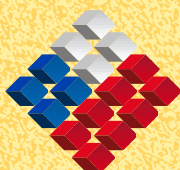


Educación de Adultos

Educación Matemática

Programa de Estudio



GOBIERNO DE CHILE
MINISTERIO DE EDUCACION

Subsector
Educación Matemática

Programas de Estudio
Educación Básica de Adultos



GOBIERNO DE CHILE
MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Matemática
Programa de Estudio, Educación Básica de Adultos
Educación Básica, Unidad de Curriculum y Evaluación
ISBN 956-292-136-0
Registro de Propiedad Intelectual N° 158.972
Ministerio de Educación, República de Chile
Alameda 1371, Santiago
Primera Edición Septiembre de 2006
Presentado al Consejo Superior de Educación
No citar ni reproducir

Santiago, diciembre de 2006

Estimados profesores y profesoras:

Desde el año 2000 la EDUCACIÓN DE ADULTOS se encuentra en un proceso de reforma orientado a aumentar su cobertura y mejorar su calidad para responder más adecuadamente a las exigencias que actualmente la sociedad le impone al sistema escolar y a las características de las personas jóvenes y adultas que acuden a la Educación de Adultos para concluir su escolaridad.

Para alcanzar el desarrollo inclusivo y democrático que nuestro país anhela, Chile debe ofrecer oportunidades educacionales a todos sus habitantes, incluyendo a aquellos que en épocas anteriores vieron restringido su acceso al sistema escolar. Asimismo, Chile tiene el desafío de instalar un sistema de educación permanente que permita a las personas formarse a lo largo de su vida, renovándose o reaprendiendo de acuerdo al dinamismo de la sociedad y el conocimiento. Por ello, la Educación de Adultos tiene una importancia fundamental en el Chile de hoy, más aún considerando que el Estado debe garantizar que cada joven chileno complete al menos 12 años de educación.

Una educación para jóvenes y adultos en los tiempos actuales debe ser una enseñanza de calidad, que considere las necesidades de las personas en relación con la vida y con el trabajo. Los contenidos deben estar vinculados con las diversas esferas y etapas en que se desarrolla la vida de cada estudiante.

Los nuevos programas para la Enseñanza Básica de Adultos han sido elaborados por el Ministerio de Educación y aprobados por el Consejo Superior de Educación, para ser puestos en práctica, por los establecimientos que elijan aplicarlos, en el año 2007. En sus objetivos, contenidos y actividades buscan responder tanto a los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios definidos en el Decreto Supremo N° 239, como a las necesidades de aprendizaje de personas jóvenes y adultas y a las exigencias de la sociedad actual. Al mismo tiempo, constituirán un importante apoyo para el profesor o profesora en su práctica docente.

Estos programas son una invitación a los docentes para mejorar el proceso educativo. Por ello, demandan cambios importantes en las prácticas de profesores y profesoras. Son un desafío de preparación y estudio, de compromiso con la vocación formadora y de altas expectativas con el aprendizaje de los y las estudiantes.

Esperamos que acepten este reto por mejorar y actualizar los aprendizajes de las personas jóvenes y adultas que acuden a la Educación de Adultos, para que ellos cumplan su esperanza de egresar mejor preparados para enfrentar las exigencias que les impone el medio en que se desenvuelve su vida.

YASNA PROVOSTE CAMPILLAY
Ministra de Educación

Módulo 3: Perímetro, área y volumen	114
Unidad 1: Medición y cálculo de perímetros	117
Unidad 2: Medición y cálculo de áreas	122
Unidad 3: Cálculo del volumen de prismas rectos	129
Módulo 4: Tratamiento de información	132
Unidad 1: Uso de tablas y gráficos	135
Unidad 2: Cálculo e interpretación de promedios	138
Bibliografía para el nivel	140
Tercer Nivel de Educación Básica	141
Presentación	143
Matriz de módulos y unidades	148
Módulo 1: Ampliando el conocimiento de los números	150
Unidad 1: Multiplicación y división de números decimales	153
Unidad 2: Números negativos y positivos	157
Unidad 3: Potencias	161
Módulo 2: Razones, porcentajes y proporciones	166
Unidad 1: Razones y porcentajes	169
Unidad 2: Variaciones proporcionales	173
Módulo 3: Temas de geometría	180
Unidad 1: Teoremas geométricos	182
Unidad 2: Círculos y cilindros	193
Módulo 4: Tratamiento de información	198
Unidad 1: Tablas y gráficos	201
Unidad 2: Medidas de tendencia central	206
Bibliografía para el nivel	208

Primer Nivel de
Educación Básica

Presentación

EL PROGRAMA PARA EL PRIMER NIVEL BÁSICO desarrolla una propuesta pedagógica para abordar los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios propuestos en el Marco Curricular para este nivel.

En el desarrollo del programa es importante considerar que las personas que se adscriben a este proceso de enseñanza en su mayoría son adultos y jóvenes que, por diversas razones, han quedado al margen de la escolarización regular.

El primer nivel está orientado al desarrollo de los Subsectores de Matemática y Lenguaje y Comunicación. En este contexto, el trabajo que desarrolle el profesor o profesora con ayuda de este programa debe considerar los conocimientos que las personas jóvenes y adultas poseen a partir de sus experiencias de vida y escolares y, por otra parte, sus necesidades. De ese modo, las actividades propuestas pueden ser constantemente adaptadas, ampliadas o reducidas, incluso eliminadas cuando sea pertinente; manteniendo la participación permanente de cada estudiante, reflexionando sobre los aprendizajes y cómo ellos les permiten relacionarse e interpretar su entorno y el propio conocimiento.

Es importante que las actividades de aplicación de los conocimientos matemáticos tratados en el Nivel se realice sobre la base de problemas propios de la vida cotidiana de los estudiantes y de situaciones que son significativas para ellos de modo de contextualizar adecuadamente los diferentes contenidos.

Conviene ir desarrollando la noción de modelamiento matemático ya a partir del primer Nivel, especialmente en relación con los contenidos relacionados con las operaciones aritméticas y con los temas de geometría.

Las operaciones de adición y de sustracción se asocian en este Nivel con las acciones de juntar y separar, agregar y quitar, avanzar y retroceder. Supongamos, a modo de ejemplo, que en una frutera hay 9 naranjas y se sacan 4, quedarán 5 naranjas en la frutera. Esta situación puede representarse en forma idealizada mediante la sustracción $9 - 4 = 5$. En tal sentido, dicha expresión constituye un modelo matemático que recoge las relaciones cuantitativas que se dan en la situación. Es importante que los estudiantes tengan claro qué representa, en relación con la situación dada, cada uno de los números que aparecen en la sustracción, así como la interpretación que debemos dar al signo “-” y al signo “=”.

Análogamente, las figuras y cuerpos geométricos son idealizaciones que no existen en la realidad. En el mundo real no hay cuadrados, ni triángulos, ni esferas, ni cilindros. Hay objetos cuya forma se asemeja, en mayor o menor grado, a determinados cuerpos geométricos, o superficies cuya forma se asemeja, en mayor o menor grado, a determinadas figuras planas. Debido a dicha similitud, podemos considerar que las correspondientes formas geométricas constituyen un modelo de tales objetos y suponer, por lo tanto, que las propiedades del cuerpo geométrico o de la figura plana son también válidas para el objeto en cuestión.

Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios

Objetivos Fundamentales

Al término del Primer Nivel de Educación Básica, los estudiantes adultos y adultas habrán desarrollado la capacidad de:

1. Analizar e interpretar la información que proporcionan los números naturales presentes en textos escritos, tablas y gráficos de barra y utilizar estos números para comunicar información en forma oral y/o escrita.
2. Comprender la organización del sistema de numeración decimal y establecer relaciones con el sistema monetario nacional y con unidades de medida del Sistema Internacional de Unidades.
3. Manejar instrumentos de medición, interpretar resultados y hacer estimaciones de longitudes, intervalos de tiempo, masas y volúmenes de líquidos, usar pertinentemente sus unidades de acuerdo al contexto y reconocer que una misma medida puede ser expresada, utilizando diferentes unidades.
4. Resolver problemas en los que se requiere utilizar las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división para obtener información desconocida a partir de información disponible, empleando estrategias de cálculo mental, escrito o instrumentos de apoyo al cálculo, según sea pertinente.
5. Conocer y aplicar propiedades básicas de las operaciones de adición (conmutatividad, asociatividad, comportamiento del 0) y de multiplicación (conmutatividad, asociatividad, comportamiento del 0 y del 1 y distributividad con respecto a la adición), y el carácter inverso de las operaciones de adición y sustracción y de las operaciones de multiplicación y división.
6. Estimar el resultado de operaciones aritméticas, estableciendo el grado de aproximación de dichas estimaciones.
7. Conocer, utilizar y comparar fracciones positivas de uso común (fracciones de denominador 2, 3, 4, 5, 8 y 10) para procesar, interpretar y comunicar información cuantitativa relativa a partes de una unidad.
8. Describir e interpretar información relativa a posiciones de objetos y trayectorias con ayuda de representaciones gráficas (esquemas, planos, diagramas cuadrículados), sin enfatizar escalas.
9. Manejar un lenguaje geométrico básico para caracterizar y comparar triángulos, cuadriláteros y cuerpos geométricos, y para efectuar descripciones de objetos del mundo real.
10. Aplicar habilidades básicas de la resolución de problemas tales como la identificación de la pregunta, las relaciones entre la pregunta y los datos, la búsqueda y aplicación de estrategias de resolución y la interpretación, comunicación y evaluación de resultados en relación al contexto, en situaciones problemáticas que para su modelamiento y solución impliquen el uso de los contenidos estudiados en el nivel.

Contenidos Mínimos Obligatorios

I. NÚMEROS

1. Lectura, escritura y orden de los números naturales. El sistema de numeración: valor posicional y carácter decimal. Relación entre el sistema de numeración decimal, el sistema monetario nacional y unidades de uso frecuente de longitud, masa y volumen del Sistema Internacional de Unidades.

2. Composición y descomposición aditiva y multiplicativa de números naturales, en especial, la canónica.
3. Regularidades del sistema de numeración y su aplicación para efectuar conteos por agrupaciones (de 5 en 5; de 10 en 10; de 100 en 100; etc.). Múltiplos de 10 y potencias de 10 (definidas como un número formado por un 1 seguido de ceros). Secuencias de números que resultan de la aplicación reiterada de una regla aditiva. Números pares e impares.
4. Medición e interpretación de resultados de mediciones de longitud, tiempo, masa y volumen de líquidos, expresadas en unidades de medida de uso frecuente. Concordancia entre la magnitud que se mide y la unidad de medida utilizada. Expresión de una misma cantidad empleando diversas unidades. Equivalencia de unidades de longitud (mm, cm, m, km), masa (g, kg, t) y volumen (cm^3 , mL, L, m^3).
5. Estimación y comparación de cantidades y medidas en situaciones provenientes de diversos contextos. Análisis del grado de aproximación de las estimaciones.
6. Lectura y escritura de fracciones positivas de uso frecuente (fracciones de denominador 2, 3, 4, 5, 8 y 10). Interpretación y aplicación de ellas para cuantificar partes de una unidad (un objeto fraccionable, un conjunto de elementos o una unidad de medida). Relaciones con los números naturales (expresión de un número natural como una fracción cuyo numerador es igual o múltiplo del denominador). Representación en la recta numérica.
7. Resolución de problemas provenientes de variados ámbitos que involucren el uso de

las propiedades del sistema de numeración y el empleo de cantidades y magnitudes.

II. OPERACIONES ARITMÉTICAS

1. Asociación de las operaciones de adición y sustracción con situaciones que implican juntar y separar, agregar y quitar, avanzar y retroceder, comparar por diferencia, y su empleo para obtener información no conocida a partir de la información disponible.
2. Combinaciones aditivas básicas (adiciones de números de 1 cifra y las sustracciones correspondientes). Procedimientos de cálculo mental de adiciones y sustracciones (por ejemplo, aquellas basadas en composiciones y descomposiciones aditivas, características del sistema de numeración decimal, propiedades de la adición y reversibilidad entre la adición y sustracción).
3. Sistematización y consolidación de procedimientos de cálculo escrito de adiciones y sustracciones, rescatando los conocimientos previos del grupo y avanzando hacia el manejo de algoritmos estandarizados.
4. Generalización de las propiedades de la adición a partir del análisis de ejemplos concretos: conmutatividad, asociatividad y comportamiento del 0. Análisis de las propiedades que no se cumplen en el caso de la sustracción. Comparación de variados ejemplos de adiciones y sustracciones que corresponden a situaciones inversas (por ejemplo, quitar versus agregar, retroceder versus avanzar). Aplicaciones de estas propiedades a los procedimientos de cálculo.
5. Asociación de la operación de multiplicación con situaciones que implican adición

de sumandos iguales, arreglos rectangulares (arreglo de filas y columnas en que cada fila tiene el mismo número de elementos), relaciones de proporcionalidad (correspondencia de uno a varios), y su empleo para obtener información no conocida a partir de información disponible.

6. Asociación de la operación de división con situaciones que implican repartos equitativos, distribución en grupos equivalentes y comparación por cociente, y su empleo para obtener información no conocida a partir de información disponible. Divisiones con resto y sin resto.
7. Combinaciones multiplicativas básicas (productos correspondientes a la multiplicación de números con una cifra y las divisiones correspondientes). Procedimientos de cálculo mental de multiplicaciones y divisiones (por ejemplo, aquellas basadas en la multiplicación por potencias de 10 o en descomposiciones aditivas de factores).
8. Sistematización y consolidación de procedimientos de cálculo escrito de multiplicaciones y divisiones, rescatando los conocimientos previos del grupo y avanzando hacia el manejo de algoritmos estandarizados.
9. Generalización de las propiedades de la multiplicación a partir del análisis de ejemplos concretos: conmutatividad, asociatividad, distributividad con respecto a la adición, comportamiento del 0 y del 1. Análisis de las propiedades que no se cumplen en el caso de la división. Comparación de variados ejemplos de multiplicaciones y divisiones que corresponden a situaciones inversas (por ejemplo, repartir equitativamente versus

volver a juntar). Aplicaciones de estas propiedades a los procedimientos de cálculo.

10. Prioridad de la multiplicación y la división sobre la adición y la sustracción en expresiones que contienen más de una operación. Empleo de paréntesis.
11. Redondeos para estimar cálculos, incorporando el grado de aproximación.
12. Uso de la calculadora u otras herramientas de cálculo para efectuar operaciones aritméticas. Discusión de criterios de la pertinencia del empleo de procedimientos de cálculo mental, cálculo escrito o uso de instrumentos de apoyo al cálculo.
13. Resolución de problemas provenientes de variados ámbitos que involucren el uso de las operaciones aritméticas. Énfasis en aspectos relativos a la identificación de las preguntas a responder, el análisis de la información disponible para identificar la información necesaria (presente o no en los datos), la búsqueda y aplicación de procedimientos de resolución, la interpretación y evaluación de los resultados en términos del contexto, la formulación de nuevas preguntas a partir de los resultados obtenidos, la comunicación de la o las soluciones del problema, justificando los razonamientos, ya sea en forma oral o escrita.

III. FORMAS Y ESPACIO

1. Lectura, construcción e interpretación de representaciones gráficas de posiciones de personas u objetos y trayectorias (dibujos esquemáticos, mapas, planos, cuadrículados), sin enfatizar escalas.
2. Manejo de sistemas de referencia absolutos (puntos cardinales) y referentes relativos

- (puntos de referencia seleccionados) para describir y comunicar posiciones de personas u objetos y trayectorias.
3. Relaciones de paralelismo y perpendicularidad. Identificación de ángulos rectos, ángulos agudos y ángulos obtusos.
 4. Caracterización e identificación de triángulos y cuadriláteros. Lados, vértices, ángulos y diagonales. Clasificación de triángulos y cuadriláteros en función de la medida de sus lados y de sus ángulos. Empleo de triángulos y cuadriláteros para describir y representar en forma simplificada objetos del mundo real.
 5. Caracterización e identificación de prismas rectos, pirámides, cilindros, conos y esferas en relación con sus caras, aristas y vértices. Interpretación y uso de representaciones planas de cuerpos geométricos para describir y representar en forma simplificada objetos del mundo real.
 6. Resolución de problemas que involucren la descripción e interpretación de posiciones de personas u objetos y de trayectorias, así como las propiedades de triángulos y cuadriláteros y de prismas rectos, pirámides, cilindros, conos y esferas.

IV. TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

1. Lectura, análisis e interpretación de la información contenida en tablas y gráficos de barra que representan hechos o fenómenos del mundo real.
2. Organización de información sobre hechos o fenómenos del mundo real en tablas y gráficos de barras.

Organización del programa del nivel

Para que los estudiantes adultos y adultas alcancen las capacidades expresadas en los Objetivos Fundamentales y se aborden todos los Contenidos Mínimos Obligatorios, se ha organizado cada nivel de la Educación Básica de Adultos en una estructura curricular modular. Los módulos se definen como bloques unitarios de aprendizaje de duración variable que pueden ser aplicados en las diversas modalidades de la Educación Básica de Adultos y que en su conjunto abordan la totalidad de los CMO del nivel.

Cada módulo considera seis componentes:

- a. **Introducción**, donde se presenta de manera sintética el propósito del módulo en el contexto del nivel y subsector, y se dan algunas recomendaciones metodológicas, que sugieren al docente enfoques específicos para tratar los contenidos y las actividades con el fin de optimizar el logro de los aprendizajes en el aula.
- b. **Contenidos del módulo**, que corresponden a los Contenidos Mínimos Obligatorios que se abordan en el módulo.
- c. **Aprendizajes esperados**. Esta sección es el eje fundamental de la propuesta, ya que en ella se define lo que se espera logren los estudiantes adultos y adultas, en un listado de aprendizajes concretos, precisos y observables. El programa se construye para realizar estos aprendizajes.
- d. **Sugerencias de evaluación**, donde se hacen recomendaciones que buscan ayudar al docente en el diseño del proceso de evaluación, y en algunos casos, también se entregan recomendaciones metodológicas.
- e. **Unidades**. El módulo está compuesto por unidades, que son ordenaciones temáticas breves que abordan parte de los aprendizajes del módulo, y en su conjunto dan cuenta de todos los aprendizajes de éste. Las Unidades pretenden ser una orientación pedagógica para el logro de los aprendizajes esperados. En cada Unidad se consideran los siguientes componentes:
 - *Introducción*, que explica el foco temático de la Unidad y los aprendizajes que en ella se potencian.
 - *Aprendizajes esperados e indicadores de evaluación*. En un cuadro se detallan los aprendizajes esperados que se trabajan en la unidad, señalándose para cada uno de ellos indicadores. Los indicadores corresponden a acciones realizadas por los estudiantes adultos y adultas, observables y verificables en el ambiente educativo, que permiten determinar si se ha logrado el aprendizaje esperado. Los indicadores no son exhaustivos, pero desglosan los aspectos o elementos principales del aprendizaje con el propósito de apoyar la evaluación, ofreciendo al docente un conjunto de elementos que puede observar durante el proceso o al final para conocer si el aprendizaje se logró y en qué medida. Esto busca apoyar al profesor o profesora para que la evaluación que realice esté directamente relacionada con los aprendizajes relevantes del nivel.
 - *Ejemplos de actividades*, que pretenden ser un apoyo práctico, que aporten ideas del tipo de actividades que se pueden realizar

para el logro de los aprendizajes. En las actividades se incluyen sugerencias metodológicas que orientan la realización y el propósito, y son relevantes, porque ponen especial énfasis en la especificidad de la educación de adultos. Los ejemplos de actividades no agotan el logro de los aprendizajes de la unidad, por lo que el docente, considerando la situación del curso en particular, debe complementarlas y reforzar aquellos aprendizajes más débiles o que no estén abordados.

- f. **Bibliografía.** Al final del nivel se incluye un listado de libros y sitios web que el profesor o profesora puede consultar para buscar información adicional.

Este programa se ha elaborado considerando que pueda ser implementado en las diversas modalidades de la educación de adultos: nocturna regular, flexible, etc. Por lo tanto, el tiempo asignado a cada uno de los módulos puede variar.

La distribución de horas para el tratamiento de las unidades de cada módulo debiera estar en referencia a las características propias de los estudiantes adultos y adultas que se atiende. En el caso de que se asigne un número desigual de horas para cada una de ellas, se debe tener presente el cumplimiento de los aprendizajes esperados para el conjunto del módulo. Sin perjuicio de lo anterior, la carga horaria estimada para este sector en este nivel, en la modalidad educativa presencial tradicional, es de 5 horas semanales.

El conjunto de módulos y unidades de este nivel se especifican en la siguiente matriz:

Matriz de módulos y unidades

Módulos

1 Números naturales, introducción a las fracciones y mediciones.	2 Operaciones aritméticas y su aplicación a la resolución de problemas.	3 Formas geométricas y orientación espacial.	4 Tratamiento de información.
--	---	--	---

Unidades

Primera Unidad: Escritura de números y valor posicional.	Primera Unidad: Situaciones de adición y sustracción.	Primera Unidad: Posiciones y trayectorias.	Primera Unidad: Lectura de tablas simples y gráficos de barra.
Segunda Unidad: Fracciones en la vida cotidiana.	Segunda Unidad: Situaciones de multiplicación.	Segunda Unidad: Triángulos y cuadriláteros.	Segunda Unidad: Organización de información en tablas simples y gráficos de barra.
Tercera Unidad: Mediciones y unidades de medida.	Tercera Unidad: Situaciones de división.	Tercera Unidad: Cuerpos geométricos.	



Módulo 1

Números naturales, introducción a las fracciones y mediciones

Este módulo está centrado en sistematizar los conocimientos que los estudiantes adultos y adultas poseen en relación a los números naturales, las fracciones y la medición de magnitudes.

El módulo está organizado en tres unidades:

Unidad 1: Escritura de números y valor posicional.

Unidad 2: Fracciones en la vida cotidiana.

Unidad 3: Mediciones y unidades de medida.

En la Primera Unidad se pone especial énfasis en la estructura del sistema de numeración, en el concepto de valor de posición y en la descomposición aditiva, en especial, la descomposición canónica. Se trabaja, asimismo, la relación que se puede establecer entre el sistema monetario nacional y el sistema de numeración, lo que facilita la comprensión de su carácter decimal que constituye uno de sus rasgos más relevantes.

La Segunda Unidad está dedicada al reconocimiento, interpretación y uso de las fracciones. Se consideran aquellas fracciones cuyo denominador es 2, 3, 4, 5, 8 ó 10, ya que son las que aparecen más a menudo en la vida cotidiana.

En la Tercera Unidad se presentan situaciones relacionadas con la medición de aquellas magnitudes que se utilizan con mayor frecuencia en la vida diaria: longitudes, áreas, pesos (masas), volumen y tiempo. En cada caso se establecen las unidades de medida correspondientes y las relaciones entre éstas y el sistema de numeración decimal.

El aprendizaje de las matemáticas se basa fundamentalmente en la resolución de problemas. En tal sentido, es fundamental proponer a los estudiantes adultos y adultas situaciones que les sean significativas y a través de las cuales les sea evidente la necesidad de usar herramientas matemáticas (conceptos, procedimientos). Se trata de que cada estudiante, a través de la resolución de problemas, desarrolle su pensamiento lógico, pueda ampliar sus conocimientos o adquirir nuevos conocimientos que le ayuden a interpretar y comprender mejor el mundo que le rodea.

Los conceptos tienen múltiples facetas que se van haciendo evidentes en la medida que se enfrentan diversas situaciones en diferentes contextos. Por tal razón, es importante que durante las clases se resuelvan problemas de manera sistemática y que el docente oriente a partir de preguntas, trabajos colectivos con puesta en común, etc. También es recomendable que en cada clase se termine con una síntesis de lo aprendido. Esta síntesis puede hacerla el profesor o la profesora sobre la base de los trabajos realizados o pueden hacerla las mismas personas del curso, particularmente cuando han trabajado en grupos.

Un aspecto que constituye parte importante de la metodología de aprendizaje de las matemáticas, por medio de la resolución de problemas, es la comunicación de procedimientos. Es necesario pedir a los estudiantes adultos y adultas que describan cómo han abordado un problema, cómo han obtenido resultados, qué operaciones han utilizado y, al mismo tiempo, solicitarles que interpreten los resultados obtenidos.

Del mismo modo, es necesario incorporar múltiples instancias de evaluación formativa para regular los procesos de enseñanza y aprendizaje y retroalimentar a cada estudiante, adecuando el nivel de complejidad de los problemas, incorporando nuevos temas y dando actividades individuales complementarias a quienes lo requieran.

Contenidos Mínimos para este módulo

En este módulo se consideran los siguientes Contenidos Mínimos Obligatorios presentes en el marco curricular.

1. Lectura, escritura y orden de los números naturales. El sistema de numeración: valor posicional y carácter decimal. Relación entre el sistema de numeración decimal, el sistema monetario nacional y unidades de uso frecuente de longitud, masa y volumen del Sistema Internacional de Unidades.
2. Composición y descomposición aditiva y multiplicativa de números naturales, en especial, la canónica.
3. Regularidades del sistema de numeración y su aplicación para efectuar conteos por agrupaciones (de 5 en 5; de 10 en 10; de 100 en 100; etc.) Múltiplos de 10 y potencias de 10 (definidas como un número formado por un 1 seguido de ceros). Secuencias de números que resultan de la aplicación reiterada de una regla aditiva. Números pares e impares.
4. Medición e interpretación de resultados de mediciones de longitud, tiempo, masa y volumen de líquidos, expresadas en unidades de medida de uso frecuente. Concordancia entre la magnitud que se mide y la unidad de medida utilizada. Expresión de una misma cantidad, empleando diversas unidades. Equivalencia de unidades de longitud (mm, cm, m, km), masa (g, kg, t) y volumen (cm^3 , mL, L, m^3).
5. Estimación y comparación de cantidades y medidas en situaciones provenientes de diversos contextos. Análisis del grado de aproximación de las estimaciones.
6. Lectura y escritura de fracciones positivas de uso frecuente (fracciones de denominador 2, 3, 4, 5, 8 y 10). Interpretación y aplicación de ellas para cuantificar partes de una unidad (un objeto fraccionable, un conjunto de elementos o una unidad de medida). Relaciones con los números naturales (expresión de un número natural como una fracción cuyo numerador es igual o múltiplo del denominador). Representación en la recta numérica.
7. Resolución de problemas provenientes de variados ámbitos que involucren el uso de las propiedades del sistema de numeración y el empleo de cantidades y magnitudes.

Aprendizajes esperados

A partir del desarrollo de este módulo se espera que los estudiantes adultos y adultas:

- Escriban números en cifras y en palabras y efectúen comparaciones entre ellos.
- Determinen la descomposición aditiva de un número basada en el valor posicional de cada uno de los dígitos que lo forman.
- Reconozcan relaciones entre el sistema de numeración decimal y el sistema monetario nacional.
- Interpreten y/o comuniquen información, utilizando el lenguaje de las fracciones.
- Expresen medidas, utilizando distintas unidades y evalúen la pertinencia de las unidades para expresar el resultado de una medición.
- Reconozcan relaciones entre el sistema de numeración decimal y unidades de medida en sistemas decimales.
- Reconozcan sistemas de medida que no son decimales, como las unidades de medición del tiempo.
- Resuelvan problemas que requieren el uso de números naturales y de fracciones.
- Resuelvan problemas de medición, utilizando las unidades correspondientes para cada magnitud.

Sugerencias de evaluación

Es importante destacar que la evaluación debe centrarse en la observación del nivel de logro de los aprendizajes esperados, tanto durante los procesos de enseñanza como al final de cada unidad y al final del módulo.

Durante el proceso, la evaluación tiene como propósito apoyar a cada estudiante en aspectos menos logrados, entregándole trabajos complementarios y/o modificando los procesos, proponiendo otro tipo de actividades. La evaluación final tiene como propósito certificar el aprendizaje.

Es recomendable que los medios e instrumentos de evaluación sean variados: por ejemplo, pruebas breves (una situación al comenzar una clase, por ejemplo) o portafolios con el registro de los trabajos realizados individualmente o en grupos en clases o fuera de ella, con el fin de que el docente cuente con amplia información sobre los procesos de cada estudiante.

Unidad 1: Escritura de números y valor posicional

Esta Unidad es la primera en la que los estudiantes adultos y adultas comienzan a sistematizar sus conocimientos y prácticas matemáticas, por tanto, es importante considerar las características de los integrantes del curso, pues ello permitirá diseñar las actividades a realizar con un nivel adecuado para ellos y ellas.

La Unidad se inicia con actividades que buscan consolidar los conocimientos que poseen los estudiantes adultos y adultas en relación con la lectura, escritura y secuencia en los números naturales. Se subraya el carácter decimal del sistema de numeración y se pone especial énfasis en el valor posicional de cada dígito en un número y en la descomposición canónica que permite poner de relieve esta propiedad.

Un aspecto que es importante desarrollar se refiere a que los números se pueden descomponer aditivamente. En este sentido se sugiere poner especial énfasis en la descomposición aditiva canónica que, tal como se señaló, refleja el valor posicional de las cifras.

Otro aspecto importante a considerar en esta Unidad tiene que ver con las relaciones que existen entre el sistema de numeración y el sistema monetario nacional, lo que favorece la comprensión del carácter decimal del sistema de numeración y pone de relieve la utilidad de contar con las monedas y billetes que conocemos.

Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> • Escribe números en cifras y en palabras y efectúa comparaciones entre ellos. 	Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> • Verifica la correspondencia entre un monto expresado en cifras y escrito en palabras. • Anota cantidades dadas oralmente. • Ordena números naturales.
<ul style="list-style-type: none"> • Determina la descomposición aditiva de un número basada en el valor posicional de cada uno de los dígitos que lo forman. 	<ul style="list-style-type: none"> • Da ejemplos de diversas descomposiciones aditivas de un número. • Descompone aditivamente un número, basándose en el valor de posición. • Identifica el valor representado por cada dígito en un número.
<ul style="list-style-type: none"> • Reconoce relaciones entre el sistema de numeración decimal y el sistema monetario nacional. 	<ul style="list-style-type: none"> • Establece relaciones entre descomposiciones aditivas de una cantidad de dinero y las monedas y billetes necesarios para obtener dicha cantidad.
<ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas que requieren el uso de números naturales. 	<ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas que requieren aplicar propiedades de los números naturales. • Resuelve problemas que requieren aplicar las relaciones entre el sistema de numeración y el sistema monetario nacional.

Ejemplos de actividades

Actividad 1

- Leen, interpretan y comentan información cuantitativa expresada con números naturales hasta millones, presentes en diarios, revistas, páginas Web, etc.
- Determinan el número que está inmediatamente antes e inmediatamente después de un número dado, especialmente en los casos en que el número dado termina en nueves o en ceros. (Ej. 187.999; 999.990; 30.099; 80.000).
- Establecen relaciones de orden entre números naturales dados (por ejemplo, establecen cuál es el mayor de 2 de ellos o mencionan números mayores que un número dado y menores que otro).
- Llenan formularios en los que se requiere ingresar valores numéricos (por ejemplo, depósitos en banco, pagos de servicios, cheques).

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

En esta primera actividad se sugiere utilizar contextos que sean significativos para los estudiantes adultos y adultas, y que den pie para establecer conversaciones en que se destaque la importancia de manejar los números de modo de tener acceso a información cuantitativa disponible en los medios de comunicación, en textos o en páginas de Internet.

Actividad 2

- Establecen diferentes descomposiciones aditivas de un número.

Por ejemplo:

$$638 = 600 + 38$$

$$638 = 500 + 138$$

$638 = 500 + 100 + 10 + 10 + 10 + 5 + 1 + 1 + 1$. (Esta descomposición refleja el uso de monedas de nuestro sistema monetario).

$638 = 600 + 30 + 8$. (Esta descomposición refleja el valor posicional de los dígitos 6, 3 y 8 que forman el número. También determina su lectura como seiscientos treinta y ocho).

- Ponen en discusión el hecho de que el nombre de los números, a partir del 16 no es arbitrario, sino que se construye de forma que refleja el valor representado por cada dígito. Por ejemplo: 16 (diez y seis o dieciséis), 25 (veinte y cinco o veinticinco) 1.248 (mil doscientos cuarenta y ocho).

- c. Determinan el valor representado por cada dígito en un número dado. Por ejemplo, en el número 300.238 determinar que el primer 3 representa un valor de 300.000 unidades y el segundo 3 representa un valor de 30 unidades, etc.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

En esta actividad se sugiere insistir en la relación que existe entre el nombre de un número y su descomposición aditiva canónica. Esto facilitará la lectura de números de muchas cifras y, al mismo tiempo, permitirá una mejor comprensión de la estructura del sistema de numeración.

Asimismo, es conveniente hacer notar que gracias al valor posicional es posible escribir cualquier número por grande que sea con sólo 10 dígitos.

Actividad 3

- a. Determinan los billetes y monedas que se requerirían para completar una cantidad dada de dinero. Por ejemplo, qué monedas y billetes se necesitan para efectuar un pago de \$6.240. (Esta cantidad puede ser cubierta con diferentes combinaciones de billetes y monedas).
- b. Relacionan la actividad anterior con la descomposición canónica y con el valor de posición representado por cada uno de los dígitos de un número. Por ejemplo, la cantidad de \$6.240, corresponde a 6 billetes de \$1.000, 2 monedas de \$100 y 4 monedas de \$10 en tanto que la descomposición canónica es $6.240 = 6.000 + 200 + 40$.
- c. Considerando los precios de productos de una lista determinan diversas combinaciones de dinero para poder adquirirlos, utilizando sólo:

Monedas de \$1

Monedas de \$10

Monedas de \$100

Billetes de \$1.000

Billetes de \$10.000

- d. Resuelven problemas con los datos anteriores acerca de precios que impliquen encontrar aquella combinación que utiliza la menor cantidad de billetes y monedas y aquella que emplea la mayor cantidad de billetes y monedas.
- e. Discuten las ventajas que tiene el hecho de que el sistema monetario nacional tenga monedas de \$1, de \$10 y de \$100 y billetes de \$1.000 y de \$10.000. Discuten, asimismo, la ventaja de que existan, además, monedas de \$5, \$50 y \$500 y billetes de \$2.000, de \$5.000 y de \$20.000.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Los estudiantes adultos y adultas ya manejan con bastante fluidez el sistema monetario de modo que esta actividad resulta muy concreta y significativa para ellos. Esto ayuda a consolidar la comprensión del carácter decimal del sistema de numeración y el concepto de valor posicional.

Unidad 2: Fracciones en la vida cotidiana

En esta Unidad se introducen las fracciones como un tipo especial de números que permite cuantificar partes de una unidad. La unidad en cuestión puede ser un objeto fraccionable (una torta, una manzana), una unidad de medida (litro, metro, hora) o un conjunto de objetos (una docena de huevos) o personas (integrantes de un curso, las personas en un cine, integrantes de una organización social).

Es importante tomar en cuenta que al aplicar estos números en situaciones concretas es fundamental tener claro cuál es la unidad a la que se está refiriendo. Así, por ejemplo, es muy diferente $\frac{1}{2}$ cm que $\frac{1}{2}$ metro o $\frac{3}{4}$ de una hora que $\frac{3}{4}$ de un siglo. De igual forma $\frac{1}{3}$ de pizza puede ser muy diferente a otro $\frac{1}{3}$ de pizza, si las pizzas aludidas tienen diferente tamaño. Es conveniente que se trabajen situaciones diversas ya sea fraccionando objetos, unidades de medida o conjuntos de elementos o colecciones destacando, en cada caso el referente correspondiente.

Como se ha dicho anteriormente, en esta Unidad se trabajan, principalmente, fracciones de denominador 2, 3, 4, 5, 8 y 10, ya que corresponden a aquellas que aparecen con mayor frecuencia en la vida cotidiana.

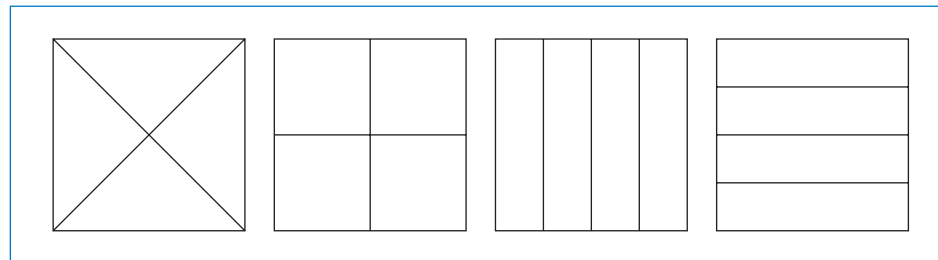
Las personas utilizan el lenguaje de las fracciones para comunicar información o se enfrentan a ellas en situaciones habituales en que deben interpretar información. Es importante, entonces, incorporar estas experiencias en las situaciones de aprendizaje. Sin embargo, muchas veces las medidas no enteras están expresadas, utilizando números con decimales (1,5 L en un envase de bebida, por ejemplo). Es importante no concentrar la atención en el trabajo con decimales (se abordan en el segundo nivel) sino que en la expresión de ellos en lenguaje de fracciones (un litro y medio, en este caso) y en el significado de la expresión “medio”, cuestión muy habitual en la vida cotidiana.

Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
<p>Cada estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Interpreta y/o comunica información, utilizando el lenguaje de las fracciones. 	<p>Cada estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reconoce expresiones fraccionarias contenidas en informaciones escritas (por ejemplo, en envases, en recetas). • Escribe un número natural como una fracción cuyo numerador es igual o múltiplo del denominador . • Representa fracciones en una recta numérica.
<ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas, utilizando fracciones. 	<ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas que requieren utilizar o interpretar fracciones para cuantificar partes de una unidad.

Ejemplos de actividades

Actividad 1

- Conversan, en grupos, sobre el uso de fracciones en la vida cotidiana. Registran sus opiniones y buscan formas equivalentes (alternativas) de expresar las fracciones. Por ejemplo: en una receta, $\frac{1}{4}$ kg como “la cuarta parte de un kilogramo”.
- Interpretan información cuantitativa expresada con fracciones. Por ejemplo, las $\frac{3}{4}$ partes de la superficie terrestre está cubierta de agua; esta botella contiene $\frac{3}{4}$ litros de bebida.
- Determinan el número de personas que constituyen una fracción del curso completo. Por ejemplo, $\frac{1}{4}$ del curso está ausente por enfermedad, $\frac{2}{3}$ del curso son mujeres.
- Dividen un cuadrado en 8 partes iguales e identifican qué porción del cuadrado correspondería a la fracción $\frac{3}{8}$ del total.
- Reconocen en una fracción su numerador y denominador e interpretan en situaciones variadas qué representa cada uno de ellos. Por ejemplo, $\frac{3}{4}$ de hora implica que la hora se ha dividido en 4 intervalos iguales y de ellos se están considerando 3.
- Resuelven problemas que implican buscar diferentes maneras de obtener una determinada fracción de una figura dada o de un objeto dado. Por ejemplo, en cada una de las siguientes figuras representar gráficamente de diferentes maneras la fracción $\frac{3}{4}$.



SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

La primera actividad debe ser desarrollada muy ampliamente, es decir, es necesario que los estudiantes adultos y adultas encuentren expresiones fraccionarias referidas a diferentes referentes. Habitualmente ellas aparecen en envases de productos, en recetas de cocina, en las medidas de las llaves de agua, clavos, tornillos, cañerías (de tres cuartos, por ejemplo). En estos dos últimos casos, generalmente no se hace referencia a la unidad (pulgadas), por lo que es necesario explicitarla.

Actividad 2

- Discuten casos concretos que muestran que si el numerador es igual al denominador, entonces la fracción es equivalente a la unidad. Por ejemplo $\frac{4}{4}$ de pizza es igual a una pizza entera.
- Discuten los casos en que el numerador es un múltiplo del denominador y los interpretan como equivalentes a un número natural. Por ejemplo, $\frac{15}{5}$ es equivalente a 3 enteros.
- Representan fracciones en una recta numérica y determinan entre qué números naturales se encuentra cada una de ellas.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

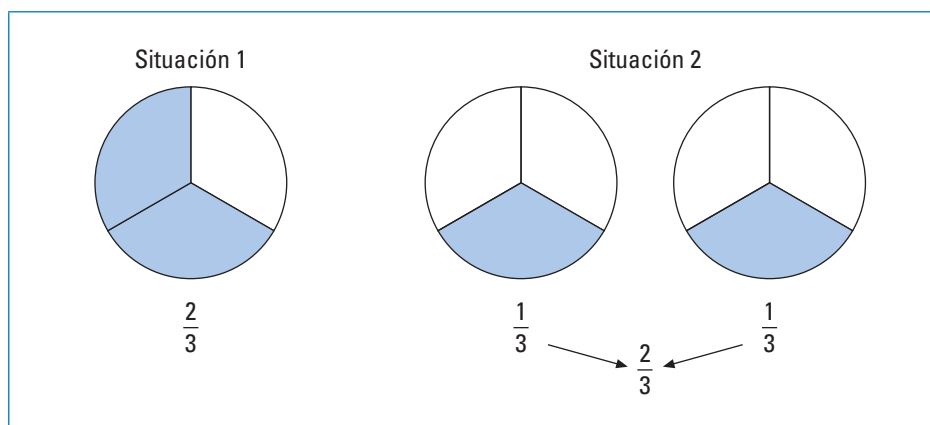
Se sugiere que al establecer las relaciones entre fracciones y números naturales, se utilice material concreto o ejemplos que resulten familiares para los estudiantes adultos y adultas. La representación en la recta numérica ayuda a comprender mejor la cantidad que representa una fracción así como las relaciones entre ellas y los números naturales.

Actividad 3

- Realizan dos fraccionamientos equivalentes en dos contextos diferentes, analizan los resultados, los compran y sacan conclusiones.

Por ejemplo: Obtener $\frac{2}{3}$ de una pizza y obtener $\frac{2}{3}$ de dos pizzas iguales. Comparan el resultado con la fracción $\frac{2}{3}$ de una pizza.

(En la ilustración se representan estas dos situaciones).



SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Esta actividad permite visualizar que la fracción $\frac{2}{3}$ puede tener 2 interpretaciones diferentes: dividir un entero en 3 partes iguales y considerar 2 de ellas, o repartir 2 enteros en 3 partes equivalentes, y considerar un tercio de cada uno de ellos, tal como muestran las ilustraciones.

Unidad 3: Mediciones y unidades de medida

En esta Unidad se emplean los números para expresar resultados de mediciones de longitud, tiempo, masa y volumen de líquidos, expresadas en unidades de medida de uso frecuente.

Para ello se efectúan mediciones y se comunican los resultados, utilizando números naturales o fracciones. En cada caso se discute la necesidad de concordancia entre la magnitud que se mide y la unidad de medida utilizada.

Se analizan, asimismo, sistemas de unidades que permiten expresar una misma cantidad, empleando diversas unidades. Esto implica que es necesario conocer la equivalencia entre las unidades utilizadas y estar en condiciones de efectuar las transformaciones de unidades que sean necesarias.

Las magnitudes que aquí se consideran y sus correspondientes unidades son: longitud (mm, cm, m, km), masa (g, kg, t), volumen (cm^3 , mL, L, m^3) y tiempo (s, min, h).

Se destaca el hecho de que algunos sistemas de unidades tienen una estructura decimal similar al sistema de numeración. Es el caso de las unidades de longitud, masa y volumen. También se verán ejemplos de sistemas que no corresponden al sistema de numeración decimal, como es el de medición del tiempo.

Para el conocimiento de las unidades de medida de las magnitudes es recomendable que el docente cuente con instrumentos que permitan medirlas y que puedan ser usados para ilustrar lo que representa cada una de ellas. Se reconoce que no es lo mismo una referencia teórica conceptual que una concreta que permita evidenciar lo que representa una unidad de medida, por ejemplo: con un metro se puede describir las dimensiones de largo y ancho de una sala, a su vez, describir cómo es el centímetro en relación al metro y su pertinencia para medir la altura de una mesa o las dimensiones de una repisa.

