de 4 minutos y 20 segundos					

En este mismo contexto también merece destacarse un curso, con el objetivo declarado de «familiarizar al profesorado con el marco teórico de PISA y desarrollar ejemplificaciones de actividades que el profesorado puede utilizar en el aula. Como curso piloto se pretende que su organización, materiales, etc., sean reproducibles en otros lugares y ocasiones», titulado «Matemáticas: PISA en la práctica» y dirigido al profesorado de matemáticas de Secundaria (véase <http://www.mat.ucm.es>). Ha sido organizado por el Instituto Superior de Formación del Profesorado, en colaboración con la Facultad de Matemáticas de la Universidad Complutense y la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas, y está teniendo lugar en este otoño de 2005.

Muchos otros ejemplos de esta temprana respuesta a los resultados de PISA 2003 podrían enumerarse fácilmente. Y, sin duda, la reacción no ha hecho más que empezar.

### 3. Factores escondidos

¿Qué conclusiones pueden derivarse de la consideración de la naturaleza y origen de los

ítems matemáticos de PISA y de la extraordinaria repercusión, en la triple vertiente mediática, académica e institucional, de este programa de evaluación?

En primer lugar, llama la atención la aceptación –sin demasiada discusión ni análisis por parte de una comunidad habitualmente muy crítica– de la incorporación al sistema educativo de una cultura de la evaluación como la preconizada por PISA. Es, sin duda, un signo de los tiempos; tal vez el resultado de una especie de síndrome de Estocolmo que afecte al profesorado. Pero una ojeada al intenso debate sobre las consecuencias de proyectos de evaluación tales como el denominado NCLB (No Child Left Behind)<sup>13</sup>, puesto en marcha hace unos pocos años por la administración de Estados Unidos, puede ser reveladora. En definitiva, es muy importante saber qué va mal, y dónde; pero esta información será positiva para el sistema sólo si es posible (o si se está realmente dispuesto a) remediar los problemas detectados.

Ocurre, con frecuencia, que lo que se detecta no es fácilmente corregible desde el sistema educativo (por ejemplo, porque el problema sea, eminentemente, de índole social)<sup>14</sup>.

(13) [http://nclb2.ecs.org/Projects\\_Centers/index.aspx?issueid=gen&IssueName=General](http://nclb2.ecs.org/Projects_Centers/index.aspx?issueid=gen&IssueName=General).

(14) Véase el excelente trabajo de J. L. Gaviria, «La situación española: el rendimiento de los estudiantes», <http://www.indexnet.santillana.es/indexnet2003/primavera2003.htm>, donde, tras un detallado análisis de los resultados para nuestro país en diversas evaluaciones internacionales,

Entonces, como toda evaluación implica una (sobre)valoración, podría suceder que se produzca, como reacción, el abandono de aquellos saberes menos «valorados» o evaluados, que pueden ser, justamente, los facilitadores de la inclusión socioeducativa para los alumnos menos dotados o procedentes de las capas más desfavorecidas de la sociedad. O bien podría ocurrir que, ante los resultados de las evaluaciones, los centros menos afortunados sufran un progresivo abandono por los alumnos y profesores más capaces. O que se adopten políticas a corto plazo para corregir con urgencia los resultados de una evaluación (abandonando, de nuevo, las políticas a largo plazo dirigidas a corregir los orígenes del problema).

Estos escenarios no son meramente hipotéticos. PISA03<sup>15</sup> recomienda a algunos

llega a afirmar: «Pero ¿cuáles son las medidas que se pueden tomar? ¿Hay alguna solución que pueda identificarse claramente, aunque su puesta en práctica sea costosa? Hemos visto que algunas de las variables estudiadas, operables desde la administración y teóricamente con potencial optimizante, como el gasto por alumno, la ratio profesor alumno o el número de alumnos en el aula, tienen por sí solas poco que ver con la mejora de los rendimientos medios, y lo que es más importante, con la disminución de la proporción de alumnos en los niveles de rendimiento insatisfactorio. [...] Efectivamente, el estatus socioeconómico determina en gran parte el rendimiento de los alumnos. [...] Es decir, no existe ninguna acción positiva que haga que de modo general mejore el rendimiento en un área dada, si no es con grandísimo esfuerzo, gran gasto de recursos y resultados no deseados inciertos».

(15) «Learning for tomorrow's world. First results from PISA 2003». OCDE. 2004. Pág. 195.

países, como España, que han obtenido una distribución bastante regular de sus resultados (cualesquiera que éstos sean), la adopción de políticas *performance targeted* (que podríamos traducir como «orientadas a los resultados», como alternativa a las políticas *socioeconomically targeted*):

*«For example, as noted earlier, Canada, Finland, Iceland, Italy, Luxembourg, Mexico, Portugal and Spain, as well as the partner countries Indonesia, Hong Kong-China, Macao-China, Thailand and Tunisia, are characterised by gradients that are flatter than that at the OECD average level (Table 4.3a). In these countries, a relatively smaller proportion of their low-performing students come from disadvantaged backgrounds and also school performance is largely unrelated to a school's socio-economic intake. Thus, by themselves, policies that specifically target students from disadvantaged backgrounds would not address the needs of many of the country's low-performing students.»<sup>16</sup> Moreover, if the goal is to ensure that most students achieve some minimum level of performance, socioeconomically targeted policies in these countries would be providing services to a sizeable proportion of students who have high performance levels.»*