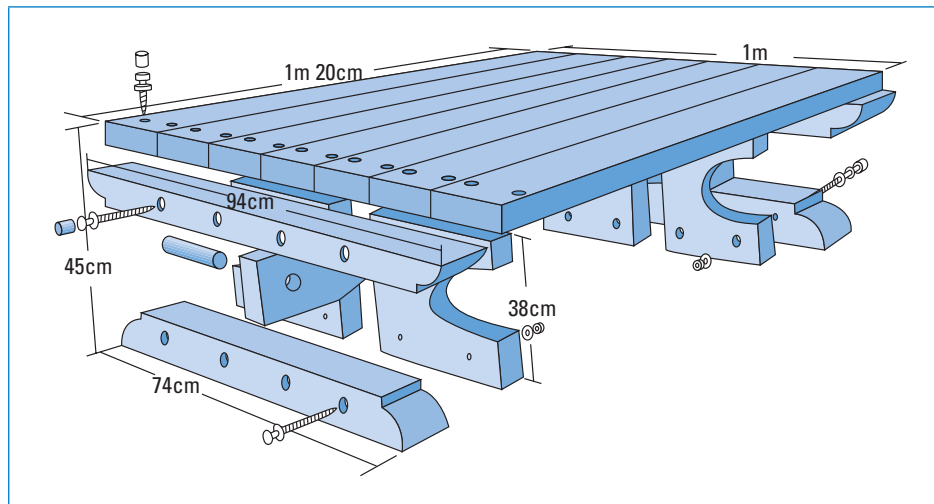
Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
<p>Cada estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa medidas, utilizando distintas unidades y evalúa la pertinencia de las unidades para expresar el resultado de una medición. 	<p>Cada estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica las unidades básicas para medir longitud, peso (masa), volumen y tiempo. Usa de manera pertinente la unidad de medida que corresponde según lo que se mide.
<ul style="list-style-type: none"> Reconoce relaciones entre el sistema de numeración decimal y unidades de medida en sistemas decimales. 	<ul style="list-style-type: none"> Establece la equivalencia entre unidades de medida de uso habitual. Da ejemplos del carácter decimal de las unidades de longitud, volumen, peso (masa). Establece relaciones entre estos sistemas de unidades y el sistema de numeración.
<ul style="list-style-type: none"> Reconoce sistemas de medida que no son decimales, como las unidades de medición del tiempo. 	<ul style="list-style-type: none"> Establece equivalencia entre las unidades de medida de tiempo básicas (segundos, minutos, hora). Ejemplifica el carácter no decimal de estas unidades.
<ul style="list-style-type: none"> Resuelve problemas de medición, utilizando las unidades correspondientes para cada magnitud. 	<ul style="list-style-type: none"> Resuelve problemas cuya resolución requiere efectuar mediciones de longitud, volumen de líquidos, peso (masa) o intervalos de tiempo. Resuelve problemas cuya resolución requiere efectuar transformaciones de unidades.

Ejemplos de actividades

Actividad 1

- Con ayuda de una regla graduada establecen las relaciones que existen entre 1 metro, 1 centímetro y 1 milímetro, y discuten la relación entre 1 metro y 1 kilómetro. Comentan diferentes situaciones en que es pertinente emplear unas u otras de estas unidades. Resaltan la relación que existe entre estas equivalencias y el carácter decimal del sistema de numeración.
- Interpretan las dimensiones de *planos* de muebles u otros objetos.

Por ejemplo:



- Realizan bosquejos de muebles e indican sus dimensiones.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

En la primera actividad se introducen las unidades de medida de longitud de uso más frecuente, se establecen sus relaciones de equivalencia y su concordancia con el sistema de numeración decimal. Se sugiere utilizar ejemplos de uso de estas unidades en situaciones que puedan ser de interés para personas adultas.

Actividad 2

- a. Analizan la relación entre centímetros cúbicos, mililitros y litros. Se informan acerca del hecho de que 1 litro equivale a 1.000 centímetros cúbicos y que 1 centímetro cúbico es equivalente a 1 mililitro. Se informan, asimismo, acerca de cómo se abrevia cada una de estas unidades (1 L, 1 cm³ y 1 mL). Antiguamente se utilizaba la abreviatura cc para referirse al cm³.
- b. En envases de remedios verifican la cantidad de dosis en que es posible administrar un jarabe de acuerdo a indicaciones médicas y al contenido del envase.
- c. Analizan envases de bebidas y leen los distintos volúmenes que allí se indican. Por ejemplo, 200 mL, 330 cc, 250 cc, $1\frac{1}{2}$ L, etc.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Se sugiere buscar ejemplos de uso de estas unidades de medida que sean cercanos a la experiencia de personas adultas o que representen situaciones que les resulten interesantes.

En estas actividades se sugiere explicitar la relación decimal de las unidades de medidas involucradas y, a su vez, realizar un paralelo con el sistema de numeración decimal.

Actividad 3

- a. Comentan acerca de las unidades en que habitualmente se expresan el peso (masa): gramo (g), kilogramo (kg) y tonelada (t) y acerca de las equivalencias entre ellas. Proponen ejemplos de situaciones en las que se utilizan cada una de estas unidades.
- b. Analizan boletas o etiquetas de productos en que se muestra el peso (masa), expresado en gramos y kilogramos e interpretan estos valores.
- c. Comparan las equivalencias que existen entre estas unidades y el carácter decimal del sistema de numeración.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Es conveniente hacer notar que en rigor el gramo, el kilogramo y la tonelada son unidades de masa, pero que en la vida diaria se utilizan como unidades de peso. La diferencia entre estos dos conceptos se ve más adelante en Ciencias Naturales.

Si se dispone de una balanza es conveniente realizar mediciones de masa que presenten algún interés para personas adultas y destacar en cada caso la unidad utilizada.

Actividad 4

- a. Analizan diferentes situaciones en que intervalos de tiempo se expresan en segundos (s), en minutos (min) o en horas (h). Comentan las equivalencias entre estas unidades y el profesor o profesora hace notar que no tienen un carácter decimal.
- b. Vivencian situaciones cuya duración es de 1s, 10 s, 1 min.
- c. Comentan acerca de otras unidades de tiempo y de la pertinencia de su uso. Por ejemplo, día, mes, año, siglo, milenio, evidenciando que existen distintas relaciones entre dichas unidades.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Es muy probable que los estudiantes adultos y adultas ya hayan adquirido un buen dominio de estas unidades de tiempo y por ello el centro de estas actividades está en la transformación de unidades y en el carácter no decimal que presentan. Conviene hacer notar que las transformaciones de unidades en este caso se ven dificultadas por el hecho de que las equivalencias no tienen un carácter decimal.

Actividad 5

- a. A partir de una lista de diferentes magnitudes de objetos, indican la unidad de medida pertinente para medir cada uno de ellos.
- b. Corrigen una lista de mediciones expresadas en unidades de medida incorrectas y discuten la pertinencia de la unidad de medida utilizada.
- c. Para mediciones de una misma magnitud, establecen un orden indicando qué es más o menos largo, más o menos pesado, de mayor o menor volumen.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

En esta actividad se sugiere promover discusiones acerca de la pertinencia en el uso de las unidades de medida estudiadas.

En el desarrollo de esta unidad se sugiere utilizar instrumentos de medida que permitan medir cada una de las magnitudes trabajadas. Es más significativo analizar concretamente la relación entre las unidades de medida, que verlas descritas solo numéricamente.

Es recomendable que los contextos en los cuales se trabaja sean familiares e interesantes para personas adultas y les aporten nuevos conocimientos.

Es conveniente que el curso tenga la oportunidad de expresar y mostrar lo que sabe de las diferentes unidades de medida trabajadas. El profesor o la profesora deberá complementar y sistematizar dicha información.



Módulo 2

Operaciones aritméticas y su aplicación a la resolución de problemas

En este módulo se propone un conjunto de actividades que permitan a los estudiantes adultos y adultas tener un acercamiento sistemático a las situaciones que se resuelven por medio de adiciones, sustracciones, multiplicaciones y divisiones. Dichas operaciones seguramente las realizan en su vida cotidiana, probablemente de manera mental o por medio de procedimientos escritos no formalizados. No obstante, habitualmente las personas adultas no han tenido oportunidades de sistematizarlas y de reflexionar en torno a ellas.

Para comprender el significado de cada una de las operaciones aritméticas y sus posibilidades de uso en la resolución de problemas es conveniente utilizar una amplia variedad de ejemplos de la vida real más que hacer repetir mecánicamente los algoritmos correspondientes. El problema de centrar la enseñanza en los algoritmos es que, a lo mejor, los estudiantes adultos y adultas aprenden a efectuar operaciones, pero al no comprender los conceptos y sus diferentes facetas, dichos conocimientos resultan restringidos y dificultan su aplicación. Además, la masificación en el uso de calculadoras disminuye la importancia del manejo de estrategias de cálculo escrito. Sin embargo, es conveniente lograr un adecuado manejo de estrategias sencillas de cálculo mental que pueden facilitar situaciones cotidianas a las que se ven enfrentadas las personas adultas.

Las operaciones aritméticas permiten modelar situaciones de la vida cotidiana y del ámbito de las ciencias, facilitando así la resolución de problemas. De esta forma es posible obtener información nueva a partir de información disponible.

Entre las acciones que pueden ser representadas mediante las operaciones de adición y sustracción se destacan en este módulo las acciones de juntar y separar, agregar y quitar, avanzar y retroceder y comparar por diferencia. En el caso de la multiplicación se destacan las adiciones iteradas de sumandos iguales, las relaciones de proporcionalidad (uno a varios) y los arreglos rectangulares. Por su parte, la división se aborda de al menos dos maneras diferentes: como distribución y como medida. Por ejemplo, en el primer caso, se tienen 20 objetos y se deben repartir en partes iguales a 5 personas, ¿para cuántas personas alcanzan? En el segundo caso, se tiene 20 objetos y se quiere entregar 4 a cada una de las personas presentes, ¿para cuántas alcanza?

Organizar las situaciones de aprendizaje en torno a la resolución de problemas permite, además, dar oportunidades a los estudiantes adultos y adultas de desarrollar estrategias diversas para su resolución, su capacidad de análisis, de evaluación y de poner en juego sus conocimientos, adquiridos con anterioridad en la escuela y en su experiencia cotidiana.

Resumiendo podemos señalar que a través del desarrollo de este módulo se pretende abordar el significado, las posibilidades de aplicación, las propiedades y los procedimientos de cálculo de las operaciones aritméticas a partir de situaciones variadas y significativas para los estudiantes adultos y adultas.

El módulo está organizado en tres unidades:

Unidad 1: Situaciones de adición y sustracción.

Unidad 2: Situaciones de multiplicación.

Unidad 3: Situaciones de división.

Contenidos Mínimos para este módulo

1. Asociación de las operaciones de adición y sustracción con situaciones que implican juntar y separar, agregar y quitar, avanzar y retroceder, comparar por diferencia, y su empleo para obtener información no conocida a partir de la información disponible.
2. Combinaciones aditivas básicas (adiciones de números de 1 cifra y las sustracciones correspondientes). Procedimientos de cálculo mental de adiciones y sustracciones (por ejemplo, aquellas basadas en composiciones y descomposiciones aditivas, características del sistema de numeración decimal, propiedades de la adición y reversibilidad entre la adición y sustracción).
3. Sistematización y consolidación de procedimientos de cálculo escrito de adiciones y sustracciones, rescatando los conocimientos previos de las personas del curso y avanzando hacia el manejo de algoritmos estandarizados.
4. Generalizar las propiedades de la adición a partir del análisis de ejemplos concretos: conmutatividad, asociatividad y comportamiento del 0. Análisis de las propiedades que no se cumplen en el caso de la sustracción. Comparación de variados ejemplos de adiciones y sustracciones que corresponden a situaciones inversas (por ejemplo, quitar versus agregar, retroceder versus avanzar). Aplicaciones de estas propiedades a los procedimientos de cálculo.
5. Asociación de la operación de multiplicación, con situaciones que implican adición de sumandos iguales, arreglos rectangulares (arreglo de filas y columnas en que cada fila tiene el mismo número de elementos), relaciones de proporcionalidad (correspondencia de uno a varios), y su empleo para obtener información no conocida a partir de información disponible.
6. Asociación de la operación de división con situaciones que implican repartos equitativos, distribución en grupos equivalentes y comparación por cociente, y su empleo para obtener información no conocida a partir de datos disponibles. Divisiones con resto y sin resto.

7. Combinaciones multiplicativas básicas (productos correspondientes a la multiplicación de números con una cifra y las divisiones correspondientes). Procedimientos de cálculo mental de multiplicaciones y divisiones (por ejemplo, aquellas basadas en la multiplicación por potencias de 10 o en descomposiciones aditivas de factores).
8. Sistematización y consolidación de procedimientos de cálculo escrito de multiplicaciones y divisiones, rescatando los conocimientos previos de las personas del curso y avanzando hacia el manejo de algoritmos estandarizados.
9. Generalizar las propiedades de la multiplicación a partir del análisis de ejemplos concretos: conmutatividad, asociatividad, distributividad con respecto a la adición, comportamiento del 0 y del 1. Análisis de las propiedades que no se cumplen en el caso de la división. Comparación de variados ejemplos de multiplicaciones y divisiones que corresponden a situaciones inversas (por ejemplo, repartir equitativamente versus volver a juntar). Aplicaciones de estas propiedades a los procedimientos de cálculo.
10. Prioridad de la multiplicación y la división sobre la adición y la sustracción en expresiones que contienen más de una operación. Empleo de paréntesis.
11. Redondeos para estimar cálculos, incorporando el grado de aproximación.
12. Uso de la calculadora u otras herramientas de cálculo para efectuar operaciones aritméticas. Discusión de criterios de la pertinencia del empleo de procedimientos de cálculo mental, cálculo escrito o uso de instrumentos de apoyo al cálculo.
13. Resolución de problemas provenientes de variados ámbitos que involucren el uso de las operaciones aritméticas. Énfasis en aspectos relativos a la identificación de las preguntas a responder, el análisis de la información disponible para identificar la información necesaria (presente o no en los datos), la búsqueda y aplicación de procedimientos de resolución, la interpretación y evaluación de los resultados en términos del contexto, la formulación de nuevas preguntas a partir de los resultados obtenidos, la comunicación de la o las soluciones del problema, justificando los razonamientos, ya sea en forma oral o escrita.

Aprendizajes esperados

A partir del desarrollo de este módulo se espera que los estudiantes adultos y adultas:

- Reconozcan las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división como modelos que pueden representar una amplia variedad de situaciones.
- Manejen estrategias de cálculo mental y escrito, y utilizan la calculadora para determinar sumas, restas, productos y cuocientes.
- Resuelvan problemas que requieren de la aplicación de las operaciones aritméticas para su solución.
- Reconozcan propiedades básicas de la adición y la multiplicación y la relación inversa entre la adición y la sustracción y entre la multiplicación y la división.
- Reconozcan propiedades de la adición y la multiplicación que no se cumplen en el caso de la sustracción y la división.
- Estimen aproximadamente resultados de operaciones aritméticas.
- Apliquen correctamente las convenciones relativas a la prioridad de la multiplicación y la división por sobre la adición y la sustracción y al uso de paréntesis en expresiones que contienen más de una operación.

Sugerencias de evaluación

En este módulo, es importante que en la evaluación se consideren situaciones que recojan la multiplicidad de facetas de las operaciones que se están estudiando. Por otra parte, aunque es importante que se aprendan los algoritmos, lo fundamental es que los estudiantes adultos y adultas lleguen a interpretar las situaciones y puedan determinar si es necesario operar y cuál o cuáles operaciones les permitirían encontrar una solución. Es decir, muchas veces frente a una situación que requiere una solución es más importante encontrar la o las operaciones, y la secuencia adecuada de ellas, que resolver las operaciones mismas, cuestión que se puede hacer utilizando instrumentos tecnológicos de uso corriente como una calculadora de bolsillo.

Es importante destacar que los instrumentos de evaluación no pueden restringirse solo a pruebas escritas; es importante incorporar también trabajos personales hechos en sus casas o en la clase. Instrumentos como el portafolio permiten al profesor o profesora evaluar durante los procesos de aprendizaje y reorientarlos cuando sea necesario y pertinente.

Unidad 1: Situaciones de adición y sustracción

En la presente unidad se trabajan situaciones que pueden ser modeladas a través de las operaciones de adición y sustracción y que se refieren principalmente a las acciones de juntar y separar, agregar y quitar, avanzar y retroceder, comparar por diferencia en situaciones de la vida real tales como, en las compras, en el presupuesto, en la remuneración, etc.

En el desarrollo de la Unidad el docente debe considerar que en las situaciones presentadas la adición o la sustracción deben tener sentido, es decir que la suma o la resta de las cantidades efectivamente entreguen información relevante acerca de la situación en cuestión.

Por otra parte, es importante generar espacios para que las personas del curso discutan sobre el significado de las operaciones, su aplicación a situaciones concretas y los procedimientos de cálculo realizados.

La calculadora es una herramienta que permite, cuando es usada de manera adecuada, determinar en un corto tiempo resultados de procedimientos de cálculos extensos y/o complejos. Es por eso que la calculadora es de gran utilidad en la medida que los procedimientos que se utilicen sean los correctos y permitan determinar resultados que son coherentes con la situación planteada. Por ello es importante que los estudiantes adultos y adultas desarrollen sistemática y progresivamente las habilidades para interpretar situaciones y elaborar una estrategia que les permita dar solución al problema en el cual se encuentran. El uso de la calculadora será razonable para realizar los cálculos necesarios en el contexto de una estrategia que es comprendida por los estudiantes adultos y adultas.

El uso de la calculadora, por muy simple que parezca, en algunas ocasiones no es trivial. Las complejidades que deben cautelarse básicamente tienen relación con la secuencia de operaciones, en el caso de que exista y, por otra parte, existen funciones como la operación constante o la memoria de suma o de resta, que pueden ser utilizadas en ciertas ocasiones. Es tarea del docente diseñar un proceso de enseñanza en el uso de este recurso importante en la vida actual y que sea incorporado regularmente en la medida que se avanza en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática.

Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
<p>Cada estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> Reconoce las operaciones de adición y sustracción, como modelos que pueden representar una amplia variedad de situaciones. 	<p>Cada estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> Asocia las operaciones de adición y sustracción con acciones de juntar y separar. Asocia las operaciones de adición y sustracción con acciones de agregar y quitar. Asocia las operaciones de adición y sustracción con acciones de avanzar y retroceder. Utiliza la sustracción para efectuar comparaciones por diferencia.
<ul style="list-style-type: none"> Maneja estrategias de cálculo mental y escrito, y utiliza la calculadora para determinar sumas y restas. 	<ul style="list-style-type: none"> Utiliza estrategias de cálculo mental para obtener resultados de adiciones y sustracciones en situaciones en que es necesario efectuar un cálculo rápido. Efectúa cálculos de adiciones y sustracciones a partir de la descomposición aditiva canónica de los números involucrados. Aplica algoritmos de cálculo escrito de adiciones y sustracciones. Utiliza eficientemente la calculadora para determinar sumas y restas.
<ul style="list-style-type: none"> Resuelve problemas que requieren de la aplicación de las operaciones de adición y sustracción para su solución. 	<ul style="list-style-type: none"> Identifica la información que permite resolver el problema. Realiza una estrategia efectiva para determinar las operaciones que permiten resolver el problema. Comunica los procedimientos utilizados. Interpreta los resultados obtenidos de acuerdo al contexto del problema.
<ul style="list-style-type: none"> Reconoce propiedades básicas de la adición y la relación inversa entre la adición y la sustracción. 	<ul style="list-style-type: none"> Identifica situaciones que corresponden a las propiedades de conmutatividad y asociatividad de la adición. A partir de una adición identifica las sustracciones asociadas a ella y viceversa. Comprueba una sustracción a partir de la resolución de la adición correspondiente. Resuelve sustracciones, usando la adición (por completación).
<ul style="list-style-type: none"> Reconoce propiedades de la adición que no se cumplen en el caso de la sustracción. 	<ul style="list-style-type: none"> Da ejemplos que ilustran que la sustracción no es conmutativa. Da ejemplos que ilustran que la sustracción no es asociativa.
<ul style="list-style-type: none"> Estima aproximadamente resultados de las operaciones de adición y sustracción. 	<ul style="list-style-type: none"> Redondea cantidades para determinar resultados aproximados de sumas y restas en situaciones en que ello es pertinente.

Ejemplos de actividades

Actividad 1

- a. Ejercitan el cálculo mental de sumas básicas tales como las que se muestran en la tabla siguiente y deducen las restas correspondientes.

1 + 1	2 + 1	3 + 1	4 + 1	5 + 1	6 + 1	7 + 1	8 + 1	9 + 1
1 + 2	2 + 2	3 + 2	4 + 2	5 + 2	6 + 2	7 + 2	8 + 2	9 + 2
1 + 3	2 + 3	3 + 3	4 + 3	5 + 3	6 + 3	7 + 3	8 + 3	9 + 3
1 + 4	2 + 4	3 + 4	4 + 4	5 + 4	6 + 4	7 + 4	8 + 4	9 + 4
1 + 5	2 + 5	3 + 5	4 + 5	5 + 5	6 + 5	7 + 5	8 + 5	9 + 5
1 + 6	2 + 6	3 + 6	4 + 6	5 + 6	6 + 6	7 + 6	8 + 6	9 + 6
1 + 7	2 + 7	3 + 7	4 + 7	5 + 7	6 + 7	7 + 7	8 + 7	9 + 7
1 + 8	2 + 8	3 + 8	4 + 8	5 + 8	6 + 8	7 + 8	8 + 8	9 + 8
1 + 9	2 + 9	3 + 9	4 + 9	5 + 9	6 + 9	7 + 9	8 + 9	9 + 9
1 + 10	2 + 10	3 + 10	4 + 10	5 + 10	6 + 10	7 + 10	8 + 10	9 + 10

- b. Generalizan los resultados de adiciones y sustracciones con números de 1 cifra a números de 2 o más cifras, tal como los que se muestran en el ejemplo siguiente.

$$2 + 4 = 6$$

$$6 - 4 = 2$$

$$6 - 2 = 4$$

$$20 + 40 = 60$$

$$60 - 40 = 20$$

$$60 - 20 = 40$$

$$200 + 400 = 600$$

$$600 - 400 = 200$$

$$600 - 200 = 400$$

$$2.000 + 4.000 = 6.000$$

$$6.000 - 4.000 = 2.000$$

$$6.000 - 2.000 = 4.000$$

$$20.000 + 40.000 = 60.000$$

$$60.000 - 40.000 = 20.000$$

$$60.000 - 20.000 = 40.000$$

- c. Utilizan la descomposición aditiva como estrategia para efectuar adiciones tal como se ve en el siguiente ejemplo para obtener la suma de 425 y 628:

Handwritten mathematical work showing the decomposition of 425 and 628 into hundreds, tens, and ones, followed by a column-wise addition to reach 1053.

$$\begin{array}{r}
 425 + 628 \\
 \rightarrow 400 + 20 + 5 \\
 \\
 \begin{array}{r}
 425 \rightarrow 400 + 20 + 5 \\
 + 628 \rightarrow 600 + 20 + 8 \\
 \hline
 1000 + 40 + 13 = 1053
 \end{array}
 \end{array}$$

- d. Utilizan la descomposición aditiva de las cantidades para luego establecer la diferencia. Por ejemplo:

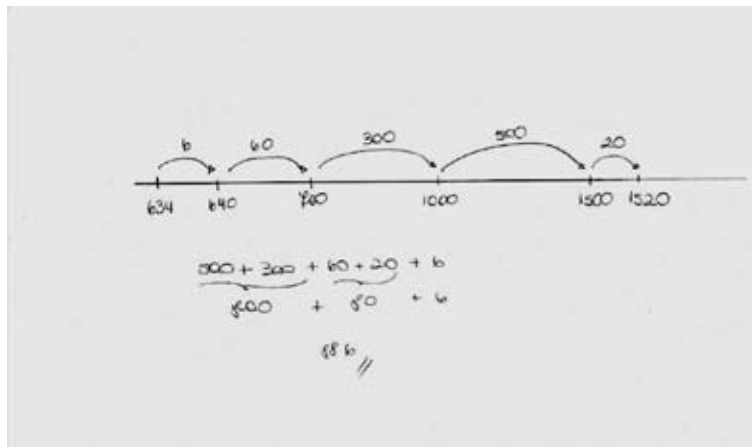
$$\begin{array}{r}
 686 \rightarrow 600 + 80 + 6 \\
 - 253 \rightarrow 200 + 50 + 3 \\
 \hline
 433 \quad 400 + 30 + 3
 \end{array}$$

Utilizan el mismo procedimiento para efectuar restas con reserva. Por ejemplo:

$$\begin{array}{r}
 721 \rightarrow 700 + 20 + 1 = 600 + 100 + 20 + 1 = 600 + 120 + 1 = 600 + 110 + 10 + 1 = 600 + 110 + 11 \\
 - 253 \rightarrow 200 + 50 + 3 = 200 + 50 + 3 \\
 \hline
 468 \quad 400 + 60 + 8
 \end{array}$$

- e. Efectúan sustracciones completando la diferencia desde la cantidad menor hasta la cantidad mayor, por ejemplo:

$$1520 - 634 =$$



En esta estrategia se va completando a cantidades redondas hasta llegar a la cantidad mayor, y se suman las diferencias obtenidas.

- f. Sobre la base de ejemplos concretos sacan conclusiones respecto de la relación inversa entre la adición y la sustracción, por ejemplo:

$$243 + 125 = 368$$

$$368 - 125 = 243$$

$$368 - 243 = 125$$

- g. Sobre la base de ejemplos concretos reconocen que la adición es una operación conmutativa y asociativa, y que estas propiedades no se cumplen en la sustracción. Discuten asimismo el comportamiento del 0 en la adición y en la sustracción.
- h. Resuelven situaciones en que efectúa comparaciones por diferencia. Por ejemplo, buscan información acerca de la altura del Everest y del Aconcagua, y determinan mediante una sustracción cuánto más alto es uno con respecto al otro.
- i. Resuelven situaciones en las que realizan cálculos aproximados, basados en el redondeo. Por ejemplo, efectúan los siguientes redondeos en productos que tienen los precios que se indican a continuación, para obtener el total aproximado:

Detergente	\$ 2.990	→	\$ 3.000
Jabón	\$ 399	→	\$ 400
Arroz	\$ 490	→	\$ 500
Total	\$ 3.879	→	\$ 3.900

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

En esta primera actividad es conveniente considerar los conocimientos que las personas del curso ya tienen respecto de las operaciones de adición y sustracción y a partir de allí comenzar el trabajo de sistematización de dichos conocimientos.

En el caso en que existan grandes diferencias entre las personas del curso se sugiere realizar un proceso de nivelación sobre la base de un trabajo grupal colaborativo, en el que se ayudan unos a otros.

Actividad 2

- A partir de boletas electrónicas de compras de supermercado, realizan redondeos para efectuar sumas aproximadas de los montos totales de las compras, con el fin de verificar el total de la compra que aparece en la boleta.
- Utilizan la calculadora para confirmar el resultado de la compra que aparece en la boleta. Verifican si la aproximación realizada por redondeo es una buena aproximación.
- Resuelven problemas que requieren para su solución el empleo de adiciones y/o sustracciones. Por ejemplo: Un grupo de amigos y amigas realizarán un asado y compran algunas cosas (ver boleta). Necesitan ver cuánto gastaron en los elementos para el asado. Para ello tienen que sumar sólo el precio de los productos correspondientes al asado, ya que el jabón, detergente, tostador, etc., son para la persona que compró las cosas.

Boleta: 226838 caja: 0013

780650050521	Papel higiénico	\$ 1.217
780958350003	Carbón vegetal	\$ 699
780508010002	Cloro	\$ 343
780496000808	Colorac perm nu	\$ 2.790
780500056658	Deterg ultra n	\$ 4.146
780650040170	Toalla de papel	\$ 757
780656500806	Bombillas	\$ 239
780650024130	Pack servillet	\$ 327
000007800460	Jabón líquido	\$ 990
780681021001	Tostador	\$ 899
2.720 kg x 2797/kg man wt		
000000302333	Costillar cerdo	\$ 7.608
1.010 kg x 1999/kg man wt		
000000098571	Filetito pechug	\$ 2.019
0.435 kg x 11679/kg man wt		
000000137638	V sobrecostilla	\$ 730
0.930 kg x 1397/kg man wt		
000000457354	Trutro entero	\$ 1.299
1.300 kg x 2185/kg man wt		
000000880763	V abastero	\$ 2.841
0.960 kg x 1397/kg man wt		
000000457354	Trutro entero	\$ 1.341
750100801507	Cereales caja	\$ 1.599
780295000173	Leche pvo 28%	\$ 4.498
780290030202	Yoghurt	\$ 109

- d. En el ejemplo anterior, redondean las cantidades y determinan un resultado aproximado de la compra de esta lista de productos.
- e. Utilizan calculadora para obtener el total de la compra de los artículos que se usarán en el asado y discuten respecto de la utilidad de conocer el resultado aproximado por medio del redondeo de las cantidades.
- f. Comparan los resultados que se obtienen, realizando redondeos y calculando la suma de las cantidades exactas, evidenciando la diferencia entre estos dos valores, lo que permite observar el error que podría provocar en los cálculos los procedimientos que incorporan el redondeo o la aproximación.
- g. Comentan los procedimientos y los resultados obtenidos en las actividades realizadas.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Se sugiere, en general, que en el desarrollo de los procedimientos para calcular sumas, verifiquen las propiedades de la asociatividad y conmutatividad de la suma, considerando que son útiles para facilitar los cálculos, agrupando convenientemente o cambiando el orden de los sumandos. Se recomienda que usen la calculadora para efectuar los cálculos cuando los sumandos son muchos o se refieren a números grandes, y en el caso de las restas.

Se sugiere discutir los casos en los cuales se justifica y es pertinente realizar cálculos aproximados, efectuando un redondeo.

Se sugiere ampliar la variedad de situaciones semejantes a las descritas, por ejemplo, utilizando folletos de promoción de tiendas y supermercados.

Actividad 3

- a. Con diversas liquidaciones de sueldo verifican los haberes, los cargos y la diferencia que determina el sueldo líquido. Utilizan estrategias de cálculo basadas en la descomposición de los números involucrados. Pueden emplear calculadora.
- b. Se informan, además, sobre los aspectos que debe incorporar una liquidación de sueldo.
- c. En estados de cuentas de chequeras electrónicas o cuentas vista comprueban las diferencias generadas entre el dinero utilizado y el saldo que se obtiene.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Se sugiere que se utilicen liquidaciones de sueldo auténticas y que se expliciten aspectos como las leyes sociales que generan los descuentos de salud y previsión, como también otros posibles descuentos (seguros, impuestos, sindicatos, etc.) o bonos (locomoción, almuerzo).

Actividad 4

- a. Se plantean situaciones de atención médica en las que se paga la atención y luego se pide el reembolso. Determinan el total gastado en las consultas y lo comparan con el total del reembolso de la Isapre o Fonasa.
- b. En el contexto del cuidado de la salud bucal, comentan sobre los procedimientos dentales más frecuentes como limpieza, obturaciones (tapaduras), extracciones, etc. A partir de un presupuesto de tratamiento dental verifican el monto total del servicio y si la suma corresponde a lo descrito en el presupuesto.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

En esta actividad analizan distintos bonos de salud emitidos por Isapres o Fonasa. Se ha considerado la situación sobre los procedimientos dentales, ya que habitualmente un tratamiento dental consta de varias etapas (limpieza, tapaduras, extracciones, etc.), y el cálculo de los montos comprometidos es necesario al momento de planificarlos. Es conveniente aprovechar esta actividad para abordar temas sobre la salud bucal de niños y adultos.

Actividad 5

- a. Buscan información acerca del contenido calórico de los alimentos. Analizan la información obtenida y determinan aproximadamente cuántas calorías consumen diariamente. Comparan y comentan sus resultados, en el contexto de tener una alimentación sana.
- b. Analizan individualmente las calorías consumidas en una semana.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Para el desarrollo de esta actividad es conveniente contar con tablas de los aportes calóricos de los alimentos e incentivar la alimentación sana, describiendo las ventajas de planificar la alimentación de acuerdo a los requerimientos alimenticios de cada persona.

Actividad 6

- a. En grupos ejercitan estrategias para realizar sumas y restas. Las comentan e identifican aquellas que les parecen más efectivas y simples de trabajar. Incorporan el cálculo mental y el cálculo aproximado.
- b. Comentan situaciones en que les resulta habitualmente significativo realizar cálculos mentales y aproximados de adiciones y sustracciones como, por ejemplo, en negociaciones de compra y venta.

- c. Analizan tablas de información para determinar las diferencias en los precios de un mismo producto en distintas tiendas comerciales.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Se sugiere el uso de guías de problemas que se resuelvan a partir de adiciones y sustracciones, con una dinámica de trabajo en grupos que propicie el análisis de distintos procedimientos de cálculo.

En diversas páginas de Internet es posible encontrar mucha información similar que podría ser de interés para personas adultas.

Unidad 2: Situaciones de multiplicación

En esta Unidad discuten diferentes situaciones que pueden ser resueltas mediante una multiplicación: adición iterada de sumandos iguales, relaciones de proporcionalidad (uno a varios) y arreglos rectangulares (arreglos en filas y columnas en que todas las filas tiene el mismo número de elementos).

Como en la Unidad 1 es importante partir de los conocimientos que las personas del curso ya poseen, sistematizando y justificando los procedimientos de cálculo que conocen.

La Unidad pone énfasis en los significados que se asocian con la operación de multiplicación, destacando que no corresponde solamente a una adición iterada sino que también es aplicable a las otras situaciones mencionadas más arriba.

En el desarrollo de las actividades y cuando sea pertinente, es recomendable destacar algunas estrategias de cálculo mental que resultan especialmente útiles en situaciones cotidianas como, por ejemplo, el manejo fluido de las combinaciones multiplicativas básicas (multiplicaciones de un dígito por un dígito), la multiplicación por 10 y por potencias de 10, la generalización de las combinaciones básicas (por ejemplo, de $3 \times 4 = 12$ obtener $30 \times 400 = 12.000$).

Es importante, asimismo, desarrollar la capacidad para utilizar la calculadora en forma eficiente y en situaciones en que su uso es adecuado.

Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> Reconoce la operación de multiplicación como modelo que puede representar una amplia variedad de situaciones. 	Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> Asocia la operación de multiplicación con situaciones que corresponden a adiciones iteradas de sumandos iguales. Asocia la operación de multiplicación con situaciones en que se presenta una relación de proporcionalidad de uno a varios. Asocia la operación de multiplicación con situaciones que pueden ser interpretadas como arreglos rectangulares.
<ul style="list-style-type: none"> Maneja estrategias de cálculo mental y escrito, y utiliza la calculadora para determinar productos. 	<ul style="list-style-type: none"> Utiliza estrategias de cálculo mental para obtener resultados de multiplicaciones en situaciones en que es necesario efectuar un cálculo rápido. Aplica algoritmos de cálculo escrito de multiplicaciones. Utiliza eficientemente la calculadora para determinar productos.
<ul style="list-style-type: none"> Resuelve problemas que requieren de la aplicación de multiplicaciones para su solución. 	<ul style="list-style-type: none"> Identifica la información que permite resolver el problema. Realiza una estrategia efectiva para determinar las operaciones que permiten resolver el problema. Comunica los procedimientos utilizados. Interpreta los resultados obtenidos de acuerdo al contexto del problema.
<ul style="list-style-type: none"> Reconoce propiedades básicas de la multiplicación. 	<ul style="list-style-type: none"> Identifica situaciones que corresponden a la propiedad conmutativa de la multiplicación. Identifica situaciones que corresponden a la propiedad asociativa de la multiplicación. Identifica situaciones que corresponden a la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la adición. Da ejemplos que muestran que reconoce el comportamiento del 0 y el 1 en la multiplicación.
<ul style="list-style-type: none"> Estima aproximadamente resultados de multiplicaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> Redondea los factores para determinar resultados aproximados de productos en situaciones en que ello es pertinente.

Ejemplos de actividades

Actividad 1

- a. En diversas situaciones en las que intervienen números pequeños utilizan multiplicaciones para modelar la situación.

Por ejemplo:

Determinar cuántos libros hay en total en 4 cajas que contienen 5 libros cada una.

Si un kilo de pan cuesta \$600, ¿cuánto cuestan 5 kilos?

Se quiere construir un muro de ladrillos que tenga 5 filas y cada una de ellas esté formada por 8 ladrillos. ¿Cuántos ladrillos se necesitan?

- b. Completan una tabla de precios a partir del valor unitario de un producto.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Se sugiere poner el énfasis en la identificación de situaciones que pueden ser modeladas empleando una multiplicación. En todos estos casos es conveniente utilizar números pequeños, ya que de lo que se trata es de avanzar en la comprensión del significado de la multiplicación y no así en los procedimientos de cálculo.

Se sugiere pedir a los propios estudiantes adultos y adultas que propongan situaciones que podrían ser modeladas a través de multiplicaciones.

Actividad 2

- a. Construyen tablas con las combinaciones multiplicativas básicas (productos de un dígito por un dígito) y las memorizan. Resuelven situaciones problemáticas que implican el uso de una o más de dichas combinaciones multiplicativas.
- b. Establecen un procedimiento simple para multiplicar mentalmente un número por 10 o por una potencia de 10. Resuelven situaciones problemáticas que implican el uso de dichas multiplicaciones.
- c. Exploran situaciones de multiplicación en que uno o los dos factores terminan con ceros. Por ejemplo, para multiplicar 20×300 se multiplica 2×3 y se agregan 3 ceros al resultado. Resuelven situaciones problemáticas que implican el uso de dichas multiplicaciones.
- d. Comparan diversos ejemplos de multiplicación que tengan el mismo resultado correspondiente a cambio de orden de los factores (conmutatividad), orden de realización de la multiplicación de más de dos factores (asociatividad), multiplicaciones donde uno de sus factores es el uno (elemento neutro).

- e. Exploran diversos ejemplos de multiplicación en que uno de los factores es una adición y sacan conclusiones respecto de la distributividad de la multiplicación respecto de la adición.
Verifican si la multiplicación es también distributiva con respecto a la sustracción.
- f. Resuelven situaciones en que es útil emplear cálculos aproximados de productos redondeando uno de los factores. Por ejemplo, si un objeto vale \$2.799, ¿cuánto dinero se necesita, aproximadamente, para comprar 3 de dichos objetos?

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Aquí se actualizan las combinaciones multiplicativas básicas que es conveniente que los estudiantes adultos y adultas manejen con fluidez.

Al mismo tiempo se introduce una estrategia de cálculo mental especialmente útil: la multiplicación por una potencia de 10. Debido al carácter decimal del sistema de numeración, multiplicar por una potencia de 10 es muy simple: basta agregar ceros al número que se está multiplicando por la potencia. De esta forma estas multiplicaciones pueden realizarse mentalmente.

Finalmente a través del análisis de casos concretos se destacan las principales propiedades de la multiplicación. En estos casos es recomendable utilizar la calculadora para poder tener una gama muy amplia de ejemplos.

Actividad 3

- a. Realizan cálculos por escrito de multiplicaciones en que uno de los factores es un dígito, utilizando la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición.

Por ejemplo:

$$1.520 \times 4 = (1.000 + 500 + 20) \times 4 = (1.000 \times 4) + (500 \times 4) + (20 \times 4) = 4.000 + 2.000 + 80 = 6.080$$

- b. Analizan diversas situaciones problemáticas que involucran multiplicaciones que han sido resueltas por medio del algoritmo convencional. En cada caso, interpretan cada uno de los números que aparecen, describiendo su origen.
- c. Comparan los procedimientos empleados en a. y en b. para efectuar las multiplicaciones y concluyen que el segundo procedimiento corresponde a una simplificación o abreviación del primero.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Estas actividades apuntan a discutir y fundamentar los algoritmos que usualmente se utilizan para calcular multiplicaciones por escrito. A través del análisis de casos concretos las personas del curso podrán ver que el algoritmo convencional es un procedimiento abreviado en el cual la descomposición aditiva está implícita y la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición.

Actividad 4

a. Resuelven problemas en diferentes contextos cuya solución requiere de 1 ó 2 multiplicaciones.

Por ejemplo:

- Se requiere embaldosar una terraza que tendrá 20 filas de 18 baldosas cada una. Determinar cuántas cajas de baldosas hay que comprar si cada caja tiene 8 baldosas.
- Calcular la altura de un edificio de 15 pisos si cada piso tiene una altura de 3 metros.
- Situaciones en que se dan longitudes expresadas en metros y que requieran ser expresadas en centímetros.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Se sugiere que las personas del curso trabajen en grupo y den a conocer los procedimientos utilizados y los resultados obtenidos en cada caso. Así también que propongan nuevas situaciones, utilizando datos reales que se pueden obtener, por ejemplo, a través de Internet.

Unidad 3: Situaciones de división

La división, al igual que la multiplicación se asocia a situaciones diversas que no son idénticas, aunque el resultado se pueda obtener realizando la misma operación. En esta unidad, antes de abordar el cálculo y la construcción de un algoritmo, se propone enfrentar a los estudiantes adultos y adultas a múltiples situaciones que les permitan comprender los diferentes aspectos de esta operación: situaciones de distribución equitativa, de medida y situaciones en que la resolución se apoya en el carácter inverso de la división respecto de la multiplicación.

En esta Unidad, en las primeras actividades, se discuten diversas situaciones que se pueden representar mediante una división y se analizan sus características. En estos casos es importante trabajar con números pequeños y fáciles de dividir con el fin de concentrar la atención en las características de la operación.

Es posible que las personas del curso, a partir de sus experiencias, obtengan rápidamente resultados; es tarea del docente formular preguntas que orienten el trabajo hacia el análisis y la comprensión de todos los aspectos de las situaciones y orienten la obtención de conclusiones.

Más adelante en la Unidad se avanza hacia la comprensión del algoritmo habitualmente utilizado para resolver divisiones por escrito. Se propone comenzar con situaciones en que la división correspondiente tenga un divisor de una cifra e incorporar, como en las unidades anteriores, las maneras de resolver que ponen en práctica las personas adultas en su experiencia cotidiana.

Para divisiones más complejas se sugiere incorporar el uso de la calculadora.

Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> Reconoce la operación de división como modelo que puede representar una amplia variedad de situaciones. 	Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> Asocia la operación de división con situaciones que corresponden a repartos equitativos. Asocia la operación de división con situaciones correspondientes a una medida. Asocia la operación de división con situaciones en las que se refleja el carácter inverso de la división con respecto a la multiplicación.
<ul style="list-style-type: none"> Maneja estrategias de cálculo mental y escrito, y utiliza la calculadora para determinar cocientes. 	<ul style="list-style-type: none"> Utiliza estrategias de cálculo que implican el uso del carácter inverso de la división con respecto a la multiplicación. Aplica algoritmos de cálculo escrito de divisiones. Utiliza eficientemente la calculadora para determinar cocientes.
<ul style="list-style-type: none"> Resuelve problemas que requieren de la aplicación de operaciones aritméticas para su solución. 	<ul style="list-style-type: none"> Identifica la información que permite resolver el problema. Realiza una estrategia efectiva para determinar las operaciones que permiten resolver el problema. Comunica los procedimientos utilizados. Interpreta los resultados obtenidos de acuerdo al contexto del problema.
<ul style="list-style-type: none"> Reconoce propiedades de la multiplicación que no se cumplen en el caso de la división. 	<ul style="list-style-type: none"> Da ejemplos que muestran que entiende que la división no es conmutativa. Da ejemplos que muestran que entiende que la división no es asociativa.
<ul style="list-style-type: none"> Estima aproximadamente resultados de divisiones. 	<ul style="list-style-type: none"> Redondea el dividendo y/o el divisor para determinar resultados aproximados de cocientes en situaciones en que ello es pertinente.
<ul style="list-style-type: none"> Aplica correctamente las convenciones relativas a la prioridad de la multiplicación y la división por sobre la adición y la sustracción y al uso de paréntesis en expresiones que contienen más de una operación. 	<ul style="list-style-type: none"> En casos específicos, muestra cómo la presencia de más de una operación en una expresión matemática puede ocasionar ambigüedad. Interpreta el empleo de paréntesis en expresiones matemáticas. Identifica situaciones en que se aplica la prioridad de la multiplicación y la división por sobre la adición y la sustracción en expresiones que contienen más de una operación y aplica correctamente las convenciones respectivas.

Ejemplos de actividades

Actividad 1

- a. Analizan situaciones que corresponden a una distribución equitativa, cuya división no genere resto.

Por ejemplo: se tiene un saco de 300 naranjas que deben distribuirse en 15 mallas, ¿cuántas naranjas deben ponerse en cada malla?

- b. Analizan situaciones que corresponden a una medida, cuya división no genere resto.

Por ejemplo: se tiene un saco de 300 naranjas y se quiere repartirlas en mallas, poniendo 20 naranjas en cada una, ¿cuántas mallas se necesitan?

- c. Proponen y discuten acerca de situaciones cotidianas en las que se requiere dividir para encontrar un resultado.

- d. Analizan situaciones en las que se refleja el carácter inverso de la división con respecto a la multiplicación.

Por ejemplo: se quiere distribuir 20 sillas en un arreglo rectangular con 5 sillas en cada fila. ¿Cuántas filas resultarán?

- e. Analizan situaciones similares a las anteriores que se representan mediante una división con resto.

Por ejemplo: en una organización de 33 integrantes se desea formar grupos de 5 personas cada uno. ¿Quedarán personas fuera de los grupos?

- f. Buscan, en situaciones habituales de la vida cotidiana, aquellas que correspondan a cada uno de los tipos de situaciones analizadas. Las esquematizan y analizan, estableciendo similitudes y diferencias.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

En este caso, la primera situación se resuelve haciendo la división $300 : 15 = 20$. La segunda corresponde a $300 : 20 = 15$.

Es importante llevar a las personas del curso a observar que en un caso el resultado representa “naranjas por malla”, es decir, se divide por el número de mallas. En el segundo caso, en cambio, se “hacen grupos” de una determinada cantidad de naranjas y el resultado representa la cantidad de grupos (o de mallas). Esta acción se puede resolver en la práctica, formando montones de 20 naranjas hasta que estas se agotan. En el caso anterior, la acción es diferente: se puede ir poniendo una naranja en cada malla hasta que las naranjas se agotan y luego se cuentan las naranjas de una malla.

En el ejemplo de las sillas sabemos que el número total de sillas corresponde al producto del número de filas por el número de sillas en cada fila. En este caso se conoce el número total de sillas y el número

de sillas en cada fila, en consecuencia, dado que la división es la operación inversa de la multiplicación, este problema puede resolverse mediante la división $20 : 5$.

Se sugiere presentar una variada gama de situaciones considerando los distintos significados de la división.

Es importante insistir en que no se trata de que las personas del curso se aprendan los nombres de los distintos tipos de situaciones, sino que comprendan que la división es una operación que no corresponde a un solo tipo de situación, sino que existen variedad de situaciones que pueden resolverse por medio de una división.

Actividad 2

- a. Resuelven situaciones simples de división mediante el procedimiento de buscar un número que multiplicado por el divisor sea igual al dividendo. Por ejemplo, para dividir $36 : 9$ se busca un número que multiplicado por 9 sea igual a 36. Concluyen que basta conocer las combinaciones multiplicativas para calcular los cuocientes correspondientes a dichas combinaciones.
- b. Analizan diversas situaciones problemáticas que involucran divisiones que han sido resueltas por medio del algoritmo convencional. En cada caso, interpretan cada uno de los números que aparecen, describiendo su origen.
- c. Resuelven problemas que involucran divisiones que resuelven mediante el uso de la calculadora.
- d. Resuelven problemas en los cuales es necesario dividir un número terminado en ceros (40, 100, 500, etc...) por un número de una cifra. Sistematizan sus procedimientos y obtienen conclusiones. Por ejemplo, para dividir $40.000 : 8$ se puede dividir $40 : 8$ y agregar 3 ceros al resultado.
- e. Analizan situaciones en las que la división por 10 o una potencia de 10 se obtiene eliminando ceros en el dividendo. Por ejemplo, para dividir $83.000 : 100$ basta eliminar 2 ceros en 83.000. Comparan este procedimiento con el procedimiento conocido para multiplicar un número por una potencia de 10.
- f. A través de ejemplos concretos, establecen que la división no cumple las propiedades de conmutatividad ni de asociatividad. Analizan asimismo el comportamiento del 0 y del 1 en la división.
- g. A través de ejemplos constatan que una expresión que contiene diferentes operaciones puede no tener un resultado único, dependiendo del orden en que se realizan las operaciones. Por ejemplo: Si en la expresión $3 + 2 \times 7$ primero se efectúa la suma $3 + 2$ y el resultado se multiplica por 5 se obtiene 35. En cambio si primero se multiplica 2×7 y al resultado se le suma 3 se obtiene 17.
- h. Se informan acerca de la convención que se ha establecido en relación con la prioridad de la multiplicación y la división con respecto a la adición y sustracción en expresiones que contienen combinaciones de estas operaciones.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Estas actividades se orientan a proporcionar a los estudiantes adultos y adultas estrategias de cálculo de divisiones, principalmente la aplicación del carácter inverso de la división con respecto a la multiplicación y el uso de la calculadora.

Es conveniente, asimismo, mostrar el algoritmo habitual de cálculo escrito de divisiones sin poner especial énfasis en lograr un dominio acabado del mismo, sino más bien para que las personas del curso comprendan los algoritmos que probablemente ya conocen.

Se sugiere que si los estudiantes adultos y adultas utilizan otros procedimientos de cálculo, éstos sean analizados y discutidos en conjunto.

Actividad 3

- Resuelven situaciones que involucran dinero en las cuales es necesario dividir por una cifra y la división no es exacta, es decir, hay un resto. Interpretan el resto.
- Resuelven situaciones que involucran la expresión de unidades de medida que para calcular las equivalencias sea necesario dividir. Por ejemplo: sabiendo que 1.000 metros equivalen a 1 kilómetro, expresan en kilómetros 10.000 metros.
- Resuelven problemas que implican la realización de una multiplicación y una división. Comparan diversos procedimientos.

Por ejemplo: 5 personas compran 25 unidades de un artículo cuyo costo unitario es de \$1.000 y dividen el costo total en partes iguales.

- Resuelven una situación compleja, que se presenta, por ejemplo, a partir de un documento como una cuenta de consumo eléctrico o agua, que requiere realizar más de dos operaciones para encontrar un resultado y tomar una decisión.

Por ejemplo: Alicia acaba de recibir la cuenta del agua. En ella se observa un gran consumo. Creyendo que se trata de un error, su primera reacción fue de mucha molestia. Pero después reflexiona: "¿no soy yo misma responsable en el fondo? ¿No será la llave que gotea en el patio la causa de este consumo? Si es así, quizás yo habría ahorrado haciéndola reparar.

Con los siguientes datos:

Consumo del mes 24 m^3

Precio de los primeros 20 m^3 \$ 250 por metro cúbico.

Precio por los siguientes m^3 \$ 400 por metro cúbico.

... ayudan a Alicia a tomar la decisión. ¿Es interesante que arregle la llave? Ella calculó que con lo que pierde puede llenar un bidón de 50 L por día. Averiguó que el precio por la reparación de la llave es de \$2.000.

¿Con lo ahorrado en agua de cuántos días se recuperaría el valor del arreglo de la llave?

¿Existirían otras razones que impulsaran a Alicia a reparar la llave?

- e. Analizan boletas de consumo que les pertenecen y calculan el gasto que teóricamente realiza cada miembro del hogar (consumo per cápita).

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Esta actividad propone situaciones más complejas, con datos accesorios y que requieren, en algunos casos, no solo encontrar resultados numéricos sino que, a partir de ellos, dar una opinión o tomar una decisión.

Es recomendable que el docente proponga varias situaciones similares, cuidando que estén al alcance de los estudiantes adultos y adultas de este nivel.

En cada caso se sugiere que se explique y comente el procedimiento utilizado y los resultados obtenidos.

Asimismo, es conveniente aprovechar estas actividades para consolidar los conocimientos adquiridos en relación con el significado de las diferentes operaciones, sus propiedades y los procedimientos de cálculo.



Módulo 3

Formas geométricas y orientación espacial

En el presente módulo se abordan aspectos relacionados con la orientación espacial y con las figuras y cuerpos geométricos. En relación con la orientación espacial se efectúan descripciones de posiciones de personas u objetos y de trayectorias, utilizando planos o esquemas. En relación con las formas geométricas se analizan características relevantes de algunas figuras geométricas, en especial, de triángulos y cuadriláteros en relación con sus lados y ángulos, y de cuerpos geométricos, en especial, prismas rectos, pirámides, cilindros, conos y esferas en relación con sus caras, aristas y vértices.

En la descripción de las trayectorias se utilizan los referentes físicos del lugar que se describe o representa, como también referentes que corresponden a los puntos cardinales: norte, sur, este y oeste. Las trayectorias pueden ser descritas con el apoyo de representaciones simples, las que no requieren que sean a escala, por lo que pueden corresponder a bocetos o esquemas.

En cuanto a las formas geométricas, es importante la observación del entorno e identificar en él las formas geométricas básicas, como el triángulo y los cuadriláteros. En el análisis de las formas geométricas se utilizarán conceptos como perpendicularidad, paralelismo, ángulo recto; estos elementos permiten, también, describir trayectorias, considerando referentes en los cuales se pueden observar.

El presente módulo se ha organizado en las siguientes unidades:

Unidad 1: Posiciones y trayectorias.

Unidad 2: Triángulos y cuadriláteros.

Unidad 3: Cuerpos geométricos.

Contenidos Mínimos para este módulo

1. Lectura, construcción e interpretación de representaciones gráficas de posiciones de personas u objetos y trayectorias (dibujos esquemáticos, mapas, planos, cuadrículados), sin enfatizar escalas.
2. Manejo de sistemas de referencia absolutos (puntos cardinales) y referentes relativos (puntos de referencia seleccionados) para describir y comunicar posiciones de personas u objetos y trayectorias.
3. Relaciones de paralelismo y perpendicularidad. Identificación de ángulos rectos, ángulos agudos y ángulos obtusos.
4. Caracterización e identificación de triángulos y cuadriláteros. Lados, vértices, ángulos y diagonales. Clasificación de triángulos y cuadriláteros en función de la medida de sus lados y de sus ángulos. Empleo de triángulos y cuadriláteros para describir y representar en forma simplificada objetos del mundo real.
5. Caracterización e identificación de prismas rectos, pirámides, cilindros, conos y esferas en relación con sus caras, aristas y vértices. Interpretación y uso de representaciones planas de cuerpos geométricos para describir y representar en forma simplificada objetos del mundo real.
6. Resolución de problemas que involucren la descripción e interpretación de posiciones de personas u objetos y de trayectorias, así como las propiedades de triángulos y cuadriláteros y de prismas rectos, pirámides, cilindros, conos y esferas.

Aprendizajes esperados

A partir del desarrollo de este módulo se espera que los estudiantes adultos y adultas:

- Describan y ubiquen posiciones de personas u objetos, empleando planos o esquemas.
- Describan e interpreten trayectorias, usando planos o esquemas.
- Caractericen triángulos de acuerdo a sus ángulos y a la medida de sus lados.
- Caractericen cuadriláteros en particular el rectángulo y el cuadrado.
- Distingan ángulo recto, obtuso y agudo.
- Reconozcan triángulos y cuadriláteros en diversos elementos y construcciones del entorno y en diseños.
- Caractericen e identifiquen prismas rectos, pirámides, cilindros, conos y esferas.
- Usen cuerpos geométricos para describir y representar en forma simplificada objetos del mundo real.

Sugerencias de evaluación

La evaluación para este módulo no debería centrarse exclusiva o casi exclusivamente en torno a definiciones o en torno a términos. Aunque la adquisición de un vocabulario geométrico básico es un objetivo deseable, debe darse la primera importancia a la comprensión de las relaciones espaciales en figuras y cuerpos geométricos y a la capacidad para ubicarse adecuadamente en el espacio.

Tampoco conviene poner un énfasis especial en la memorización de hechos específicos. Un cubo tiene 6 caras, 12 aristas y 8 vértices. Pero lo importante no es memorizar este hecho sino desarrollar la capacidad para establecer el número de caras, aristas y vértices de un cuerpo geométrico cualquiera.

De igual forma, al evaluar los conocimientos relativos a la descripción de posiciones y trayectorias, es necesario prestar atención preferente a la capacidad para comunicar e interpretar información relativa a la ubicación de lugares, personas u objetos en situaciones reales y de interés para estudiantes adultos y adultas.

Unidad 1: Posiciones y trayectorias

En esta Unidad se utilizan planos o representaciones esquemáticas que permitan describir la posición de personas, objetos o lugares como, por ejemplo, el patio de una casa o la distribución de las habitaciones de una casa. Las representaciones no requieren ser dibujadas a escala, pero deben ser suficientemente claras como para permitir identificar los aspectos básicos que están representados. Las representaciones que se privilegian son de vista aérea o desde arriba, como los planos de ciudades y carreteras.

Para verificar la claridad de los planos o de los esquemas realizados se puede comprobar si son entendibles para todas las personas del curso. De la misma forma, las descripciones deben permitir comunicar la ubicación o la trayectoria que se desea expresar. En el transcurso de las actividades se pueden incluir relatos orales para ejercitar la precisión de las indicaciones de trayectoria y ubicaciones.

Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> Describe y ubica posiciones de personas u objetos, empleando planos o esquemas. 	Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> Usa correctamente la simbología de un plano, mapa o esquema. Usa correctamente las expresiones a la derecha de, a la izquierda de, avanzar y retroceder. Describe la posición de una persona, objeto o lugar. Realiza planos esquemáticos para indicar la posición de lugares.
<ul style="list-style-type: none"> Describe e interpreta trayectorias, usando planos o esquemas. 	<ul style="list-style-type: none"> Sigue una trayectoria en un plano a partir de las indicaciones dadas por otra persona. Realiza planos esquemáticos para indicar la trayectoria a seguir para llegar a un lugar dado. Comunica verbalmente diferentes trayectorias.

Ejemplos de actividades

Actividad 1

- a. Elaboran esquemas de lugares del entorno, que son reconocidos por el curso como, por ejemplo, la escuela, la plaza o algún otro espacio público.
- b. Comentan las diversas formas utilizadas para representar los distintos elementos del esquema. Analizan la necesidad de un grado mínimo de precisión para que los esquemas comuniquen la ubicación de los distintos elementos para todas las personas que requieran interpretar el plano.
- c. Discuten las posiciones relativas de los elementos representados, con expresiones como: está a la derecha de, a la izquierda de o utilizando puntos cardinales.
- d. Dibujan esquemas de lugares como el terreno de la casa. Representan la ubicación de elementos como árboles y plantas. Utilizan un esquema para proyectar una adecuación o modificación del espacio como: plantas, juegos, zona de asados.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

En esta actividad los esquemas solicitados son bosquejos y no requieren de la relación determinada por una escala; sin embargo, es posible que este aspecto sea mencionado por alguna persona. La idea de escala puede quedar planteada y descrita en forma general, sin detallarla, pues en este nivel no se requiere de su aplicación, ya que solo se espera realizar una conceptualización básica del plano. Los esquemas que se soliciten deben estar relacionados con lugares que ellos reconozcan de tal forma que ese conocimiento les permita realizar un bosquejo del lugar. Se sugiere contar con papel cuadriculado para ayudar al diseño de los planos esquemáticos.

Actividad 2

- a. Analizan planos y mapas, reconociendo la simbología que se utiliza en ellos.
- b. Incorporan simbología en sus planos esquemáticos.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

En esta actividad se sugiere que el docente presente planos o mapas de diverso carácter, como de calles, construcciones, habitaciones. A partir de ellos los estudiantes adultos y adultas pueden interpretar la simbología utilizada y describir ubicaciones y trayectorias. También el profesor o profesora puede solicitar la realización de planos que incorporen simbología pertinente de acuerdo a lo que se está representando. En general, en el desarrollo de las actividades se sugiere que el docente incorpore y discuta con las personas del curso el uso de los puntos cardinales, relaciones de paralelismo y perpendicularidad,

observando que la utilización de estos conceptos para realizar descripciones corresponden a un uso informal, pues el paralelismo se define en condiciones particulares (una calle puede ser paralela a otra en un determinado segmento y no en la prolongación); sin embargo, pueden ser usados para la descripción de posiciones relativas entre calles.

Actividad 3

- a. Describen trayectorias en el plano de una ciudad o de una zona geográfica.
- b. Interpretan la simbología utilizada en mapas turísticos para señalar sitios de interés y describen la forma de llegar a ellos desde un punto dado.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

En el desarrollo de esta actividad se sugiere centrar la atención en las descripciones que realizan los estudiantes adultos y adultas, y poner en discusión si son suficientemente claras. En algunos planos de ciudades se emplean cuadrantes que se identifican con letras y números. Es importante interpretar esta simbología preguntando, por ejemplo, ¿qué se encuentra en el cuadrante 4 B?

Los planos turísticos son útiles para realizar descripciones, ya que éstos indican los puntos de interés con íconos o con numeración.

Unidad 2: Triángulos y cuadriláteros

En esta Unidad se aborda el reconocimiento del triángulo y cuadriláteros desde la observación del entorno, y a través de la caracterización de sus propiedades en relación con sus lados y ángulos.

En el entorno, la presencia de triángulos y cuadriláteros es muy frecuente, se hace evidente al poco tiempo de observación, pues es notable su uso en estructuras, muebles, construcciones y otros. El uso del triángulo, por ejemplo, en las estructuras no es casual y se debe a una característica particular de éste, que si bien es física, es una cualidad que invita a saber más de esta figura geométrica. El triángulo es una figura rígida y difícil de transformar a menos que se rompa, así su uso en puentes y grandes construcciones es muy importante. De esta forma es posible observar estructuras triangulares en las torres de alta tensión, andamios, puentes como, por ejemplo, el del Malleco, en la novena región, y en la Torre Eiffel, en París.

Un triángulo es una figura plana que está constituida por tres lados. Se clasifican básicamente por las medidas de sus ángulos interiores y por la medida de sus lados.

En relación con la medida de sus ángulos es necesario introducir el ángulo recto, apoyados primero en la observación y luego usando una escuadra, para luego determinar si un ángulo dado es igual, mayor o menor que un ángulo recto.

En el caso de los cuadriláteros la atención se fija en la posibilidad de existencia de ángulos rectos, de paralelismo entre lados, o de igualdad de longitud de sus lados.

Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> Reconoce triángulos en diversas construcciones del entorno y en diseños. 	Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> Identifica triángulos en diversas estructuras y formas del entorno. Representa en papel diversos tipos de triángulos.
<ul style="list-style-type: none"> Caracteriza triángulos de acuerdo a sus ángulos y a la medida de sus lados. 	<ul style="list-style-type: none"> Reconoce si las medidas de los ángulos son mayores, menores o iguales a un ángulo recto. Reconoce que un triángulo solo puede tener un ángulo que mida más de un ángulo recto.
<ul style="list-style-type: none"> Reconoce cuadriláteros en diversas construcciones del entorno y en diseños. 	<ul style="list-style-type: none"> Identifica cuadriláteros en diversas estructuras y formas del entorno. Representa en papel diversos tipos de cuadriláteros.
<ul style="list-style-type: none"> Caracteriza cuadriláteros en particular el rectángulo y el cuadrado. 	<ul style="list-style-type: none"> Identifica las propiedades del cuadrado en relación con sus ángulos y con la medida de sus lados. Identifica las propiedades del rectángulo en relación con sus ángulos y con la medida de sus lados opuestos. Identifica paralelogramos en base al paralelismo de sus lados opuestos. Reconoce al rectángulo y al cuadrado como casos particulares de paralelogramos.
<ul style="list-style-type: none"> Distingue ángulo recto, obtuso y agudo. 	<ul style="list-style-type: none"> Clasifica triángulos según criterios de medida de sus ángulos y de sus lados. Usa los tipos de ángulos en la descripción de cuadriláteros.

Ejemplos de actividades

Actividad 1

- a. Con distintos elementos construyen triángulos diversos. Los comparan con cuadriláteros. Formulan conclusiones.
- b. Buscan ejemplos de empleo de estructuras triangulares en construcciones, estructuras metálicas, muebles y otros.
- c. Buscan ejemplos de empleo de cuadriláteros en construcciones, estructuras metálicas, muebles y otros.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

En los diferentes objetos y construcciones que nos rodean la presencia de formas triangulares y cuadrangulares es extraordinariamente frecuente.

Como se apunta en la introducción a este módulo, la presencia del triángulo en las estructuras no es casual y se debe a que los elementos triangulares tienen un alto grado de rigidez y sólo pueden deformarse si varía la longitud de sus lados. Por esta razón, es posible observar formas triangulares en torres de alta tensión, en puentes, en andamios, etc.

El rectángulo es asimismo otra forma que se puede observar casi en todos los objetos y construcciones humanas. Muchas de las formas rectangulares surgen por el hecho de que el objeto o la construcción tiene elementos verticales y elementos horizontales, lo que da origen a ángulos rectos y, por lo tanto, a formas rectangulares.

Actividad 2

- a. Comentan acerca de las características del ángulo recto y su uso. Utilizan la escuadra para verificar si un ángulo es o no recto.
- b. Dibujan triángulos solo con ángulos menores que un ángulo recto.
- c. Dibujan triángulos con solo un ángulo recto.
- d. Analizan si es posible trazar triángulos con dos ángulos rectos. Comentan la situación y la explican.
- e. Intentan trazar triángulos con dos ángulos mayores que un ángulo recto. Comentan y explican la situación.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

En esta actividad, es importante dar énfasis a que los estudiantes adultos y adultas reconozcan, por medio de la observación y con ayuda de una escuadra, los ángulos mayores, menores o iguales a 90° (ángulo

recto). Con este conocimiento se sugiere que las personas del curso experimenten en la construcción de triángulos con distintas medidas en sus ángulos interiores (todos los ángulos interiores agudos, un ángulo recto, dos ángulos rectos, un obtuso, dos obtusos) y determinen cuáles resultan imposibles.

Actividad 3

- Con ayuda de una escuadra describen triángulos en función de la medida de sus ángulos (considerando la medida de los ángulos en relación al ángulo recto) y la medida de los lados destacando cómo son entre sí (los 3 lados iguales, sólo 2 iguales, todos desiguales).
- Se informan acerca de los nombres que reciben los triángulos de acuerdo a las características de sus lados y ángulos.
- Clasifican triángulos, utilizando una matriz como la siguiente:

	Escaleno	Isósceles	Equilátero
Acutángulo			
Obtusángulo			
Rectángulo			

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Esta actividad apunta a la clasificación de triángulos de acuerdo a la medida de sus lados y a la medida de sus ángulos.

Se sugiere que trabajen en grupo, dividiéndose las tareas y comparando los resultados obtenidos por los distintos grupos.

Actividad 4

- Analizan diversos cuadriláteros construidos con materiales variados.

Por ejemplo: con hilo elasticado construyen un cuadrilátero con los cuatro lados de igual medida (8 cm). Se les pregunta qué figura es la que se obtiene al marcar el cuadrilátero en una hoja de papel. Describen sus características. Modificando los ángulos obtienen otros cuadriláteros. Distinguen a la familia de cuadriláteros obtenidos como rombos, en cuanto sus cuatro lados miden lo mismo y sus lados opuestos son paralelos. El docente destaca al cuadrado como aquel rombo en particular que tiene sus ángulos rectos.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

En esta actividad se sugiere que, a partir de la construcción del cuadrilátero con sus cuatro lados de igual medida, observen la familia que se genera al modificar sus ángulos, entre los cuales se distingue el cuadrado como aquel cuadrilátero que tiene sus cuatro lados de igual medida y sus ángulos internos rectos.

Actividad 5

- a. Analizan diversos cuadriláteros a partir de la combinación de 2 triángulos rectángulos escalenos congruentes y analizan los cuadriláteros obtenidos. Comentan lo que observan de acuerdo al paralelismo y a la perpendicularidad de sus lados. El profesor o profesora formaliza el concepto de paralelogramo como el cuadrilátero que tiene dos pares de lados paralelos entre sí y luego responden preguntas tales como: ¿cuántos paralelogramos se obtuvieron?, ¿hay alguno que tenga pares de lados perpendiculares entre sí? Analizan el rectángulo como un paralelogramo particular.
- b. Realizan la misma actividad con dos triángulos rectángulos isósceles congruentes. Analizan el cuadrado como un cuadrilátero muy particular, en que sus cuatro lados miden lo mismo, es paralelogramo y sus ángulos son rectos.
- c. Comentan acerca de objetos que tienen formas semejantes a cuadriláteros que pueden observar en su entorno y los analizan según criterios geométricos como el paralelismo, la perpendicularidad y la longitud de sus lados.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

En este nivel se espera que reconozcan los paralelogramos, en especial al rectángulo y al cuadrado, así como a los cuadriláteros en general.

En la primera actividad se sugiere que el docente promueva la experimentación y el análisis de los cuadriláteros que se obtienen por la combinación de triángulos congruentes, reconociendo las relaciones entre los lados como el paralelismo y la perpendicularidad. También en el análisis se deben incorporar la medida de los lados y la comparación entre ellos.

Actividad 6

- a. Realizan trazados de cuadriláteros, considerando diversos criterios tales como:
 - Que todos sus lados tengan medidas diferentes.
 - Que tengan una pareja de lados de igual medida.
 - Que tengan dos parejas de lados de igual medida (cada pareja con medidas distintas a la otra).
 - Que tengan tres lados de igual medida.
 - Que tengan cuatro lados de igual medida.
- b. Comparan sus cuadriláteros y evidencian las diferentes posibilidades de cuadriláteros dado ciertos criterios. Identifican los paralelogramos y particularmente los rectángulos y los cuadrados.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

En esta actividad construyen cuadriláteros con las condiciones señaladas y, a partir de ellos, realizan análisis para la clasificación, considerando las relaciones de paralelismo y perpendicularidad de los lados.

Unidad 3: Cuerpos geométricos

En esta Unidad se presentan algunos cuerpos geométricos y algunas de sus características más relevantes. En especial se trabaja con prismas rectos, pirámides, cilindros, conos y esferas que se caracterizan en función de sus caras, aristas y vértices.

Este estudio debe orientarse en una dirección que favorezca el desarrollo de la imaginación espacial y que permita ampliar la capacidad para reconocer formas y distinguir relaciones espaciales en contextos tridimensionales.

Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> • Caracteriza e identifica prismas rectos, pirámides, cilindros, conos y esferas. 	Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> • Reconoce prismas rectos, pirámides, cilindros, conos y esferas. • Identifica objetos del entorno que tienen formas semejantes a prismas rectos, pirámides, cilindros, conos y esferas.
<ul style="list-style-type: none"> • Usa cuerpos geométricos para describir y representar en forma simplificada objetos del mundo real. 	<ul style="list-style-type: none"> • Reconoce representaciones planas de prismas rectos, pirámides, cilindros, conos y esferas. • Representa objetos del mundo real utilizando prismas rectos, pirámides, cilindros, conos y esferas.

Ejemplos de actividades

Actividad 1

- Manipulando cuerpos geométricos de madera o plástico o contruidos a partir de redes distinguen aquellos que tienen caras curvas, sólo caras planas, caras curvas y planas.
- Manipulando cuerpos geométricos de madera o plástico o contruidos a partir de redes distinguen aquellos que tienen aristas rectas o "aristas curvas".
- Caracterizan prismas rectos, pirámides, cilindros, conos y esferas en función de sus caras, aristas y vértices.
- Comentan acerca de objetos del mundo real que tienen formas semejantes a los cuerpos geométricos estudiados.

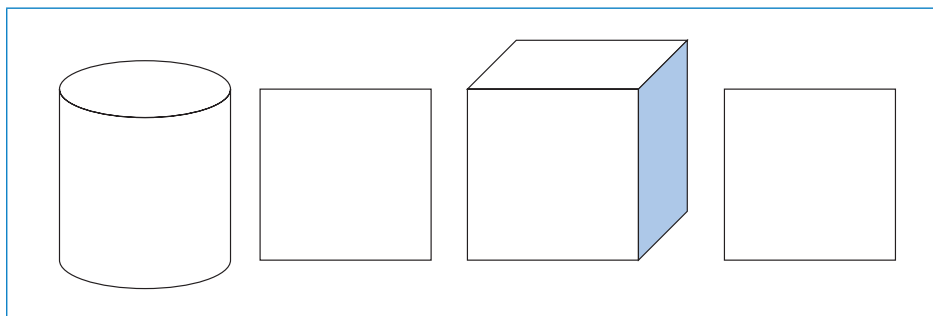
SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

En esta actividad es importante que los estudiantes adultos y adultas dispongan de cuerpos geométricos de plástico o madera o que los construyan a partir de las redes correspondientes. No se trata de que memoricen hechos o nombres sino que descubran características y relaciones en los cuerpos geométricos a partir de su propia observación.

Especial relevancia debe otorgarse al último ejemplo de esta actividad, ya que ello permite ampliar la capacidad de observación en relación con las formas presentes en el mundo real.

Actividad 2

- Identifican qué cuerpos geométricos podrían estar representados mediante dibujos como los siguientes. En cada caso discuten acerca del lugar desde el cual está siendo realizada la observación.



- b. Hacen dibujos que representen diferentes cuerpos geométricos observados desde diferentes puntos de vista. Verifican si la representación fue correcta, solicitando a un compañero o compañera que identifique el cuerpo geométrico representado.
- c. Construyen una maqueta de una parte de su entorno, utilizando cuerpos geométricos.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Esta actividad tiene como propósito central contrastar las representaciones bidimensionales de cuerpos geométricos que son formas tridimensionales y que por lo mismo no resulta simple su reconocimiento.

La realización de actividades como las mencionadas contribuye precisamente a desarrollar dicha capacidad.



Módulo 4

Tratamiento de información

En el presente módulo se inicia el trabajo de la lectura e interpretación de tablas de valores y gráficos de barra. Esta habilidad es muy relevante en la vida adulta, ya que en los medios de comunicación frecuentemente la información cuantitativa se presenta en tablas y gráficos, no obstante, es una habilidad difícil de lograr y, por ende, debe desarrollarse en forma graduada asegurando los pasos iniciales. Por esta razón este módulo trabaja en primer lugar la lectura de tablas y gráficos que contienen poca información, expresada en números naturales y tiene como máximo dos variables. Luego se introduce a los estudiantes adultos y adultas a la construcción de tablas y gráficos.

El presente módulo se ha organizado en las siguientes unidades:

Unidad 1: Lectura de tablas simples y gráficos de barra.

Unidad 2: Organización de información en tablas simples y gráficos de barra.

Este módulo se presta enormemente para trabajar con temas de interés y actualidad, pero teniendo la precaución de trabajar datos simples, incluso el profesor o profesora puede simplificar los datos, eligiendo unos pocos o redondeando las cantidades para facilitar la lectura y elaboración de tablas y gráficos. También se debe destacar que este módulo ofrece una posibilidad privilegiada para trabajar temas transversales como género, salud, medio ambiente y ciudadanía, favoreciendo la conexión de las matemáticas con la vida diaria.

Contenidos Mínimos para este módulo

1. Lectura, análisis e interpretación de la información contenida en tablas y gráficos de barra que representan hechos o fenómenos del mundo real.
2. Organización de información sobre hechos o fenómenos del mundo real en tablas y gráficos de barras.

Aprendizajes esperados

A partir del desarrollo de este módulo se espera que los estudiantes adultos y adultas:

- Lean, analicen e interpreten información presentada en tablas, referida a cantidades y medidas, con números naturales.
- Lean, analicen e interpreten información presentada en gráficos de barra, referida a cantidades y medidas, con números naturales.
- Organicen y comuniquen información referida a cantidades y medidas, con números naturales, a través de tablas.
- Construyan gráficos de barra simples.

Sugerencias de evaluación

Es importante destacar que la evaluación debe centrarse en la observación del logro de los aprendizajes esperados, tanto durante los procesos de enseñanza como al final de cada unidad y al final del módulo.

Durante el proceso, la evaluación tiene como propósito apoyar a cada estudiante en aspectos menos logrados, entregándole trabajos complementarios y/o modificando los procesos, proponiendo otro tipo de actividades.

Unidad 1: Lectura de tablas simples y gráficos de barra

En esta Unidad se espera que los estudiantes adultos y adultas aprendan a leer tablas y gráficos de barra, para interpretar información proveniente de diversos ámbitos. Se sugiere trabajar con tablas y gráficos que proporcionen información relevante acerca de lo que sucede en el entorno, de modo de generar discusiones de interés para el estudiantado, y que permitan fortalecer los valores y actitudes promovidos por los Objetivos Fundamentales Transversales.

A través de esta Unidad se espera que los estudiantes adultos y adultas reconozcan que a través de los números es posible ampliar nuestros conocimientos del entorno. En tal sentido, es conveniente que la lectura de números y su interpretación se realicen dentro de contextos relevantes y significativos para ellos. De esta forma podrán valorar la importancia de los números en el mundo real, así como la utilidad de las tablas y gráficos para organizar información numérica.

Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
<p>Cada estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lee, analiza e interpreta información presentada en tablas, referida a cantidades y medidas, con números naturales. 	<p>Cada estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identifica información específica proporcionada en tablas, considerando las variables en juego. • Compara datos presentados en tablas, por ejemplo, identifica la mayor o menor cantidad, ordena de mayor a menor los datos. • Usa información presentada en tablas para resolver problemas. • Sacar conclusiones de información presentada en tablas. • Completa datos en una tabla, con información dada.
<ul style="list-style-type: none"> • Lee, analiza e interpreta información presentada en gráficos de barra, referida a cantidades y medidas, con números naturales. 	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica información específica proporcionada en gráficos de barra, considerando las variables en juego. • Compara datos presentados en gráficos de barra, por ejemplo, identifica la mayor o menor cantidad, ordena de mayor a menor los datos. • Usa información presentada en gráficos de barra para resolver problemas. • Sacar conclusiones de información presentada en gráficos de barra presentada en tablas. • Relaciona la información de una tabla con su representación en el gráfico respectivo, por ejemplo, completa datos del gráfico apoyándose en la tabla.

Ejemplos de actividades

Actividad 1

- a. Analizan una tabla proporcionada por el profesor o profesora con información de interés. Por ejemplo, analizan la tabla siguiente sobre población indígena en el país, comenzando por analizar las categorías y el título e identificando el tipo de información que entrega la tabla.

Hombres y mujeres que declaran pertenecer a uno de los ocho pueblos indígenas reconocidos

	Hombre	Mujer	Total
Alacalufe (Kawashkar)	1.423	1.199	2.622
Atacameño	10.852	10.163	21.015
Aimara	24.188	24.313	48.501
Colla	1.687	1.511	3.198
Mapuche	304.580	299.769	604.349
Quechua	3.037	3.138	6.175
Rapa Nui	2.263	2.384	4.647
Yámana (Yagán)	876	809	1.685
Ninguno de los anteriores	7.098.789	7.325.454	14.424.243
	7.447.695	7.668.740	15.116.435

Fuente: Censo 2002, INE.

- b. Luego extraen datos específicos que están explícitos, como:
- ¿Cuál es la población total del pueblo mapuche?
 - ¿Cuántas mujeres quechuas habitan Chile?
 - ¿Cuántas personas no se reconocen como pertenecientes a ningún pueblo indígena?
 - ¿Cuál es la población total de Chile, y cuántos hombres y mujeres hay en el país?
 - ¿Cuál es la población indígena en total?
- c. Extraen datos, comparando la información presentada, a partir de preguntas como:
- ¿Cuál es el pueblo indígena con mayor población en el país?
 - ¿Cuál es el pueblo más numeroso, el Quechua o el Aimara?
 - ¿Qué pueblo tiene una población mayor de mujeres que de hombres?
- d. Concluyen haciendo comentarios sobre la situación de los pueblos indígenas en el país.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Es muy importante que el profesor o profesora conduzca varias actividades de análisis de tablas para asegurarse de que los estudiantes adultos y adultas entienden cómo desplazarse por ellas. Una forma de amenizar esta actividad y hacerla más participativa es que organizados en grupos se desafían a encontrar información.

También es importante considerar tablas con información organizada por años para mostrar variaciones en el tiempo, y por países o regiones para mostrar variaciones por unidades geográficas.

Actividad 2

- Presentan brevemente al curso un tema apoyándose en una tabla, extraída de un texto, Internet o la prensa, o provistas por el docente. En este caso podría bastar con que pudieran hacer dos o tres afirmaciones, considerando la información de una tabla.
- Buscan información en diarios, revistas o Internet que esté proporcionada a través de tablas y comentan acerca de la información que ellas dan y las ventajas que tiene el que dicha información se entregue de esa forma.

Actividad 3

- Buscan información para completar una tabla dada y sacan conclusiones a partir de los datos que ella proporciona. Por ejemplo, completan la siguiente tabla y determinan cuál de los planetas es el más grande, cuál es el más pequeño.

Planeta	Diámetro
Mercurio	4.878 kilómetros
Venus	12.104 kilómetros

- Resuelven problemas en los cuales los datos están proporcionados a través de tablas. Por ejemplo, situaciones relacionadas con tamaño de población, producción de cobre o algún otro mineral en nuestro país, distancias entre ciudades, tiempos de viaje a diferentes países, costos de un mismo artículo en diferentes tiendas, costos de un remedio en diferentes farmacias, etc.

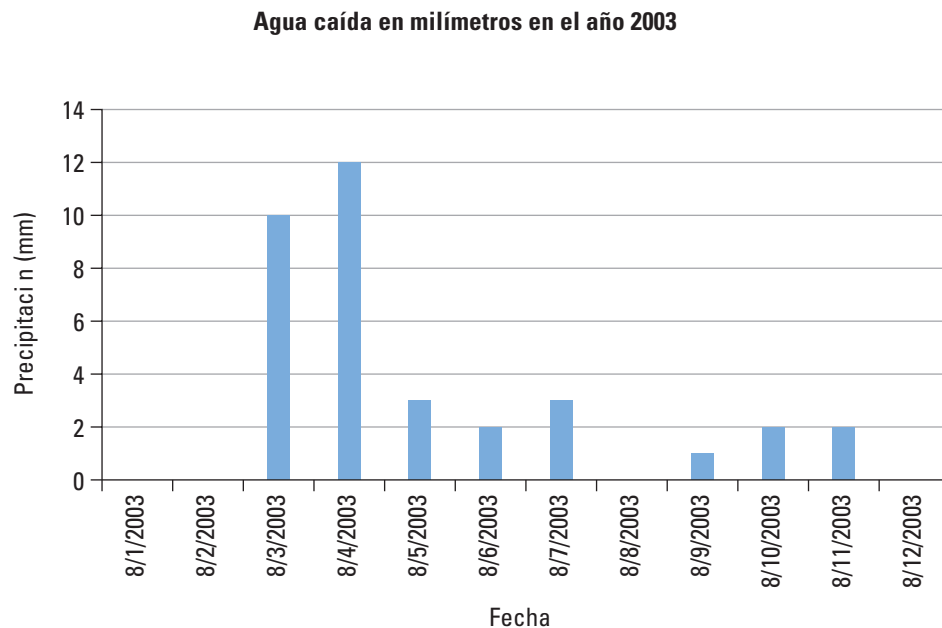
SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Se sugiere utilizar tablas o gráficos de barra que informen acerca de hechos reales que sean significativos para personas adultas y que les permitan ampliar sus conocimientos acerca de lo que sucede en el mundo real.

Se sugiere, asimismo, promover una discusión en torno a las ventajas de proporcionar datos a través de tablas.

Actividad 4

- a. Leen y analizan información contenida en gráficos de barra provistos por el profesor o profesora. Por ejemplo, el siguiente gráfico de precipitaciones:



- b. Guiados por el docente, determinan qué indica cada eje y cómo leer el gráfico a través de preguntas tales como: ¿Qué está representado en la primera columna? ¿Qué indica el número 12?
- c. En grupos listan afirmaciones que pueden establecer a partir del gráfico, por ejemplo: en agosto no llovió, el mes más lluvioso fue abril, en octubre llovió igual que en noviembre.
- d. Se informan sobre el promedio de lluvias en su ciudad en un mes de invierno y de verano, y formulan hipótesis sobre si este gráfico representa un lugar donde llueve mucho o poco, o si este fue un año lluvioso o seco.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Nuevamente en este caso lo ideal es leer varios gráficos con información de diferentes ámbitos, y apoyar a los estudiantes adultos y adultas a analizar en primer lugar qué tipo de información entrega el gráfico, a extraer información puntual, luego información comparativa y, por último, formular conclusiones o hipótesis a partir del gráfico.

Para orientar la lectura se debe explicar a cada estudiante que en un gráfico de barra cada eje presenta los valores que puede tomar cada una de las variables involucradas, que dichos valores están representados en una recta numérica graduada de acuerdo a los datos a representar; que el alto de la barra corresponde al valor que tiene la variable representada en el eje vertical.

Actividad 5

- a. Relacionan la información presentada en gráficos de barra y en su respectiva tabla de valores. Y constatan que el tamaño de las barras ilustra las cantidades o magnitudes.

Unidad 2: Organización de información en tablas simples y gráficos de barra

En esta Unidad se espera que los estudiantes adultos y adultas aprendan a construir tablas y gráficos de barra, para organizar información proveniente de diversos ámbitos. Como en la Unidad anterior, es recomendable trabajar con tablas y gráficos que proporcionen información relevante acerca de lo que sucede en el entorno, de modo de generar discusiones de interés para el estudiantado, y que permitan fortalecer los valores y actitudes promovidos por los Objetivos Fundamentales Transversales.

A través de esta Unidad se espera que los estudiantes adultos y adultas reconozcan el valor de tablas y gráficos para ordenar y comunicar información, apreciando el aporte visual de los gráficos y la oportunidad que ofrecen de integrar información y comunicarla en forma sintética.

Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
<p>Cada estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none">• Organiza y comunica información referida a cantidades y medidas, con números naturales, a través de tablas.	<p>Cada estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none">• Ordena datos en tablas.• Titula filas, columnas y la tabla misma.• Describe situaciones, apoyándose en tablas construidas por él o ella misma.
<ul style="list-style-type: none">• Construye gráficos de barra simples.	<ul style="list-style-type: none">• Ordena datos en gráficos, identificando adecuadamente los dos ejes.• Titula los dos ejes y el gráfico mismo.• Describe situaciones, apoyándose en los gráficos de barra construidos por él o ella misma.

Ejemplos de actividades

Actividad 1

- a. Completan gráficos de barra, a partir de un avance entregado por el docente, por ejemplo:
Dados los ejes graduados de un gráfico, acorde a los valores a representar, los estudiantes adultos y adultas construyen las barras. Por ejemplo, un gráfico que indica la cantidad de hijos de las personas del curso.
- b. Dada una tabla con valores simples y las variables a representar en cada eje, los estudiantes adultos y adultas completan la graduación de los ejes y construyen el gráfico de barra correspondiente. Por ejemplo, kilos de frutas vendidos en una verdulería un día sábado.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Es importante ir orientando paso a paso la construcción de los gráficos y tablas, así que es bueno partir por ejercicios de completación, que se van complejizando, hasta que los estudiantes adultos y adultas realizan la elaboración autónomamente.

Actividad 2

- a. Realizan pequeños sondeos de información en el curso y organizan la información en tablas por género y por edad, y elaboran los gráficos respectivos. Estos sondeos pueden realizarse, por ejemplo, respecto a preferencias televisivas, diarios más leídos, clubes de fútbol con más hinchas, comidas preferidas, posiciones frente a determinados temas de actualidad. Comentan los resultados obtenidos, apoyándose en las tablas y gráficos construidos.
- b. Construyen tablas y gráficos que les permitan comparar magnitudes relacionadas con temas cotidianos. Por ejemplo, consumo de energía eléctrica por meses del año; gastos de alimentación, locomoción, educación, salud de su grupo familiar; costo de determinados remedios; distancias desde su lugar de residencia a distintos puntos del país; calorías de determinados alimentos.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

El profesor o profesora debe ayudar a seleccionar información simple que les permita a los estudiantes adultos y adultas hacer el ejercicio. Y debe inducir al grupo a reflexionar sobre lo que les aporta poder organizar la información de esta manera.

Actividad 3

- a. Elaboran gráficos de barra con información un poco más compleja, ya sea por tratarse de números más grandes, por tratarse de variables para las cuales hay que construir intervalos, o porque combinan dos variables cuantitativas. Por ejemplo, población por país; población por grupo de edad; expectativa de vida en los últimos cincuenta años (cada 10 años).
- b. Buscan una tabla en la prensa y la transforman en un gráfico de barra y viceversa.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

En esta información el profesor o profesora puede destacar que tablas y gráficos facilitan la comparación de información y permiten sacar conclusiones más generales sobre el conjunto de la información analizada.

Bibliografía para el nivel

- Block, David y otros. (2000). “Usos de los problemas en la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria”. *En Resolución de problemas en los albores del siglo XXI: una visión internacional desde múltiples perspectivas y niveles educativos*. Editorial Regué, España.
- Corbalán, Fernando. (1995). *La matemática aplicada a la vida cotidiana*. Editorial Graó, Barcelona.
- Gálvez, Grecia; Navarro, Silvia; Riveros, Marta; Zanocco, Pierina. (1998). *Vida, números y formas*, Mineduc.
- INE. (1999). *Estadísticas de Chile en el siglo XX*. Instituto Nacional de Estadísticas.
- INE. (2001). *Compendio estadístico 2001*. Instituto Nacional de Estadísticas.
- Jouette, A. (2000). *El secreto de los números*. Ediciones Robinbook, España.
- Magnus, E.H. (1998). *El diablo de los números*. Ediciones Siruela, España.
- Mineduc. *Programas de estudio de matemáticas*. Nivel Básico 1 y 2.
- Mineduc. *Materiales de apoyo en el área de las matemáticas*, Programa P-900 y Programa Básica Rural.
- Mineduc. *Trabajar por la palabra 1*, programa especial de nivelación de educación básica para adultos.
- Nickerson, R.; y otros. (1990). *Enseñar a pensar: aspectos de la aptitud intelectual*. Paidós, Barcelona.
- Parra, Cecilia; Saíz, Irma. (1993). *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Paidós Educador, Buenos Aires.
- Revista UNO. (1997). *La matemática en el entorno*. España.
- Riveros, M.; y otros. (2002). *Resolver problemas matemáticos: una tarea de profesores y estudiantes*. Pontificia Universidad Católica de Chile.

ALGUNOS SITIOS WEB SUGERIDOS

El paraíso de las matemáticas.

<http://matematicas.net>

Sernam-Servicio Nacional de la Mujer.

<http://www.sernam.cl>

Sernac-Servicio Nacional del Consumidor. Chile.

<http://www.sernac.cl>

Centro Comenius.

<http://www.comenius.usach.cl/>

Instituto Nacional de Estadística.

<http://www.ine.cl>

Real Sociedad Matemática Española.

<http://rsme.uned.es>

Centro Nacional de Información y Comunicación Educativa-España.

[http:// http://www.cnice.mecd.es/html](http://http://www.cnice.mecd.es/html)

Segundo Nivel de Educación Básica

Presentación

EL PROGRAMA DE SEGUNDO NIVEL BÁSICO es una propuesta pedagógica para abordar los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios propuestos en el Marco Curricular para el nivel.

En el desarrollo del programa es importante considerar, por una parte, los conocimientos que las personas poseen a partir de sus experiencias escolares de vida y, por otra parte, sus necesidades. De ese modo, las actividades propuestas pueden ser permanentemente adaptadas, ampliadas o reducidas, incluso eliminadas cuando sea pertinente.