Pero no resulta fácil entender el argumento, cuando en España se constata que los alumnos de los centros de titularidad privada obtienen una media de puntuación en matemáticas de 507 en las pruebas PISA 2003, lo que supondría –si ésa fuera la media

(16) El subrayado es nuestro.

de nuestro país– un avance de cerca de diez posiciones en la lista de 40 países evaluados. Como señala el «Resumen de los primeros resultados en España. PISA 2003» (MEC-INECSE, 2005), pág. 11:

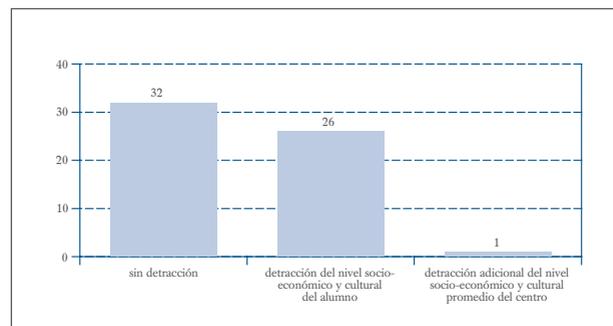
*«En el caso de España, la superior eficacia de los centros privados se debe en buena parte a que acogen predominantemente a una población escolar con superior nivel socioeconómico y cultural.»*

¿Cómo entender, entonces, que *policiés that specifically target students from disadvantaged backgrounds would not address the needs of many of the country's low-performing students?* Sobre todo si se tiene en cuenta que<sup>17</sup> *«la diferencia de rendimiento entre centros públicos y privados se debe a la diferencia en el factor socio-económico y cultural de partida de los alumnos que se escolarizan en cada uno de estos tipos de centro. Pero, sobre todo, al efecto agregado de ese factor, que define el tipo de población que atiende el centro y el tono social y cultural del mismo, produciendo un efecto de atracción o arrastre en el rendimiento de los alumnos individuales hacia el promedio global del centro.»*

Además, la diferencia de resultados con los centros públicos supone en nuestro país casi 32 puntos, pero esta mejora no proviene de ningún valor añadido, de carácter educativo, propio de los centros privados, como muestra el gráfico que acompaña al resumen del informe español ya citado.

(17) «Resumen de los primeros resultados en España. PISA 2003» (INECSE, 2005), pág. 11.

Diferencia de los centros privados frente a los públicos.



No es éste el lugar ni el tiempo para debatir en profundidad este asunto<sup>18</sup>. Pero la conclusión evidente es la existencia de un primer «factor escondido», de carácter ideológico y estructural, en el rendimiento de los alumnos españoles en matemáticas.

Un segundo factor que debe ser explicitado hace referencia al sesgo cultural implícito en la evaluación PISA y explícito en varios de sus ítems. El enfoque competencial de la

(18) De nuevo, es importante consultar en este punto el espléndido trabajo citado de Gaviria, quien afirma que *«De poco sirve tratar de justificar las diferencias entre unos centros y otros a base de variables que no pueden ser manipuladas»*. Y, como conclusión (que no compartimos) establece que *«Tal vez debiéramos preguntarnos si no es posible disponer de un contexto organizativo en el que se liberen las fuerzas creativas que hay en las personas y en los grupos, permitiendo que la concurrencia de las ideas y las iniciativas determine quién consigue la mejor solución para cada caso, que las ideas buenas sean copiadas y las malas desechadas, que se multiplique la oferta de formación donde todos los individuos puedan encontrar la educación que mejor se adapte a sus propios fines»*.

educación, presente en PISA, tiene su origen, entre otros factores, en:

- La cultura de la eficacia, que valora los resultados con la extensión de dicho patrón, propio del mundo empresarial, al de la educación.
- El éxito del modelo de formación en competencias logrado en la preparación de los recursos humanos en la empresa.

Así lo describe J. Noguera<sup>19</sup> en su trabajo sobre «Las competencias básicas».

De nuevo sorprende el entusiasmo acrítico con el que la comunidad educativa (española y europea) ha aceptado, diríamos, participar en el juego y ha adoptado como suyas las reglas del mismo. Una excepción es el movimiento C-BAR<sup>20</sup> (Culturally Balanced Assessment of Reading), cuya motivación se expone en el trabajo del asesor del Ministerio de Educación Nacional francés, G. Bonnet, «Evaluation of education in the European Union: policy and methodology»<sup>21</sup>. En este trabajo, tras señalar que, en el contexto de las evaluaciones internacionales, *«major international projects of this nature are currently dominated by North American agencies and Anglo-Saxon consortia outside Europe... This, however, tends to introduce linguistic, cultural and methodological biases which*

*can affect European countries. ...current comparative projects, PISA in particular...it is nonetheless true that their overall perspective remains very much based on the ideological view that education is primarily a tool for economic performance rather than a pedagogical issue»,* concluye que *«Europe must develop its own methodological approach because there is a need to reflect the fact that most European countries take the broader view that the aims of education are not merely to train workers, even if this is an important part, but also to educate citizens and instil an awareness of cultural roots».*

Justamente lo contrario de lo realizado por la EMS, en el informe citado anteriormente sobre los niveles de referencia para la enseñanza de las matemáticas a los 16 años.

Al margen de esta problemática de fondo sobre el enfoque y metodología, ocurre también que algunos de los ítems de PISA –que son simplemente traducidos a los distintos idiomas y no son adaptados a las condiciones socioculturales y socioeconómicas de cada país– tienen, de nuevo, un sesgo cultural (en sentido amplio) que es necesario poner de manifiesto. Una ojeada a las preguntas liberadas permite constatar, fácilmente, el trasfondo social característico de los países más avanzados presente en preguntas sobre viajes en trenes suburbanos, sobre diferencias horarias, sobre chats, sobre pizzas, sobre monopatinos, sobre dietas alimenticias, sobre reservas anticipadas de entradas a cines, sobre itinerarios de vacaciones... Se trata, sin duda, de evaluar

(19) [www.fundacionsantillana.org/19/ponencia\\_Noguera.doc](http://www.fundacionsantillana.org/19/ponencia_Noguera.doc).

(20) <http://cisad.adc.education.fr/revu/pdf/cbarfinalreport.pdf>.

(21) En la revista *Assessment in Education*, Vol. 11, n.º 2, 2004.

competencias para la vida de los jóvenes adolescentes de ciertas sociedades; y, por tanto, son pruebas que, de entrada, resultan más próximas a los jóvenes de esas sociedades (y que resultan tanto más ajenas a los de aquellas que aún no han alcanzado ese nivel económico, como puede ocurrir en muchas regiones de nuestro país).

Pero algunos ítems, como el denominado *Carpintero* (que se ha reproducido íntegramente en otra parte de este trabajo), sobrepasan el carácter de «culturalmente sesgados» para convertirse, directamente, en ininteligibles en algunas culturas. En efecto, un joven español difícilmente puede calcular los metros de madera necesarios para vallar un parterre (si es que sabe lo que es un parterre, pues las viviendas españolas, en general, no suelen disponer de un pequeño jardín, como en los países anglosajones o centroeuropeos) cuando en nuestro país las vallas se construyen, en general, con ladrillos y, en todo caso, no es fácil imaginar cómo se puede determinar la cantidad de madera de una valla conociendo sólo el perímetro de la misma (es decir, sin conocer la altura de dicha valla ni el ancho de los tablones de madera que han de componerla). La respuesta (posiblemente) tiene que ver con el hecho de que, en algunos países, las (mal llamadas) «vallas» de los parterres son simplemente tablones de una pieza colocados longitudinal y perpendicularmente en el suelo para separar hierba y tierra.

Por último, un tercer factor escondido es la adopción, por parte de PISA, de los presupuestos didácticos del movimiento

RME (Realistic Mathematics Education), conectado con una aproximación constructivista de la enseñanza/aprendizaje de las matemáticas:<sup>22</sup>

*«Realistic mathematics education has five characteristics: (1) use real-life contexts as a starting point for learning; (2) use models as a bridge between abstract and real, that help students learn mathematics at different levels of abstractions; (3) use student's own production or strategy as a result of their doing mathematics; (4) interaction is essential for learning mathematics between teacher and students, students and students; and (5) connection to among strands, to other disciplines, and to meaningful problems in the real world.*

*The realistic approach is similar to the socio-constructivist approach, except in socio-constructivist does not produce heuristics that can guide the development of instructional activities for students. In other words, in socio-constructivist approach, the teacher does not use heuristics, a method of solving problems by learning from past experience and investigating practical ways of finding a solution. In RME, it is known as guided reinvention.»*<sup>23</sup>

Pero el enfoque constructivista no es universalmente aceptado. Matemáticos de la

(22) Ampliamente difundida en nuestro país en la década de los ochenta a través del trabajo del Grupo Cero de Valencia y, en cierto modo, presente en la reforma (inconclusa en la práctica) que supuso la LOGSE.

(23) Ver <http://www.geocities.com/ratuilma/rme.html#anchor99527>.

talla de Roger Balian, Jean-Michel Bismut, Alain Connes, Jean-Pierre Demailly, Laurent Lafforgue, Pierre Lelong y Jean-Pierre Serre, muchos de ellos Medallas Fields (el equivalente al Premio Nobel en matemáticas), han publicado recientemente (2004) un manifiesto en el que señalan:<sup>24</sup>

*«De manière générale, l'enseignement doit procéder de l'élémentaire à l'élaboré plutôt que l'inverse. Il faut cesser de prétendre que l'élève est capable de «construire» seul ses savoirs ou d'analyser d'emblée des situations complexes pour en tirer des éléments particuliers utilisables. Il faut au contraire mettre les élèves en situation d'appréhender des notions fondamentales à partir de la culture et du savoir tels qu'ils ont été patiemment construits et reconstruits au cours des siècles – sans oublier néanmoins de leur laisser une marge d'initiative, de réflexion et d'exploration.»*

Ahora bien, parece bastante evidente que, en nuestro país, este enfoque didáctico realista no es, de facto, predominante en la enseñanza cotidiana (ya sea por razones teóricas o –sobre todo– meramente prácticas: construir las matemáticas de la realidad exige mucha más gestión del aula de la que puede permitirse la mayoría de nuestros centros). De nuevo, no es éste el momento de debatir las distintas posiciones: sólo se trata de poner de manifiesto la existencia de este nuevo factor «escondido» en las pruebas PISA, por su relevancia a la hora de medir el rendimiento matemático de los alumnos españoles.