Es importante, además, considerar lo que están estudiando en otros subsectores con el fin de ir integrando los diversos temas y tratarlos desde diversos puntos de vista. Así, por ejemplo, se pueden incorporar temas de Ciencias Sociales y de Ciencias Naturales en que sea preciso interpretar información numérica.

Es importante que las actividades de aplicación de los conocimientos matemáticos se realicen sobre la base de los problemas propios de la vida cotidiana de los estudiantes y de situaciones que son significativas para ellos de modo de contextualizar adecuadamente los diferentes contenidos.

A su vez, establecer relaciones entre situaciones concretas y expresiones matemáticas contribuye a desarrollar la noción de modelamiento matemático, especialmente en relación con los contenidos relacionados con las operaciones aritméticas y los temas de geometría.

Consideremos, a modo de ejemplo, la duración de un partido de fútbol. El partido debe desarrollarse en dos tiempos de $\frac{3}{4}$ hora cada uno, con un entretiempo de $\frac{1}{4}$ hora. Podemos calcular la duración total del partido (sin considerar tiempo agregado) mediante la adición: $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$. Esta expresión representa las relaciones temporales que se dan en el partido de fútbol y, en tal sentido, constituye un modelo matemático que recoge relaciones cuantitativas de la situación dejando de lado muchos otros aspectos que no inciden en la duración, como el número de jugadores, la cantidad de goles que convierte cada equipo, el número de espectadores, la hora de comienzo, etc. Es importante que los estudiantes tengan claro qué representa, en relación con la situación dada, cada una de las fracciones que aparecen en la adición, así como la interpretación que debemos dar al signo “+” y al signo “=”.

Análogamente en este nivel, para el caso de geometría podemos suponer por ejemplo, que el piso de una habitación tiene forma de rectángulo lo que permite determinar su área aplicando lo que sabemos acerca del área de un rectángulo.

Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios

Objetivos Fundamentales

Al término del Segundo Nivel de Educación Básica, los estudiantes adultos y adultas habrán desarrollado la capacidad de:

1. Utilizar los números decimales y las fracciones para comparar, interpretar y comunicar información, estableciendo relaciones con los números naturales.
2. Comprender la adición y sustracción de fracciones y de números decimales, y la multiplicación y división de fracciones, como operaciones que pueden ser empleadas para representar una amplia gama de situaciones que permitan conocer nueva información a partir de aquella ya disponible, en el ámbito de los números.
3. Generalizar las propiedades conocidas de las operaciones de adición y multiplicación de números naturales a las operaciones con fracciones y números decimales.
4. Resolver problemas que en su modelamiento involucren cálculos aritméticos con fracciones y números decimales, utilizando propiedades de las operaciones y estrategias de cálculo mental, escrito o con instrumentos de apoyo.
5. Efectuar estimaciones, aproximaciones y redondeos en situaciones en que es pertinente, estableciendo en cada caso el grado de aproximación de los resultados obtenidos.
6. Resolver problemas cuyo modelamiento involucre el cálculo de perímetros y áreas de polígonos y volumen de prismas rectos.
7. Recolectar, organizar y analizar datos cuantitativos provenientes del entorno local, regional, nacional e internacional en tablas y gráficos, utilizando fracciones y números decimales, e interpretarlos y comunicar la información obtenida.
8. Aplicar habilidades básicas de la resolución de problemas tales como el análisis de datos, la búsqueda de procedimientos para su solución y la anticipación, interpretación, comunicación y evaluación de resultados, en situaciones problemáticas que para su modelamiento y solución impliquen el uso de los contenidos estudiados en el nivel.

Contenidos Mínimos Obligatorios

I. NÚMEROS

1. Factores, múltiplos y divisores.
2. Relaciones entre fracciones y números decimales. Identificación de fracciones que son equivalentes y tienen distinta representación.
3. Transformación de una fracción a número decimal a través de la división.
4. Relaciones de orden en las fracciones y en los números decimales.
5. Resolución de problemas provenientes de variados ámbitos que en su modelamiento involucren el uso de fracciones y números decimales.

II. OPERACIONES ARITMÉTICAS

1. Sistematización y consolidación de procedimientos de cálculo mental, escrito y con instrumentos de apoyo de adiciones y sustracciones de fracciones y de números decimales, y de multiplicaciones y divisiones de fracciones.
2. Generalización de las propiedades de la adi-

ción de números naturales a las fracciones y números decimales, y de las propiedades de la multiplicación de números naturales a las fracciones. Generalización a las fracciones y números decimales de la prioridad de la multiplicación y división sobre la adición y sustracción en expresiones que implican varias operaciones.

3. Redondeo, cálculo aproximado y estimación de cantidades que involucran fracciones y números decimales en contextos cotidianos.
4. Resolución de problemas que en su modelamiento involucren fracciones y números decimales, enfatizando en las distintas habilidades propias de la resolución de problemas.

III. FORMAS Y ESPACIO

1. Concepto y cálculo de perímetro en polígonos.
2. Concepto y cálculo de áreas de cuadrados, rectángulos y triángulos y de figuras que puedan descomponerse en las anteriores. Unidades de área de uso frecuente (centímetro cuadrado, metro cuadrado, kilómetro cuadrado, hectárea) y sus equivalencias.
3. Concepto de volumen como el espacio que ocupa un cuerpo, y cálculo del volumen de prismas rectos.
4. Resolución de problemas provenientes de diversos contextos, que se modelen usando figuras geométricas y cuya resolución implica la aplicación de los conceptos y el cálculo de perímetros, áreas y volumen de prismas rectos.

IV. TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

1. Lectura y elaboración de tablas y gráficos de barra, utilizando fracciones y números decimales para interpretar y comunicar información proveniente de situaciones ocurridas a nivel local, regional, nacional e internacional.
2. Interpretación y cálculo de promedios en situaciones del mundo real.
3. Resolución de problemas, aplicando el concepto de promedio y utilizando información presentada en tablas y gráficos de barra.

Organización del programa del nivel

Para que los estudiantes adultos y adultas alcancen las capacidades expresadas en los Objetivos Fundamentales y se aborden todos los Contenidos Mínimos Obligatorios, se ha organizado cada nivel de la Educación Básica de Adultos en una estructura curricular modular. Los módulos se definen como bloques unitarios de aprendizaje de duración variable que pueden ser aplicados en las diversas modalidades de la Educación Básica de Adultos y que en su conjunto abordan la totalidad de los CMO del nivel.

Cada módulo considera seis componentes:

- a. **Introducción**, donde se presenta de manera sintética el propósito del módulo en el contexto del nivel y subsector, y se dan algunas recomendaciones metodológicas, que sugieren al docente enfoques específicos para tratar los contenidos y las actividades con el fin de optimizar el logro de los aprendizajes en el aula.
- b. **Contenidos del módulo**, que corresponden a los Contenidos Mínimos Obligatorios que se abordan en el módulo.
- c. **Aprendizajes esperados**. Esta sección es el eje fundamental de la propuesta, ya que en ella se define lo que se espera logren los estudiantes adultos y adultas, en un listado de aprendizajes concretos, precisos y observables. El programa se construye para realizar estos aprendizajes.
- d. **Sugerencias de evaluación**, donde se hacen recomendaciones que buscan ayudar al docente en el diseño del proceso de evaluación, y en algunos casos, también se entregan recomendaciones metodológicas.
- e. **Unidades**. El módulo está compuesto por unidades, que son ordenaciones temáticas breves que abordan parte de los aprendizajes del módulo, y en su conjunto dan cuenta de todos los aprendizajes de éste. Las Unidades pretenden ser una orientación pedagógica para el logro de los aprendizajes esperados. En cada Unidad se consideran los siguientes componentes:
 - *Introducción*, que explica el foco temático de la Unidad y los aprendizajes que en ella se potencian.
 - *Aprendizajes esperados e indicadores de evaluación*. En un cuadro se detallan los aprendizajes esperados que se trabajan en la unidad, señalándose para cada uno de ellos indicadores. Los indicadores corresponden a acciones realizadas por los estudiantes adultos y adultas, observables y verificables en el ambiente educativo, que permiten determinar si se ha logrado el aprendizaje esperado. Los indicadores no son exhaustivos, pero desglosan los aspectos o elementos principales del aprendizaje con el propósito de apoyar la evaluación, ofreciendo al docente un conjunto de elementos que puede observar durante el proceso o al final para conocer si el aprendizaje se logró y en qué medida. Esto busca apoyar al profesor o profesora para que la evaluación que realice esté directamente relacionada con los aprendizajes relevantes del nivel.
 - *Ejemplos de actividades*, que pretenden ser un apoyo práctico, que aporten ideas del tipo de actividades que se pueden realizar para el logro de los aprendizajes. En las

actividades se incluyen sugerencias metodológicas que orientan la realización y el propósito, y son relevantes, porque ponen especial énfasis en la especificidad de la educación de adultos. Los ejemplos de actividades no agotan el logro de los aprendizajes de la unidad, por lo que el docente, considerando la situación del curso en particular, debe complementarlas y reforzar aquellos aprendizajes más débiles o que no estén abordados.

- f. Bibliografía.** Al final del nivel se incluye un listado de libros y sitios web que el profesor o profesora puede consultar para buscar información adicional.

Este programa se ha elaborado considerando que pueda ser implementado en las diversas modalidades de la educación de adultos: nocturna regular, flexible, etc. Por lo tanto, el tiempo asignado a cada uno de los módulos puede variar.

La distribución de horas para el tratamiento de las unidades de cada módulo debiera estar en referencia a las características propias de los estudiantes adultos y adultas que se atiende. En el caso de que se asigne un número desigual de horas para cada una de ellas, se debe tener presente el cumplimiento de los aprendizajes esperados para el conjunto del módulo. Sin perjuicio de lo anterior, la carga horaria estimada para este sector en este nivel, en la modalidad educativa presencial tradicional, es de 4 horas semanales.

El conjunto de módulos y unidades de este nivel se especifican en la siguiente matriz:

Matriz de módulos y unidades

Módulos

1 Números naturales, fracciones y decimales.	2 Operaciones con fracciones y decimales.	3 Perímetro, área y volumen.	4 Tratamiento de información.
--	---	--	---

Unidades

Primera Unidad: Múltiplos y divisores de un número natural.	Primera Unidad: Problemas que involucran adiciones y sustracciones de fracciones y números decimales.	Primera Unidad: Medición y cálculo de perímetros.	Primera Unidad: Uso de tablas y gráficos.
Segunda Unidad: Introducción a los números decimales.	Segunda Unidad: Problemas que involucran multiplicaciones y divisiones de fracciones.	Segunda Unidad: Medición y cálculo de áreas. Tercera Unidad: Cálculo del volumen de prismas rectos.	Segunda Unidad: Cálculo e interpretación de promedios.



Módulo 1

Números naturales, fracciones y decimales

El módulo avanza en el estudio de los números naturales incorporando la descomposición multiplicativa de un número y los conceptos de múltiplo y divisor.

Luego se introducen los números decimales que, al igual que las fracciones, permiten cuantificar partes de una unidad. Se establecen las relaciones entre números decimales y fracciones, así como sus relaciones con los números naturales.

Los estudiantes adultos y adultas en su experiencia cotidiana y laboral han tenido contacto con variados ejemplos de uso de números decimales desde el promedio de notas y la información dada por los medios de comunicación acerca de las temperaturas extremas hasta el valor de la UF. De lo que se trata aquí, por lo tanto, es de consolidar, complementar y sistematizar estos conocimientos empíricos al mismo tiempo que establecer las relaciones con las otras clases de números ya conocidas.

Conviene enfatizar, por una parte la equivalencia entre los números decimales y las fracciones de denominador 10, 100, 1.000 u otras potencias de 10, y, por otra parte, la posibilidad de transformar un número decimal en un número natural mediante un adecuado cambio en la unidad de medida (por ejemplo, 0,250 kg equivalen a 250 g).

El módulo se estructura en dos unidades:

Unidad 1: Múltiplos y divisores de un número natural.

Unidad 2: Introducción a los números decimales.

Contenidos Mínimos Obligatorios para este módulo

1. Factores, múltiplos y divisores.
2. Relaciones entre fracciones y números decimales. Identificación de fracciones que son equivalentes y tienen distinta representación.
3. Transformación de una fracción a número decimal a través de la división.
4. Relaciones de orden en las fracciones y en los números decimales.
5. Resolución de problemas provenientes de variados ámbitos que en su modelamiento involucren el uso de fracciones y números decimales.

Aprendizajes esperados

Al finalizar el trabajo con este módulo se espera que los estudiantes adultos y adultas:

- Identifiquen múltiplos y divisores de un número natural dado.
- Interpreten información cuantitativa expresada en números decimales.
- Establezcan relaciones entre fracciones y números decimales.
- Comparen y ordenen fracciones y números decimales.
- Resuelvan problemas que involucran fracciones y números decimales.

Sugerencias de evaluación

En relación con los números naturales se recomienda formular actividades de evaluación que permitan medir la capacidad para interpretar correctamente información cuantitativa expresada en números decimales en el marco de contextos que resulten significativos para el estudiante adulto y adulta. En tal sentido es conveniente medir la capacidad para identificar la equivalencia de información dada en diferentes lenguajes. Por ejemplo, la equivalencia entre $\frac{1}{4}$ kg, 0,250 kg y 250 g.

Asimismo, es importante establecer si permanecen algunos conocimientos previos errados como, por ejemplo, considerar que 0,10 es mayor que 0,1.

Unidad 1: Múltiplos y divisores de un número natural

Esta es una Unidad breve en la que se introducen los términos “múltiplo” y “divisor” de números naturales. Este contenido se relaciona con los significados que se dio a la multiplicación en el Primer Nivel.

Así, por ejemplo, el precio de un cierto número de entradas para un concierto es múltiplo del valor de una entrada (si no se ofrecen rebajas por comprar un gran número de entradas). De igual forma, el número total de elementos en un arreglo rectangular es múltiplo del número de elementos por fila.

Por su parte, la descomposición multiplicativa, junto a la asociatividad y a la conmutatividad de la multiplicación, puede servir de base para facilitar el cálculo de multiplicaciones. Por ejemplo, para multiplicar 50×24 podemos descomponer el 24 en 2×12 : $50 \times 24 = 50 \times 2 \times 12 = 100 \times 12 = 1.200$.

Aprendizajes esperados

Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
Cada estudiante: 1. Identifica múltiplos y divisores de un número natural dado.	Cada estudiante: • Identifica y determina múltiplos de un número natural dado. • Identifica los divisores de un número natural no primo.

Ejemplos de actividades

Actividad 1

- Analizan ejemplos cotidianos en que el precio de una cierta cantidad de productos se calcula multiplicando el precio unitario por un número natural (la cantidad de productos).
- El profesor o profesora introduce el término “múltiplo” de un número dado para designar al producto de ese número por un número natural cualquiera.
- Analizan el múltiplo que resulta cuando un número se multiplica por 1 y cuando se multiplica por 0.
- Con ayuda de ejemplos, establecen las características que tienen los múltiplos de 10 o de una potencia de 10, los múltiplos de 5 y los múltiplos de 2.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Es importante presentar ejemplos extraídos de las vivencias de las personas del curso o que se presenten en contextos que resultan significativos.

Asimismo, conviene hacer notar que el término “múltiplo” permite referirse a determinados grupos de números. Por ejemplo, los números pares corresponden a los múltiplos de 2, los números terminados en un cero son múltiplos de 10, etc.

Actividad 2

- Establecen diferentes descomposiciones multiplicativas para un número como 24. Por ejemplo:
 2×12 , 3×8 , 4×6 , $2 \times 3 \times 4$, $2 \times 2 \times 6$, $2 \times 2 \times 2 \times 3$.
- Buscan ejemplos que muestran que una adecuada descomposición multiplicativa puede facilitar el cálculo al multiplicar por 5, por 50, por 500, por 25. Por ejemplo:
 $800 \times 25 = 200 \times 4 \times 25 = 200 \times 100 = 20.000$.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Las posibilidades de descomposición multiplicativa de un número aumentan en forma indefinida si se permite incluir el 1 como factor. Por ejemplo, $7 = 1 \times 7 = 1 \times 1 \times 7 = 1 \times 1 \times 1 \times 7$, etc. Por tal razón es conveniente excluir esta alternativa al efectuar descomposiciones multiplicativas.

Puede ser interesante discutir si en una descomposición multiplicativa puede aparecer el 0 como factor.

Actividad 3

- a. El docente introduce el término “divisor” de un número dado para designar a cada uno de los factores en que se puede descomponer ese número. Así, 2, 3, 4, 6 y 12 son divisores de 24.
- b. Investigan los divisores de un número dado en contextos de distribución en conjuntos equivalentes. Por ejemplo, ¿es posible dividir un grupo de 30 personas en 2 grupos equivalentes? ¿Y en 3 grupos equivalentes? ¿Y en 4 grupos equivalentes? ¿Y en 5 grupos equivalentes? ¿Y en 6 grupos equivalentes?, etc.
- c. Investigan las posibilidades de formar arreglos rectangulares con una determinada cantidad de baldosas. Por ejemplo, con 48 baldosas.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Al igual que en el caso de la actividad 1, es importante presentar ejemplos extraídos de las vivencias de las personas del curso o que se presenten en contextos que resultan significativos.

Si el profesor o profesora lo estima conveniente puede hacer notar que algunos números como 2, 3, 5, 7, 11 y otros sólo tienen 2 divisores: el 1 y el mismo número. Estos números reciben el nombre de “números primos”.

Actividad 4

- a. Analizan ejemplos que muestran que un reparto equitativo se facilita si el número de elementos a repartir es un número que tiene varios divisores. En ese sentido, valoran las ventajas de que el día se haya dividido en 24 horas y que la hora o el minuto se hayan dividido en 60 minutos y 60 segundos respectivamente.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Para lograr una mejor comprensión se pueden discutir situaciones como la siguiente:

El número 10 sólo acepta dos descomposiciones multiplicativas: 2×5 y 5×2 . De modo que un grupo de 10 personas sólo puede dividirse en 2 grupos de 5 o en 5 grupos de 2 personas.

Un grupo de 12 personas, en cambio puede distribuirse de 4 formas diferentes: 2 grupos de 6 personas, 3 grupos de 4 personas, 4 grupos de 3 personas y 6 grupos de 2 personas.

Unidad 2: Introducción a los números decimales

Esta es una Unidad en la que se consolidan, complementan y sistematizan los conocimientos que los estudiantes adultos y adultas tienen acerca de los números decimales. Como ya se dijo, las personas han tenido múltiples oportunidades de entrar en contacto con este tipo de números en el transcurso de su vida.

Al igual que las fracciones los números decimales permiten cuantificar partes de una unidad. En la práctica, sin embargo, se encuentran con mucha mayor frecuencia que las fracciones. En efecto, es fácil constatar que los números decimales están presentes en las más diversas esferas de la actividad diaria.

Por esta razón, y por la amplia experiencia que las personas adultas ya poseen con este tipo de números, es importante que su estudio se base fuertemente en el análisis de ejemplos reales, extraídos de la vida diaria y de las vivencias de las personas del curso.

Aprendizajes esperados

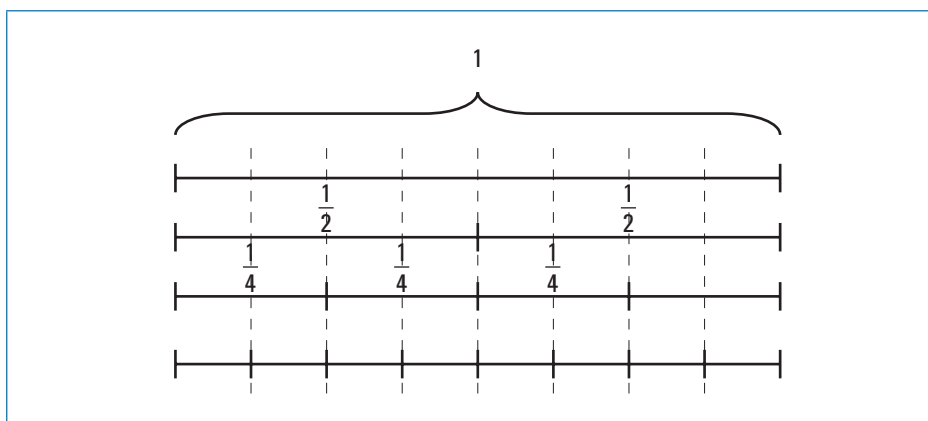
Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> Interpreta información cuantitativa expresada en números decimales. 	Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> Lee y escribe números decimales hasta los milésimos. Interpreta la cantidad expresada por las cifras decimales en un número decimal, considerando la unidad de medida. En contextos concretos transforma un número decimal en número natural, cambiando la unidad de medida. Expresa una información, utilizando números decimales.
<ul style="list-style-type: none"> Establece relaciones entre fracciones y números decimales. 	<ul style="list-style-type: none"> Escribe como fracción un número decimal finito. Transforma una fracción en número decimal, dividiendo el numerador por el denominador. Escribe como número decimal un número mixto. Expresa una información, utilizando fracciones o decimales de acuerdo con la situación y la pertinencia para una mejor comunicación.
<ul style="list-style-type: none"> Compara y ordena fracciones y números decimales. 	<ul style="list-style-type: none"> Compara números decimales. Reconoce fracciones equivalentes. Encuentra fracciones que sean equivalentes a una fracción dada. Compara fracciones que tienen igual denominador. Compara fracciones que tienen distinto denominador, empleando fracciones equivalentes o transformando las fracciones en números decimales.
<ul style="list-style-type: none"> Resuelve problemas que involucran fracciones y números decimales. 	<ul style="list-style-type: none"> En situaciones problemáticas que involucran fracciones o números decimales: <ul style="list-style-type: none"> Interpretan en términos del contexto la información dada. Identifican la pregunta y establecen relaciones entre la pregunta y los datos. Interpretan en términos del contexto el resultado del problema.

Ejemplos de actividades

Actividad 1

- a. Realizan fraccionamientos sucesivos de una cuerda, un rectángulo o una hoja de papel en 2, 4 y 8 partes iguales, en forma gráfica y/o concreta, y establecen familias de fracciones que representan la misma cantidad (fracciones equivalentes).

Obtienen, por ejemplo, diagramas como el siguiente:



- b. Buscan regularidades en dichas familias con el fin de establecer procedimientos aritméticos para encontrar, a partir de una fracción, otras equivalentes a ella.
- c. A partir de las propias respuestas, expresan diversas fracciones de distintas maneras. Por ejemplo, $\frac{1}{2}$ como $\frac{2}{4}$ o como $\frac{4}{8}$.
- d. Repiten la actividad anterior con otros fraccionamientos.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Esta actividad tiene básicamente como propósito que las personas del curso recuerden procedimientos de fraccionamiento y visualicen que existen familias de fracciones equivalentes, es decir, fracciones que aunque se escriben en forma diferente representan el mismo valor.

Aparentemente la actividad no está ligada a situaciones cotidianas, pero puede resultar significativa si se propone a partir de preguntas que muestran que es interesante y útil establecer fracciones equivalentes. Por ejemplo, se puede preguntar: ¿cómo hacen ustedes para calcular cuánta agua queda finalmente en un recipiente en que había $\frac{3}{4}$ L y se agrega $\frac{1}{2}$ L? Es probable que algunos respondan que primero imaginan que agregan un cuarto y luego otro cuarto con lo que obtienen un litro y cuarto. Este procedimiento está basado en la idea que $\frac{1}{2}$ es equivalente a $\frac{2}{4}$.

El docente puede entonces proponer una situación menos habitual o pedir que busquen una manera de representar gráficamente ese procedimiento.

Actividad 2

- a. Interpretan información cuantitativa expresada en números decimales en contextos que resultan familiares y significativos para las personas del curso. Por ejemplo, el promedio de notas, las marcas en diferentes disciplinas deportivas (como los récords mundiales en pruebas de atletismo), el valor diario de la UF, las temperaturas máximas y mínimas dadas en el informe del tiempo, etc.
- b. Analizan variados casos en que un adecuado cambio de unidad puede permitir convertir un número decimal en número natural y viceversa. Por ejemplo, $0,500 \text{ kg} = 500 \text{ g}$, o $1,72 \text{ m} = 172 \text{ cm}$.

Interpretan como cambio de la unidad de medida expresiones del tipo 1,45 millones de pesos (equivalente a 1.450.000 pesos) o 16,8 millones de personas (equivalente a 16.800.000).

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Los números decimales aparecen con mucha frecuencia en diversas actividades de la vida diaria y de la vida laboral. Es conveniente extraer de allí los ejemplos que se discutan.

Al analizar cada ejemplo, es necesario asegurarse de que los estudiantes adultos y adultas interpretan correctamente la cantidad que está siendo expresada mediante un número decimal y pueden expresarlo de diversas formas: como fracción, cambiando la unidad de medida, etc.

Actividad 3

- a. Analizan problemas que se resuelven mediante una división y en que el cociente resulta un número decimal. Por ejemplo, dividir un listón de 3 metros en 5 partes de igual longitud.
- b. Resuelven este tipo de problemas:
 - Usando el procedimiento de cálculo habitual.
 - Usando una calculadora.
 - Cambiando la unidad de medida ($3 \text{ m} = 300 \text{ cm}$).

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

En el primer nivel se discutieron las “divisiones con resto”. Ahora, que ya se conocen los números decimales, es posible expresar el resultado de cualquier división sin necesidad de referirse al resto.

Como sabemos, la calculadora no indica el resto sino que entrega el resultado en forma decimal. En muchas situaciones prácticas, sin embargo, el cociente natural con resto tiene más sentido que un cociente decimal. Es el caso de situaciones en las que se quiere distribuir un conjunto de elementos no fraccionables. Por ejemplo, no tiene sentido hablar que un grupo de 20 personas puede distribuirse en 8 grupos con 2,5 personas en cada grupo.

Actividad 4

- Transforman fracciones en números decimales dividiendo el numerador por el denominador. Por ejemplo, $\frac{1}{4} = 0,25$, puesto que $1 : 4 = 0,25$.
- Verifican, utilizando esta transformación, que las fracciones equivalentes vistas en la actividad 1 efectivamente representan el mismo valor. Por ejemplo, tanto $\frac{1}{2}$ como $\frac{2}{4}$ y $\frac{4}{8}$ equivalen a 0,5.
- Expresan en forma decimal fracciones de una unidad de medida. Por ejemplo: $\frac{1}{2}$ kg, $\frac{1}{4}$ kg, $\frac{3}{4}$ kg.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Es importante comprender esta relación entre las fracciones y los números decimales. Debido a dicha relación, se suele decir que una fracción es una división indicada o no resuelta. Más adelante en álgebra se utilizará con mucha frecuencia la notación de fracción para referirse a una división.

Algunas equivalencias entre fracciones y números decimales aparecen con frecuencia en la vida diaria y conviene recordar. Por ejemplo: $\frac{1}{2} = 0,5$; $\frac{1}{4} = 0,25$; $\frac{3}{4} = 0,75$; $\frac{1}{10} = 0,1$; $\frac{1}{100} = 0,01$.

Actividad 5

- Analizan criterios para decidir cuál de dos números decimales es mayor. Comparan estos criterios con los empleados para decidir cuál de dos números naturales es mayor.
- Analizan criterios para decidir cuál de dos fracciones es mayor cuando las fracciones tienen igual denominador.
- Analizan criterios para decidir cuál de dos fracciones es mayor cuando las fracciones tienen diferente denominador sobre la base de buscar fracciones equivalentes que tengan igual denominador o transformando las fracciones a números decimales.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Para comparar números decimales puede aplicarse un procedimiento muy similar al empleado con números naturales: ir comparando paso a paso cada dígito, empezando por los que representan un mayor valor, es decir, por los que están ubicados a la izquierda del número.

En el caso de fracciones de igual denominador la comparación es bastante directa: nos fijamos en sus numeradores.

Si los denominadores son diferentes, podemos optar por transformar las fracciones a números decimales y comparar los resultados o por reemplazar las fracciones por otras que sean equivalentes, pero que tengan igual denominador.

Se sugiere discutir un caso especial: el de fracciones que tienen igual numerador, pero distinto denominador.

Actividad 6

- a. Sistematizan los conocimientos acerca de los números decimales, enfatizando:
- La equivalencia entre los números decimales y las fracciones cuyo denominador es una potencia de 10.
 - La transformación de un número decimal en número natural, y viceversa, mediante un cambio de unidad de medida.
 - La equivalencia de números decimales del tipo $0,2 = 0,20 = 0,200$.
 - La transformación de una fracción en número decimal mediante división del numerador por el denominador.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Esta actividad es importante para consolidar los conocimientos que se han ido adquiriendo. Puede ser usada también como una forma de evaluación para detectar eventuales debilidades o errores no superados.



Módulo 2

Operaciones con fracciones y decimales

En este módulo se generalizan las operaciones aritméticas a las fracciones y números decimales. El módulo está centrado principalmente en la resolución de problemas en los que intervienen fracciones y números decimales.

Hay que tener en cuenta que los conceptos poseen variadas facetas que se van haciendo evidentes en la medida en que se enfrentan situaciones diversas en diferentes contextos. Por tal razón, es importante que durante las clases las personas del curso resuelvan problemas de manera sistemática y que el docente los oriente en base a preguntas, realice síntesis breves, proponga trabajos colectivos con puesta en común, etc.

Es importante realizar periódicamente síntesis que puede ser hecha por el profesor o profesora sobre la base de los trabajos de las personas del curso o por los mismos estudiantes adultos y adultas, particularmente cuando han trabajado en grupos.

En la vida cotidiana se usan poco las fracciones, salvo aquellas que tienen denominadores pequeños y que se relacionan con unidades de medida (un cuarto de litro, por ejemplo). Rara vez se encontrará la expresión del valor de una UF, por ejemplo, escrita como una fracción. Por esta misma razón, para el desarrollo de este módulo, se recomienda presentar a los estudiantes adultos y adultas situaciones y problemas en los que intervienen fracciones con denominadores pequeños y aquellas cuyo denominador sea una potencia de 10 (10, 100, 1.000, etc.).

En cuanto a los procedimientos de cálculo, es necesario que los estudiantes adultos y adultas aprendan a resolver por escrito operaciones en que intervienen fracciones y números decimales. Sin embargo, el uso de calculadora sigue siendo un aspecto relevante en la realización de los cálculos que se requieren durante la resolución de un problema.

Es importante tener en cuenta que la mayor parte de las calculadoras no están programadas para operar directamente con fracciones. Si queremos efectuar con una calculadora adiciones, sustracciones, multiplicaciones o divisiones que incluyen fracciones es necesario convertir primero las fracciones en números decimales, dividiendo el numerador por el denominador y luego operar con los números decimales resultantes.

Por ejemplo, si queremos sumar $\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$, podemos proceder de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} 3 & : 4 = 0,75 \\ 1 & : 2 = 0,5 \\ 0,75 + 0,5 & = 1,25 \end{aligned}$$

Se obtiene así el resultado 1,25 que es equivalente a la fracción $\frac{5}{4}$ o al número mixto $1\frac{1}{4}$.

Para las operaciones de sustracción, multiplicación o división con fracciones el procedimiento es similar.

En todo caso, y por sobre todo, es básico que las personas del curso puedan dar sentido a los resultados que obtienen, ya sea utilizando una calculadora o a través de procedimientos de cálculo mental o escrito.

En este nivel sólo se trabajan las multiplicaciones y divisiones en las que intervienen fracciones. En el tercer nivel se verán las multiplicaciones y divisiones con números decimales.

En el caso de multiplicaciones y divisiones con fracciones mayores que 0 y menores que 1 es importante resaltar el hecho que el efecto de dichas operaciones es diferente al que han conocido hasta ahora trabajando con números naturales. En efecto, si multiplicamos 48 por un número natural mayor que 1, el resultado será mayor que 48. Pero si multiplicamos 48 por una fracción menor que 1 el resultado es menor que 48. Así, por ejemplo, $48 \times \frac{1}{2} = 24$.

Algo similar sucede con la división. Si dividimos 48 por una fracción menor que 1 el cociente será mayor que 48. Por ejemplo, $48 : \frac{1}{4} = 192$.

Este hecho suele generar dificultades en las personas para comprender el sentido de dichas operaciones. Por tal motivo, es necesario presentar una amplia gama de problemas y situaciones en contextos familiares para las personas del curso para lograr una buena comprensión.

El módulo se estructura en dos unidades:

Unidad 1: Problemas que involucran adiciones y sustracciones de fracciones y números decimales.

Unidad 2: Problemas que involucran multiplicaciones y divisiones de fracciones.

Contenidos mínimos del módulo

1. Sistematización y consolidación de procedimientos de cálculo mental, escrito y con instrumentos de apoyo de adiciones y sustracciones de fracciones y de números decimales, y de multiplicaciones y divisiones de fracciones.
2. Generalización de las propiedades de la adición de números naturales a las fracciones y números decimales, y de las propiedades de la multiplicación de números naturales a las fracciones. Generalización a las fracciones y números decimales de la prioridad de la multiplicación y división sobre la adición y sustracción en expresiones que implican varias operaciones.
3. Redondeo, cálculo aproximado y estimación de cantidades que involucran fracciones y números decimales en contextos cotidianos.
4. Resolución de problemas que en su modelamiento involucren fracciones y números decimales, enfatizando en las distintas habilidades propias de la resolución de problemas.

Aprendizajes esperados

Al finalizar el trabajo con este módulo se espera que los estudiantes adultos y adultas:

- Interpreten y resuelvan problemas que implican adiciones y sustracciones de fracciones y/o números decimales, y evalúen sus resultados respecto de su pertinencia dentro de la situación.
- Reconozcan las propiedades de la adición de fracciones y de números decimales, como generalización de las propiedades de la adición con números naturales.
- Interpreten y resuelvan problemas que implican multiplicación y/o división de fracciones, y evalúen sus resultados respecto de su pertinencia dentro de la situación.
- Reconozcan las propiedades de la multiplicación de fracciones como generalización de las propiedades de la multiplicación con números naturales.
- Utilicen de manera pertinente y razonable el redondeo de cifras decimales y evalúen la pertinencia de las aproximaciones en función del contexto.

Sugerencias de evaluación

Es importante que las actividades de evaluación se presenten de preferencia utilizando contextos reales que resulten familiares y significativos para las personas del curso. Para ello se puede utilizar información extraída de la prensa, de situaciones cotidianas o de situaciones relacionadas con las Ciencias Naturales y/o las Ciencias Sociales.

Como se ha mencionado, multiplicar o dividir por un número menor que 1 da resultados que son opuestos a lo que el estudiante adulto y adulta conocía en relación a la multiplicación o división por un número natural. Por tal motivo es importante detectar si se ha logrado una adecuada comprensión de este hecho, especialmente en situaciones reales.

En relación con los procedimientos de cálculo, conviene evaluar tanto el dominio de procedimientos escritos como la habilidad para el cálculo mental y para el adecuado uso de la calculadora.

Conviene asimismo prestar atención a las diferentes habilidades propias de la resolución de problemas: identificación de la pregunta, establecimiento de relaciones entre la pregunta y los datos, propuesta de una estrategia de resolución con empleo de las operaciones que corresponden, obtención de resultados, interpretación de los resultados en términos del contexto.

Unidad 1: Problemas que involucran adiciones y sustracciones de fracciones y números decimales

En esta Unidad se trabajan las operaciones de adición y sustracción con fracciones y números decimales. Conviene hacer notar que los procedimientos de cálculo escrito para la adición y la sustracción con números decimales son similares a los ya conocidos para estas operaciones con números naturales, sólo hay que tener en cuenta la alineación de las cifras: la coma de una cifra debe ir debajo de la coma de la cifra anterior. En caso de necesidad, se pueden rellenar con ceros los espacios libres que queden a la derecha.

Así, por ejemplo, para efectuar la sustracción $2,8 - 0,75$, escribimos:

$$\begin{array}{r} 2,80 \\ - 0,75 \\ \hline \end{array}$$

En el caso de la adición y sustracción de fracciones, es posible mostrar con ayuda de diagramas que si las fracciones tienen igual denominador basta sumar o restar los numeradores, manteniendo el denominador. Hay que insistir en todo caso que conviene trabajar sólo con fracciones con denominadores simples: 2, 3, 4, 5, 8, 10, 100, 1.000.

En relación con el uso de calculadoras es necesario tener en cuenta la observación que se hace al respecto en la Introducción a este módulo.

Aprendizajes esperados

Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
<p>Cada estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Interpreta y resuelve problemas que implican adiciones y sustracciones de fracciones y/o números decimales, y evalúa sus resultados respecto de su pertinencia dentro de la situación. 	<p>Cada estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aplica procedimientos de cálculo para la adición y la sustracción de números decimales. • Aplica procedimientos de cálculo para la adición y la sustracción de fracciones de igual y diferente denominador, empleando fracciones equivalentes o transformando las fracciones a números decimales. • Resuelve problemas que involucran adición o sustracción de fracciones o números decimales. • Interpreta el resultado de las operaciones con fracciones o números decimales en función del contexto.
<ul style="list-style-type: none"> • Reconoce las propiedades de la adición de fracciones y de números decimales, como generalización de las propiedades de la adición con números naturales. 	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica y aplica la conmutatividad de la adición de fracciones o de números decimales. • Identifica y aplica la asociatividad de la adición de fracciones o de números decimales.
<ul style="list-style-type: none"> • Utiliza de manera pertinente y razonable el redondeo de cifras decimales y evalúa la pertinencia de las aproximaciones en función del contexto. 	<ul style="list-style-type: none"> • Redondea números decimales a diferentes niveles de aproximación. • Analiza la pertinencia de efectuar redondeos de números decimales de acuerdo con el contexto de cada situación. • Redondea los números decimales que intervienen en una adición o sustracción para obtener un resultado aproximado.

Ejemplos de actividades

Actividad 1

- a. Resuelven problemas que requieren sumar y restar números decimales. Analizan el procedimiento de cálculo escrito, comparándolo con el procedimiento estándar de cálculo de adiciones y sustracciones de números naturales.

Efectúan los cálculos con ayuda de una calculadora y discuten cuándo es preferible utilizar un procedimiento u otro.

- b. En situaciones problemáticas que involucran adición o sustracción de números decimales evalúan la pertinencia de efectuar redondeo de los datos con el fin de obtener un valor aproximado.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Como se ha dicho anteriormente, el procedimiento estándar de cálculo de adiciones y sustracciones, con números decimales es esencialmente el mismo que el usado con números naturales. Sólo hay que tener cuidado de alinear los respectivos números de modo que la coma de una cifra quede debajo de la coma de la cifra anterior.

Es importante hacer resaltar este hecho de modo que los procedimientos de cálculo con números decimales no aparezcan como algo totalmente nuevo, sino simplemente como una generalización de un procedimiento ya conocido.

Al efectuar el cálculo con ayuda de una calculadora es necesario hacer notar que la mayor parte de las calculadoras no operan directamente con fracciones de modo que es necesario transformar las fracciones a su notación decimal, dividiendo el numerador por el denominador.

Los procedimientos de redondeo de números naturales son muy similares a los empleados con números naturales. Alcanzar un buen dominio resulta muy útil en numerosas situaciones prácticas, tanto en la vida diaria como en el campo laboral, pues con mucha frecuencia un valor aproximado es suficiente y un redondeo adecuado permite obtener resultados en forma más fácil y rápida.

Actividad 2

- a. Resuelven problemas que requieren sumar y restar fracciones de igual denominador. Comparan el resultado con el resultado que se obtiene, recurriendo a su representación decimal o utilizando una calculadora.
- b. Resuelven problemas que requieren sumar y restar fracciones de diferente denominador, en casos de denominador pequeño. Para ello recurren a fracciones equivalentes de modo de tener fracciones de igual denominador.

Comparan el resultado con el que se obtiene, recurriendo a la representación decimal o utilizando una calculadora.

- c. Frente a diversas situaciones deciden cuándo es más conveniente sumar o restar las fracciones directamente, cuándo es más fácil transformarlas a su notación decimal o cuándo es preferible usar una calculadora.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

El procedimiento para sumar o restar fracciones de igual denominador es muy simple, basta sumar o restar los numeradores y mantener el denominador. Es también fácil de comprender por los estudiantes adultos y adultas, especialmente si se emplean diagramas o se analizan casos concretos.

Si las fracciones tienen diferente denominador, todo lo que hay que hacer es transformar las fracciones de modo que tengan igual denominador y luego aplicar el procedimiento anterior. Por ejemplo, $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{5}{4}$. Este resultado puede ser interpretado como 1 entero y puede ser transformado en número decimal: 1,25.

Al usar una calculadora hay que tener en cuenta las observaciones que se han hecho más arriba al respecto.

Actividad 3

- a. Resuelven problemas que involucran sumas y restas de fracciones y números naturales. Para efectuar los cálculos, escriben los números naturales como una fracción en que el numerador es igual o es un múltiplo del denominador.
- b. Repiten los cálculos transformando las fracciones en números decimales y usando una calculadora.
- c. Comparan los procedimientos de cálculo usados y discuten acerca de las ventajas de cada uno de ellos.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Una adición de un número natural más una fracción puede expresarse como número mixto o resolverse convirtiendo el número natural en fracción. Por ejemplo, supongamos que agregamos $\frac{3}{4}$ L de jugo a un jarro que ya tiene 2 L. En el jarro se tendrá ahora $2\frac{3}{4}$ L o, lo que es lo mismo, $\frac{8}{4} + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$ L.

Como en las actividades anteriores, se propone que el estudiante repita los cálculos, usando diferentes procedimientos. Ello ayudará a una mejor comprensión de la estrategia de resolución del problema y de sus resultados. Al mismo tiempo le permitirá disponer de más de un procedimiento en caso que requiera efectuar este tipo de cálculos.

La comparación entre procedimientos le ayudará a elegir el más adecuado en cada caso concreto.

Actividad 4

- a. Sobre la base de variados ejemplos muestran que la adición de fracciones y de números decimales presentan, al igual que en el ámbito de los números naturales, las propiedades de conmutatividad, asociatividad y comportamiento del 0.
- b. Sistematizan los conocimientos acerca de la adición y sustracción con fracciones y números decimales, enfatizando:
 - La variedad de situaciones en las que se requiere sumar o restar fracciones o números decimales.
 - Los diversos procedimientos de cálculo analizados para la adición y la sustracción de fracciones y números decimales.
 - La generalización a la adición de fracciones y de números decimales de las propiedades de la adición que se habían conocido al trabajar con números naturales.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Esta actividad es importante para consolidar los conocimientos que se han ido adquiriendo. Puede ser usada también como una forma de evaluación para detectar eventuales debilidades o errores no superados.

Unidad 2: Problemas que involucran multiplicaciones y divisiones de fracciones.

En esta Unidad se abordan las operaciones de multiplicación y de división de fracciones. Los diferentes contenidos se enfocan siempre en el contexto de la resolución de problemas ligados a las experiencias de las personas del curso, ya sea en relación a su vida personal, de trabajo o social.

A diferencia de lo que sucede con la adición y la sustracción, la multiplicación y la división en que intervienen fracciones enfrenta a los estudiantes adultos y adultas a situaciones totalmente diferentes a las que ya conocían para las mismas operaciones efectuadas en el ámbito de los números naturales.

En el ámbito de los números naturales no es posible dividir un número por otro mayor. Por ejemplo, en ese ámbito la división $3 : 4$ no tiene resultado. Al ampliar el ámbito incluyendo las fracciones y los números decimales la situación cambia. Al dividir $3 : 4$ se obtiene como resultado una fracción ($\frac{3}{4}$) o un número decimal (0,75).

Por otra parte, en la multiplicación de números naturales el producto es siempre mayor que cada uno de los factores, excepto cuando se multiplica por 1 o por 0. A su vez, si dividimos por un número natural diferente de 1 obtenemos siempre un valor menor que el dividendo. Sin embargo, al multiplicar o dividir por una fracción entre 0 y 1 el resultado es justamente el opuesto. Algo similar se verá en el próximo nivel cuando se trabaje la multiplicación y la división con números decimales. Es necesario hacer resaltar este hecho y analizarlo en situaciones concretas en el marco de diferentes contextos.

En esta Unidad se recomienda, como en la anterior, el uso de calculadora. Nuevamente hacemos notar que la mayoría de las calculadoras no están programadas para trabajar directamente con fracciones de modo que se debe transformar primero las fracciones a números decimales, dividiendo el numerador por el denominador. También se puede usar paréntesis, si la calculadora tiene esa posibilidad. Por ejemplo, para efectuar la división $\frac{3}{4} : \frac{1}{2}$ podemos ingresar en la calculadora la siguiente secuencia:

$$(3 : 4) : (1 : 2) =$$

La pantalla de la calculadora indicará el resultado en notación decimal: 1,5. Este resultado es equivalente a la fracción $\frac{6}{4}$ que se obtiene si se aplica el procedimiento estándar de división de fracciones. Dicho resultado es también equivalente a la fracción $\frac{3}{2}$ y al número mixto $1\frac{1}{2}$.