(24) «Les savoirs fondamentaux au service de l'avenir scientifique et technique. Comment les réenseigner». Ver [www.fondapol.org](http://www.fondapol.org).

#### 4. Conclusiones

Tal vez sea preciso recordar algo obvio: la competencia matemática no consiste en responder adecuadamente a las preguntas de PISA, sino que quiere ser medida por el número de respuestas satisfactorias a dichas preguntas. Es una diferencia evidente, pero sustancial, cuyo reconocimiento implica la consideración de PISA como instrumento de medida y no como un objetivo educativo en sí mismo. Y, como tal instrumento de medida, debe ser usado bajo determinadas condiciones, al igual que un metro es una barra de cierto material con longitud calibrada en unas condiciones de temperatura ambiente, etc.

Tras la difusión de los resultados de PISA 2003, asistimos, como se ha ejemplificado en otra sección de este trabajo, a una vorágine de iniciativas que pretenden, en definitiva, mejorar tales resultados en el futuro. Muchas de estas iniciativas se centran en difundir el estilo PISA de las preguntas del test, para desarrollar, en ese mismo estilo, diversos materiales de aula. Creemos que tales iniciativas mejorarán, sin duda, la enseñanza de las matemáticas en nuestro país y, en otros trabajos y contextos,<sup>25</sup> hemos defendido la importancia de una enseñanza de las matemáticas de carácter competencial.

Pero no es posible dejar de hacer un llamamiento a la prudencia, enfatizando

(25) T. Recio: «Sobre la Enseñanza de las Matemáticas en la Educación Secundaria Española». *SUMA* 39, febrero, 2002, pp. 5-11. Véase: <http://www.rsme.es/comis/educ/senado/m3.pdf>.

–como aquí se ha hecho– algunos factores escondidos detrás de PISA y lo que puede suponer su asunción irreflexiva. Así, las distintas preguntas de las pruebas PISA están diseñadas para medir la competencia matemática, en el supuesto de que los alumnos no estén particularmente entrenados para responder a dichas preguntas. El secreto con el que se guardan dichos ítems tiene que ver, posiblemente, con esta consideración. ¿Qué sentido educativo tendrán los futuros resultados de PISA 2006 tras volcar nuestro esfuerzo en diseñar mecanismos de aprendizaje que familiaricen a los alumnos españoles con el estilo de esas pruebas?

Se ha observado en este trabajo que hay diferencias importantes en los resultados obtenidos por los centros de titularidad pública y privada. Ambos tipos de centros están ahora inmersos, sin embargo, en un mismo modelo educativo. ¿Es posible, entonces, seguir pensando que sólo con una renovación curricular, como la que podría llegar a suponer este auténtico movimiento pedagógico al que asistimos tras PISA 2003, bastará para mejorar los resultados futuros?

El constructivismo y las matemáticas de la realidad son, sin duda, un elemento de progreso en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Pero deben ser tomados con moderación y adaptados, en la práctica del aula, a nuestras condiciones de entorno y a nuestra cultura. No es necesario, por otra parte (aunque sea intelectualmente muy atractivo), elaborar ítems para nuestros alumnos con la sofisticación y la complejidad de los que aparecen en PISA. El esfuerzo debe acentuarse

en el trabajo de aula, no en la elaboración del material. Alrededor de todos nosotros, de nuestra vida en este país y en sus circunstancias, hay múltiples ejemplos elementales, de nuestra realidad más cotidiana, que pueden y deben servir de guía para una enseñanza de las competencias básicas en matemáticas. Tal vez no tan elegantes como aquellos de PISA, pero sí mucho más fáciles de llevar a todas partes y en todo momento.

Por último, es preciso advertir que la sobrevaloración de las evaluaciones es, sin duda, un arma de doble filo, como también hemos esbozado en estas notas. Puede ser extraordinariamente atractiva para un colectivo, como el del profesorado, tan carente de motivación como dispuesto –una vez más– a afrontar nuevos retos. Pero es preciso saber en qué marco internacional se mueven esas evaluaciones, a qué ideología responden y, sobre todo, qué hacer ante los previsibles resultados, cuando el remedio a los mismos sobrepase el estricto ámbito educativo.

La enseñanza, la enseñanza pública, sobre todo, se juega mucho entrando al trapo. No en vano, la importancia que se asigne a las evaluaciones puede significar socialmente un cambio sutil, pero importante, en los objetivos de la escuela. Se puede pasar de atender a las necesidades de los estudiantes a atender al rendimiento de los estudiantes. De primar lo que la escuela puede hacer por el estudiante, frente a lo que el estudiante puede hacer por la escuela.