Aprendizajes esperados

Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
<p>Cada estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> Interpreta y resuelve problemas que implican multiplicación y/o división de fracciones, y evalúa sus resultados respecto de su pertinencia dentro de la situación. 	<p>Cada estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> Aplica procedimientos de cálculo para la multiplicación de fracciones. Aplica procedimientos de cálculo para la división de fracciones. Resuelve problemas que involucran multiplicación o división de fracciones. Interpreta el resultado de las operaciones con fracciones en función del contexto.
<ul style="list-style-type: none"> Reconoce las propiedades de la multiplicación de fracciones como generalización de las propiedades de la multiplicación con números naturales. 	<ul style="list-style-type: none"> Identifica y aplica la conmutatividad de la multiplicación de fracciones. Identifica y aplica la asociatividad de la multiplicación de fracciones. Identifica y aplica la distributividad de la multiplicación con respecto a la adición en el ámbito de las fracciones.

Ejemplos de actividades

Actividad 1

- Resuelven problemas que involucran una multiplicación de un número natural por una fracción. Por ejemplo, determinar cuántas horas semanales se dedican a las Matemáticas si el plan de estudios contempla 5 sesiones de $\frac{3}{4}$ de hora cada una.
- Trabajando en grupos buscan formas de resolver el problema. Comparten los procedimientos entre grupos y discuten las conclusiones.
- Escriben simbólicamente la operación, analizan los resultados y comparan con la multiplicación de dos números naturales.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Este caso puede ser resuelto mediante una adición de sumandos iguales: $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$. Queda claro que para multiplicar $\frac{3}{4} \times 5$ basta multiplicar el numerador por 5 y mantener el denominador.

Conviene analizar varios casos similares de modo de lograr una comprensión más profunda del procedimiento y consolidar de esta forma el aprendizaje correspondiente.

Actividad 2

- Resuelven problemas en que se requiere calcular una determinada fracción de un número natural. Por ejemplo: En la fábrica en que trabaja Luis hay 24 personas, de las cuales $\frac{2}{3}$ son mujeres. ¿Cuántas mujeres hay en la fábrica en que trabaja Luis?
- Trabajando en grupos buscan formas de resolver el problema. Comparten los procedimientos entre grupos y discuten las conclusiones.
- Escriben simbólicamente la operación, analizan los resultados y comparan con la multiplicación de dos números naturales.
- Comparan este caso con el de la actividad anterior y extraen conclusiones acerca de procedimientos que se pueden usar para multiplicar una fracción por un entero.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Una posibilidad para resolver el problema del ejemplo es calcular primero a cuántos trabajadores corresponde $\frac{1}{3}$ del total de personas ($24 : 3 = 8$) y luego calcular cuántos son los $\frac{2}{3}$ del total de personas ($8 \times 2 = 16$).

Conviene explicar que en el lenguaje de las fracciones, la preposición “de” equivale a una multiplicación. Así, decir “ $\frac{2}{3}$ de 24” es equivalente a decir “ $\frac{2}{3} \times 24$ ”.

Comparando los procedimientos usados en las actividades 1 y 2 podemos concluir que para multiplicar una fracción por un número natural podemos multiplicar el número natural por el numerador de la fracción y mantener el denominador, o podemos dividir el número natural por el denominador de la fracción y mantener el numerador.

Ambos procedimientos entregan el mismo resultado, lo que se puede comprobar expresándolos en notación decimal.

Actividad 3

- Resuelven problemas que implican calcular la fracción de una fracción, lo que equivale a multiplicar una fracción por otra. Por ejemplo, José dividió una pizza en 3 trozos iguales. Luego se comió la mitad de uno de los trozos. ¿Qué fracción de la pizza se comió?
- Trabajando en grupos buscan formas de resolver el problema. Comparten los procedimientos entre grupos y discuten las conclusiones.
- Escriben simbólicamente la operación, analizan los resultados y realizan una comparación con la multiplicación de dos números naturales.
- Con la guía del docente y analizando variados ejemplos concretos, concluyen que para multiplicar una fracción por otra basta multiplicar los numeradores entre sí y los denominadores entre sí.
- Aplicando el procedimiento de cálculo para la multiplicación de fracciones, demuestran a través de ejemplos y mediante un razonamiento simple que siempre que se multiplica una fracción por la misma fracción invertida se obtiene una fracción cuyo numerador es igual al denominador y que, por lo tanto, es igual a la unidad. Por ejemplo, $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{6}{6} = 1$.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

El análisis de este caso conduce a establecer un procedimiento muy simple de multiplicar dos fracciones: basta multiplicar numeradores entre sí y denominadores entre sí.

Conviene resaltar el hecho de que en el caso de la adición de fracciones no es válido un procedimiento similar: para sumar fracciones no se suman numeradores entre sí y denominadores entre sí.

Se recomienda realizar varios ejercicios de este tipo con el fin de que las personas del curso puedan visualizar claramente la multiplicación de dos fracciones en diferentes contextos.

Como se ha reiterado, es muy importante que las personas adultas resuelvan varios problemas con el fin de que puedan analizar crear, y/o aprender diferentes procedimientos de resolución y, especialmente, para tener la ocasión de mirar las situaciones, los conceptos, los procedimientos desde diversos puntos de vista. El docente puede orientarlos, haciendo periódicamente síntesis, puestas en común de los trabajos de grupos o individuales, proponiendo nuevas preguntas (por ejemplo, ¿cómo llegaste a ese resultado? ¿Podrían hacer una representación gráfica para que todos lo entendamos?).

Se recomienda permitir que las personas del curso busquen por sí mismas alguna manera de representar las situaciones y las operaciones. Y, a partir de lo que propongan, ir estableciendo conclusiones.

Actividad 4

- a. Resuelven problemas en los cuales es necesario dividir un número natural por una fracción.

Por ejemplo: Se tiene un cordel de 6 m de largo. ¿Cuántos trozos se obtendrían si se dividiera en trozos de 2 m? ¿Y si se dividiera en trozos de 1 m? ¿Y si se dividiera en trozos de $\frac{1}{2}$ m? ¿Y si se dividiera en trozos de $\frac{1}{4}$ m? ¿Y si se dividiera en trozos de $\frac{3}{4}$ m?

- b. Trabajando en grupos buscan formas de resolver el problema. Comparten los procedimientos entre grupos y discuten las conclusiones.
- c. Establecen con ayuda del docente que los tres últimos casos corresponden a una división de un número natural (6) por una fracción ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ y $\frac{3}{4}$, respectivamente).

Comentan que, a diferencia de lo que sucede en la división de números naturales, en este caso el cociente (12, 24 y 8 respectivamente) es mayor que el dividendo (4 en ambos casos).

- d. Analizan otros casos similares y extraen conclusiones.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

En el ejemplo propuesto, el docente puede describir verbalmente cada situación en términos similares a los siguientes:

Primer caso:

Se quiere dividir un cordel de 6 m en trozos de 2 m cada uno. Podemos obtener el resultado a través de la división $6 : 2$.

$$6 : 2 = 3 \text{ trozos}$$

Segundo caso:

Se quiere dividir un cordel de 6 m en trozos de 1 m cada uno. Podemos obtener el resultado a través de la división $6 : 1$.

$$6 : 1 = 6 \text{ trozos}$$

Tercer caso:

Se quiere dividir un cordel de 6 m en trozos de $\frac{1}{2}$ m cada uno. Podemos obtener el resultado a través de la división $6 : \frac{1}{2}$.

$$6 : \frac{1}{2} = 12 \text{ trozos}$$

Cuarto caso:

Se quiere dividir un cordel de 6 m en trozos de $\frac{1}{4}$ m cada uno. Podemos obtener el resultado a través de la división $6 : \frac{1}{4}$.

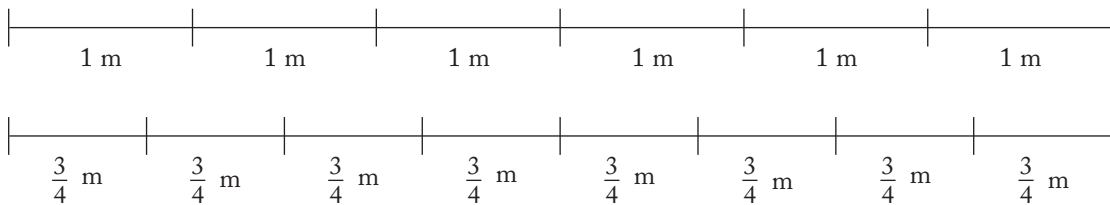
$$6 : \frac{1}{4} = 24 \text{ trozos}$$

Quinto caso:

Se quiere dividir un cordel de 6 m en trozos de $\frac{3}{4}$ m cada uno. Podemos obtener el resultado a través de la división $6 : \frac{3}{4}$.

$$6 : \frac{3}{4} = 8 \text{ trozos}$$

Este último caso puede representarse con un diagrama como el siguiente:



Actividad 5

- a. Resuelven problemas en los cuales es necesario dividir una fracción por otra.

Por ejemplo: Para el fin de semana, Marcia compró bebida en un envase familiar de $2\frac{1}{2}$ litros. Tiene vasos en que cabe $\frac{1}{4}$ litro. ¿Para cuántos vasos alcanzará la bebida comprada?

- b. Trabajando en grupos buscan formas de resolver el problema. Comparten los procedimientos entre grupos y discuten las conclusiones.
- c. Analizan el problema y concuerdan que la cantidad de bebida del envase puede expresarse como fracción ($\frac{5}{2}$ L) y que la solución del problema podría obtenerse mediante la división:

$$\frac{5}{2} : \frac{1}{4}$$

- d. Comparan este problema con el que se vio en la actividad 4. El docente muestra que en ambos casos dividir por una fracción es equivalente a multiplicar por la fracción invertida.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Es muy probable que los grupos encuentren diferentes procedimientos para resolver el problema. Por ejemplo, considerar que con 1 litro se llenan 4 vasos, de modo que con 2 litros se llenan 8 vasos y con el $\frac{1}{2}$ litro restante se llenan otros 2 vasos. En total se llenarán 10 vasos.

Comparando con los problemas vistos en la actividad anterior y con otros ejemplos similares, se puede ver que estamos ante un caso de distribución en partes iguales, es decir, ante un típico caso que se resuelve mediante una división. Lo nuevo es que tanto el dividendo como el divisor son fracciones: $\frac{5}{2} : \frac{1}{4}$.

Actividad 6

- a. Sobre la base de variados ejemplos muestran que la multiplicación de fracciones presenta, al igual que en el ámbito de los números naturales, las propiedades de conmutatividad, asociatividad y distributividad con respecto a la adición.
- b. Generalizan a las operaciones con fracciones la prioridad de la multiplicación y la división sobre la adición y la sustracción en las expresiones que combinan diferentes operaciones.
- c. Sistematizan los conocimientos acerca de la multiplicación y la división de fracciones, enfatizando:
 - Las situaciones en que se requiere multiplicar o dividir fracciones.
 - Los procedimientos de cálculo que se pueden utilizar para multiplicar o dividir fracciones.
 - La generalización de las propiedades de la multiplicación que se habían conocido al trabajar con números naturales, a la multiplicación de fracciones.
 - La generalización a las operaciones con fracciones de la prioridad de la multiplicación y la división sobre la adición y la sustracción en las expresiones que combinan diferentes operaciones.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Esta actividad es importante para consolidar los conocimientos que se han ido adquiriendo. Puede ser usada también como una forma de evaluación para detectar eventuales debilidades o errores no superados.



Módulo 3

Perímetro, área y volumen

En este módulo los adultos y adultas se enfrentarán a situaciones que requieren interpretar y calcular perímetros o áreas de superficies de objetos de uso habitual como, por ejemplo, determinar el perímetro de un terreno rectangular, el rendimiento de un pliego de papel o de género, el tamaño de una superficie para pintar, empapelar, colocar baldosas o sembrar. Las situaciones planteadas son problemas que forman parte de la vida y contemplan una serie de dificultades que el conocimiento matemático permite abordar.

En el transcurso del módulo se desarrollan los conceptos de perímetro y área de superficies que corresponden o no a polígonos regulares y se analizan algunos procedimientos de cálculo en situaciones simples.

A su vez, es importante la comprensión de los sistemas de unidades de estas magnitudes y el manejo aritmético de ellas. En este sentido es relevante la necesidad de distinguir entre una unidad de longitud y una unidad de área, con los consecuentes cuidados en su interpretación y uso.

La geometría permite el desarrollo de un pensamiento dinámico y abstracto; en esa línea se propician situaciones que requieren anticipar los efectos en el perímetro y en el área al modificar ciertas longitudes de elementos lineales de las superficies. Para ello, la experimentación y registro de los procedimientos que permiten determinar estas magnitudes deben realizarse en forma sistemática y ordenada y, por tanto, requieren la atención del profesor o profesora.

Por último, siguiendo con el estudio de los cuerpos geométricos, se incorpora el concepto de volumen como espacio que ocupa un cuerpo, y se inicia el cálculo de volumen, en particular de prismas rectos. En el nivel 3 continuarán con el cálculo del volumen de cilindros y el estudio de cuerpos redondos.

El módulo se estructura en tres unidades:

Unidad 1: Medición y cálculo de perímetros.

Unidad 2: Medición y cálculo de áreas.

Unidad 3: Cálculo del volumen de prismas rectos.

Contenidos mínimos del módulo

1. Concepto y cálculo de perímetro en polígonos.
2. Concepto y cálculo de áreas de cuadrados, rectángulos y triángulos y de figuras que puedan descomponerse en las anteriores. Unidades de área de uso frecuente (centímetro cuadrado, metro cuadrado, kilómetro cuadrado, hectárea) y sus equivalencias.
3. Concepto de volumen como el espacio que ocupa un cuerpo y cálculo del volumen de prismas rectos.
4. Resolución de problemas provenientes de diversos contextos, que se modelen usando figuras geométricas y cuya resolución implica la aplicación de los conceptos y el cálculo de perímetros, áreas y volumen de prismas rectos.

Aprendizajes esperados

Al finalizar el trabajo con este módulo se espera que los estudiantes adultos y adultas:

- Utilicen correctamente las unidades de longitud de uso frecuente.
- Resuelvan problemas que involucran el cálculo o la medición del perímetro de una figura.
- Resuelvan problemas que involucran el cálculo del área de figuras rectangulares y triangulares.
- Resuelvan problemas que involucran el cálculo del área de figuras que pueden descomponerse en rectángulos y triángulos.
- Utilicen correctamente las unidades de superficie de uso frecuente.
- Anticipen el efecto que puede tener en el perímetro y en el área de una figura una modificación en la longitud de algunos de sus elementos.
- Comprendan lo que representa 1 cm^3 .
- Calculen el volumen de prismas rectos.

Sugerencias de evaluación

La evaluación de este módulo debe contemplar situaciones que permitan evidenciar el uso de procedimientos para medir perímetros de diversas superficies poligonales. Es necesario observar que las mediciones sean realizadas en las unidades de medida adecuadas según la situación propuesta. El trabajo con distintas unidades de medida debe evidenciar que cada estudiante es capaz de establecer equivalencias entre las distintas unidades de longitud usadas habitualmente.

En la Unidad 2 la evaluación debe considerar diversas situaciones en que sea necesario determinar el área de superficies triangulares y rectangulares. Los estudiantes adultos y adultas deberán evidenciar la capacidad de implementar procedimientos que les permitan determinar el área, utilizando unidades de medidas adecuadas según las características de la situación.

Es necesario contemplar también situaciones en que la longitud de algunos elementos lineales del polígonos varían. Las personas del curso deberán evidenciar la capacidad de anticipar los cambios que experimentan el perímetro y el área de las figuras en tales casos.

Por último, la evaluación debe contemplar la capacidad de visualizar cómo descomponer una superficie en otras que permitan determinar su área. Es necesario observar los procedimientos implementados para calcular las áreas y el uso de las unidades de medida adecuadas según sea la situación. Para analizar las situaciones las personas del curso podrán realizar esquemas que les permitan visualizar una estrategia para abordar el cálculo del perímetro y el área de diversas superficies poligonales.

Para la evaluación del módulo se sugiere realizar diversos tipos de observación. Por una parte, durante el proceso, evaluaciones de tipo formativa consistentes en pequeñas pruebas y trabajos tanto individuales como colectivos. El profesor o profesora puede, también, reunir los trabajos de clases de las personas del curso y analizarlos para detectar, por ejemplo, errores sistemáticos. Al final del módulo se sugiere hacer una evaluación más global a partir de la resolución de dos o tres problemas que permitan una mirada de conjunto sobre los aprendizajes.

Unidad 1: Medición y cálculo de perímetros

En esta Unidad a partir de una amplia gama de situaciones se aborda el concepto de perímetro caracterizado como la longitud del contorno de una figura. En tal sentido se establece un vínculo con las mediciones de longitud realizadas en el Nivel 1.

Básicamente se trabaja con figuras rectangulares y con las unidades de medida más utilizadas habitualmente como milímetro, centímetro, metro y kilómetro. En las actividades se propone caracterizar cada una de estas unidades, pues este conocimiento es relevante para analizar la pertinencia de su uso. Otro aspecto importante es la relación entre las diferentes unidades de medida y la capacidad para transformar una unidad a otra, lo que puede hacerse mentalmente dado que ello implica una multiplicación o división por una potencia de 10.

El docente puede incentivar el conocimiento de otras unidades de medidas, incluso en otros sistemas distintos del Sistema Internacional como es el caso del sistema inglés que es de uso en contextos de mecánica automotriz.

Por último, se sugiere promover el desarrollo de habilidades de aproximación en contextos de medición, para lo cual es importante realizar actividades que requieran cálculos aproximados y que utilicen referencias que permitan establecer la medida aproximada de una longitud. Por ejemplo, la longitud desde el hombro a la punta de la mano del lado opuesto de un adulto es aproximadamente un metro, con lo cual es posible, por ejemplo, medir fácilmente la longitud de un cordel.

Aprendizajes esperados

Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
<p>Cada estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> Utiliza correctamente las unidades de longitud de uso frecuente. 	<p>Cada estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> Mide longitudes y expresa el resultado en la unidad correspondiente. Efectúa transformaciones de unidades cuando el contexto lo requiere.
<ul style="list-style-type: none"> Resuelve problemas que involucran el cálculo o la medición del perímetro de una figura. 	<ul style="list-style-type: none"> Interpreta correctamente los datos y la pregunta de un problema cuando se refieren al perímetro de una figura. Diseña y lleva a cabo una estrategia de resolución basada en medición o cálculo de perímetros de acuerdo a los requerimientos del problema. Interpreta adecuadamente los resultados obtenidos en función del contexto del problema.
<ul style="list-style-type: none"> Anticipa el efecto que puede tener en el perímetro de una figura una modificación en la longitud de algunos de sus elementos. 	<ul style="list-style-type: none"> Anticipa el efecto que tiene en el perímetro de un rectángulo un aumento o disminución de la longitud de su largo o de su ancho. Anticipa el efecto que tiene en el perímetro de un cuadrado o de un triángulo equilátero un aumento o disminución de la longitud de su lado.

Ejemplos de actividades

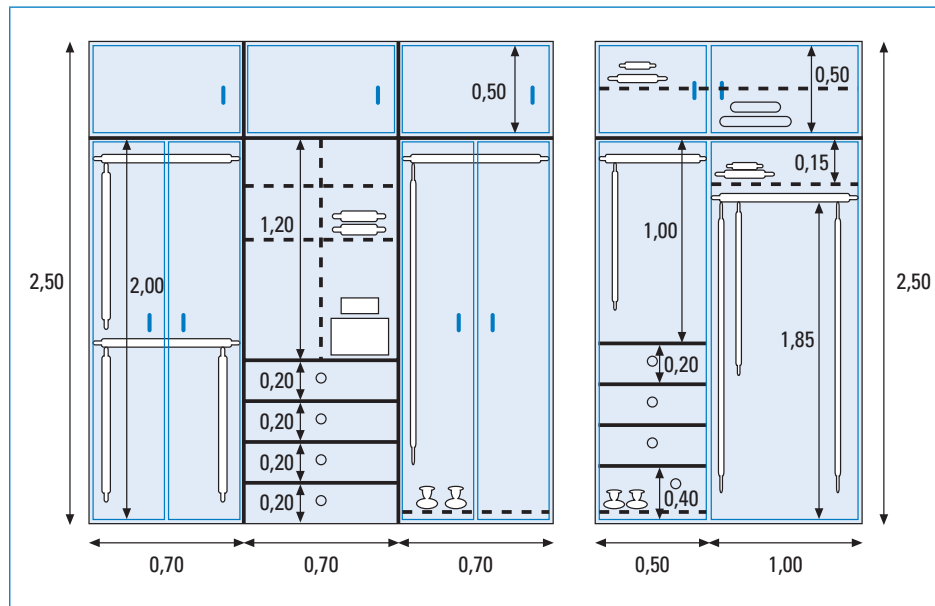
Actividad 1

- a. Miden diversas longitudes: diferentes distancias en una sala de clases, en una cancha o la longitud de determinados elementos en muebles.

En cada situación analizan cuál sería la unidad de medida más apropiada.

- b. Calculan el largo del contorno de un terreno que se necesita enrejar o la cantidad de cinta de regalo que se requiere para envolver una caja de zapatos.
- c. Analizan situaciones que requieren la transformación de unidades de medida entre las unidades de uso frecuente: milímetro, centímetro, metro y kilómetro.

Por ejemplo: determinan las longitudes de un mueble que tiene medidas en metros y se requieren en centímetros para realizar los cortes de madera.



- d. Responden preguntas como: ¿Cuántos centímetros son 2,35 metros? ¿A cuántos centímetros equivalen 0,35 metros? Para determinar 2,35 metros, ¿podemos medir primero 2 metros y luego agregar 35 centímetros?

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Con esta actividad se actualizan los conocimientos relacionados con la medición de longitudes y el uso de las correspondientes unidades de medida.

En caso de que las personas del curso manifiesten interés se pueden mencionar otras unidades de longitud que se suelen usar en determinados campos laborales: la pulgada (2,54 cm), el pie (30,48 cm), el año luz (la distancia que la luz recorre en 1 año). Si se mencionan estas unidades, conviene hacer notar que las transformaciones de unidades se dificultan por el hecho de que la relación entre ellas no involucra sólo potencias de 10.

Así también se pueden analizar algunas unidades informales como la cuarta, el paso, u otras que permiten tener una primera aproximación de la medida de una longitud. En este sentido, se puede estimular a que cada estudiante mida y recuerde la longitud de su paso y de su cuarta, expresadas en centímetros, lo que le permitirá efectuar mediciones cuando no dispone de los instrumentos adecuados o sólo se requiere un valor aproximado.

Actividad 2

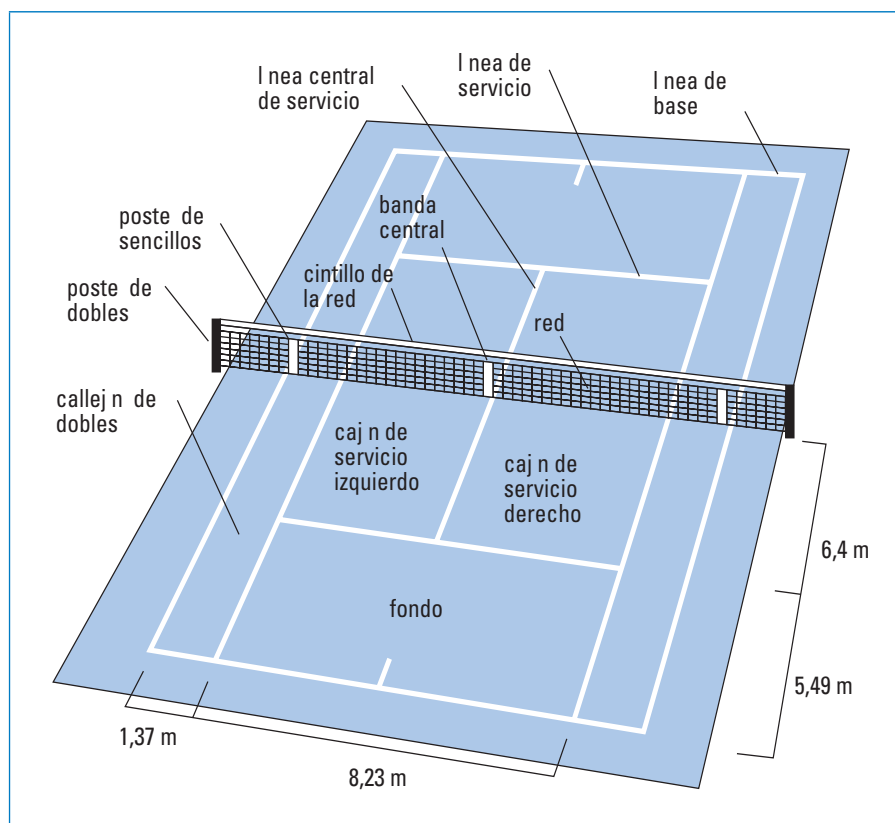
- a. Determinan la medida de la longitud del contorno de diversas superficies. En ese contexto, el docente introduce el término “perímetro” para referirse a la longitud del contorno de una figura.
- b. Calculan el perímetro de diversas figuras geométricas de las cuales se conoce la longitud de sus lados.
- c. Utilizan las características de las figuras como el rectángulo para responder preguntas como: ¿cuánto mide el fondo de un terreno rectangular de 12 metros de frente y cuyo perímetro mide 75 metros?
- d. Discuten cuál es el menor número de mediciones que habría que hacer para poder calcular el perímetro de un cuadrado, de un rectángulo, de un triángulo escaleno, de un triángulo equilátero.

e. Resuelven problemas que involucran la determinación de perímetros.

Por ejemplo:

- Se necesita cercar una parcela rectangular de 400 metros de largo y 700 de fondo. Para el cerco se utilizan cuatro corridas de alambre. ¿Cuánto alambre se ocupará?
- Para realizar las marcas de una cancha de tenis se requiere saber cuánta cal es necesaria para marcar el contorno. Investigan sobre las dimensiones de una cancha de tenis y determinan las longitudes para marcar.

Si el rendimiento de un saco de cal es de aproximadamente 100 metros, ¿para cuántas canchas de tenis alcanza? ¿Cuántos sacos de cal se requieren para marcar 10 canchas?



SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

El desarrollo de estas actividades permite ir afianzando el concepto de perímetro al tiempo que se adquiere mayor dominio de las unidades de longitud y de sus equivalencias.

En este trabajo es necesario cautelar el manejo de los números decimales, pues en contexto de medición este tipo de números aparece con frecuencia.

Es conveniente que las personas del curso se enfrenten a situaciones en que las formas de las figuras son variadas y, por lo tanto, cada una tendrá una complejidad en particular para el cálculo de su perímetro, distinguiendo entre ellas los polígonos regulares, el triángulo y el rectángulo. Pueden también discutirse casos en que este cálculo es posible, conociendo solo la medida de alguno de los lados.

Actividad 3

- a. Predicen los cambios que experimentará el perímetro de un rectángulo si se varía la longitud de sus lados. Por ejemplo, dado el perímetro de un rectángulo, determinar en cuánto aumentará dicho perímetro si cada lado del rectángulo se aumenta en 2 cm, o si cada lado del rectángulo se duplica.
- b. Predicen los cambios que experimentará el perímetro de un cuadrado o de un triángulo equilátero si se varía la longitud de sus lados. Por ejemplo: Un sitio de forma cuadrada de 50 m de lado se divide en dos sitios rectangulares iguales. ¿Se necesitará más alambre para cerrar los dos sitios rectangulares que para cerrar el sitio original?
- c. Formulan estimaciones o realizan cálculos aproximados de perímetros en contexto que no requieren gran exactitud en el resultado. Por ejemplo, conociendo las dimensiones de una cancha de fútbol, calcular aproximadamente cuánto deberán correr los jugadores del equipo ganador si deciden celebrar el triunfo dando la vuelta olímpica alrededor de la cancha.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

La anticipación de los cambios que puede experimentar el perímetro de una figura al variar la longitud de algunos de sus elementos requiere una buena comprensión del concepto y de cómo depende de las longitudes en juego.

Se sugiere pedir a las personas del curso que propongan situaciones similares y discutan sus predicciones.

Algo similar se puede hacer en relación con la estimación y cálculo aproximado de perímetros.

Unidad 2: Medición y cálculo de áreas

En esta Unidad se introduce el concepto de área y se analizan posibilidades de medición y cálculo de áreas de diferentes figuras geométricas.

El concepto de área se presenta como la medida del tamaño de una superficie. En tal sentido, guarda una relación estrecha con la posibilidad de embaldosar una superficie, utilizando cuadrados como unidad básica. Esta idea abre la posibilidad de calcular el área de un rectángulo, multiplicando la longitud de su ancho por la longitud de su largo. Sobre la base de esta fórmula, se puede deducir a su vez la fórmula para calcular el área de un triángulo.

Es necesario desarrollar también el conocimiento de las unidades de medida de área que se utilizan con mayor frecuencia, en especial el centímetro cuadrado, el metro cuadrado, el kilómetro cuadrado y la hectárea, así como sus equivalencias.

En relación con este tema, conviene insistir que no es posible generalizar directamente las equivalencias que se dan entre unidades de longitud a las unidades de área. En efecto, si bien 1 metro equivale a 100 centímetros, 1 metro cuadrado en cambio equivale a 10.000 centímetros cuadrados. Por su parte, 1 kilómetro cuadrado equivale a 1.000 metros, pero 1 kilómetro cuadrado equivale a 1.000.000 metros cuadrados. Para justificar esta aparente contradicción, se puede pensar en un cuadrado de 1 m por lado. Su área es de 1 m^2 . Si expresamos el lado del cuadrado en centímetros, tendremos que éste mide 100 cm. Al calcular el área, tendremos: $100 \text{ cm} \times 100 \text{ cm} = 10.000 \text{ cm}^2$.

Tanto el rectángulo como el triángulo permiten descomponer diferentes figuras poligonales. Con ello se hace posible calcular el área de la figura completa sumando las áreas de los rectángulos y triángulos que la componen. Análogamente, en el caso de figuras de forma irregular, se puede obtener un valor aproximado ajustando la forma original a una figura poligonal que tenga aproximadamente la misma área.

Un aspecto relevante que se espera desarrollar en la presente Unidad es la capacidad para comprender los efectos diferentes que tiene en el área y en el perímetro una modificación en la longitud de sus elementos. Por ejemplo: ¿qué sucede con el perímetro y el área de un cuadrado al aumentar el doble cada uno de sus lados? Con un ejemplo concreto se puede evidenciar que el perímetro aumenta al doble, sin embargo, el área aumenta en un factor 4, es decir, se cuadruplica.

Aprendizajes esperados

Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
<p>Cada estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> Resuelve problemas que involucran el cálculo del área de figuras rectangulares y triangulares. 	<p>Cada estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> Calcula correctamente el área de cuadrados, rectángulos y triángulos y expresa los resultados en la unidad de medida que corresponde. En situaciones problemáticas que involucran la determinación del área de rectángulos y triángulos, identifica los datos que son relevantes, efectúa los cálculos correspondientes, emplea adecuadamente las unidades de medida e interpreta los resultados en función del contexto.
<ul style="list-style-type: none"> Resuelve problemas que involucran el cálculo del área de figuras que pueden descomponerse en rectángulos y triángulos. 	<ul style="list-style-type: none"> Calcula el área de figuras poligonales, descomponiendo las figuras en rectángulos y triángulos. Calcula el valor aproximado del área de figuras de forma irregular, aproximando la figura a rectángulos y triángulos. En situaciones problemáticas que involucran la determinación del área de figuras que pueden descomponerse en rectángulos y triángulos, identifica los datos que son relevantes, efectúa los cálculos correspondientes, emplea adecuadamente las unidades de medida e interpreta los resultados en función del contexto.
<ul style="list-style-type: none"> Utiliza correctamente las unidades de superficie de uso frecuente. 	<ul style="list-style-type: none"> Interpreta información cuantitativa relativa a áreas proporcionada por textos, atlas, medios de comunicación u otras fuentes, prestando especial atención a la unidad de medida en que está expresada. Efectúa transformaciones de unidades cuando el contexto lo requiere.
<ul style="list-style-type: none"> Anticipa el efecto que puede tener en el perímetro y en el área de una figura una modificación en la longitud de algunos de sus elementos. 	<ul style="list-style-type: none"> Anticipa el efecto que tiene en el perímetro y en el área de un rectángulo el aumento o disminución en un factor dado de la longitud de su largo o de su ancho.

Ejemplos de actividades

Actividad 1

- Comentan acerca del concepto de área y analizan diferentes ejemplos en que resulta útil o necesario determinar el área de una superficie.
- Discuten acerca de la posibilidad de cuantificar el área de una superficie rectangular, cubriéndola con baldosas cuadradas.
- Utilizando un reticulado con cuadraditos de 1 cm de lado, concluyen que el área de un rectángulo puede calcularse multiplicando la longitud de su ancho por la longitud de su largo. Resumen este hecho en una fórmula.

Proponen una fórmula para calcular el área de un cuadrado.

- El profesor o profesora introduce el centímetro cuadrado, el metro cuadrado, el kilómetro cuadrado y la hectárea como unidades de medida que se usan con frecuencia.

Buscan información acerca de las relaciones de equivalencia entre ellas.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

El uso de embaldosados o reticulados permite formar una idea intuitiva del concepto de área y de su cuantificación. Contribuye asimismo a una mejor comprensión de las fórmulas de cálculo del área del rectángulo y del cuadrado.

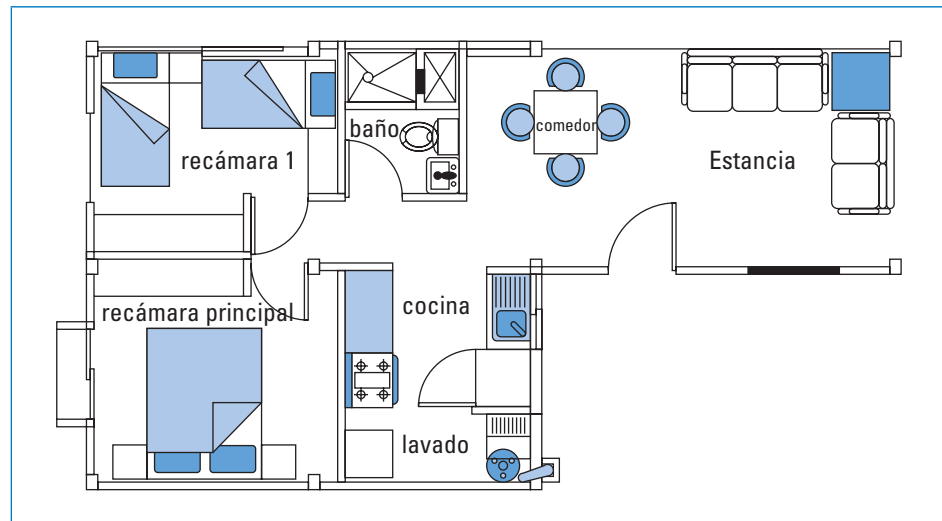
Es necesario enfatizar la relación entre las unidades en que están expresadas las longitudes y las unidades en que quedará expresada el área: si la longitud de los lados de un rectángulo está expresada en centímetros, el área quedará expresada en centímetros cuadrados, etc.

A partir de ahí se puede deducir la equivalencia entre las unidades de área consideradas, haciendo resaltar, como se dice en la introducción de la Unidad, que no se puede generalizar directamente la relación entre unidades de longitud a las unidades de área.

La hectárea es una unidad de uso frecuente en el medio rural y posiblemente muchos estudiantes adultos y adultas la conocen. Corresponde a 10.000 metros cuadrados.

Actividad 2

- Efectúan las mediciones necesarias para determinar el área de la sala de clases.
- Determinan el área de superficies no rectangulares que, sin embargo, se pueden dividir en superficies rectangulares en que se puede conocer la longitud de sus lados. Por ejemplo, determinar el área total de un departamento como el del siguiente esquema:



- Resuelven problemas que requieren calcular el área de superficies rectangulares y emplean adecuadamente las unidades de medida correspondientes.

Por ejemplo:

- En un loteo se ofrecen parcelas rectangulares de media hectárea. ¿Qué longitud podrían tener los lados de estas parcelas?
 - Determinar cuánto adhesivo de pegamento para piso cerámico hay que comprar para embaldosar con cerámica el piso de un departamento.
- Determinan un valor aproximado para el área de algunas Regiones del país aproximando su forma a la de un rectángulo. Comparan el valor encontrado con el que se da en un atlas o en Internet en la página de alguna institución oficial.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

En estas situaciones problemáticas es conveniente hacer hincapié en cada caso en:

- Identificar claramente la pregunta.
- Identificar los datos que se necesitan.
- Proponer un procedimiento de resolución.

- Encontrar los datos que faltan.
- Efectuar los cálculos correspondientes.
- Emplear adecuadamente las unidades de medida.
- Interpretar los resultados en función del contexto.

Si es necesario buscar información, es importante insistir en la necesidad de que la fuente sea confiable. Hay que tener presente que muchas páginas en Internet contienen información que no está debidamente respaldada.

Actividad 3

- a. Con ayuda de diagramas, reconocen que la diagonal de un rectángulo lo divide en 2 triángulos rectángulos congruentes.

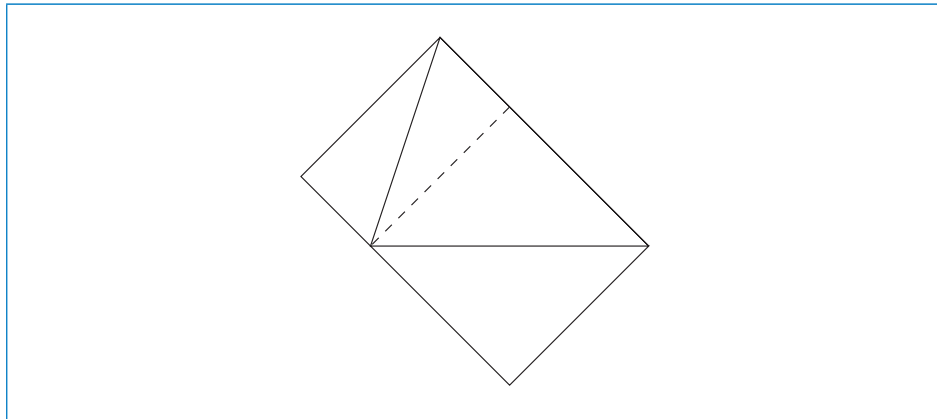
A partir de allí, infieren una fórmula para calcular el área de un triángulo rectángulo.

- b. Con ayuda de diagramas, reconocen que un triángulo cualquiera se puede dividir en 2 triángulos rectángulos congruentes trazando una altura.

A partir de allí, infieren una fórmula para calcular el área de un triángulo cualquiera.

- c. Reafirman la validez de la fórmula encontrada mediante un diagrama en que se completa un rectángulo a partir de un triángulo dado, como en el siguiente ejemplo:

Muestran, asimismo, que la fórmula encontrada en a. es un caso particular de la encontrada en b.



SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

A partir de la fórmula para el área de un rectángulo puede deducirse fácilmente una fórmula para el área de un triángulo cualquiera como muestran los ejemplos dados.

Con frecuencia, al expresar esta fórmula en palabras se dice que el área del triángulo es igual a “la mitad de la base por la altura”. Esto suele inducir a confusión, ya que muchas personas piensan que la

base es el lado del triángulo que queda en la parte de abajo, generalmente horizontal. Para calcular el área del triángulo, sin embargo, podemos considerar cualquiera de los tres lados. Su longitud se multiplica por la altura correspondiente a ese lado y el producto se divide por 2.

Actividad 4

- a. Resuelven problemas que requieren calcular el área de superficies triangulares y emplean adecuadamente las unidades de medida correspondientes.
- b. Determinan un valor aproximado para el área de la Isla de Pascua o para algunas Regiones del país cuya forma se puede aproximar a la de un triángulo. Comparan el valor encontrado con el que se da en un atlas o en Internet en la página de alguna institución oficial.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Para el tratamiento de estas situaciones problemáticas, ver las Sugerencias Metodológicas de la Actividad 2.

Actividad 5

- a. Estudian lo que sucede con el perímetro y el área al cambiar las longitudes de una figura.
Por ejemplo:
¿Qué sucede con el perímetro y el área de un triángulo si uno de sus lados aumenta al triple y se mantiene la longitud de la altura correspondiente a ese lado?
¿Qué sucede con el perímetro y el área de un rectángulo si todos sus lados disminuyen a la mitad?
- b. Registran sus procedimientos y anotan los resultados en una tabla. Luego los comentan y analizan.
- c. Realizan estudios similares con cuadrados.
- d. Analizan la siguiente situación: Un cuadrado de 4 cm de lado se divide en dos rectángulos mediante un corte paralelo a uno de sus lados. ¿La suma de los perímetros de los dos rectángulos es igual o diferente del perímetro del cuadrado original? ¿Y si el cuadrado se divide en dos triángulos mediante un corte a lo largo de una de sus diagonales?

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

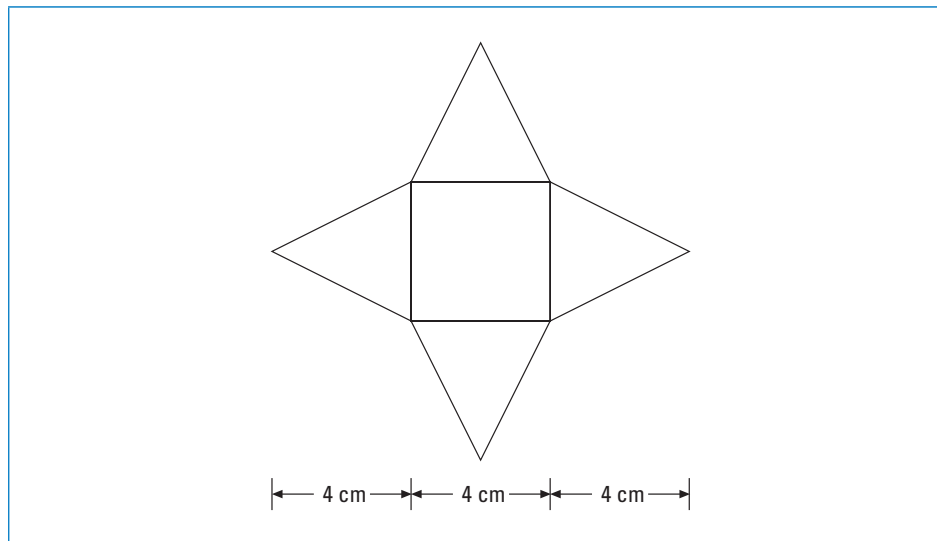
Como se dijo en la actividad 3 de la Unidad 1, la anticipación de los cambios que puede experimentar el perímetro y el área de una figura al variar la longitud de algunos de sus elementos requiere una buena comprensión de los conceptos y de la forma como depende de las longitudes en juego.

Actividad 6

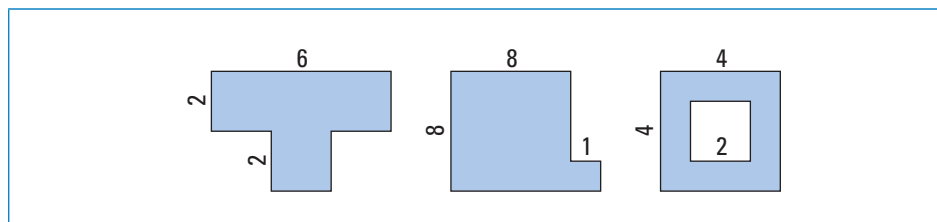
- a. Analizan situaciones en que se desea calcular el área de polígonos que no son triángulos ni rectángulos.

Por ejemplo:

- Calcular el área de la figura formada por un cuadrado y 4 triángulos iguales.



Elaboran estrategias para determinar el perímetro y el área de figuras como las siguientes:



En estas tres figuras los ángulos son rectos, con lo cual se puede deducir las medidas de los lados que no las tienen (las unidades corresponden a centímetros).

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Estas actividades son un acercamiento a situaciones más complejas de cálculo de área y de perímetros. En las actividades solo se ha sugerido el tipo de figuras, no obstante se recomienda al profesor o profesora contextualizarlas en situaciones cercanas a las personas del curso, incorporando, por ejemplo, diversas superficies que provienen de formas que se encuentran en el entorno, como plazas, murallas, muebles, etc.

Unidad 3: Cálculo del volumen de prismas rectos

En esta Unidad se aborda concepto de volumen, como el espacio que ocupa un cuerpo y el cálculo de volumen de los prismas rectos, en particular, la atención se centra en los prismas de base rectangular. En estos prismas el área de la base corresponde al área de un rectángulo, lo que debería ser conocido desde la Unidad anterior.

La unidad de medida en que se expresan los resultados dependerá de las unidades en que están dadas las dimensiones lineales (ancho, largo, altura).

Si las dimensiones lineales están dadas en centímetros, el volumen queda expresado en centímetros cúbicos (cm^3). Si las dimensiones lineales están dadas en metros, el volumen queda expresado en metros cúbicos (m^3).

Para eventuales cambios de unidades, conviene tener presente las equivalencias que se muestran en la siguiente tabla.

$$1 \text{ centímetro cúbico (cm}^3\text{)} = 1 \text{ mililitro (mL)}$$

$$1 \text{ litro (L)} = 1.000 \text{ mL}$$

$$1 \text{ L} = 1.000 \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ metro cúbico (m}^3\text{)} = 1.000 \text{ L}$$

$$1 \text{ m}^3 = 1.000.000 \text{ cm}^3$$

Aprendizajes esperados

Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> Comprende lo que representa 1 cm^3. 	Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> Explica a qué corresponde un centímetro cúbico, en palabras y gráficamente.
<ul style="list-style-type: none"> Calcula el volumen de prismas rectos. 	<ul style="list-style-type: none"> Identifica la base y la altura en los cuerpos involucrados para calcular su volumen. Maneja adecuadamente las unidades de medida que corresponden.