Y es evidente que algunos podrán hacer más que otros.



# La enseñanza de las Matemáticas: qué se debería hacer

## La enseñanza de las Matemáticas: qué se debería hacer

Intervención de Serapio García Cuesta

*Presidente de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas*



**A**ntes de empezar la exposición, quiero agradecer y valorar muy positivamente la iniciativa de la Fundación Santillana para realizar estos seminarios de primavera que este año llegan a su sexta edición. Deseo que las conclusiones y valoraciones del presente seminario sean fructíferas y nos ayuden en la finalidad que a todos nos ocupa: mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas.

Como es bien sabido, la OCDE hizo público a finales de 2004 el Informe PISA 2003. PISA es un estudio que evalúa las competencias de los estudiantes de 15 años, edad media en la que finaliza la educación obligatoria, en materias tan importantes como la comprensión lectora, las Matemáticas y las Ciencias.

En el último informe han participado 30 países de la OCDE y otros 11 asociados. En España, el estudio PISA ha incluido a 10.791 estudiantes de un total de 418.000 estudiantes de 15 años, seleccionados mediante muestreo.

Pero ¿qué evalúa PISA? PISA evalúa los conocimientos y destrezas que los alumnos deben manejar a los 15 años y que se consideran necesarios para el acceso a la vida adulta. No controla, por tanto, ni los planes de estudio, ni los contenidos curriculares, ni la calidad de las enseñanzas desde un punto de vista general.

Globalmente, los alumnos españoles obtienen 485 puntos y se sitúan por debajo de la media de la OCDE, que es de 500.

Estamos en el pelotón de los mejores, pero a la cola (ocupamos el lugar 26 del total de 41 países).

Otro tema que preocupa es la falta de alumnos con sobresaliente o, lo que es lo mismo, alumnos que lleguen al nivel 6 del ranking de la OCDE: sólo el 1,46 % de nuestros estudiantes, frente a una media del 4 %, alcanza ese nivel en el área de Matemáticas.

Y, por último, hay que hacer referencia al entusiasmo de nuestros estudiantes por el área de Matemáticas, que deja mucho que desear. A la pregunta de si trabajan con entusiasmo, sólo el 54 % responde afirmativamente, mientras que la media de la OCDE alcanza el 73 %. A la pregunta de si se esfuerzan en aprender más, sólo contestan sí el 34 %, cuando la media está en el 65 %.

Esta evaluación se ha realizado con un tipo de pruebas que se centran en cómo los estudiantes pueden utilizar lo que han aprendido en situaciones de la vida cotidiana y no sólo en conocer contenidos del currículo.

En el caso de España, se han propuesto a nuestros alumnos tareas que no son objeto central del trabajo en nuestra enseñanza, si bien son tareas que deberían dominar al término de la ESO. Así los resultados obtenidos no evalúan tanto a los estudiantes como al rendimiento del sistema, ya que ponen de manifiesto la insuficiencia en la consecución de sus objetivos prioritarios.

Las reacciones a este informe han sido muy variadas. El propio Ministerio argumenta que la situación no es tan mala, y los resultados obtenidos se compensan con el reconocimiento de nuestro sistema como uno de los más equitativos de la OCDE.

Sin embargo, hay valoraciones muy fundamentadas que indican que el Informe PISA 2003 (continuación de PISA 2000, que dio resultados similares para España) presenta la urgente necesidad de introducir en nuestro sistema educativo los cambios necesarios, en todos los niveles, que permitan resolver en el plazo más breve posible las carencias de nuestros alumnos.

Cuando se me invitó a título personal a participar en esta mesa redonda del Seminario de primavera, cosa que agradezco a la Fundación Santillana, se me pidió que enunciara un problema que, a mi juicio, tuviera la enseñanza de las Matemáticas en la educación española, sobre todo en los niveles de la ESO.

Los problemas actuales a la hora de enseñar Matemáticas son muchos y serios: uno de ellos, y no el único, la reducción de las horas de esta materia tras la implantación de la LOGSE en todos los cursos de la ESO.

Aun a sabiendas de que no es el único problema que tiene la enseñanza de las Matemáticas, pero siendo consciente de que otros aspectos serían abordados por mis compañeros y que, sin embargo, la pérdida de peso específico de las Matemáticas en el currículo es un problema que alcanza a otras

disciplinas científicas, me he decidido a plantearlo para que sea valorado por todos nosotros como un elemento que incide necesariamente en la enseñanza.

Estamos preocupados por el poco apoyo que presta nuestro país a la investigación y a la innovación, y resulta que tenemos carencias más importantes en el terreno educativo, aunque no sean independientes de aquéllas. Todos los expertos consultados a lo largo de los últimos tiempos han concluido que la formación en disciplinas científicas que se adquiere durante la enseñanza secundaria deja mucho que desear; por ejemplo, la media de suspenso en las notas de selectividad en Matemáticas, sólo compensada por notas superiores en otras materias y por el expediente de bachillerato. Pero no son éstas las únicas pruebas al respecto. Ya se sabe que, en las encuestas internacionales (en particular, el Informe PISA que nos ocupa en este seminario) sobre los conocimientos adquiridos por los escolares, nuestro país no se encuentra situado en buen lugar en cuanto a destrezas matemáticas y conocimientos científicos.