Ejemplos de actividades

Actividad 1

- a. El docente introduce el centímetro cúbico (cm^3) como unidad de volumen. Explica que 1 cm^3 corresponde al volumen de un cubo cuyas aristas miden 1 cm.

Explica también que otras unidades de volumen de uso frecuente son el litro (L) y el metro cúbico (m^3). Un litro corresponde al volumen de un cubo cuyas aristas miden 10 cm y 1 m^3 corresponde al volumen de un cubo cuyas aristas miden 1 m.

- b. Trabajando en grupos, los estudiantes buscan procedimientos para determinar cuántos cubos de 1 cm^3 de volumen se pueden introducir en una caja de zapatos de 25 cm de largo, 15 cm de ancho y 10 cm de altura.

Los grupos comparten y comentan los procedimientos utilizados y los resultados encontrados.

Actividad 2

- a. Establecen que el volumen de un prisma recto como la caja de zapatos se puede encontrar multiplicando las dimensiones lineales: largo, ancho y altura. Anotan la fórmula:

$$V = a \times b \times c$$

en que a , b y c son las dimensiones lineales del prisma.

- b. Analizando la fórmula, concluyen que el volumen también puede expresarse como:

$$V = A \times h$$

en que A es el área de la base del prisma y h es su altura.

- c. Encuentran una fórmula para calcular el volumen de un cubo.
d. Resuelven problemas que involucran el cálculo del volumen de prismas rectos.

Por ejemplo:

- De acuerdo con las definiciones dadas, encontrar las equivalencias entre el centímetro cúbico, el litro y el metro cúbico.
- Calculan el volumen de la sala de clases suponiendo que su forma es similar a la forma de un prisma recto de base rectangular.
- Realizan mediciones para determinar si un envase de 1 litro de leche contiene efectivamente 1 litro de leche.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Es muy probable que algunas personas del curso ya conozcan la forma de calcular el volumen de un prisma recto. Invite a que ellos expongan sus experiencias y las comenten con el resto del curso.

Sobre esa base, el profesor o profesora podrá ahora resumir y sistematizar estos conocimientos, complementándolos cuando sea necesario.

Al igual que en el caso de las unidades de área, hay que evitar caer en el error de suponer que 1 m^3 equivale a 100 cm^3 (pensando en que 1 m equivale a 100 cm). Supongamos que se tiene un cubo de 1 m de arista. Su volumen es 1 m^3 . Ahora, si expresamos la longitud de la arista en centímetros, tendremos que su volumen será: $100 \times 100 \times 100$, es decir, $1.000.000 \text{ cm}^3$.

Un razonamiento similar permite establecer que 1 L equivale a 1.000 cm^3 .

De acuerdo con el prefijo “mil”, el mililitro (mL) equivale a la milésima parte de 1 litro . Por lo tanto, coincide con el cm^3 .

Conviene tener en cuenta que la abreviatura “cc” para centímetro cúbico ha sido desechada, aunque aún se utiliza en algunos envases. La abreviatura correcta para centímetro cúbico hoy día es cm^3 .



Módulo 4

Tratamiento de información

En este módulo se trabajan diferentes posibilidades de organizar y comunicar información cuantitativa. En especial se analiza la interpretación y construcción de tablas de valores y gráficos de barra a partir de información proveniente de medios de comunicación, páginas de Internet, etc. Este contenido se había introducido ya en el nivel anterior. Esta vez, se incluye la posibilidad de que la información que se procesa pueda estar expresada en fracciones y números decimales y sea, por lo tanto, información más completa y más precisa.

La capacidad para interpretar y organizar información en tablas y gráficos es de gran importancia práctica tanto en la vida cotidiana como para el desempeño en el ámbito laboral de aquí la necesidad de trabajar este tema con mayor profundidad y ligado a situaciones de la vida real.

Si bien algunos aspectos relacionados con tablas y gráficos han formado parte de los contenidos tratados en el primer nivel, en esta ocasión los conocimientos adquiridos en relación al uso de números decimales permite ampliar la gama de ejemplos a considerar y trabajar.

Si se dispone de computadoras es interesante enfatizar en el empleo de planillas de cálculo para organizar datos en tablas y para construir los gráficos correspondientes. Es necesario tener presente que lo más relevante del contenido a tratar dice relación con la interpretación que se haga de datos organizados en las formas que estamos presentando.

El módulo consulta también la interpretación y cálculo de la media aritmética o promedio de conjuntos de valores. En general, el concepto de promedio no es nuevo para la mayor parte de las personas adultas. Incluso, las calificaciones se entregan en forma de promedios de un cierto número de notas parciales. A partir de este conocimiento el módulo amplía y consolida el concepto de media aritmética, considerando ejemplos de una variada gama de situaciones de la vida cotidiana y de situaciones del campo de las Ciencias Naturales y Ciencias Sociales.

Como el cálculo de promedios requiere normalmente la realización de un conjunto de adiciones y de una división que suele ser relativamente compleja, es recomendable incorporar el uso de la calculadora y si se dispone de acceso a computadores también habría que introducir aquí el uso de planillas de cálculo.

El módulo se estructura en dos unidades:

Unidad 1: Uso de tablas y gráficos.

Unidad 2: Cálculo e interpretación de promedios.

Contenidos mínimos del módulo

1. Lectura y elaboración de tablas y gráficos de barra, utilizando fracciones y números decimales para interpretar y comunicar información proveniente de situaciones ocurridas a nivel local, regional, nacional e internacional.
2. Interpretación y cálculo de promedios en situaciones del mundo real.
3. Resolución de problemas, aplicando el concepto de promedio y utilizando información presentada en tablas y gráficos de barra.

Aprendizajes esperados

Al finalizar el trabajo con este módulo se espera que los estudiantes adultos y adultas:

- Interpreten información dada en tablas de valores y gráficos de barra que incluyen fracciones y números decimales.
- Construyan tablas de valores y gráficos de barra con el fin de organizar y comunicar información cuantitativa expresada en números naturales, fracciones y números decimales.
- Calculen e interpreten promedios de conjuntos de datos.
- Resuelvan problemas que involucren el empleo de tablas y gráficos de barra o el cálculo e interpretación de la media aritmética.

Sugerencias de evaluación

El proceso de evaluación puede llevarse a cabo durante el desarrollo de las actividades propuestas para el módulo así como a través de actividades especialmente orientadas a determinar el grado de logro alcanzado por cada estudiante en un momento dado.

Es importante utilizar datos e información extraída de situaciones reales que sean significativas para las personas del curso y que apunten a sus intereses de modo que las actividades de evaluación permitan evidenciar la capacidad para aplicar los conocimientos adquiridos en situaciones prácticas similares a las que ellos pueden enfrentar en la vida cotidiana y en el ámbito laboral.

Las actividades de evaluación deberían contemplar situaciones que permitan determinar por un lado la capacidad para interpretar información dada en tablas y gráficos y, por otro, la capacidad para organizar y comunicar información, utilizando estas herramientas matemáticas.

Asimismo, en relación a la media aritmética hay que considerar situaciones destinadas a evidenciar la capacidad de interpretar promedios y la capacidad para calcularlos, utilizando procedimientos escritos, a través de la calculadora o de planillas de cálculo.

Unidad 1: Uso de tablas y gráficos

En esta Unidad se abordan situaciones en las que se requiere interpretar información cuantitativa proporcionada en tablas de valores y gráficos de barra y, asimismo, algunas habilidades relacionadas con su construcción.

Se trata de un tema que ya había sido trabajado en el primer nivel. Esta vez los conocimientos adquiridos por los estudiantes adultos y adultas en relación con el uso de números decimales y de fracciones permite ampliar el tipo de información que se registra a través de tablas y gráficos, por ejemplo, datos acerca del IPC, acerca de la temperatura ambiente, acerca de los valores de la UF.

Aprendizajes esperados

Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> • Interpreta información dada en tablas de valores y gráficos de barra que incluyen fracciones y números decimales. 	Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> • Lee e interpreta información dada en tablas de valores. • Lee e interpreta información dada en gráficos de barra.
<ul style="list-style-type: none"> • Construye tablas de valores y gráficos de barra con el fin de organizar y comunicar información cuantitativa expresada en fracciones y números decimales. 	<ul style="list-style-type: none"> • Organiza un conjunto de datos en una tabla de valores, ubicando correctamente las variables representadas y las unidades de medida correspondientes. • Construye gráficos de barra a partir de los valores dados en una tabla, utilizando papel cuadriculado o con ayuda de una planilla de cálculo.
<ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas que involucran el empleo de tablas y gráficos de barra. 	<ul style="list-style-type: none"> • Interpreta adecuadamente los datos de un problema presentados en tablas o gráficos. • Utiliza esta información para responder la pregunta del problema. • Interpreta los resultados obtenidos en función del contexto del problema.

Ejemplos de actividades

Actividad 1

- a. Buscan información dada en forma de tablas de valores o gráficos de barra que aparece en diarios, revistas, folletos, páginas de Internet, etc. y que se refieren a temas de actualidad o de interés para el campo laboral y que incluyen datos expresados en fracciones o en números decimales. Por ejemplo, datos de población, variaciones del IPC, datos de producción, liquidaciones de pago, cartolas de tarjetas de crédito, etc.
- b. Leen e interpretan la información encontrada y comparten con el resto del curso la información obtenida. Comentan aquellas que consideran especialmente interesante.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Estas actividades permiten mostrar la importancia práctica que tiene la lectura e interpretación de información presentada a través de tablas y gráficos de barra. Conviene poner en discusión las ventajas que tiene el hecho de que la información esté organizada en tablas o presentada en forma gráfica, destacando la facilidad de comunicación e interpretación de conjuntos de datos.

Actividad 2

- a. Dado un conjunto de datos que incluyen el empleo de fracciones o de números decimales, los organizan en una tabla de valores, cuidando de anotar adecuadamente tanto las variables representadas como las unidades de medida cuando corresponde.
- b. Dada una tabla de valores construyen un gráfico de barra, utilizando papel cuadriculado o una planilla de cálculo, cuidando de especificar la variable representada en cada eje y sus respectivas unidades de medida.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Si se dispone de computadores se sugiere trabajar estas actividades con ayuda de una planilla de cálculo que permite construir tablas de valores y gráficos en una forma rápida y precisa.

Es importante destacar la necesidad de especificar con claridad las variables representadas en cada columna de la tabla o en cada eje del gráfico así como las correspondientes unidades de medida. Esta es una información fundamental para poder leer e interpretar ya sea una tabla o un gráfico.

Actividad 3

- a. Resuelven problemas en que los datos están dados en forma de tablas de valores o gráficos de barra.

Por ejemplo: La tabla dada más abajo indica la población mundial al 30 de junio para los años 2000 al 2005 de acuerdo con datos proporcionados por la Oficina de Censos de EE.UU.

(www.census.gov/ipc/www/worldpop.html).

Año	Población mundial al 30 de junio
2000	6.081.527.896
2001	6.155.942.526
2002	6.229.629.168
2003	6.303.112.453
2004	6.376.863.118
2005	6.451.058.790

A partir de los datos de la tabla y con ayuda de una planilla de cálculo:

- Calcule en cuánto aumentó la población mundial entre los años 2000 y 2005.
- Construya un gráfico que muestre el aumento de la población mundial de año en año en el período del 2000 al 2005.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Se sugiere pedir que sean las mismas personas del curso quienes busquen información que les interese y se planteen preguntas que pueden resolverse a partir de ella. Posteriormente que comenten los procedimientos empleados y los resultados obtenidos.

En el caso del problema planteado, si no se dispone de un computador se sugiere que las personas del curso redondeen los valores dados y construyan el gráfico con dichos valores. Posteriormente, que comenten si fue adecuado trabajar de esa forma.

Unidad 2: Cálculo e interpretación de promedios

En esta Unidad se abordan situaciones referidas a la comprensión y cálculo de la media aritmética o promedio de un conjunto de datos.

Como sabemos, el promedio de un conjunto de n valores se calcula sumando los valores y luego dividiendo el resultado por n . Esto da, en un solo valor, una idea de cuán grandes o cuán pequeños son las cantidades a las que nos estamos refiriendo. Así, por ejemplo, si un estudiante ha obtenido notas 5,7, 6,3, 5,0 y 5,4 en un ramo, su promedio de notas será 5,6. Este valor resume en cierta forma el desempeño global del estudiante.

La Unidad centra la atención en la interpretación y cálculo de promedios y en la resolución de problemas que involucran su empleo en diferentes contextos.

Aprendizajes esperados

Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> • Calcula e interpreta el promedio de conjuntos de datos. 	Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> • Calcula el promedio de un conjunto de datos, empleando si es pertinente una calculadora o una planilla de cálculo. • Interpreta el promedio como un valor representativo de un conjunto de datos.
<ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas que involucran el empleo o interpretación de promedios. 	<ul style="list-style-type: none"> • Interpreta adecuadamente los datos de un problema. • Utiliza esta información para responder la pregunta del problema. • Interpreta los resultados obtenidos en función del contexto del problema.

Ejemplos de actividades

Actividad 1

- a. Analizan en periódicos o revistas información que incluye promedios. Investigan acerca de los valores con los cuales se calcularon los promedios. Con orientación del profesor o profesora analizan las conclusiones o inferencias que se pueden realizar a partir de la información recogida.
- b. Calculan y analizan promedios de remuneraciones de los últimos tres meses, seis meses y de un año. Confeccionan tablas de datos para registrar y ordenar su información.
- c. Comparan las diferencias y comentan los resultados, considerando que para realizar un finiquito el empleador está obligado a pagar una indemnización correspondiente al promedio de los sueldos de los últimos 12 meses.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Es importante que el contexto en que se realizan las operaciones sea propicio para analizar situaciones que afectan directamente a las personas adultas, que van más allá del simple cálculo. Por ello es recomendable que las actividades incorporen elementos como liquidaciones de sueldo, boletas de servicios y recortes de prensa. El profesor o profesora tiene que cautelar que los procedimientos sean adecuados y que las personas del curso sean autónomas en su implementación.

Actividad 2

- a. Resuelven problemas que involucran promedios. Por ejemplo:

Calculan y analizan promedios de consumo y precios de servicios (por ejemplo, electricidad, agua, gas, arriendo, teléfono, etc.) en diferentes períodos de tiempo.

Comparan las variaciones entre los meses, calculando las diferencias de un mes a otro y con respecto al mismo mes del año anterior.

Formulan proposiciones para disminuir el gasto promedio en el servicio estudiado.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Al plantear problemas en relación con estos contenidos es necesario estimular el análisis de las diversas situaciones, permitiendo que las personas del curso den su opinión y la fundamenten.

Bibliografía para el nivel

- Block, David y otros. (2000). “Usos de los problemas en la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria”. *En Resolución de problemas en los albores del siglo XXI: una visión internacional desde múltiples perspectivas y niveles educativos*. Editorial Regué, España.
 - Corbalán, Fernando. (1995). *La matemática aplicada a la vida cotidiana*. Editorial Graó, Barcelona.
 - Gálvez, Grecia; Navarro, Silvia; Riveros, Marta; Zanoco, Pierina. (1998). *Vida, números y formas*. Mineduc.
 - INE. (1999). *Estadísticas de Chile en el siglo XX*. Instituto Nacional de Estadísticas.
 - INE. (2001). *Compendio estadístico 2001*. Instituto Nacional de Estadísticas.
 - Jouette, A. (2000). *El secreto de los números*. Ediciones Robinbook, España.
 - Magnus, E.H. (1998). *El diablo de los números*. Ediciones Siruela, España.
 - Mineduc. *Programas de estudio de matemáticas*. Nivel Básico 1 y 2.
 - Mineduc. *Materiales de apoyo en el área de las matemáticas*. Programa P-900 y Programa Básica Rural.
 - Mineduc. *Trabajar por la palabra 1*, programa especial de nivelación de educación básica para adultos.
 - Nickerson, R.; y otros. (1990). *Enseñar a pensar: aspectos de la aptitud intelectual*. Paidós, Barcelona.
 - Parra, Cecilia; Saíz, Irma. (1993). *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Paidós Educador, Buenos Aires.
 - Revista UNO. (1997). *La matemática en el entorno*. España.
 - Riveros, M.; y otros. (2002). *Resolver problemas matemáticos: una tarea de profesores y estudiantes*. Pontificia Universidad Católica de Chile.
- ALGUNOS SITIOS WEB SUGERIDOS**
- El paraíso de las matemáticas.
<http://matematicas.net>
- Sernac-Servicio Nacional del Consumidor. Chile.
<http://www.sernac.cl>
- Sernam-Servicio Nacional de la Mujer.
<http://www.sernam.cl>
- Centro Comenius.
<http://www.comenius.usach.cl/>
- Instituto Nacional de Estadística.
<http://www.ine.cl>
- Real Sociedad Matemática Española.
<http://rsme.uned.es>
- Centro Nacional de Información y Comunicación Educativa-España.
[http:// http://www.cnice.mecd.es/html](http://http://www.cnice.mecd.es/html)

Tercer Nivel de
Educación Básica

Presentación

EL PROGRAMA DE TERCER NIVEL BÁSICO es una propuesta pedagógica para abordar los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios propuestos en el Marco Curricular para el nivel.

En el desarrollo del programa es importante considerar, por una parte, los conocimientos que los estudiantes adultos y adultas poseen a partir de sus experiencias de vida y, por otra parte, sus necesidades de aprendizaje. De ese modo, las actividades propuestas pueden ser permanentemente adaptadas, ampliadas o reducidas, incluso eliminadas cuando sea pertinente.

Es importante, además, considerar lo que están estudiando en otros subsectores con el fin de ir integrando los diversos temas y tratarlos desde diversos puntos de vista. Asimismo al contextualizar los contenidos de las matemáticas se ofrece una rica oportunidad para el fortalecimiento de los Objetivos Fundamentales Transversales.

Es importante que las actividades de aplicación de los conocimientos matemáticos se realicen sobre la base de los problemas propios de la vida cotidiana de los estudiantes y de situaciones que son significativas para ellos de modo de contextualizar adecuadamente los diferentes contenidos.

A su vez, establecer relaciones entre situaciones concretas y expresiones matemáticas contribuye a desarrollar la noción de modelamiento matemático, especialmente en relación con los contenidos relacionados con las operaciones aritméticas y los temas de geometría.

Consideremos, a modo de ejemplo, la siguiente situación. En el informe del tiempo correspondiente a un cierto día de agosto se afirma que en Puerto Natales hubo una temperatura mínima de $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ y una temperatura máxima de $-1\text{ }^{\circ}\text{C}$. Podemos determinar la variación de temperatura que se dio ese día mediante la sustracción: $(-1) - (-5) = 4$. Esta expresión representa la variación de temperatura de ese día y, en tal sentido, constituye un modelo matemático que recoge relaciones cuantitativas de la situación relativas a la temperatura ambiental dejando de lado muchos otros aspectos que no inciden en la variación de temperatura, como la hora en que se produjeron la mínima y la máxima, la fecha, el lugar, etc. Es importante que los estudiantes tengan claro qué representa, en relación con la situación dada, cada uno de los números que aparecen en la adición, así como la interpretación que debemos dar al signo “-” que antecede al 1 y al 5, al signo “-” de la sustracción y al signo “=”.

Análogamente en este nivel, para el caso de geometría podemos suponer por ejemplo, que la rueda de una bicicleta tiene forma circular lo que permite determinar su perímetro aplicando lo que sabemos acerca del perímetro del círculo y con ello establecer cuánto avanza la bicicleta con cada vuelta que da la rueda.

Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios

Objetivos Fundamentales

Al término del Tercer Nivel de Educación Básica, los estudiantes adultos y adultas habrán desarrollado la capacidad de:

1. Utilizar los números enteros y las fracciones y decimales negativos para interpretar y comunicar información.
2. Resolver problemas cuyo modelamiento involucre las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división de números positivos y negativos, utilizando estrategias de cálculo mental, escrito y con instrumentos de apoyo al cálculo o realizando estimaciones y cálculos aproximados.
3. Utilizar la notación de potencias de base racional y exponente natural, para representar la multiplicación de factores iguales y, en especial, las potencias de 10 para expresar y operar con grandes cantidades.
4. Caracterizar, identificar, analizar e interpretar situaciones de variación proporcional en contextos de la vida real y del ámbito de las ciencias naturales y sociales.
5. Resolver problemas cuyo modelamiento involucre el cálculo del perímetro de la circunferencia, el área del círculo y el volumen de cilindros.
6. Comprender y aplicar a situaciones reales teoremas relacionados con rectas paralelas, ángulos en un triángulo y lados en un triángulo rectángulo.
7. Recolectar, organizar y analizar críticamente información estadística de interés, utilizando tablas, gráficos de barra y circulares, medidas de tendencia central, y comunicar la información obtenida.
8. Aplicar formas de pensamiento lógico-matemático y habilidades propias de la resolución de problemas, en especial, el análisis de datos, la búsqueda y selección de procedimientos para su resolución y la anticipación, interpretación, comunicación y evaluación de resultados, en situaciones problemáticas que para su modelamiento y solución impliquen el uso de los contenidos estudiados en el nivel.
9. Reconocer las propias capacidades para enfrentar y resolver problemas, y apreciar la Matemática como una poderosa herramienta para comprender y actuar en el mundo que nos rodea.

Contenidos Mínimos Obligatorios

I. NÚMEROS

1. Interpretación y uso de los números negativos en diversos contextos (por ejemplo, temperaturas bajo 0, profundidades bajo el nivel del mar, haber versus deber, trayectorias en un sentido y el inverso).
2. Relación de orden en los números positivos y negativos y su representación en la recta numérica.

II. OPERACIONES ARITMÉTICAS

1. Cálculo escrito, mental y con calculadora de multiplicaciones y divisiones de números decimales en situaciones problemáticas.
2. Cálculo de adiciones, sustracciones, multiplicaciones y divisiones con números positivos y negativos, utilizando la recta numérica como herramienta de apoyo gráfico.

3. Propiedades de las operaciones aritméticas con números decimales y con números positivos y negativos.
4. Interpretación de potencias de base racional positiva de exponente natural como representación de una multiplicación de factores iguales. Ejemplos de aplicación de potencias a situaciones diversas.
5. Potencias de base 10 en la escritura y operatoria con números: notación científica para números grandes y desarrollo de un número natural como sumas ponderadas de potencias de 10.
6. Resolución de problemas en contextos del mundo real que involucren los contenidos estudiados y que contribuyan al desarrollo de habilidades tales como el análisis de datos, la búsqueda y selección de procedimientos para su resolución y la anticipación, interpretación, comunicación y evaluación de resultados.

III. PROPORCIONALIDAD

1. Uso e interpretación de razones, en diversos ámbitos y contextos.
2. Caracterización, comparación e interpretación de situaciones de proporcionalidad directa e inversa, usando como criterio la existencia de un cociente constante y un producto constante respectivamente. Análisis de situaciones de variación no proporcional. Lectura e interpretación de tablas y gráficos en las que se representan variables que son proporcionales.
3. Interpretaciones del porcentaje como proporción y como comparación por cociente.
4. Resolución de problemas provenientes de diversos contextos del mundo real que involucren proporcionalidad directa e inversa y el cálculo de porcentajes.

5. Interpretación y construcción a escala de planos para representar objetos del mundo real. Amplificación y reducción de planos.

IV. FORMAS Y ESPACIO

1. Relaciones entre los ángulos que se forman al intersectar dos rectas paralelas por una recta transversal. Suma de los ángulos interiores y exteriores del triángulo.
2. Teorema de Pitágoras. Demostración y aplicaciones a situaciones concretas.
3. Análisis y descripción de los elementos de una circunferencia (radio, diámetro, cuerda, tangente, ángulos en la circunferencia). Perímetro de una circunferencia. El número π . Área del círculo. Volumen de cilindros.
4. Resolución de problemas en contextos geométricos y del mundo real que impliquen la aplicación de los contenidos estudiados.

V. TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

1. Lectura, construcción e interpretación de tablas y de gráficos circulares que representen situaciones de la vida cotidiana o del ámbito de las Ciencias Naturales y Sociales.
2. Interpretación y uso de medidas de tendencia central (media, moda y mediana) como herramientas para analizar la información contenida en conjuntos de datos.
3. Análisis crítico de información contenida en tablas y gráficos con el propósito de apoyar la toma de decisiones, sacar conclusiones fundadas, sustentar afirmaciones o formular comentarios, juicios y predicciones, respecto a comportamientos de poblaciones o conjuntos de datos.

Organización del programa del nivel

Para que los estudiantes adultos y adultas alcancen las capacidades expresadas en los Objetivos Fundamentales y se aborden todos los Contenidos Mínimos Obligatorios, se ha organizado cada nivel de la Educación Básica de Adultos en una estructura curricular modular. Los módulos se definen como bloques unitarios de aprendizaje de duración variable que pueden ser aplicados en las diversas modalidades de la Educación Básica de Adultos y que en su conjunto abordan la totalidad de los CMO del nivel.

Cada módulo considera seis componentes:

- a. **Introducción**, donde se presenta de manera sintética el propósito del módulo en el contexto del nivel y subsector, y se dan algunas recomendaciones metodológicas, que sugieren al docente enfoques específicos para tratar los contenidos y las actividades con el fin de optimizar el logro de los aprendizajes en el aula.
- b. **Contenidos del módulo**, que corresponden a los Contenidos Mínimos Obligatorios que se abordan en el módulo.
- c. **Aprendizajes esperados**. Esta sección es el eje fundamental de la propuesta, ya que en ella se define lo que se espera logren los estudiantes adultos y adultas, en un listado de aprendizajes concretos, precisos y observables. El programa se construye para realizar estos aprendizajes.
- d. **Sugerencias de evaluación**, donde se hacen recomendaciones que buscan ayudar al docente en el diseño del proceso de evaluación, y en algunos casos, también se entregan recomendaciones metodológicas.
- e. **Unidades**. El módulo está compuesto por unidades, que son ordenaciones temáticas breves que abordan parte de los aprendizajes del módulo, y en su conjunto dan cuenta de todos los aprendizajes de éste. Las Unidades pretenden ser una orientación pedagógica para el logro de los aprendizajes esperados. En cada Unidad se consideran los siguientes componentes:
 - *Introducción*, que explica el foco temático de la Unidad y los aprendizajes que en ella se potencian.
 - *Aprendizajes esperados e indicadores de evaluación*. En un cuadro se detallan los aprendizajes esperados que se trabajan en la unidad, señalándose para cada uno de ellos indicadores. Los indicadores corresponden a acciones realizadas por los estudiantes adultos y adultas, observables y verificables en el ambiente educativo, que permiten determinar si se ha logrado el aprendizaje esperado. Los indicadores no son exhaustivos, pero desglosan los aspectos o elementos principales del aprendizaje con el propósito de apoyar la evaluación, ofreciendo al docente un conjunto de elementos que puede observar durante el proceso o al final para conocer si el aprendizaje se logró y en qué medida. Esto busca apoyar al profesor o profesora para que la evaluación que realice esté directamente relacionada con los aprendizajes relevantes del nivel.
 - *Ejemplos de actividades*, que pretenden ser un apoyo práctico, que aporten ideas del tipo de actividades que se pueden realizar para el logro de los aprendizajes. En las

actividades se incluyen sugerencias metodológicas que orientan la realización y el propósito, y son relevantes, porque ponen especial énfasis en la especificidad de la educación de adultos. Los ejemplos de actividades no agotan el logro de los aprendizajes de la unidad, por lo que el docente, considerando la situación del curso en particular, debe complementarlas y reforzar aquellos aprendizajes más débiles o que no estén abordados.

- f. Bibliografía.** Al final del nivel se incluye un listado de libros y sitios web que el profesor o profesora puede consultar para buscar información adicional.

Este programa se ha elaborado considerando que pueda ser implementado en las diversas modalidades de la educación de adultos: nocturna regular, flexible, etc. Por lo tanto, el tiempo asignado a cada uno de los módulos puede variar.

La distribución de horas para el tratamiento de las unidades de cada módulo debiera estar en referencia a las características propias de los estudiantes adultos y adultas que se atiende. En el caso de que se asigne un número desigual de horas para cada una de ellas, se debe tener presente el cumplimiento de los aprendizajes esperados para el conjunto del módulo. Sin perjuicio de lo anterior, la carga horaria estimada para este sector en este nivel, en la modalidad educativa presencial tradicional, es de 4 horas semanales.

El conjunto de módulos y unidades de este nivel se especifican en la siguiente matriz:

Matriz de módulos y unidades

Módulos

1 Ampliando el conocimiento de los números.	2 Razones, porcentajes y proporciones.	3 Temas de geometría.	4 Tratamiento de información.
---	--	---------------------------------	---

Unidades

Primera Unidad: Multiplicación y división de números decimales.	Primera Unidad: Razones y porcentajes.	Primera Unidad: Teoremas geométricos.	Primera Unidad: Tablas y gráficos.
Segunda Unidad: Números negativos y positivos.	Segunda Unidad: Variaciones proporcionales.	Segunda Unidad: Círculos y cilindros.	Segunda Unidad: Medidas de tendencia central.
Tercera Unidad: Potencias.			



Módulo 1

Ampliando el conocimiento de los números

En este módulo se completa el tratamiento de los números decimales, introduciendo las operaciones de multiplicación y división con estos números y su aplicación a situaciones problemáticas.

Se amplía, además, el ámbito de los números incorporando los números negativos tanto enteros como fraccionarios o decimales.

Es importante destacar que el signo del número negativo no debe confundirse con el signo de la operación de sustracción. En el primer caso el signo menos es parte integrante del símbolo que representa al número y en el segundo caso expresa una operación que se está realizando con 2 números que pueden ser tanto positivos como negativos. Esto puede dar lugar a expresiones en que aparecen dos signos uno a continuación del otro. Así por ejemplo, para referirse a una adición en que a 3 se le suma -5 nos encontraríamos con la siguiente expresión: $3 + -5$. En esta expresión el signo (+) indica la operación de adición, en tanto que el signo (-) es parte del símbolo que representa al segundo sumando (-5). Para superar esta situación se suele usar paréntesis: $3 + (-5)$. Otra posibilidad es escribir los números negativos, utilizando superíndices: $3 + -5$.

En el caso de las operaciones con números positivos y negativos, se trabajan la adición, la sustracción, la multiplicación y la división.

Es muy importante apoyar el análisis de este tipo de situaciones con representaciones gráficas como la recta numérica. En la recta numérica los números positivos quedan a la derecha del 0 en tanto que los números negativos quedan a la izquierda del 0. Esto ayuda tanto a comprender las relaciones de orden como las operaciones de adición y sustracción.

En este módulo se introduce, asimismo, el estudio de las potencias y su aplicación en la notación científica para representar números muy grandes como, por ejemplo, el diámetro de la Tierra ($1,37 \times 10^7$ metros).

Las potencias se presentan como una forma abreviada de indicar una multiplicación de factores iguales. Así, la potencia 4^3 corresponde a una multiplicación en que el factor 4 aparece 3 veces, es decir, $4^3 = 4 \times 4 \times 4$.

Especial énfasis se pone en las potencias de 10 que ya habían sido conocidas como un número formado por un 1 seguido de ceros y que ahora se interpretan como una multiplicación del tipo $10 \times 10 \times 10 \times \dots$.

Este módulo está organizado en tres unidades:

Unidad 1: Multiplicación y división de números decimales.

Unidad 2: Números negativos y positivos.

Unidad 3: Potencias.

Contenidos mínimos del módulo

1. Cálculo escrito, mental y con calculadora de multiplicaciones y divisiones de números decimales en situaciones problemáticas.
2. Interpretación y uso de los números negativos en diversos contextos (por ejemplo, temperaturas bajo 0, profundidades bajo el nivel del mar, haber versus deber, trayectorias en un sentido y el inverso).
3. Relación de orden en los números positivos y negativos y su representación en la recta numérica.
4. Cálculo de adiciones, sustracciones, multiplicaciones y divisiones con números positivos y negativos, utilizando la recta numérica como herramienta de apoyo gráfico.
5. Propiedades de las operaciones aritméticas con números decimales y con números positivos y negativos.
6. Interpretación de potencias de base racional positiva de exponente natural como representación de una multiplicación de factores iguales. Ejemplos de aplicación de potencias a situaciones diversas.
7. Potencias de base 10 en la escritura y operatoria con números: notación científica para números grandes, y desarrollo de un número natural como sumas ponderadas de potencias de 10.
8. Resolución de problemas en contextos del mundo real que involucren los contenidos estudiados y que contribuyan al desarrollo de habilidades tales como el análisis de datos, la búsqueda y selección de procedimientos para su resolución y la anticipación, interpretación, comunicación y evaluación de resultados.

Aprendizajes esperados

A partir del trabajo en este módulo se espera que los estudiantes adultos y adultas:

- Resuelvan problemas que involucran multiplicaciones y divisiones de números decimales.
- Interpreten información que incluye números negativos.
- Establezcan relaciones de orden en conjuntos de números positivos y negativos.
- Manejen procedimientos de cálculo de adiciones, sustracciones, multiplicaciones y divisiones con números positivos y negativos.
- Reconozcan las propiedades de las operaciones con números decimales y con números positivos y negativos.
- Interpreten potencias de base racional positiva de exponente natural.
- Interpreten información cuantitativa dada en notación científica y comuniquen información, utilizando este tipo de notación.

Sugerencias de evaluación

La forma de llevar a cabo los procesos de evaluación puede y debe ser variado y acorde con los aprendizajes esperados que se han formulado.

La observación de las formas de trabajo y procedimientos empleados por las personas del curso en la realización de una tarea específica puede permitir determinar qué conceptos han sido bien o mal comprendidos, el dominio de determinados procedimientos de trabajo y su actitud general frente al aprendizaje y frente a las Matemáticas.

La evaluación de procedimientos de cálculo o de interpretación de información, usando números negativos o potencias debe hacerse en el marco de contextos significativos para las personas adultas de modo de constatar la capacidad para aplicar los conocimientos adquiridos a situaciones reales.

En el caso de los números negativos se requiere proponer situaciones en que se deba interpretar el sentido y significado del signo en los números, en contextos en que habitualmente se utilizan. Esto permite observar si los estudiantes adultos y adultas comprenden la información que ellos portan y si son capaces de operar adecuadamente.

Algo similar sucede con la notación de potencias, en que debe darse prioridad a las aplicaciones en situaciones cotidianas o propias del ámbito laboral, de modo que las personas del curso vean en los conocimientos matemáticos una ayuda para enfrentar problemas de su entorno.

Unidad 1: Multiplicación y división de números decimales

En el Nivel 2 se introdujeron los números decimales y se analizaron las operaciones de adición y sustracción con estos números. En esta Unidad se completa el tratamiento de las operaciones con números decimales, incorporando la multiplicación y la división.

Se discuten situaciones en que tiene sentido hablar de multiplicación o división de números decimales, especialmente ligado al cálculo de áreas. Se analizan ejemplos que muestran que las propiedades de la multiplicación (conmutatividad, asociatividad y distributividad con respecto a la adición) son también válidas en este nuevo ámbito numérico.

En relación con los procedimientos de cálculo, se establece un estrecho paralelo con la multiplicación de números naturales, llamando la atención a que la única diferencia está en la necesidad de colocar la coma en el resultado. El cálculo mental aproximado ayuda a resolver dudas que pudieran existir en relación con la ubicación de la coma.

También en el caso de la división lo único nuevo es la posición de la coma. Esto puede resolverse mediante un cálculo mental aproximado o amplificando la división hasta convertir el divisor en un número natural.

Aprendizajes esperados

Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> Resuelve problemas que involucran multiplicaciones y divisiones de números decimales. 	Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> Aplica procedimientos de cálculo escrito, mental y con calculadora para multiplicar números decimales. Aplica procedimientos de cálculo escrito, mental y con calculadora para dividir números decimales. Interpreta y resuelve situaciones que involucran multiplicaciones y divisiones de números decimales.
<ul style="list-style-type: none"> Reconoce las propiedades de las operaciones con números decimales. 	<ul style="list-style-type: none"> Aplica la conmutatividad y la asociatividad de la multiplicación con números decimales. Aplica la distributividad de la multiplicación con respecto a la adición en el ámbito de los números decimales. En situaciones específicas reconoce que la división de números decimales no es conmutativa ni distributiva.

Ejemplos de actividades

Actividad 1

- Analizan situaciones en las que se requiere multiplicar números decimales. Por ejemplo, calcular el área de un dormitorio rectangular de 2,9 m por 3,2 m.
- Redondean los valores y obtienen un resultado aproximado. Hacen el cálculo con una calculadora y comparan el resultado con el obtenido mentalmente.
- Analizan procedimientos para hacer el cálculo por escrito. Comparan este procedimiento con el usado para multiplicar números naturales.
- Sobre la base de varios ejemplos, investigan qué sucede cuando uno o los dos factores son menores que 1. Comparan con lo que sucede en el caso de la multiplicación de fracciones.
- Encuentran un procedimiento para multiplicar un número decimal por una potencia de 10 y resuelven problemas que involucran el uso de dicho procedimiento.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Es importante que cada estudiante disponga de más de un procedimiento de cálculo. Por eso se propone que realicen el cálculo ya sea mentalmente redondeando los factores, con ayuda de la calculadora y por escrito siguiendo un procedimiento semejante al usado con los números naturales.

Al igual que en las fracciones, es necesario analizar el caso de multiplicaciones por un número menor que 1, pues se observa aquí un efecto opuesto al conocido con los números naturales: multiplicar 5 por 3 da un resultado mayor que 5, pero multiplicar 5 por 0,3 da un resultado menor que 5.

Es importante insistir en lo fácil que resulta multiplicar un número decimal por una potencia de 10: todo lo que hay que hacer es desplazar la coma hacia la derecha. Esto facilita el cálculo aproximado y proporciona la base para el procedimiento de división por un número decimal.

Actividad 2

- Analizan situaciones en las que se requiere dividir números decimales. Por ejemplo, calcular cuántas porciones de 0,25 kg pueden obtenerse de 2,5 kg de carne molida.
- Buscan procedimientos para responder la pregunta planteada. Hacen el cálculo con una calculadora y comparan el resultado con el obtenido anteriormente.
- Analizan procedimientos para hacer el cálculo por escrito. Comparan este procedimiento con el usado para dividir números naturales. Resuelven problemas que requieren de este tipo de divisiones.

- d. Sobre la base de varios ejemplos, investigan qué sucede cuando el divisor es menor que 1. Comparan con lo que sucede en el caso de la división de fracciones.
- e. Encuentran un procedimiento para dividir un número cualquiera por una potencia de 10. Resuelven problemas que implican el cálculo de una división por una potencia de 10.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Al igual que en el caso de la multiplicación, es importante disponer de más de un procedimiento de cálculo. En especial, es recomendable lograr un dominio fluido de la calculadora.

Conviene asimismo estar en condiciones de dividir fácilmente por una potencia de 10.

Un caso especial que conviene analizar con las personas del curso es la división por 0,1, por 0,01 y otros valores similares. Eso ayudará al cálculo mental aproximado y a lograr una mayor comprensión de la división con números decimales.

Actividad 3

- a. Sobre la base de ejemplos concretos determinan si la multiplicación de números decimales tiene la misma propiedad en el ámbito de los números decimales que en el de los números naturales.
- b. Sobre la base de ejemplos concretos establecen que en el ámbito de los números decimales la división no es conmutativa ni asociativa. Comparan este resultado con las propiedades de la división en el ámbito de los números naturales y de las fracciones.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Es importante establecer vínculos con las propiedades de las operaciones que ya se habían estudiado anteriormente, tanto para el ámbito de los números naturales como para el ámbito de las fracciones de modo de dejar en claro el amplio grado de generalidad de estas propiedades.

Actividad 4

- a. Resuelven problemas que involucran más de una operación con números decimales.

Por ejemplo:

Analizan una boleta de cobro por consumo de agua potable que incluye un cargo fijo, un valor por m^3 de consumo en horario de punta, un valor por m^3 de consumo fuera del horario de punta, un cargo por m^3 por concepto de alcantarillado y un cargo por m^3 por concepto de tratamiento de aguas servidas.

Calculan el promedio diario de gasto en agua potable.

Discuten diferentes posibilidades de ahorro en el consumo de agua potable de una familia.

- b. Resuelven problemas efectuando redondeos adecuados y cálculos mentales aproximados cuando este tipo de cálculo es pertinente.

Por ejemplo:

Dado el plano de una casa, hacen un cálculo aproximado de la superficie construida.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Es conveniente utilizar este tipo de situaciones complejas para sistematizar y consolidar los conocimientos relativos a las operaciones con números decimales.

Unidad 2: Números negativos y positivos

Existen numerosas situaciones en la vida diaria en las que se suelen usar números negativos para referirse a valores que están por debajo de un valor 0 considerado como referencia.

El ejemplo más conocido es el de temperaturas bajo cero. En la escala de temperaturas que usamos habitualmente, se ha asignado el valor 0 a la temperatura de fusión del hielo. Como esa no es la temperatura más baja posible, existen valores que quedan por debajo del 0. Resulta matemáticamente conveniente utilizar números negativos para referirse a esos valores.

Así, una temperatura de 4 °C bajo cero puede representarse por el número negativo -4 °C.

En forma similar, la posición de un submarino o de un buceador puede representarse mediante números negativos, considerando el nivel de la superficie del mar como valor 0.

Las variaciones pueden considerarse positivas si corresponden a un aumento, o negativas si corresponden a una disminución. El estado financiero de una empresa puede representarse por valores positivos en caso de que haya superávit y por valores negativos si hay déficit. Y así pueden mencionarse otros ejemplos.

En esta Unidad se presentan los números negativos y se analizan algunas de sus propiedades. Se establecen relaciones de orden en el conjunto de los números positivos y negativos y se discuten procedimientos de cálculo con este tipo de números.

Aprendizajes esperados

Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> Interpreta información que incluye números negativos. 	Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> Distingue entre un signo que representa una operación y un signo que indica si se trata de un número positivo o un número negativo. Interpreta el signo (-) de un número negativo en términos del contexto en que aparece.
<ul style="list-style-type: none"> Establece relaciones de orden en conjuntos de números positivos y negativos. 	<ul style="list-style-type: none"> Ubica en la recta numérica números positivos y negativos. Compara dos números cuando uno de ellos o los dos son negativos. Interpreta en función del contexto las relaciones de orden en conjuntos de valores positivos y negativos.
<ul style="list-style-type: none"> Maneja procedimientos de cálculo de adiciones, sustracciones, multiplicaciones y divisiones con números positivos y negativos. 	<ul style="list-style-type: none"> Efectúa adiciones y sustracciones con números positivos y negativos en forma mental, por escrito y con ayuda de calculadora. Efectúa multiplicaciones y divisiones con números positivos y negativos en forma mental, por escrito y con ayuda de calculadora. Establece semejanzas y diferencias entre los procedimientos de cálculo con números naturales y los procedimientos de cálculo con números positivos y negativos.
<ul style="list-style-type: none"> Reconoce las propiedades de la adición y la multiplicación de números positivos y negativos. 	<ul style="list-style-type: none"> Aplica la conmutatividad de la adición y de la multiplicación de números positivos y negativos. Aplica la asociatividad de la adición y de la multiplicación de números positivos y negativos. Aplica la distributividad de la multiplicación con respecto a la adición en el ámbito de los números positivos y negativos.

Ejemplos de actividades

Actividad 1

- a. Analizan tablas de temperaturas en diversos países y las comparan. Discuten acerca del significado del signo (-) en algunos de estos datos.
- b. Analizan otras situaciones en las que se podría utilizar un signo (-) para referirse, por ejemplo, a una ubicación por sobre o por debajo de un nivel de referencia o para referirse a la situación financiera de una empresa.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Se recomienda hacer el tratamiento de los números negativos en relación muy estrecha con situaciones concretas que a las personas del curso les resulten familiares.

Es importante asimismo motivar a los estudiantes adultos y adultas a plantearse preguntas sobre las situaciones que se proponen. Por ejemplo: ¿Qué indica el signo en cada caso analizado? ¿Siempre se usan o se pueden reemplazar por expresiones verbales?

Actividad 2

- a. Con ayuda de ejemplos concretos y de una representación en la recta numérica, establecen relaciones de orden entre conjuntos de números positivos y negativos. Establecen que, al igual que en el caso de los números naturales, en la recta numérica los números que están a la derecha son mayores que los que están a la izquierda.
- b. Representan una temperatura bajo 0°C en una recta numérica o en una escala de temperaturas. Analizan la temperatura que se obtendría con un aumento o una disminución dada. Por ejemplo: ¿A qué temperatura se llega si la temperatura actual es de -3°C y se produce un aumento de 5°C ? ¿Y si luego la temperatura desciende en 8°C ?
- c. Con ayuda de ejemplos concretos, analizan procedimientos para sumar o restar números positivos y negativos. Comparan los procedimientos con los utilizados con números naturales.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Al igual que en la actividad anterior, el apoyo en situaciones concretas es fundamental para lograr una buena comprensión de las operaciones de adición y sustracción con números positivos y negativos. En cada caso, hay que establecer claramente qué significado atribuir a la adición y a la sustracción.

La comparación de procedimientos y de resultados en el campo de los números naturales, por una parte, y de los números negativos, por otra, permite entender mejor los procedimientos de cálculo.

Actividad 3

- Con ayuda de ejemplos concretos analizan procedimientos para multiplicar un número negativo por un número natural, tomando como base una adición de sumandos iguales en que los sumandos son números negativos. Por ejemplo: $4 \times -8 = -8 + -8 + -8 + -8 = -32$.
- Comparan el procedimiento encontrado con el utilizado con números naturales.
- Con ayuda de secuencias de multiplicaciones en que uno de los factores va disminuyendo hasta valores menores que 0, concluyen que el producto de dos números negativos debería ser positivo.

Por ejemplo, analizan la siguiente secuencia:

$$-8 \times 4 = -32$$

$$-8 \times 3 = -24$$

$$-8 \times 2 = -16$$

$$-8 \times 1 = -8$$

$$-8 \times 0 = 0$$

$$-8 \times -1 = ?$$

$$-8 \times -2 = ?$$

$$-8 \times -3 = ?$$

Representan los valores de los productos en la recta numérica y establecen que cada vez que el segundo factor disminuye en 1 unidad, el producto aumenta en 8 unidades. Concluyen que para mantener esta tendencia, los productos que faltan en la serie deberían ser: 8, 16 y 24, todos ellos positivos.

- Generalizan las conclusiones obtenidas y proponen un procedimiento para multiplicar un número negativo por un número negativo.
- Resumen los procedimientos encontrados para multiplicar dos números cuando uno de ellos o los dos son negativos.
- Considerando la división como operación inversa de la multiplicación, proponen un procedimiento para calcular divisiones en que intervienen números negativos.

Por ejemplo:

$$\text{Si } -6 \times 5 = -30, \text{ entonces } -30 : 5 = -6 \text{ y } -30 : -6 = 5.$$

$$\text{Si } -4 \times -7 = 28, \text{ entonces } 28 : -7 = -4 \text{ y } 28 : -4 = -7.$$

- Comparan el procedimiento con el utilizado con números naturales.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Los procedimientos de cálculo de multiplicación y división con números negativos son similares que los empleados con números naturales. Sólo hay que prestar atención al signo que tendrá el resultado.

Las actividades propuestas contribuyen a la comprensión de las correspondientes reglas de signos: si un número se multiplica o se divide por un número negativo, se produce un cambio de signo. Así, por ejemplo, si un número positivo se multiplica por un número negativo se obtiene un número negativo, y si un número negativo se multiplica por un número negativo se obtiene un número positivo. Lo mismo sucede en el caso de la división.

Actividad 4

- a. Con ayuda de ejemplos concretos establecen que la adición de números negativos o de números positivos y negativos, al igual que en el caso de la adición de números naturales, es conmutativa y asociativa.
- b. Con ayuda de ejemplos concretos establecen que la multiplicación de números negativos o de números positivos y negativos, al igual que en el caso de la multiplicación de números naturales, es conmutativa, es asociativa y es distributiva con respecto a la adición.
- c. Comentan el hecho de que las propiedades de la adición y la multiplicación que se conocieron inicialmente en el ámbito de los números naturales se mantienen en los otros ámbitos numéricos estudiados: las fracciones, los números decimales y los números positivos y negativos.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Conviene hacer resaltar que en las propiedades y en los procedimientos de cálculo, la introducción de números negativos no produce grandes cambios en relación con lo que ya se conocía para las operaciones con números naturales.

Unidad 3: Potencias

En los niveles anteriores cada estudiante ha conocido las potencias de 10 como números formados por un 1 seguido de ceros. Ahora podrá establecer que la denominación “potencias de 10” responde al hecho de que este tipo de número surge de multiplicaciones de factores iguales en que cada factor es igual a 10.

Así, por ejemplo,

$$10 \times 10 = 100,$$

$$10 \times 10 \times 10 \times 10 = 1.000, \text{ etc.}$$

Si se utiliza la notación de potencias se tiene:

$$10^2 = 100,$$

$$10^3 = 1.000,$$

$$10^4 = 10.000, \text{ etc.}$$

Esta notación se puede generalizar al caso particular $10^1 = 10$, así como a otros casos de multiplicación de factores iguales diferentes de 10. Por ejemplo:

$$2 \times 2 = 22,$$

$$5 \times 5 \times 5 \times 5 = 54, \text{ etc.}$$

Además de introducir la notación de potencias como una forma abreviada de anotar una multiplicación de factores iguales, en esta Unidad se presentan dos casos especiales de utilización de las potencias de 10: la descomposición de un número natural como suma ponderada de potencias de 10 y la llamada notación científica que permite expresar en forma compacta números muy grandes.

Con ayuda de potencias de 10 de exponente negativo es posible también descomponer números decimales y expresar en notación científica números muy pequeños. Sin embargo, dado que en este nivel sólo se trabajan las potencias de exponente positivo, estos temas quedan para ser tratados en otros niveles.

Aprendizajes esperados

Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> Interpreta potencias de base racional positiva de exponente natural. 	Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> Interpreta una potencia de base racional y exponente natural como una forma abreviada de expresar una multiplicación de factores iguales. Identifica algunas propiedades básicas de las potencias de 10. Escribe el desarrollo de un número natural como suma ponderada de potencias de 10.
<ul style="list-style-type: none"> Interpreta información cuantitativa dada en notación científica y comunica información, utilizando este tipo de notación. 	<ul style="list-style-type: none"> Escribe en forma desarrollada un número dado en notación científica. Escribe en notación científica un número dado.

Ejemplos de actividades

Actividad 1

- a. Analizan casos de multiplicación en que todos los factores son iguales a 10. Por ejemplo: 10×10 , $10 \times 10 \times 10$, etc. Concluyen que en todos los casos el número resultante es un número formado por un 1 seguido de ceros.

Recuerdan que a estos números se les ha llamado “potencias de 10”.

- b. Con ayuda de ejemplos concretos, el docente introduce las potencias como forma abreviada de expresar una multiplicación de factores iguales. Explica qué indica la base y qué indica el exponente en una potencia.
- c. Escriben las potencias de 10 ya conocidas, usando esta notación. Con ayuda del docente generalizan la notación para dar un significado a la potencia 10^1 .

Analizan secuencias de potencias de 10 de exponente descendente y proponen un valor para la potencia 100. Por ejemplo:

$$10^4 = 10.000$$

$$10^3 = 1.000$$

$$10^2 = 100$$

$$10^1 = 10$$

$$10^0 = ?$$

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS








































Como se ha dicho, los estudiantes adultos y adultas ya conocen la expresión “potencias de 10” como números formados por un 1 seguido de ceros. Este conocimiento sirve de base para introducir la notación de potencias.

Inicialmente se trabaja con las potencias de 10, asignando un valor a las potencias de 10 de exponente 1 y de exponente 0.

Conviene proponer ejemplos de potencias de 10 con variados exponentes, pidiendo que escriban en forma inmediata su valor con todas las cifras.

Actividad 2

- a. Aplican la notación de potencias a otras bases diferentes de 10. Por ejemplo, hacen una lista con las potencias de 2 desde 2^0 hasta 2^{10} .
- b. Analizan la presencia de potencias de 2 en los torneos de tenis. Por ejemplo, comentan un esquema como el siguiente:

				
				
				
				
				
				
				
				
				
				
				
				
				
				
				
				
campeón	final	semifinal	cuartos	octavos
1	2	4	8	16
1	2	2 x 2	2 x 2 x 2	2 x 2 x 2 x 2
2^0	2^1	2^2	2^3	2^4
ronda 5	ronda 4	ronda 3	ronda 2	ronda 1

Concluyen que para que en la primera ronda jueguen todos, el número de participantes debe ser una potencia de 2. Analizan el caso de torneos con 6 y con 7 rondas.

Se informan acerca del número de participantes en los principales torneos internacionales de tenis.

- c. Expresan el área de un cuadrado como potencia de exponente 2.
- d. Desarrollan una actividad en la que se ejemplifica el cálculo de depósitos a plazo, considerando que ellos crecen de acuerdo con la fórmula:

$$C_n = C \left(\frac{1+i}{100} \right)^n$$

C_n : Capital al cabo de n meses

C : Capital inicial

i : Interés mensual (en porcentaje)

n : Período en el cual se aplica el interés, expresado en meses.

Utilizando calculadora, simulan depósitos bancarios a diferentes tasas de interés y en distintos plazos.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

En esta actividad se analizan diferentes casos en que se presentan potencias. Su análisis permite a cada estudiante comprender mejor el concepto de potencia e ir familiarizándose con algunas de sus propiedades básicas.

Actividad 3

- a. Escriben la descomposición canónica de un número natural de 4 a 6 cifras. Recalcan que los sumandos en esta descomposición reflejan el valor representado por cada cifra en el número.
- b. Reescriben la descomposición anterior, reemplazando cada sumando por un producto de un dígito por una potencia de 10. Por ejemplo:

$$4.581 = 4 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 1 \times 10^0.$$

- c. Identifican a qué número corresponde una suma ponderada de potencias de 10 como la siguiente:

$$8 \times 10^6 + 1 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 7 \times 10^1 + 4 \times 10^0.$$

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

El hecho de que cualquier número natural pueda escribirse como una suma ponderada de potencias de 10 es una consecuencia directa del carácter decimal de nuestro sistema de numeración. Esta descomposición pone de relieve el valor de posición de cada cifra, expresándolo como el producto de la cifra en cuestión por una potencia de 10.

Actividad 4

- a. Comentan situaciones en que es habitual el uso de grandes números. Por ejemplo:
 - La distancia entre la Tierra y el Sol es de 150.000.000.000 m.
 - La velocidad de la luz en el vacío es de $300.000.000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.
 - La masa de la Tierra es de 5.980.000.000.000.000.000.000 kg.
 - La población mundial es de 6.500.000.000 habitantes.
- b. El docente explica la notación científica en que se hace uso de potencias de 10 para expresar este tipo de números. Por ejemplo, los valores anteriores pueden expresarse:
 - La distancia entre la Tierra y el Sol: $1,50 \times 10^{11}$ m.
 - La velocidad de la luz en el vacío es: de $3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.
 - La masa de la Tierra es: de $5,98 \times 10^{24}$ kg.
 - La población mundial es: de $6,5 \times 10^9$ habitantes.
- c. Buscan en diferentes fuentes información que esté expresada en notación científica y la interpretan.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

En la notación científica, un número se escribe como el producto de un número entre 1 y 10 multiplicado por una potencia de 10. Esta forma de anotar un número tiene varias ventajas. Una de ellas es que basta fijarse en el exponente de la potencia de 10 para tener una idea bastante aproximada acerca de cuán grande es el número en cuestión, o para comparar rápidamente dos números.

Consideremos, a modo de ejemplo, la población de Chile (unos $1,6 \times 10^6$ habitantes) y la población de China (aproximadamente $1,3 \times 10^9$ habitantes). Los exponentes indican que la población de nuestro país es mucho menor que la de China.

La notación científica permite expresar en una forma abreviada números que en su notación habitual requieren de muchos ceros. Además, aunque ello no se trabaja en ese nivel, facilita mucho las operaciones con este tipo de números.



Módulo 2

Razones, porcentajes y proporciones

En este módulo se presentan dos grandes temas.

El primer tema se refiere al análisis de diferentes formas de expresar una comparación por cociente entre dos valores de una magnitud.

En el primer nivel se presentó la sustracción como una forma de comparar por diferencia dos valores. La comparación por diferencia indica cuánto mayor es un valor en comparación con el otro. Pero también se puede utilizar la división como forma de comparación. En este caso, se trata de una comparación por cociente. Este tipo de comparación informa cuánto mayor es un valor en comparación con el otro o qué parte es un valor del otro.

Consideremos, a modo de ejemplo, un curso en que hay 32 estudiantes, de los cuales 24 son mujeres y 8 son hombres. Si comparamos el número de hombres con el número de mujeres, podemos expresar el resultado de diversas maneras. Podemos decir que el número de mujeres es el triple del número de hombres, o que el número de hombres es $\frac{1}{3}$ del número de mujeres, o que hay 3 mujeres por cada hombre.

También se puede comparar el número de mujeres con el total del curso. En tal caso, se puede decir que hablar de que las $\frac{3}{4}$ partes del curso son mujeres, o que 3 de cada 4 estudiantes del curso son mujeres, o que el 75% del curso son mujeres.

El otro tema que trata este módulo es la relación de proporcionalidad. Esta vez no se comparan dos valores específicos, sino que se comparan dos variables. La relación de proporcionalidad expresa el hecho de que las dos variables en estudio varían en la misma forma: si una de ellas aumenta al doble, la otra también aumenta al doble, si una de ellas disminuye a la tercera parte, la otra hace lo mismo, etc.

El módulo presenta variados ejemplos de variables que son proporcionales entre sí, y también ejemplos de variables que no son proporcionales, como es el caso de la relación entre la estatura y el peso de una persona.

El módulo analiza dos formas básicas de proporcionalidad: la proporcionalidad directa, caracterizada por un cociente constante entre los valores de las variables en juego, y la proporcionalidad inversa, caracterizada por un producto constante entre los valores de las variables.

Se analizan, asimismo, las relaciones de proporcionalidad que se presentan en la ampliación y la reducción de figuras.

El módulo se estructura en dos unidades:

Unidad 1: Razones y porcentajes.

Unidad 2: Variaciones proporcionales.

Contenidos mínimos del módulo

1. Uso e interpretación de razones, en diversos ámbitos y contextos.
2. Caracterización, comparación e interpretación de situaciones de proporcionalidad directa e inversa, usando como criterio la existencia de un cociente constante y un producto constante respectivamente. Análisis de situaciones de variación no proporcional. Lectura e interpretación de tablas y gráficos en las que se representan variables que son proporcionales.
3. Interpretaciones del porcentaje como proporción y como comparación por cociente.
4. Resolución de problemas provenientes de diversos contextos del mundo real que involucren proporcionalidad directa e inversa y el cálculo de porcentajes.
5. Interpretación y construcción a escala de planos para representar objetos del mundo real. Amplificación y reducción de planos.

Aprendizajes esperados

A partir del trabajo en este módulo se espera que los estudiantes adultos y adultas:

- Comparen por cociente dos valores de una magnitud y expresen el resultado de diferentes formas.
- Calculen porcentajes e interpreten valores dados en porcentajes.
- Resuelvan problemas que involucran cálculo y/o interpretación de porcentajes.
- Distingan entre situaciones de variación proporcional y no proporcional, y entre situaciones de variación proporcional directa e inversa.
- Resuelvan problemas que implican variación proporcional directa o inversa.
- Resuelvan problemas de proporcionalidad planteados en contextos geométricos.
- Interpreten representaciones a escala.

Sugerencias de evaluación

Los temas tratados en este módulo son de especial importancia práctica, tanto en relación con la vida cotidiana de las personas adultas como en relación con el desempeño laboral en una amplia gama de campos profesionales. Por tal motivo, es necesario evaluar los niveles de logro alcanzados en su capacidad para aplicar estos conocimientos en situaciones reales.

Las actividades de evaluación deben contener datos reales en contextos que para las personas del curso sean significativos.

Debe evaluarse la capacidad para interpretar información expresada en términos de razones o porcentajes. Y también la capacidad para comunicar información usando estos conceptos matemáticos.

En cuanto a la relación de proporcionalidad, es necesario observar si cada estudiante conoce las propiedades básicas de esta relación y si puede aplicarlas en la interpretación de información y en la resolución de problemas.

En relación con la representación a escala, por una parte es necesario determinar si cada estudiante es capaz de interpretar correctamente un mapa o un plano cuya escala se conoce y, por otra parte, determinar si puede hacer representaciones a escala de objetos o de lugares.

Unidad 1: Razones y porcentajes

En esta Unidad se presentan diversas formas de expresar una comparación por cociente. Expresiones como: 2 de cada 5, $\frac{2}{5}$ ó 40% son equivalentes y todas ellas son formas de cuantificar la comparación entre 2 cantidades.

Las actividades apuntan precisamente a mostrar esta equivalencia entre diferentes formas de referirse a una comparación. Ello contribuye a una mejor comprensión del tema y, en especial, a interpretar el lenguaje de porcentajes que se utiliza con gran frecuencia en los medios de comunicación, en textos de divulgación, en materiales de apoyo relacionados con actividades laborales.

No cabe duda de que el dominio fluido de los porcentajes es un objetivo importante a alcanzar. En tal dirección, es necesario presentar una variedad muy amplia de ejemplos, extraídos de situaciones reales que resulten familiares y significativos. El aporte de ejemplos dados por las propias personas del curso puede ser una excelente contribución al logro de aprendizajes sólidos y ligados a la experiencia práctica.

Aprendizajes esperados

Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> • Compara por cociente dos valores de una magnitud y expresa el resultado de diferentes formas. 	Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> • Interpreta información relativa a comparación entre valores de una magnitud expresada en diferentes formas. • Expresa de diferente forma una comparación entre dos valores de una magnitud.
<ul style="list-style-type: none"> • Calcula porcentajes e interpreta valores dados en porcentajes. 	<ul style="list-style-type: none"> • Interpreta información dada en términos de porcentajes. • Calcula un porcentaje dado de una cantidad. • Calcula el porcentaje que representa una cantidad de otra. • Interpreta variaciones porcentuales. • Calcula variaciones porcentuales.
<ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas que involucran cálculo y/o interpretación de porcentajes. 	<ul style="list-style-type: none"> • Interpreta los datos de un problema que están expresados en porcentajes. • Establece un procedimiento de resolución, aplicando conocimientos relativos a porcentajes. • Efectúa los cálculos correspondientes. • Interpreta los resultados obtenidos en función del contexto del problema.

Ejemplos de actividades

Actividad 1

- a. Analizan situaciones obtenidas de la prensa, de boletines estadísticos, de otros subsectores de aprendizaje, etc. que impliquen una comparación y las expresan por medio de razones con el fin de obtener una mayor comprensión y comunicación de lo que se desea informar. Por ejemplo:
- 55 de cada 100 niños y niñas de primer año de Enseñanza Básica presentan problemas de caries.
 - En Chile hay aproximadamente 1 médico por cada 850 habitantes.
 - Según datos del Censo 2002, de cada 1.000 habitantes 866 viven en zonas urbanas y 134 en zonas rurales.
- b. En cada caso, establecen cuáles son las variables que se están comparando. Por ejemplo, en el primer caso se compara el número de niños y niñas que tienen caries con el número total de niños y niñas de primer año de Educación Básica.
- c. En cada caso, expresan la comparación, utilizando fracciones. Por ejemplo, en el tercer caso, $\frac{866}{1.000}$ de los habitantes viven en zonas urbanas.
- d. Buscan e interpretan otras informaciones expresadas en términos de comparación dadas por diferentes fuentes y en relación con temas que son interesantes para los estudiantes adultos y adultas.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Es importante que las personas del curso puedan interpretar este tipo de información que aparece con gran frecuencia en los medios de comunicación o en textos y material de difusión.

Así, en el segundo caso, la expresión 1 de cada 850 equivale a la fracción $\frac{1}{850}$. De modo que $\frac{1}{850}$ del total de la población es médico. Conviene analizar variaciones de los valores dados. Por ejemplo, si algunos años más tarde se informa que hay 1 médico por cada 800 habitantes, ¿esto es una buena noticia o una mala noticia?

Se puede formular también preguntas como las siguientes: ¿De cuántas formas diferentes se puede expresar el hecho de que en un curso hay el mismo número de hombres que de mujeres? ¿Y el hecho de que la población de Brasil es aproximadamente 12 veces la de Chile?

Actividad 2

- a. Analizan situaciones en que se expresan relaciones en porcentaje, por ejemplo, resultados de encuestas. Interpretan los porcentajes, por ejemplo, 25% como 25 por cada 100 ó $\frac{25}{100}$ del total.

En cada caso, identifican cuál es el valor de referencia con respecto al cual se está calculando el porcentaje, e identifican el valor que se está comparando con esa referencia.

- b. Resuelven problemas de la vida cotidiana en los cuales es necesario calcular 10%, 25%, 50%, 75%, utilizando procedimientos que implican multiplicar directamente por una fracción o un decimal. Por ejemplo, para calcular el 25% de una cantidad se puede multiplicar esa cantidad por $\frac{1}{4}$ o por 0,25.
- c. Incorporan el uso de la calculadora para calcular porcentajes, multiplicando por el decimal correspondiente.
- d. En situaciones de la vida cotidiana o de otros subsectores (Ciencias Naturales, Ciencias Sociales), calculan el porcentaje que representa una cantidad respecto de otra.
- e. Establecen conclusiones respecto de los procedimientos para calcular el porcentaje de una cantidad y para calcular qué porcentaje representa una cantidad respecto de otra.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

El empleo de porcentajes es tan común en la vida cotidiana que resulta muy importante lograr un dominio fluido de esta forma de expresar comparaciones. Conviene insistir en identificar claramente cuál es el valor de referencia y cuál es el valor que se está comparando con él.

Un porcentaje puede interpretarse como una fracción de denominador 100 o como “tantos por cada 100”. Conviene preguntar qué significa la expresión “100%” o en qué casos podemos hablar de porcentajes mayores que 100%.

Actividad 3

- a. Analizan e interpretan información relativa a aumentos o rebajas expresadas en términos de porcentajes. Por ejemplo, variaciones en el precio de un artículo, aumentos de salario, etc.
- b. Analizan situaciones en las que se requiere descontar un porcentaje de una cantidad dada. Por ejemplo, publicidad relativa a una liquidación. Efectúan cálculos relativos al precio a pagar y el monto ahorrado al comprar un artículo rebajado.
- c. Comentan acerca de qué significa y cómo debe interpretarse el Impuesto al Valor Agregado (IVA).
- d. Calculan liquidaciones de sueldo. Determinan los descuentos previsionales y de salud.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Las tiendas utilizan rebajas y promociones para atraer a los compradores. Es necesario poder interpretar estos mensajes publicitarios de modo de poder tomar las decisiones más convenientes para el consumidor.

En la discusión de cada situación problemática es necesario asegurarse de que los estudiantes adultos y adultas interpretan correctamente los datos y la pregunta del problema, pueden diseñar un camino de solución y realizar los cálculos correspondientes, e interpretan los resultados obtenidos.

El trabajo en pequeños grupos y la puesta en común de los procedimientos y resultados contribuyen a obtener mejores logros de aprendizaje.

Unidad 2: Variaciones proporcionales

En esta Unidad se estudian diferentes situaciones en las cuales es posible establecer una relación entre dos variables. Estas relaciones pueden caracterizarse de diversas maneras. En este nivel, interesa particularmente distinguir en ellas las relaciones no proporcionales y las relaciones proporcionales, y a su vez dentro de estas, tanto las relaciones de proporcionalidad directa como las de proporcionalidad inversa.

El enfoque con el cual se propone abordar este tema es dinámico, en el sentido que enfatiza el estudio de las variaciones en situaciones cotidianas. Se analiza una gran variedad de situaciones que permiten establecer las características particulares de las variaciones proporcionales, distinguirlas claramente de las no proporcionales y, dentro de las proporcionales, distinguir entre directas e inversas.

Las variaciones proporcionales están presentes ampliamente en situaciones cotidianas y en las ciencias, por ejemplo, en el cambio de monedas, al establecer el precio de una cantidad determinada de un producto, en la ampliación y reducción de figuras (fotos, fotocopias, planos, mapas). En este campo, en general, las experiencias de las personas adultas son amplias y es imprescindible considerarlas a la hora de proponer actividades diversas.

También existen variaciones que no son proporcionales, algunas de las cuales se discuten en las diferentes actividades de modo de destacar, a través del contraste, los rasgos propios de las relaciones de proporcionalidad.

Se propone abordar el análisis y resolución de problemas de proporcionalidad, incorporando tablas y gráficos que permiten estudiar regularidades, visualizar los patrones, identificar las variables y sus valores, establecer las características de cada tipo de variación (proporcional, inversa y directa) y, finalmente, comprender y generalizar estas situaciones, caracterizándolas por medio de un producto constante y un cociente constante.

Se trata de avanzar paulatinamente en el estudio de estas situaciones, de modo que las personas del curso vayan progresivamente ampliando su comprensión de ellas; vayan adquiriendo tanto herramientas específicas (conceptos, procedimientos) como desarrollando habilidades que les permitan una comprensión profunda y puedan llevar a cabo estrategias propias cuando enfrentan en su vida estos problemas.

Aprendizajes esperados

Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
<p>Cada estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> Distingue entre situaciones de variación proporcional y no proporcional, y entre situaciones de variación proporcional directa e inversa. 	<p>Cada estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> Ante tablas de valores, distingue aquellas que representan una relación de proporcionalidad directa. Identifica propiedades de la relación de proporcionalidad directa Ante tablas de valores, distingue aquellas que representan una relación de proporcionalidad inversa. Identifica propiedades de la relación de proporcionalidad inversa.
<ul style="list-style-type: none"> Resuelve problemas que implican variación proporcional directa o inversa. 	<ul style="list-style-type: none"> En una situación problemática identifica e interpreta datos que implican la existencia de proporcionalidad directa o inversa entre las variables involucradas. Aplica cuando corresponde propiedades de la relación de proporcionalidad directa o de proporcionalidad inversa. Interpreta los resultados en términos del contexto de la situación planteada.
<ul style="list-style-type: none"> Resuelve problemas de proporcionalidad planteados en contextos geométricos. 	<ul style="list-style-type: none"> En una situación problemática relativa a ampliación o reducción de figuras muestra la existencia de proporcionalidad entre los trazos involucrados. Aplica propiedades de la relación de proporcionalidad para resolver el problema. Interpreta los resultados en términos del contexto de la situación planteada.
<ul style="list-style-type: none"> Interpreta representaciones a escala. 	<ul style="list-style-type: none"> Interpreta el dato referente a la escala en un plano o en un mapa. Calcula distancias reales a partir de la información contenida en un plano o mapa a escala. Dibuja un plano a escala de objetos o lugares, indicando la escala utilizada.

Ejemplos de actividades

Actividad 1

- a. Analizan situaciones en las cuales intervienen al menos dos variables, identifican las variables y sus valores, construyen tablas de valores y las comparan a partir de criterios como:

¿Es posible o no predecir valores que no están dados a partir de los datos y de la relación entre ellos?

¿Se observa un crecimiento (o decrecimiento) particular, que se pueda caracterizar de alguna forma? Por ejemplo, incremento constante, valores que no varían, etc.

Con respecto a esta actividad, se sugieren relaciones como las siguientes: cantidad de artículos y precio a pagar por ellos; edad y estatura; equivalencia entre UF y pesos; edad y peso; precio de llamadas por teléfono celular y tiempo de las llamadas; tiempo y distancia recorrida por un vehículo; el lado de un cuadrado y su perímetro; el lado de un cuadrado y su área, etc.

- b. En los ejemplos anteriores determinan cuál de ellos presenta la siguiente característica:
El cociente entre el valor de una de las variables y el respectivo valor de la otra variable es igual para todos los pares de valores de la tabla.
- c. El docente denomina relación de proporcionalidad a la relación entre dos variables que cumplen esta propiedad.
- d. En diversos ejemplos, verifican que si dos variables son proporcionales, entonces su relación cumple con las siguientes características:
Si una de las variables aumenta en una cierta proporción (al doble, al cuádruple, en un factor dado, etc.), la otra variable también aumenta en la misma proporción.
Si una de las variables disminuye en una cierta proporción (a la mitad, a la tercera parte, en un factor dado, etc.), la otra variable también disminuye en la misma proporción.
Si se representan los valores en un gráfico, resulta una línea recta que pasa por el origen.
- e. Verifican que estas características no se cumplen en los casos en que las variables no son proporcionales.
- f. Buscan ejemplos de la vida cotidiana, del campo laboral o de temas de interés en que dos variables son proporcionales. Comparten y comentan sus ejemplos con el resto del curso.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

En esta Unidad, la relación de proporcionalidad se define como una relación en que es constante el cociente entre los valores respectivos de las variables. Es decir, si el cociente entre los valores de dos variables es constante, entonces esas variables son proporcionales.

Este valor constante recibe el nombre de “constante de proporcionalidad” y muchas veces tiene una interpretación específica en relación con el contexto (por ejemplo, corresponde al valor unitario).

Sobre la base de ejemplos, se muestra además, que si dos variables son proporcionales, entonces se cumplen otras propiedades, como las citadas más arriba.

Para la construcción de gráficos, si se dispone de computadores es recomendable utilizar una planilla de cálculo. En caso contrario, se recomienda usar papel cuadriculado. Es necesario que el docente presente especial atención a la escala en los ejes. Si la escala está mal dibujada o no es uniforme, el gráfico puede distorsionarse.

Actividad 2

- a. Analizan diferentes casos de proporcionalidad inversa. Por ejemplo, determinan la longitud de los lados de rectángulos cuya área es de 36 cm^2 y construyen una tabla con la longitud de un lado en función de la longitud del otro.
- b. Verifican que en este caso se cumple que:
 - El producto entre los valores respectivos de las variables es constante.
 - Si una variable aumenta en un cierto factor, la otra disminuye en el mismo factor.
 - Si se representan estos valores en un gráfico, resulta una curva descendente.
- c. El docente denomina “proporcionalidad inversa” a esta relación. Los estudiantes adultos y adultas establecen paralelos entre la proporcionalidad directa y la proporcionalidad inversa.
- d. Analizan la relación que existe entre los lados de rectángulos que tienen todos el mismo perímetro (por ejemplo, un perímetro de 12 cm). Verifican que en este caso, la relación no es de proporcionalidad directa ni inversa.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Se introduce aquí otra forma de proporcionalidad: la proporcionalidad inversa. A diferencia de la proporcionalidad directa, no es el cociente constante sino el producto constante lo que la caracteriza. El término “inversa” refleja el hecho que a un aumento de una de las variables corresponde una disminución de la otra.

La última actividad es interesante en el sentido que muestra que la relación entre la longitud de los lados es muy diferente cuando se mantiene constante el perímetro que cuando se mantiene constante el área. En el caso del perímetro constante la relación también es inversa (un lado aumenta y el otro disminuye), pero no estamos en presencia de un caso de proporcionalidad, pues ni el producto ni el cociente entre los lados se mantiene constante.

Actividad 3

- a. Observan y analizan imágenes que corresponden a diferentes ampliaciones de una fotografía. Por ejemplo, ante las imágenes siguientes discuten si se mantienen las proporciones entre Sancho y Don Quijote o entre las personas y diferentes objetos.



- b. Analizan las relaciones de proporcionalidad que se dan entre las longitudes involucradas cuando se efectúa una ampliación o una reducción de una figura. Por ejemplo, en cuadrados de diferente tamaño miden la longitud del lado y la longitud de la diagonal y establecen la existencia de una relación de proporcionalidad entre ellas.
- c. En una tienda que vende televisores y contando con la autorización correspondiente, efectúan las mediciones que se requieren para establecer si entre las dimensiones de las pantallas de televisores de diferente tamaño se dan relaciones de proporcionalidad.

Discuten por qué la imagen no se deforma al proyectarse en pantallas de diferente tamaño.

Comentan lo que sucede cuando se proyecta por televisión una película que ha sido filmada para ser proyectada en pantallas de otras proporciones (por ejemplo, para pantalla panorámica).

Calculan el ancho que tendría una imagen televisada si se proyecta sobre la pared de la sala de modo de ocupar toda la altura de la pared.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

En la ampliación o reducción de figuras (figuras geométricas, fotografías, fotocopias ampliadas, imágenes televisadas, proyección de películas, etc.) se mantiene la proporción entre las diferentes distancias y longitudes.

Este es un rasgo general de las llamadas “figuras semejantes”. La ampliación y la reducción corresponden a casos particulares de semejanza. En ellos, se mantiene la medida de los ángulos y la proporción entre los trazos y distancias involucradas.

Estas relaciones se pueden verificar fácilmente si se dispone de un retroproyector proyectando una misma imagen desde diferentes distancias a la pantalla (ajustando el enfoque en cada caso).

Si se dispone de computadores, se puede dibujar una figura cualquiera y luego variar la escala a que se presenta la figura en la pantalla. Por ejemplo, se miden los diferentes trazos cuando la escala es de 100% y verificar luego que en una escala de 200% aumenta al doble la longitud de cada uno de los trazos.

Actividad 4

- a. Analizan mapas o planos construidos a escala. Comentan el significado de la escala señalada en ellos.
- b. Discuten acerca de las ventajas de que un plano o mapa esté dibujado a escala.
- c. A partir de distancias medidas en un mapa, calculan las distancias reales entre los lugares representados.
- d. A partir de las dimensiones reales de la sala de clases o del patio de la escuela, eligen una escala adecuada, efectúan las mediciones necesarias y dibujan un plano a escala de la sala o del patio.
- e. Diseñan un mueble y presentan el diseño en un dibujo a escala, indicando la escala utilizada.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Es muy frecuente en la vida diaria o en el campo laboral el uso de escalas en la representación de lugares, construcciones u objetos. Generalmente, la escala se indica como una razón. Por ejemplo, una escala de 1 : 10.000 significa que 1 cm en el plano corresponde a 10.000 cm en la realidad o, dicho de otro modo, las distancias y longitudes en el plano son $\frac{1}{10.000}$ de las respectivas distancias y longitudes en la realidad.

Es muy probable que las personas adultas estén familiarizadas con su uso. Por ello, es necesario que el docente estructure las actividades a partir de los conocimientos y experiencias que los estudiantes adultos y adultas poseen.



Módulo 3

Temas de geometría

En este módulo se abordan algunos teoremas de geometría de especial importancia en el estudio posterior de esta disciplina y que encuentran también numerosas aplicaciones prácticas.

El establecimiento de las igualdades de ángulos que surgen cuando una recta corta dos rectas paralelas abre el camino para uno de los teoremas fundamentales en el estudio del triángulo. Nos referimos a que la suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo es igual a 180° .

El módulo se refiere también a otro teorema fundamental de la geometría, tal vez el más famoso teorema geométrico: el Teorema de Pitágoras. Este teorema relaciona entre sí los 3 lados de cualquier triángulo rectángulo. Afirma que si se suma el cuadrado de cada uno de los catetos, el resultado es igual al cuadrado de la hipotenusa.

Si en una estructura con forma de triángulo rectángulo se conoce la longitud de 2 de sus lados, el Teorema de Pitágoras permite calcular con facilidad la longitud del tercer lado. A su vez, su teorema recíproco fue utilizado ya en la antigüedad para dibujar ángulos rectos.

En el módulo se abordan también aspectos relacionados con el círculo. En especial se establece empíricamente que la longitud del perímetro de un círculo es poco más de 3 veces la longitud de su diámetro. A partir de ahí, se introduce el número π . Este número aparece también en la fórmula que permite calcular el área del círculo.

Finalmente, siguiendo con el estudio de los cuerpos redondos el módulo analiza formas de calcular el volumen de cilindros y se aplican estos conocimientos en la resolución de problemas en diversos contextos.

El módulo se estructura en dos unidades:

Unidad 1: Teoremas geométricos.

Unidad 2: Círculos y cilindros.

Contenidos mínimos del módulo

1. Relaciones entre los ángulos que se forman al intersectar dos rectas paralelas por una recta transversal. Suma de los ángulos interiores y exteriores del triángulo.
2. Teorema de Pitágoras. Demostración y aplicaciones a situaciones concretas.
3. Análisis y descripción de los elementos de una circunferencia (radio, diámetro, cuerda, tangente, ángulos en la circunferencia). Perímetro de una circunferencia. El número π . Área del círculo. Volumen de cilindros.
4. Resolución de problemas en contextos geométricos y del mundo real que impliquen la aplicación de los contenidos estudiados.

Aprendizajes esperados

A partir del trabajo en este módulo se espera que los estudiantes adultos y adultas:

- Utilicen de manera pertinente el Teorema de Pitágoras y su recíproco para la resolución de problemas cotidianos, en variados ámbitos.
- Resuelvan problemas, utilizando las relaciones entre los ángulos obtenidos cuando dos rectas paralelas son cortadas por una transversal.
- Resuelvan problemas en los que es necesario determinar ángulos interiores o exteriores de triángulos y expliquen su procedimiento, basándose en las relaciones entre los ángulos.
- Resuelvan problemas que involucran el cálculo del perímetro y del área de un círculo.
- Resuelvan problemas que involucran el cálculo del volumen de cilindros.

Sugerencias de evaluación

Las actividades de evaluación deben permitir determinar, por una parte, el nivel de comprensión de los diferentes contenidos geométricos y, por otra, la capacidad para aplicar estos conocimientos en situaciones dadas, en lo posible pertenecientes a la experiencia de las personas del curso.

No se trata, por lo tanto, de pedir que los estudiantes adultos y adultas recuerden el enunciado de un teorema o puedan repetir una definición, sino que estén en condiciones de razonar en torno a una situación y extraer conclusiones, formular predicciones o fundamentar afirmaciones basándose en sus conocimientos geométricos.

Unidad 1: Teoremas geométricos

En esta Unidad se estudian algunos teoremas importantes de geometría relacionados con la suma de los ángulos interiores de un triángulo y con la longitud de los lados de un triángulo rectángulo.

Se empieza mostrando empíricamente que si se tienen 2 rectas paralelas y se intersectan con una tercera recta, se forman 16 ángulos. Estos 16 ángulos se pueden agrupar en 2 conjuntos de 8 ángulos. En cada conjunto, los 8 ángulos son iguales entre sí. Además, la suma de un ángulo de un conjunto más un ángulo del otro conjunto es siempre 180° .

Esto se cumple siempre, cualquiera que sea el ángulo que la tercera recta forma con las dos rectas paralelas.

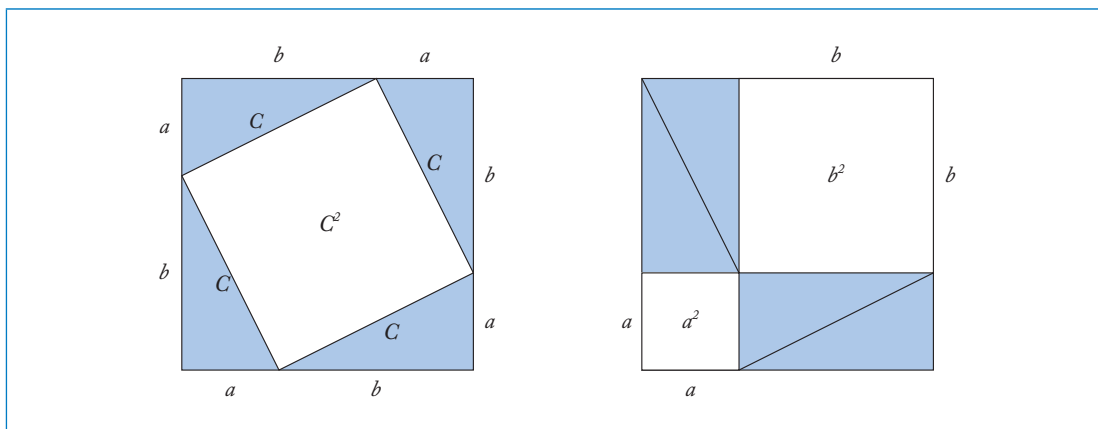
A partir de este teorema se puede demostrar que para cualquier triángulo la suma de los tres ángulos interiores será siempre igual a 180° . La Unidad analiza algunas consecuencias de este teorema.

El Teorema de Pitágoras es tal vez el teorema más famoso de toda la historia de la geometría. Se refiere a los triángulos rectángulos y relaciona la longitud de los catetos con la longitud de la hipotenusa. Establece que si sumamos el cuadrado de uno de los catetos más el cuadrado del otro cateto, el resultado es igual al cuadrado de la hipotenusa. Si llamamos a y b a la longitud de los catetos y c a la longitud de la hipotenusa, entonces el Teorema de Pitágoras afirma que en todo triángulo rectángulo se cumple que $a^2 + b^2 = c^2$.

En esta Unidad se propone que, a partir de la experiencia de medir los lados de diversos triángulos rectángulos, se verifique que cumplen con la relación $a^2 + b^2 = c^2$, y luego, sobre esa base, se plantea la demostración para cualquier triángulo rectángulo, interpretando las áreas de los cuadrados que se forman con los lados del triángulo. A continuación se presenta una de las demostraciones más sencillas y fáciles de entender que existen sobre este teorema.

Demostración

Los conceptos y propiedades que se usan para esta demostración son familiares y hacen que sea de fácil comprensión para personas adultas. Además, es una demostración fácilmente realizable recortando y colocando las figuras adecuadamente, y así hacer que las personas del curso observen la veracidad de esta propiedad.

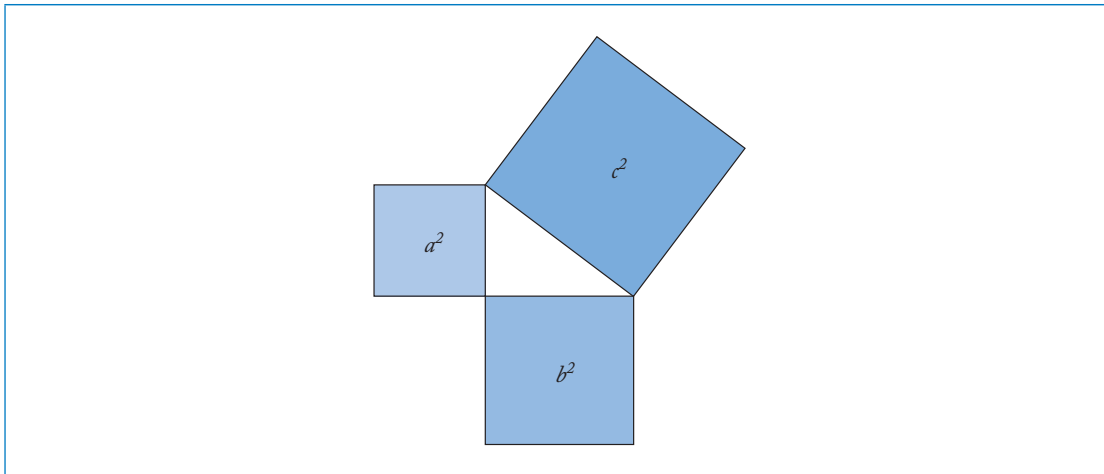


Como se puede observar los dos cuadrados expuestos en la figura tienen las mismas dimensiones: su lado mide $a + b$. Por lo tanto, también tienen la misma área $(a + b)^2$. Si a estos dos cuadrados se les quita la misma porción de área, las figuras resultantes también tendrán la misma área.

En el primer cuadrado se va a eliminar la parte que está sombreada y que corresponde a cuatro triángulos iguales. Se ve claramente que el área resultante es c^2 , ya que la figura que ha quedado es un cuadrado de lado c .

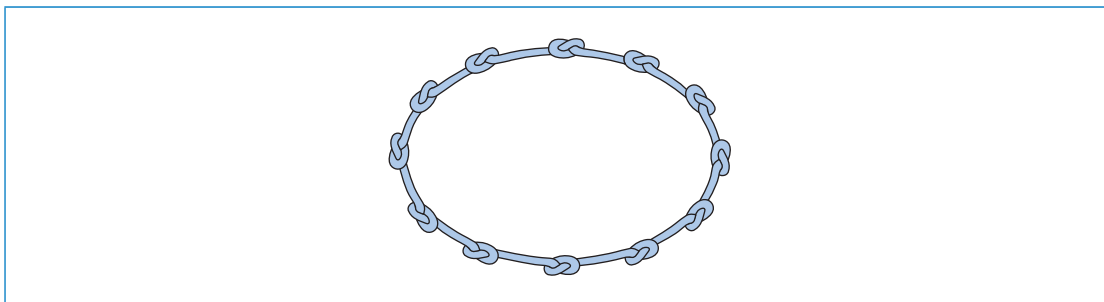
En el segundo cuadrado también se eliminan los mismos cuatro triángulos iguales, que ahora se encuentran en una distribución distinta. Quedan dos cuadrados, uno de lado a y otro de lado b , por lo que el área de la figura resultante es $a^2 + b^2$.

Ahora, considerando que las dos figuras han resultado a partir de 2 cuadrados iguales a los que se ha eliminado los mismos 4 triángulos, podemos concluir que ellas tienen igual área. Es decir: $c^2 = a^2 + b^2$.

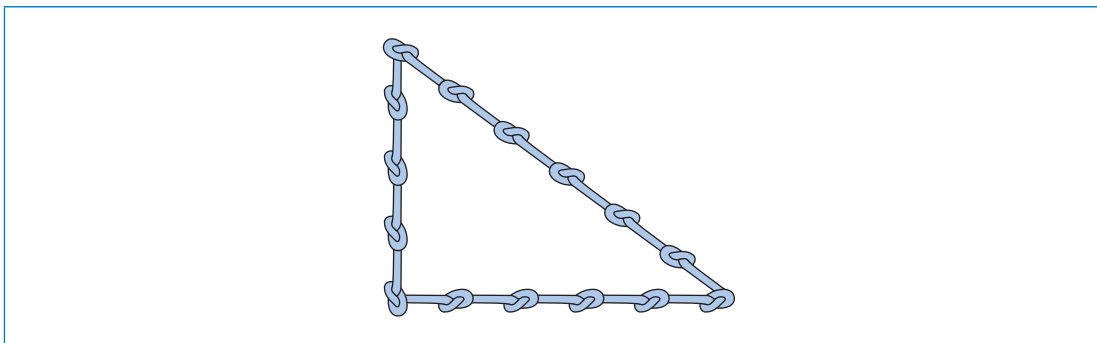


Es interesante abordar la historia del recíproco del Teorema de Pitágoras: en el antiguo Egipto, el río Nilo subía su nivel, desbordándose cada año, inundando las tierras vecinas y destruyendo los límites de las propiedades. Como resultado, los egipcios debían medir sus tierras todos los años con el fin de calcular los impuestos que debían pagar. Como la mayoría de los terrenos eran rectangulares, necesitaban una manera confiable de marcar los ángulos rectos. Ellos desarrollaron un ingenioso método que incluía una cuerda con nudos entre los cuales existía igual distancia.