Las áreas científicas no están siendo bien contempladas en las distintas reformas educativas, aunque el mundo que nos rodea está profundamente influido por ellas. No sólo es preciso que los profesionales de muchas áreas tengan la formación adecuada, sino que el conjunto de la población disponga de nociones mínimas que le permitan abordar algunos aspectos de la realidad, como los relacionados con la energía, la sanidad, la alimentación o el medio ambiente, desde una perspectiva racional y no mágica, al abrigo

de posiciones interesadas o irracionales. Es imprescindible, por tanto, que las autoridades educativas se ocupen de lo que es de verdad importante y diseñen un plan de apoyo a la escuela para que ésta pueda mejorar nuestros resultados en la enseñanza de las Ciencias.

Es bastante corriente escuchar el lamento de que nuestro sistema educativo está olvidando la enseñanza científica y la advertencia de las graves consecuencias que ello acarreará en el futuro.

Analicemos un poco la situación. Si nos limitamos al estudio de las ciencias matemáticas y experimentales, un alumno del primer ciclo de la ESO, contando las horas de Matemáticas, Ciencias Naturales, Tecnología y una asignatura optativa que puede tener o no contenido científico, destina como máximo un 40 % del tiempo escolar al estudio de esas materias.

Cuando ese alumno ha cumplido el segundo ciclo de la ESO, la suma de las horas dedicadas a Matemáticas (sin distinguir si ha elegido Matemáticas A o B), Física y Química (en el caso de que la haya escogido), Biología y Geología, Tecnología y una posible optativa supondrían un máximo del 39 % del currículo. Si ese alumno decide hacer luego el bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y de la Salud, las asignaturas científicas le ocuparán un 55 % de su tiempo.

¿Es tiempo suficiente? ¿Podemos decir que la enseñanza de las Ciencias está decayendo en nuestro sistema educativo? ¿Habría que buscar en otros lugares las causas de los bajos rendimientos en Ciencias y Matemáticas?

¿Podrían mejorarse los resultados sólo a base de una mejor didáctica y metodología? Por otro lado, la cantidad de alumnos en clase con niveles tan heterogéneos ¿permite trabajar de la manera más adecuada? ¿Cómo se puede mejorar el nivel de excelencia de nuestros alumnos con un tiempo tan escaso?

Dentro de unos días, con motivo del final de curso, volverán a aparecer los índices de fracaso escolar y otra vez se planteará la deficiente formación matemática de los alumnos y se intentará encontrar al culpable.

Si ha habido una asignatura realmente perjudicada por la ley educativa vigente, ha sido las Matemáticas. A principios de la década de 1980, a alguien se le ocurrió que para acabar con el fracaso escolar era preciso reducir la carga lectiva semanal en Matemáticas de cinco a tres horas (que actualmente se han convertido en tres sesiones de 50 minutos) y aligerar contenidos de forma que el alumno se pasara medio curso repitiendo todo lo estudiado en el curso anterior.

Luego viene el bachillerato, y en dos años hay que cubrir todo aquello que anteriormente se veía en cuatro, a costa de ir deprisa, sin rigor y sin profundización. Todo se reduce a dar unos cuantos trucos y métodos para superar la selectividad.

Para terminar, quiero indicar que el problema que he expuesto va necesariamente unido al de los contenidos y desarrollos curriculares del área de Matemáticas en los distintos niveles educativos.

## La enseñanza de las Matemáticas: qué se debería hacer

Intervención de Luis Rico

*Catedrático de la Universidad de Granada*



**E**n la coyuntura actual, con los cambios de la LOE y del Espacio Europeo de Educación Superior, parece que hay cierto vislumbre de que la formación inicial del profesorado se pueda ubicar finalmente como un máster, como un título de posgrado de 60 créditos, que dé competencias profesionales y reconozca que la profesión de profesor tiene entidad propia para merecer una formación de ese nivel.

Es una coyuntura llena de trampas y llena de obstáculos que habrá que superar, pero creo que es un momento importante en relación con todo el desarrollo de planes de estudio, de formación, del currículo de secundaria y de distintos niveles, etc.

La vinculación de la formación del profesorado a la universidad es ya algo inexcusable. Hasta ahora formalmente correspondía a la Administración, pero se ubicaba en la universidad. Y terminábamos con esta fórmula híbrida, donde no se sabía quién tenía que financiar, quién era el responsable final, y aparecía como un curso anómalo, atípico, con muy pocos créditos, con 18, con 20 o con 25. Todos tenemos ejemplos en nuestras universidades y en nuestras Comunidades Autónomas de lo mal que se ha hecho.

La ubicación, ya sea en centros o en departamentos, la asignación de créditos y la financiación adecuada, porque sin una financiación adecuada no se podrá llevar adelante una buena formación del

profesorado, son otros tantos retos pendientes.

La formación del profesorado debe estar inmersa en la práctica, conectada con los centros de secundaria, por ejemplo, como profesores de prácticas y también como profesores asociados de Ciencias de la Salud. Lo cual nos lleva a la idea anterior de la necesidad de financiación.

La dicotomía formación inicial-formación permanente es inevitable, porque no son las mismas las necesidades ni las oportunidades de alguien que comienza su periodo de formación que las de alguien que tiene ya una experiencia. Sin embargo, no deben considerarse como parcelas totalmente distintas la formación inicial y la formación permanente.

El modelo de competencias es un modelo que no tiene sólo que ver con el proyecto PISA, y no tiene que ver sólo con la formación de estudiantes de secundaria; tiene que ver con la formación de cualquier titulado universitario. Ahora mismo, el modelo del Espacio Europeo de Educación Superior, los libros blancos de titulaciones que se están elaborando, están basados en competencias. Definir las competencias profesionales del profesor y las competencias profesionales del profesor de Matemáticas es una tarea que se viene realizando y en la que se está avanzando, pero que hay que concretar en un plan de formación.

La tarea del profesor no es una tarea aislada: es una tarea de grupo. Asimismo, la formación del profesor habrá que hacerla como trabajo en equipo. El conocimiento específico que recibe el profesor, el conocimiento profesional, habrá de contemplar de alguna manera el análisis didáctico, que tendrá una fase de planificación, y habrá que desmontar el currículo. Sea más largo o sea más breve, habrá que dimensionarlo, pero para mí el problema del currículo de secundaria es que está estandarizado, es como un carril. Cuando se empieza, uno elige el libro de texto, elige el esquema y ya todo va por sí solo. Puede cambiar el ejercicio, puede cambiar el ejemplo, el currículo puede ser más largo o más corto, pero son pocos los profesores, al menos los profesores en formación, que es el campo profesional que yo mejor conozco, que se planteen que el currículo es una forma amable de presentar problemas muy complejos.

El alumno que se está preparando para ser profesor de secundaria debe descubrir el terreno de trampas, trampas inicialmente conceptuales: qué cosas no dicen, qué cosas ocultan los conceptos, o hacen amables los conceptos, o presentan de manera estructurada los conceptos, y que los alumnos con los que van a trabajar tendrán dificultades para comprender. Esos errores, esas complicaciones que van a surgir en el aprendizaje de sus futuros alumnos, creo que ahora mismo son el reto más importante que tiene, no la enseñanza de las Matemáticas, sino la enseñanza de cualquier disciplina de la educación secundaria.

Quisiera añadir una última reflexión. Aunque seamos profesores de Matemáticas, o de Lengua, o de Inglés, o de Francés, nuestra misión principal, sobre todo en la Educación Secundaria Obligatoria, es la formación de ciudadanos, la formación en valores. Los fines educativos deben estar por encima de los fines estrictamente matemáticos, y los fines matemáticos potenciarán los propios fines educativos. Enlazo con una idea de PISA, que me gusta especialmente. La educación del ciudadano pasa por proporcionarle las herramientas conceptuales que permitan que aquello que está aprendiendo en la escuela pueda serle útil en su vida presente y en su vida futura. Con todo lo que tiene de convencional la enseñanza escolar, que es una situación finalmente artificial, hay que hacer grandes esfuerzos por acercar ese mundo escolar al mundo ciudadano, al mundo cotidiano.

Es la dimensión personal, la dimensión afectiva, la dimensión de la autoestima la que finalmente va a hacer que las Matemáticas, o cualquier otra disciplina, puedan resultar interesantes.

## La enseñanza de las Matemáticas: qué se debería hacer

Intervención de Tomás Recio

Catedrático de la Universidad de Cantabria



Voy a hacer unas sencillas consideraciones sobre el currículo de Matemáticas, tal vez un poco demasiado marcadas, pero en una mesa redonda se trata de fomentar la participación.

La primera es que el currículo actual no puede ser como el de hace 10 o 15 años, ni en número de horas ni en contenidos. No entiendo por qué esa consideración nostálgica hacia el currículo que había antes. Un sistema educativo que ha visto crecer la edad de la escolarización obligatoria no puede pretender tener el mismo currículo ni aumentar el número de horas de una materia difícil y abstracta como son las Matemáticas, lo que redundaría en perjuicio de los alumnos que, universalmente escolarizados, tienen menos capacidades. El hecho de que se aumente la escolaridad de un país no significa que, por milagro, todos sus ciudadanos son de repente más inteligentes.

Por lo tanto, hay que reconocer que, si se escolariza todo el mundo, el nivel de las materias, de las materias difíciles, tiene que bajar, y han de introducirse en el sistema escolar materias sencillas que permitan que las clases más desfavorecidas intelectual o socioeconómicamente tengan posibilidades.

Dicho esto, qué es lo que haría en el currículo. El currículo de los tres primeros años de la ESO me parece razonable. Razonable, aunque el enfoque tal vez debería ser un poco distinto en algunos temas. Por ejemplo, aquí tengo un tema de 2.º curso del currículo de Cantabria, que debe ser similar

en otros sitios: Raíces cuadradas aproximadas. Raíces cuadradas aproximadas puede ser un momento para enseñar el algoritmo o un momento para hacer problemas de estimación. Cuando hablamos de operaciones con fracciones, puede ser un momento para operar simbólicamente o puede ser un momento para intentar buscar situaciones relacionadas con la vida cotidiana donde se opere con fracciones.

De manera que, estando de acuerdo, más o menos, con los tres primeros años, creo que los enfoques de algunos de los ítems deberían cambiar. Respecto al 4.º curso, algunos de los criterios de evaluación dicen cosas tales como la siguiente:

*Determinar e interpretar el espacio muestral y los sucesos asociados a un experimento aleatorio, simple, compuesto o sencillo, y utilizar la ley de Laplace y los diagramas en árbol, las tablas de contingencia u otras técnicas combinatorias para calcular probabilidades simples o compuestas.*

Otro criterio dice: *Simplificar expresiones numéricas irracionales sencillas que contengan una o dos raíces cuadradas.*

Todos ustedes, me imagino, habrán pasado la Educación Secundaria Obligatoria, y yo les reto a que me contesten a estas preguntas. Creo que esto no debe estar en el plan, en el programa. Esto, ni otras muchas cosas. Esencialmente, por simplificar, lo que yo haría es pasar el último año de la secundaria al bachillerato y, naturalmente, el último año del bachillerato a la universidad.

## La enseñanza de las Matemáticas: qué se debería hacer

Intervención de Carlos Andradás

*Presidente de la Real Sociedad Matemática Española*



Querría, aunque sea telegráficamente, plantear algunas cuestiones sobre la enseñanza de las Matemáticas.

En primer lugar, al hilo de lo que ha dicho Tomás Recio, yo le haría una pregunta y es la siguiente: si el último curso de secundaria va al bachillerato, el último curso de bachillerato va a la universidad, el último curso de la universidad, ¿adónde lo mandaríamos?

Otra cuestión que también propongo para el debate posterior, y sobre la que debemos reflexionar los que nos dedicamos a la enseñanza de las Matemáticas, es que, a mi juicio, lo estamos haciendo mal. Lo estamos haciendo mal porque, independientemente de que hayamos pasado de cinco a tres horas lectivas semanales dedicadas a las Matemáticas, ésta es una de las pocas disciplinas en las que tenemos en nuestras manos a los escolares durante todos los años de su formación, durante todas las semanas varias horas. Entonces, si al final lo que logramos realmente es que salgan con fobia a las Matemáticas, hay algo que estamos haciendo mal.

Una vez dicho esto, quiero apuntar dos ideas sobre el currículo. El currículo, desde mi punto de vista, viene condicionado y tiene que estar determinado por la respuesta a una pregunta que Luis Rico ha planteado y es ésta: ¿qué objetivo pretendemos con la educación, en concreto con la educación en Matemáticas?

Efectivamente, podemos decir que ese objetivo es educar en valores, educar para la vida, lo cual vale lo mismo para las Matemáticas que para la Física o para la Lengua. Hay que intentar concretar más. Pienso que la clave está en incardinar las Matemáticas en la vida cotidiana; es decir, enseñar a los alumnos para qué sirven o dónde están las Matemáticas en las cosas que nos rodean.

Se nos llena la boca afirmando que las Matemáticas son la base del desarrollo tecnológico, del desarrollo de las ciencias, pero quizá no somos capaces de transmitir a nuestros alumnos, no sólo en secundaria, sino en primaria, en secundaria, en la propia universidad, dónde están las Matemáticas dentro de todas esas cosas que se supone que nos rodean. Y esto es, posiblemente, algo que hace que las Matemáticas tengan esa componente un poco esotérica que provoca una especie de fobia en algunos casos.

En este sentido, el contenido del currículo ha de ser variable. Me parece que hay que fijar unas pocas cosas que son muy difíciles de mutar. Y el resto tiene que ser un contenido variable, y que vaya variando en función de la dinámica, tanto social como del propio grupo, y de aquello que se quiera enfatizar más.

Porque, en definitiva, la educación matemática ha de perseguir dos finalidades: una propedéutica, de preparación para otras ciencias, y otra enseñar algo de lo que puede

ser el pensamiento en Matemáticas. Es decir, cómo se razona en Matemáticas. Y para esto da exactamente igual, desde mi punto de vista, un contenido que otro, uno puede escoger el contenido A y otro, el contenido B. Hay que dejar un amplio grado de flexibilidad a este respecto.

El concepto de lo que se explica en Matemáticas o en qué se utilizan las Matemáticas va cambiando. En particular, esto se nota también en las salidas profesionales que ahora mismo tienen nuestros licenciados en Matemáticas, lo cual ejemplifica bastante bien la evolución que ha experimentado esta disciplina.

Mientras que hace unos años los que estudiaban Matemáticas terminaban casi masivamente en la educación, en la enseñanza, ahora esto ya no es verdad. Y nos encontramos con que los matemáticos se colocan mucho más que antes en consultorías, en bancos, en empresas informáticas y en otras, hasta el punto de que es difícil encontrar profesores de Matemáticas. Lo cual nos lleva a dos conclusiones: primera, el concepto de lo que un matemático hace, de dónde están las Matemáticas, de lo que hay que enseñar, tiene que ir cambiando; y segunda, qué formación damos a esa, digamos, minoría, porque ahora me atrevo a decir que es minoría, que termina dedicándose a enseñar Matemáticas.