Los egipcios tomaban una cuerda y marcaban con nudos 12 segmentos de la misma longitud. Unían los extremos de la cuerda de manera de formar un lazo cerrado como se muestra en el dibujo:



Con este lazo se puede formar un triángulo en que la longitud de sus lados corresponde a 3, 4 y 5 veces la longitud de cada segmento. Dado que estos tres números cumplen la relación $3^2 + 4^2 = 5^2$, se infiere que el triángulo formado es rectángulo y, por lo tanto, puede servir para dibujar un ángulo recto.



Aprendizajes esperados

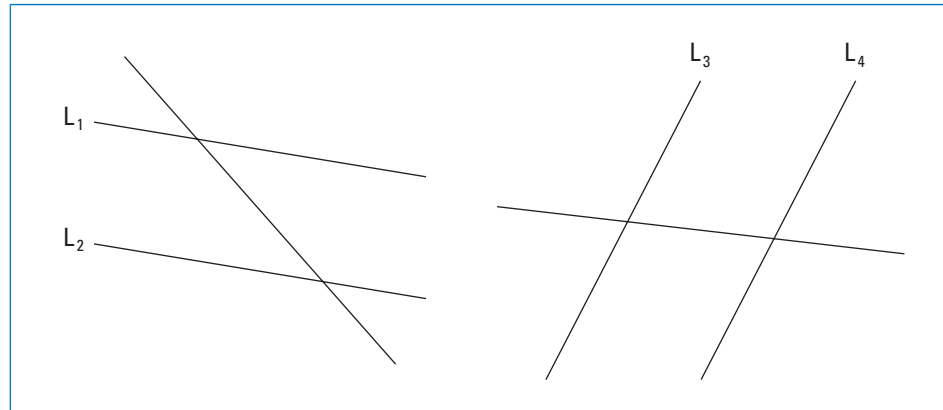
Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
<p>Cada estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> Resuelve problemas, utilizando las relaciones entre los ángulos obtenidos cuando dos rectas paralelas son cortadas por una transversal. 	<p>Cada estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica los ángulos iguales que se forman cuando dos rectas paralelas son cortadas por una transversal. Aplica este conocimiento en situaciones problemáticas.
<ul style="list-style-type: none"> Resuelve problemas en los que es necesario determinar ángulos interiores o exteriores de triángulos y explica su procedimiento, basándose en las relaciones entre los ángulos. 	<ul style="list-style-type: none"> Reconoce que en todo triángulo independientemente de su forma o tamaño, la suma de los ángulos interiores es igual a 180°. Identifica los ángulos exteriores de un triángulo. Utiliza el teorema relativo a la suma de los ángulos interiores de un triángulo para extraer algunas consecuencias. Resuelve problemas en diferentes contextos que implican la determinación de la medida del tercer ángulo de un triángulo cuando se conoce la medida de los otros dos.
<ul style="list-style-type: none"> Utiliza de manera pertinente el Teorema de Pitágoras y su recíproco para la resolución de problemas cotidianos, en variados ámbitos. 	<ul style="list-style-type: none"> Identifica los catetos y la hipotenusa en un triángulo rectángulo dado. Resuelve problemas que implican calcular la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo, conociendo la longitud de sus catetos. Resuelve problemas que implican calcular la longitud de uno de los catetos de un triángulo rectángulo, conociendo la longitud de la hipotenusa y del otro cateto. Resuelve problemas que implican la aplicación del teorema recíproco del Teorema de Pitágoras para identificar o construir ángulos rectos.

Ejemplos de actividades

Actividad 1

- a. Con el uso de un transportador miden los ángulos que se forman entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal, registran las medidas y las comparan.

Repiten esta actividad con paralelas cortadas por una transversal en un ángulo distinto del anterior como muestra el dibujo, en el cual L_1 es paralela a L_2 y L_3 es paralela a L_4 .



Observan las características de los ángulos que tienen la misma medida y su ubicación respecto de las rectas paralelas y la transversal.

Comparan la situación que sucede en ambos dibujos.

- b. Repiten la experiencia, pero con rectas NO paralelas cortadas por una transversal. Comprueban que las relaciones observadas en la experiencia anterior no se cumplen si en el trío de rectas no hay una pareja que sean paralelas.
- c. Resuelven problemas en los que es necesario aplicar los teoremas encontrados en las actividades anteriores.

Por ejemplo:

- Encontrar relaciones entre los ángulos interiores de un paralelogramo.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Se espera que, a partir de la comparación, concluyan que entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal se generan ángulos congruentes entre sí, y que ciertos ángulos son suplementarios, es decir, su suma es 180° .

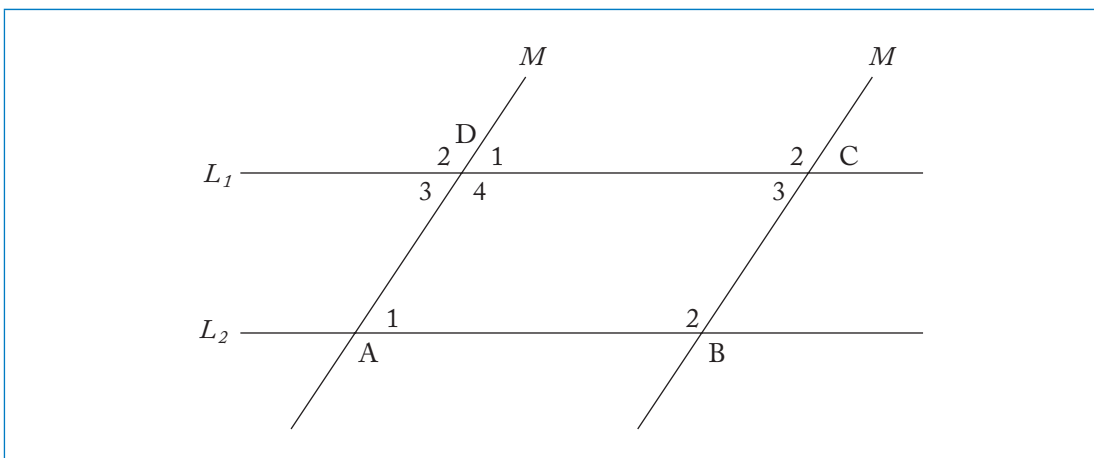
Conviene que al final de la actividad el docente resuma y formalice las relaciones encontradas.

Tomando en cuenta que en un paralelogramo sus dos pares de lados opuestos son paralelos entre sí, se puede mostrar:

- Que los ángulos que tienen un lado en común suman 180° .
- Que los ángulos opuestos son iguales.
- Que la suma de los 4 ángulos interiores es 360° .

El teorema (c), por ejemplo, puede comprobarse empíricamente recortando los 4 ángulos de un paralelogramo de papel o cartulina y mostrando por yuxtaposición que suman 360° . La actividad puede complementarse con una demostración teórica basada en los teoremas recién vistos. A continuación se muestra una posible demostración:

Los dos pares de rectas paralelas L_1 y L_2 y M_1 y M_2 forman el paralelogramo ABCD.



Si tomamos en cuenta que L_1 y L_2 son 2 rectas paralelas cortadas por la transversal M_1 , entonces los 2 ángulos indicados con el número 1 deben ser iguales. Si ahora tomamos en cuenta que M_1 y M_2 son 2 rectas paralelas cortadas por la transversal L_1 , entonces los 2 ángulos indicados con el número 3 deben ser iguales. Usando argumentos similares se deduce que los 3 ángulos indicados con el número 2 son iguales entre sí.

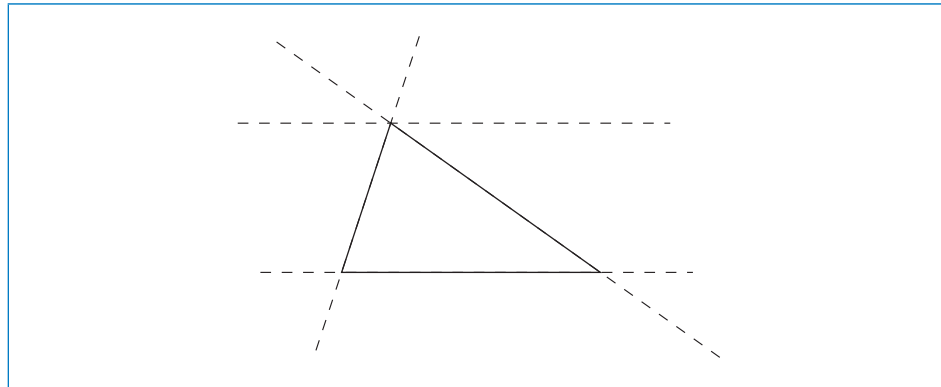
Se ve que los 4 ángulos interiores del paralelogramo se repiten en torno al vértice D, completando un ángulo de 360° .

Actividad 2

- a. Trabajando en grupos y con diferentes triángulos, las personas del curso miden los ángulos interiores y los suman.

Comentan sobre la particularidad que en todos los triángulos se obtienen valores muy cercanos a 180° para la suma de sus ángulos interiores.

- b. Analizan la siguiente situación: en un triángulo cualquiera, se prolongan sus lados y por uno de los vértices se traza una recta paralela al lado opuesto, como se muestra en la figura.



Se tienen así dos rectas paralelas cortadas por dos transversales. Aplicando las relaciones encontradas en la actividad anterior, las personas del curso buscan ángulos que sean iguales entre sí y a partir de allí concluyen que la suma de los tres ángulos interiores del triángulo debe ser 180° .

Con ayuda del profesor o profesora, comprenden que esta demostración puede repetirse con cualquier triángulo y que siempre se obtendrá el mismo resultado, de modo que se puede afirmar que para todo triángulo la suma de sus tres ángulos interiores es 180° .

- c. Trabajando en grupos, buscan una relación para la suma de los ángulos exteriores del triángulo.
- d. Resuelven problemas en los que es necesario aplicar los teoremas encontrados en las actividades anteriores.

Por ejemplo:

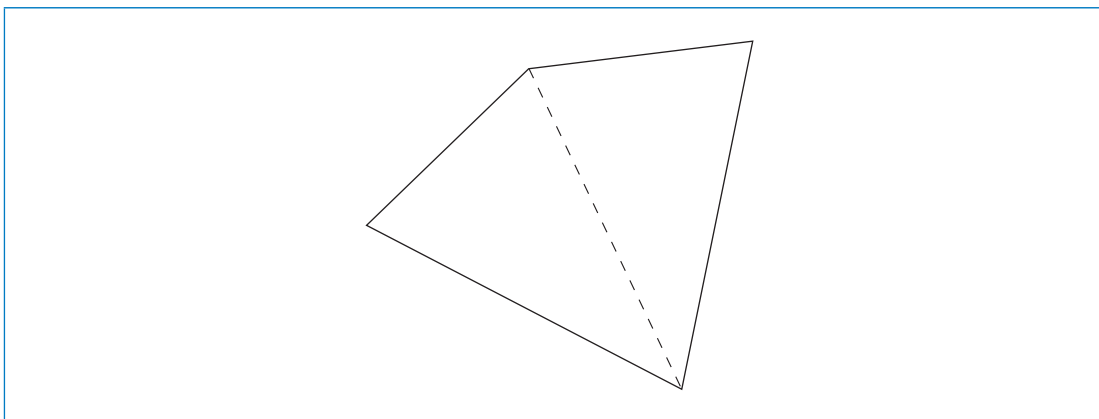
- Determinar cuánto mide cada ángulo interior de un triángulo equilátero, considerando que los tres ángulos son iguales entre sí. (Cada ángulo mide 60°).
- Demostrar que todo triángulo debe tener por lo menos dos ángulos agudos. (Si tuviera 2 ángulos rectos, 2 ángulos obtusos o uno recto y el otro obtuso, la suma de los 3 ángulos sería mayor de 180°).

- Demostrar que la suma de los dos ángulos agudos de un triángulo rectángulo debe ser 90° . (Si uno de los ángulos mide 90° , la suma de los otros dos debe ser también 90° para que en total sumen 180°).

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

El teorema relativo a la suma de los ángulos interiores de un triángulo es un teorema importante en Geometría y es necesario que cada estudiante logre una sólida comprensión de su contenido.

Si el profesor o profesora lo estima conveniente puede utilizar este teorema para mostrar que la suma de los ángulos interiores de cualquier cuadrilátero es 360° . Para ello puede trazar una diagonal, dividiendo el cuadrilátero en 2 triángulos como muestra la figura.



La suma de los ángulos interiores del cuadrilátero será igual a la suma de los ángulos interiores de los dos triángulos, es decir, será igual a $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$.

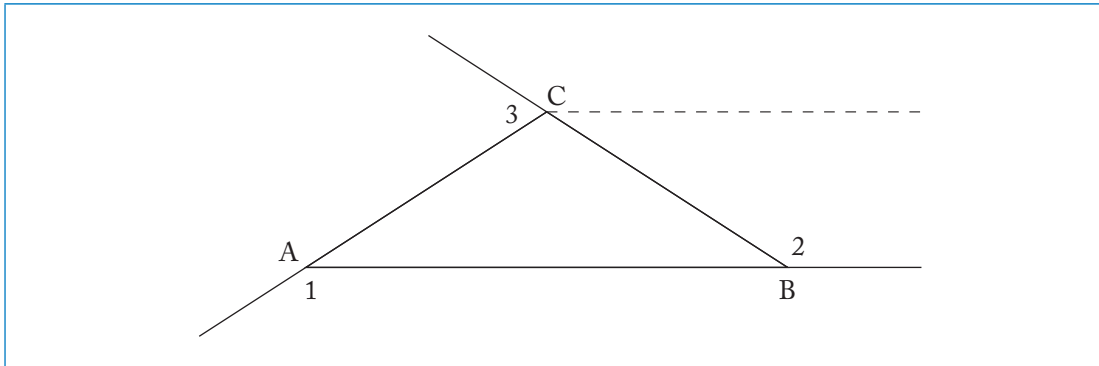
Este mismo procedimiento se puede generalizar para polígonos de cualquier número de lados.

Para la actividad 2c, se puede sugerir que primero intenten encontrar empíricamente la suma de los 3 ángulos exteriores (uno por cada vértice), dibujando un triángulo, trazando sus ángulos exteriores, recorriéndolos y luego yuxtaponiéndolos en torno a un vértice común. Podrán verificar así que suman 360° .

También se puede utilizar un razonamiento del siguiente tipo: En cada vértice el ángulo interior y el exterior forman un ángulo de 180° . De modo que si consideramos los 3 vértices, tendremos que la suma de los 3 ángulos interiores más los 3 ángulos exteriores será igual a $3 \times 180^\circ$, es decir 540° . Si le restamos los 3 ángulos interiores (cuya suma es 180°) tendremos que la suma de los 3 ángulos exteriores es igual a:

$$540^\circ - 180^\circ = 360^\circ.$$

Otra posibilidad es la siguiente: En la figura se ha trazado un triángulo con sus 3 ángulos exteriores. Con línea de trazos se ha dibujado por C una paralela al lado AB.



Aplicando el teorema visto en la actividad 1, se puede mostrar que los 3 ángulos exteriores se reúnen en torno al vértice C, formando un ángulo de 360° .

Actividad 3

- El docente denomina "hipotenusa" al lado opuesto al ángulo recto en un triángulo rectángulo y "catetos" a los lados que forman el ángulo recto.
- Trabajando en grupos, las personas del curso dibujan diferentes triángulos rectángulos y en cada uno de ellos miden la longitud de sus tres lados.

Verifican que la hipotenusa es siempre el mayor de los lados.

Con ayuda de una calculadora, determinan el cuadrado de ambos catetos y el cuadrado de la hipotenusa para cada uno de los triángulos estudiados. Ordenan los valores en una tabla similar a la que se muestra a continuación. En ella se ha denominado a a la longitud de un cateto, b a la longitud del otro cateto y c a la longitud de la hipotenusa.

Triángulo	a (cm)	b (cm)	c (cm)	a^2 (cm ²)	b^2 (cm ²)	c^2 (cm ²)	$a^2 + b^2$ (cm ²)
1							
2							
3							

Verifican que en todos los casos la suma $a^2 + b^2$ es igual o muy cercana al valor de c^2 .

Considerando que las pequeñas diferencias pueden ser atribuidas a que las mediciones no son absolutamente exactas, concluyen que en todos los triángulos estudiados se cumple que la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa.

El docente informa que este es uno de los teoremas más famosos en la historia de la Geometría y que recibe el nombre de Teorema de Pitágoras.

- c. Analizan por lo menos una demostración del Teorema de Pitágoras proporcionada por el docente o extraída de un texto o de una página de Internet.
- d. Predicen cuánto debería medir la hipotenusa de un triángulo rectángulo si sus catetos miden 3 cm y 4 cm respectivamente. Verifican su predicción dibujando el triángulo rectángulo correspondiente.
- e. El profesor o profesora informa que el teorema recíproco es también válido. Es decir, si en un triángulo se verifica que la suma de los cuadrados de dos de sus lados es igual al cuadrado del tercer lado, entonces ese triángulo es necesariamente rectángulo.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

Es importante combinar la verificación empírica con la demostración teórica del Teorema de Pitágoras. La verificación empírica le da un carácter muy concreto al teorema, en tanto que la demostración teórica permite generalizarlo para cualquier triángulo rectángulo.

La demostración del teorema recíproco va más allá de los objetivos que se persiguen en este nivel. Por tal motivo, se propone que el docente lo explique e informe acerca de su validez. En la actividad 3c, se puede trabajar la demostración dada en la introducción al módulo, utilizando papel lustre o cartulina para hacer más concreta la demostración.

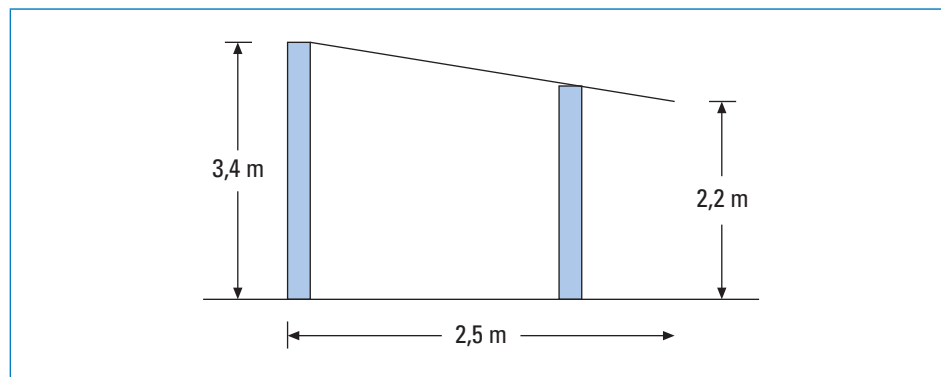
En Internet hay numerosos sitios que contienen demostraciones del Teorema de Pitágoras. Por ejemplo, en la página www.sectormatematica.cl/ppt/pitagora.ppt se pueden encontrar varias demostraciones, así como rompecabezas basados en el Teorema de Pitágoras. También se encuentran demostraciones en: http://es.wikipedia.org/wiki/Teorema_de_Pitagoras.

Actividad 4

- a. Resuelven problemas que involucran aplicaciones del Teorema de Pitágoras o de su teorema recíproco.

Por ejemplo:

- Las personas del curso analizan la posibilidad de utilizar el Teorema de Pitágoras o su recíproco para verificar si las paredes de la sala o los lados de una cancha de fútbol forman un ángulo recto. Llevan a cabo sus propuestas y extraen las conclusiones que corresponda.
- Determinan la longitud de las planchas de zinc que se requieren para techar un cobertizo cuya forma y dimensiones son las de la figura.



- Comparan las distancias que hay que recorrer para ir de una esquina de una plaza a la esquina opuesta si se camina por el borde de la plaza o si se camina a lo largo de la diagonal que une ambas esquinas.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

En la resolución de estos problemas es conveniente que las personas del curso efectúen los cálculos con ayuda de una calculadora.

En muchos casos se hace necesario determinar una raíz cuadrada. Por ejemplo, en el segundo problema propuesto, podemos pensar en un triángulo rectángulo cuyos catetos 2,5 m (el cateto horizontal) y 1,2 m (el cateto vertical). El cuadrado de la hipotenusa (que en este caso corresponde a la longitud de la plancha de zinc) debe ser igual a:

$$c^2 = (2,5)^2 + (1,2)^2$$

$$c^2 = 6,25 + 1,44$$

$$c^2 = 7,69$$

Ahora, para determinar cuánto debe medir c , habrá que extraer la raíz cuadrada de 7,69. La calculadora nos indica que esta raíz cuadrada es algo más de 2,77. De modo que la plancha deberá medir alrededor de 2,8 m.

No es necesario entrar en explicaciones relativas al concepto de raíz cuadrada o a la operación de radicación. En este nivel, basta una breve explicación acerca de cómo usar la calculadora para determinar el valor de c cuando se conoce el valor de c^2 .

En el último ejemplo, es conveniente que las mismas personas del curso propongan las dimensiones de la plaza, que puede ser cuadrada o rectangular. Eventualmente pueden efectuar mediciones en una plaza cercana e introducir estos valores reales en sus cálculos.

Unidad 2: Círculos y cilindros

En esta Unidad se estudia la relación que existe entre el diámetro de un círculo, por un lado, y su perímetro y su área por otro. Y se aplica el conocimiento sobre el área del círculo al cálculo del volumen de cilindros.

Al estudiar el círculo se pone al curso en contacto con el número π . Este número ha dado pie para una cantidad asombrosa de literatura a lo largo de la historia de las Matemáticas. En Internet se pueden encontrar más de 200 millones de documentos que hacen referencia a este número.

Para introducir el número π se propone realizar una investigación empírica en que se determina el perímetro de círculos de diferente diámetro. Se muestra así que cualquiera que sea el tamaño del círculo, el cociente entre su perímetro y su diámetro es alrededor de 3,1 a 3,2. Al valor de este cociente se le da el nombre de la letra griega π .

De ahí se desprende que el perímetro del círculo es igual a π veces la longitud de su diámetro. O, lo que es lo mismo, es igual a 2π veces la longitud de su radio.

El número π interviene también en la relación que existe entre el área del círculo y su radio. En efecto, el área del círculo es igual a π veces el cuadrado de su radio.

En el cálculo de volumen de los cilindros, se establecen relaciones con los conocimientos sobre volumen de los prismas rectos aprendidos el nivel anterior, y con el aprendizaje sobre área del círculo. No debe sorprender que el cálculo de volumen de un cilindro es muy similar al de un prisma recto: en ambos casos el volumen está dado por el producto del área de la base por la altura, ya que si se va aumentando el número de caras laterales de un prisma recto, su forma se va pareciendo cada vez más a un cilindro. En los cilindros, la base es circular, por lo que su área se puede calcular usando la fórmula del área del círculo que se estudia en esta misma Unidad.

La unidad de medida en que se expresan los resultados dependerá de las unidades en que están dadas las dimensiones lineales (radio o diámetro y altura en el caso del cilindro).

Si las dimensiones lineales están dadas en centímetros, el volumen queda expresado en centímetros cúbicos (cm^3). Si las dimensiones lineales están dadas en metros, el volumen queda expresado en metros cúbicos (m^3).

Para eventuales cambios de unidades, conviene tener presente las equivalencias que se muestran en la siguiente tabla.

$$1 \text{ centímetro cúbico (cm}^3\text{)} = 1 \text{ mililitro (mL)}$$

$$1 \text{ litro (L)} = 1.000 \text{ mL}$$

$$1 \text{ L} = 1.000 \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ metro cúbico (m}^3\text{)} = 1.000 \text{ L}$$

$$1 \text{ m}^3 = 1.000.000 \text{ cm}^3$$

Aprendizajes esperados

Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
<p>Cada estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none">• Resuelve problemas que involucran el cálculo del perímetro y del área de un círculo.	<p>Cada estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none">• Resuelve problemas que involucran la relación que existe entre el radio, el diámetro y el perímetro de un círculo.• Resuelve problemas que involucran la relación que existe entre el radio, el diámetro y el área de un círculo.
<ul style="list-style-type: none">• Resuelve problemas que involucran el cálculo del volumen de cilindros.	<ul style="list-style-type: none">• En una situación problemática que involucra el cálculo de volumen de prismas rectos o cilindros:<ul style="list-style-type: none">- Identifica la base y la altura.- Diseña una estrategia de resolución y la lleva a cabo.- Maneja adecuadamente las unidades de medida que corresponden.- Interpreta los resultados obtenidos en términos del contexto del problema.

Ejemplos de actividades

Actividad 1

- a. Miden el diámetro y el perímetro de diversos objetos de forma circular: vasos, frascos, trozos de manguera, platos, etc.

Ordenan los valores encontrados en una tabla similar a la siguiente:

Círculo	diámetro (cm)	perímetro (cm)	$\frac{\text{perímetro}}{\text{diámetro}}$
1			
2			
3			

En la última columna anotan el valor de cociente " $\frac{\text{perímetro}}{\text{diámetro}}$ " para cada círculo.

Verifican que el cociente de la última columna tiene un mismo valor para todos los círculos estudiados: entre 3,1 y 3,2.

- b. El docente generaliza esta conclusión: en todo círculo el cociente entre el perímetro y el diámetro es un número cuyo valor aproximado es 3,14. Se trata de un número que tiene una cantidad infinita de decimales y que se designa con la letra griega π (pi).
- c. En base a lo anterior, las personas del curso concluyen que para calcular el perímetro de un círculo se puede usar cualquiera de las fórmulas:

$$C = 2\pi r \text{ o } C = \pi d$$

en que C es el perímetro del círculo, r es su radio y d su diámetro.

- d. Resuelven problemas que involucran el cálculo del perímetro de un círculo.

Por ejemplo:

- Determinan cuánto avanza una bicicleta con cada vuelta completa que realiza la rueda.
- ¿Cuántos kilómetros debe recorrer un avión para dar una vuelta al mundo siguiendo la línea del Ecuador? (El radio de la Tierra es de 6.400 kilómetros).

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

El número π es un número decimal que no puede expresarse como fracción. Tiene un número infinito de cifras decimales. Hoy día el uso de potentes computadores permite calcular millones de cifras de este número.

Sin embargo, en situaciones prácticas muchas veces basta considerar que $\pi = 3$, o que $\pi = 3,1$. Considerar 2 cifras decimales ($\pi = 3,14$) es más que suficiente en casi todos los casos que enfrentamos en la vida cotidiana o en el mundo laboral.

Es frecuente que el hecho de designar un número con una letra griega ocasione problemas a los estudiantes adultos y adultas. Es necesario insistir en que se trata de un número igual como los otros números que conocemos.

Actividad 2

- a. Toman una hoja de papel cuadriculado con cuadritos de 1 cm por lado. Reconocen que el área de cada cuadrito es 1 cm².

En esta hoja dibujan un círculo de 5 cm de radio.

Determinan su área contando los cuadritos que quedan encerrados en el círculo y aproximando lo mejor posible las fracciones de cuadritos.

- b. El docente explica que se ha demostrado que el área del círculo es igual a π veces el cuadrado de su radio. Es decir, el área se puede calcular mediante la fórmula:

$$A = \pi r^2$$

en que A es el área del círculo y r es su radio.

Los estudiantes adultos y adultas comparan el valor encontrado empíricamente con el que se calcula con esta fórmula.

- c. Resuelven problemas que involucran el cálculo del área de un círculo.

Por ejemplo:

- En un documento egipcio de más de 3.500 años de antigüedad se afirma que un círculo cuyo diámetro mide 9 unidades tiene la misma área que un cuadrado cuyo lado mide 8 unidades. ¿Es esta una buena aproximación al valor correcto?

- d. Buscan ejemplos de situaciones en su vida laboral en las que se requiere calcular el área de un círculo. Los comentan con el resto del curso.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

El número π aparece nuevamente en el cálculo del área de un círculo.

Es muy importante hacer notar que en esta fórmula la elevación al cuadrado tiene prioridad sobre la multiplicación. Es decir, primero debe elevarse el radio al cuadrado y después multiplicarse el resultado por π . Si se multiplica primero el radio por π y luego se eleva el resultado al cuadrado se obtendrá un valor incorrecto para el área.

Si se conoce el diámetro del círculo en lugar de su radio, conviene calcular primero el radio (dividiendo el diámetro por 2) y luego aplicar la fórmula.

Actividad 3

- a. El docente explica que para calcular el volumen de un cilindro se puede usar una fórmula similar a la utilizada para calcular el volumen de un prisma recto:

$$V = A \times h$$

en que A es el área de la base del cilindro y h es su altura.

- b. Los estudiantes adultos y adultas analizan qué datos se necesitarían para poder calcular el volumen de un cilindro y discuten acerca de las unidades de medida que deberán usarse.
- c. Resuelven problemas que involucran el cálculo del volumen de cilindros.

Por ejemplo:

- Efectuar las mediciones necesarias para calcular cuántos litros de agua caben al interior de una manguera de jardín.
- Determinar qué altura debe tener un vaso de forma cilíndrica de 8 cm de diámetro para que en su interior quepa $\frac{1}{4}$ litro de líquido.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

La fórmula para el cálculo del volumen del cilindro se presenta como una generalización de la usada para calcular el volumen de un prisma recto. Esto implica calcular el área de la base del cilindro, que es un círculo. Se combinan así los conocimientos alcanzados en las últimas actividades con los aprendizajes del nivel anterior.

Una vez más conviene llamar la atención al uso de las unidades de medida. Tanto el radio (o el diámetro) como la altura deben estar expresadas en las mismas unidades (metros o centímetros). En caso contrario habrá problemas para establecer en qué unidades queda expresado el resultado.

En el primer problema propuesto, por ejemplo, algunas personas del curso pueden sentirse tentadas a expresar el diámetro de la manguera en centímetros y su longitud en metros. En este mismo problema conviene plantear preguntas como: ¿Podemos considerar que la manguera es un cilindro? ¿Cuál diámetro hay que considerar: el interno o el externo?



Módulo 4

Tratamiento de información

En este módulo se analizará la información que es presentada en diversos medios de difusión y que es de especial interés para los adultos, como folletos de AFP, información de Isapres, encuestas de Sernac, estadística en la prensa, encuestas de candidatos políticos, encuestas de interés, etc.

En este módulo se requiere que los estudiantes adultos y adultas utilicen con soltura sus conocimientos de porcentajes, por ejemplo, en situaciones en que se necesita entender el significado de la información como: “23% de los hogares de una población tiene dos televisores, es decir, 23 de cada 100, lo que es aproximadamente $\frac{1}{4}$ de los hogares”.

El uso de los porcentajes es útil asimismo para la construcción e interpretación de gráficos circulares, pues en ellos se representa una parte relativa del total, expresada muchas veces en términos de porcentaje.

La información en los medios de comunicación es representada habitualmente usando gráficos de diferente tipo. Para realizar una interpretación adecuada de ellos es necesario que los estudiantes adultos y adultas desarrollen su capacidad de comprenderlos y validarlos en función del contexto específico, considerando que proveen herramientas de juicio para reflexionar sobre la información que se les está presentando.

En el módulo se aborda el análisis de la información que es representada en tablas, enfatizando la comprensión de qué es lo que se está representando y del contenido informativo de la tabla.

Se trabaja asimismo la construcción e interpretación de gráficos circulares, que se presentan como especialmente convenientes para representar información relativa a la distribución de un todo en diferentes partes, expresadas en porcentaje, en fracciones o en decimales.

Por último el módulo incorpora conceptos básicos para determinar e interpretar medidas de tendencia en conjuntos de datos estadísticos.

El módulo se estructura en dos unidades:

Unidad 1: Tablas y gráficos.

Unidad 2: Medidas de tendencia central.

Contenidos mínimos del módulo

1. Lectura, construcción e interpretación de tablas y de gráficos circulares que representen situaciones de la vida cotidiana o del ámbito de las Ciencias Naturales y Sociales.
2. Interpretación y uso de medidas de tendencia central (media, moda y mediana) como herramientas para analizar la información contenida en conjuntos de datos.
3. Análisis crítico de información contenida en tablas y gráficos con el propósito de apoyar la toma de decisiones, sacar conclusiones fundadas, sustentar afirmaciones o formular comentarios, juicios y predicciones, respecto a comportamientos de poblaciones o conjuntos de datos.

Aprendizajes esperados

A partir del trabajo en este módulo se espera que los estudiantes adultos y adultas:

- Interpreten la información presentada en tablas, disponible en diferentes fuentes.
- Interpreten y construyan gráficos circulares en que se representa información referida a contextos de interés.
- Analicen críticamente información cuantitativa aparecida en medios de comunicación y formulen juicios o conclusiones basados en dicha información
- Interpreten y determinen medidas de tendencia central que resumen conjuntos de datos referidos a contextos significativos.

Sugerencias de evaluación

A través de las actividades de evaluación debe poder determinarse si ante información que incorpora el uso de tablas, cada estudiante reconoce las variables involucradas, identifica las correspondientes unidades de medida, describe con sus propias palabras la relación que está establecida entre ellas.

Asimismo, es necesario observar la capacidad de cada estudiante para realizar comparaciones entre los datos dados en una tabla y extraer conclusiones basadas en ellos.

Algo similar se puede indicar en relación con el empleo de gráficos circulares.

En temas de interés y que sean significativos para personas adultas, es preciso establecer si han desarrollado la capacidad para interpretar la información contenida en gráficos circulares y para comunicar información utilizando este tipo de gráficos. Si se dispone de computadores, es conveniente emplear programas computacionales que permitan construir gráficos (por ejemplo, las funciones de gráfico en planillas de cálculo).

En la Unidad 2, la evaluación debe contemplar la interpretación de medidas de tendencia central en relación con datos estadísticos relativos a temas de interés. De preferencia, se deben utilizar datos reales provenientes de fuentes confiables. De igual forma, es preciso observar la capacidad de los estudiantes adultos y adultas para utilizar estas medidas de tendencia central con el fin de resumir adecuadamente y comunicar información estadística.

La interpretación de la información contenida en tablas, gráficos o variables estadísticas debe contemplar no sólo la lectura directa de los datos sino también la capacidad para extraer conclusiones y sostener opiniones basadas en la información disponible.

Unidad 1: Tablas y gráficos

Los medios de comunicación recurren con frecuencia al empleo de tablas y gráficos. Por ejemplo, al entregar los resultados de una encuesta de opinión frente a diversos temas de interés social, nacional o internacional, en relación a temas de interés científico o variados aspectos de la vida cotidiana.

Los contextos propuestos para trabajar en esta unidad deberían corresponder a temas que tengan sentido para personas adultas, por lo cual se sugiere que las tablas y gráficos sobre los cuales se realizarán los análisis sean referidos a información real, de diversos temas y ámbitos. Los medios de comunicación escrita, la publicidad y las páginas de Internet son una buena fuente para rescatar datos y tablas que pueden ser usadas en esta Unidad.

El análisis de tablas en general requiere: comprender las variables que están en juego y el tipo de dato representado, realizar lecturas directas de los datos de la tabla, efectuar comparaciones entre los datos de la tabla, y poder describir la información contenida en ellas.

Ya en niveles anteriores los estudiantes adultos y adultas tuvieron oportunidad de trabajar con tablas de valores. Es muy probable, además, que cuenten con múltiples experiencias de empleo de este tipo de organización de información ya sea en su vida diaria o en el campo laboral. En este módulo, el énfasis se ha colocado en una clase especial de tablas: aquellas que tienen más de 2 columnas y representan, por lo tanto, relaciones entre más de 2 variables.

Además de la lectura directa de datos puntuales, esta tabla permite realizar comparaciones y establecer tendencias, observando los valores dados a lo largo de una línea o a lo largo de una columna.

En cuanto a los gráficos, en los niveles anteriores se han discutido los gráficos de barras. En este nivel se agregan los gráficos circulares. Este tipo de gráfico se presta especialmente para representar la distribución de un conjunto o de un todo en fracciones o subgrupos. En la mayor parte de los casos, los datos están dados en términos de porcentaje.

Como se ha dicho más arriba, para la construcción de gráficos circulares que representen una determinada distribución es muy conveniente utilizar programas computacionales. Normalmente, los computadores cuentan con planillas de cálculo, las que incluyen herramientas de graficación. Con su empleo se obtienen gráficos más claros y precisos. Es importante, sin embargo, insistir en que cada estudiante incorpore toda la información necesaria: variables en juego, unidades de medida, fuente de información, etc.

Aprendizajes esperados

Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
<p>Cada estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none">• Interpreta la información presentada en tablas, disponible en diferentes fuentes.	<p>Cada estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none">• Lee información contenida en tablas.• Compara valores e identifica tendencias a partir de una tabla.• Formula conclusiones acerca de las relaciones existentes entre las variables representadas.
<ul style="list-style-type: none">• Interpreta y construye gráficos circulares en que se representa información referida a contextos de interés.	<ul style="list-style-type: none">• Lee información contenida en gráficos circulares.• Compara valores y formula conclusiones acerca de las relaciones existentes entre las variables representadas.
<ul style="list-style-type: none">• Analiza críticamente información cuantitativa aparecida en medios de comunicación y formula juicios o conclusiones basados en dicha información.	<ul style="list-style-type: none">• Compara información cuantitativa dada en tablas o gráficos con juicios emitidos acerca de dichos datos, y extrae conclusiones acerca de si los datos respaldan los juicios emitidos.• Formula conclusiones fundadas a partir de información presentada en tablas o gráficos.

Ejemplos de actividades

Actividad 1

- a. Buscan información que es presentada en tablas en un conjunto de fuentes de información como, diarios, revistas, páginas de Internet, folletos, volantes, etc.

En cada caso, identifican las variables, interpretan y comentan la información contenida en las tablas.

Analizan, por ejemplo, la siguiente tabla:

Porcentaje de personas que viven en hogares con acceso a bienes durables

	1992 %	2002 %
TV blanco/negro	51,0	15,1
TV color	54,4	89,2
Video grabador	19,3	38,4
Equipo alta fidelidad	32,3	69,6
Lavadora	50,2	83,3
Refrigerador	55,8	84,6
Microondas	4,4	31,4
Teléfono celular	1,1	53,8
Teléfono fijo	23,8	53,4
Secadora o centrífuga		45,0
Computador		22,4
Conexión a Internet		11,0

Fuente: INE. Elaborado sobre Censos 1992 y 2002.

Discuten preguntas tales como:

- ¿Qué variables están representadas en esta tabla?
- ¿En qué unidad de medida están dados los valores?
- El primer valor de la segunda columna es 15,1. ¿Qué representa este valor?
- ¿Cuáles de los bienes mencionados están en el hogar de más del 80% de la población?
- ¿Cuál es el que ha experimentado un mayor aumento entre 1992 y 2002?

- ¿Qué conclusiones se podrían extraer de estos datos?
 - Un comentarista afirma que los datos reflejan un aumento del afán consumista de los chilenos. Otro opina, en cambio, que los datos muestran un mejoramiento de la calidad de vida en el período estudiado. ¿Qué opinas tú? Fundamenta tu respuesta.
 - ¿Qué otros aspectos interesantes muestran los datos de la tabla?
- b. Se presenta al curso una información específica (puede ser un artículo de prensa), y se dirige el análisis a describir qué se comunica con la información.

Por ejemplo:

La siguiente encuesta fue publicada por El Mercurio del martes 14 de septiembre del 2004 cuyos datos fueron obtenidos de usuarios de Internet que acceden a la página www.emol.cl

¿Qué prefiere bailar en una fonda?	
25%	Cumbia
52%	Cueca
9%	Rock
5%	Sound
9%	Pop latino
Número de votos:	792
Fecha de inicio:	2/9/2004
Fecha de término:	19/9/2004

Comentan los datos de la tabla. Discuten a partir de preguntas como:

- ¿Qué características podrían tener las personas que respondieron? ¿Se entrega ese dato en esta información?
- Si se hiciera esta encuesta en el curso, ¿se podría esperar que los resultados fueran los mismos?, ¿por qué?

Aplican la misma encuesta en el curso y comparan los resultados con los del periódico.

Discuten sobre el alcance de las conclusiones que se pueden obtener con este tipo de encuestas en función de quiénes la responden.

- c. Discuten colectivamente inferencias a partir de distintas tablas.

Por ejemplo, a partir de una tabla sobre los costos de un determinado producto en distintas tiendas (se obtiene del Sernac), determinar cuál es más conveniente, tanto para una compra a crédito como una al contado.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

En la actualidad el uso de la información es fundamental en el diario vivir, provee de elementos de juicio para formarse una opinión y en algunos casos es fundamental para tomar decisiones.

Es importante que el docente oriente su quehacer, considerando contextos que resulten especialmente significativos para personas adultas y las invite a aportar datos que puedan servir de base para el trabajo en clases.

En el desarrollo de las clases es necesario propiciar que los estudiantes adultos y adultas participen activamente en los análisis de diversas tablas, dejando el espacio para la valoración de la información que se puede efectivamente obtener.

Actividad 2

- a. Recopilan gráficos circulares en diarios, revistas, boletas, periódicos, etc. Luego realizan un análisis de los gráficos recopilados.
- b. Representan información en gráficos circulares que permitan resaltar el contenido que se quiere comunicar.

Por ejemplo, comentan la siguiente información:

“De acuerdo con el Sistema Económico Latinoamericano y del Caribe (SELA), organismo intergubernamental integrado por 26 países de América Latina y el Caribe, entre ellos Chile, el PIB de los ocho países que integran el llamado G8 (Estados Unidos, Canadá, Gran Bretaña, Francia, Alemania, Italia, Japón, Rusia), alcanza al 64% del PIB mundial en tanto que su población sólo llega al 13% de la población mundial”. (www.sela.org/sela/prensa.asp?id=7613&step=3 - 13k).

Construyen un gráfico circular que relacione el PIB del G8 con el PIB del resto del mundo y otro que relacione la población del G8 con la población del resto del mundo.

- c. Comentan acerca de en qué casos es apropiado usar un gráfico de barras y en qué casos es apropiado usar un gráfico circular.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

El gráfico circular permite representar en forma visual, pictórica, la forma en que se distribuye un todo en diferentes partes. En la mayor parte de los casos, la misma información podría representarse también con un gráfico de barras.

A diferencia del gráfico de barras, el gráfico circular es poco apropiado para representar otro tipo de información que no implica una distribución o un reparto. El aumento de la población en el país puede representarse en un gráfico de barras, pero no sería adecuado hacerlo en un gráfico circular.

La elección de los ejemplos es importante. Deben buscarse contextos que tengan significación para personas adultas, ya sea en su vida cotidiana, en su vida laboral o en el tratamiento de contenidos propios de otros subsectores.

Unidad 2: Medidas de tendencia central

En este nivel se aborda la media aritmética o promedio, ya sea a través del cálculo de promedios de notas, del tratamiento del tema en el nivel anterior o de la experiencia laboral.

En esta Unidad se amplía el tratamiento de las medidas de tendencia central como forma de establecer un valor que represente un conjunto de valores.

En análisis matemáticos de datos estadísticos se prefiere usar la media aritmética como la medida de tendencia central más representativa. Pero en muchas situaciones resulta más práctico el uso de la mediana o de la moda que son más fáciles de determinar que la media aritmética.

Como sabemos, la media aritmética se calcula sumando todos los valores y dividiendo el resultado por el número de valores. Si todos los valores son iguales, la media aritmética también tiene ese valor. Si no todos los valores son iguales, la media aritmética es necesariamente mayor que el valor mínimo y menor que el valor máximo.

Para determinar la mediana, se ordenan todos los valores de menor a mayor y se busca el valor que divide al conjunto en dos mitades. De acuerdo con esta definición, la mitad de los valores son iguales o menores que la mediana y la otra mitad de los valores son iguales o mayores que la mediana.

La moda corresponde al valor que se repite con mayor frecuencia.

Aprendizajes esperados

Aprendizajes esperados	Indicadores de evaluación
Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> Interpreta y determina medidas de tendencia central que resumen conjuntos de datos referidos a contextos significativos. 	Cada estudiante: <ul style="list-style-type: none"> Calcula la media aritmética de un conjunto de valores. Interpreta información relativa a la media aritmética, a la mediana y a la moda de un conjunto de valores. Determina la mediana y la moda de un conjunto de valores.

Ejemplos de actividades

Actividad 1

- a. En diferentes medios de comunicación, en materiales de divulgación científica o en el campo laboral, buscan ejemplos de uso del concepto de media o promedio y presentan sus conclusiones al curso.
- b. Indagan en diferentes fuentes acerca del uso de la mediana y de la moda en el procesamiento de información estadística. Comentan los ejemplos encontrados con el resto del curso.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

En esta actividad se introducen los conceptos de media aritmética, mediana y moda. El énfasis debe ponerse en la interpretación que se dé a cada una de estas medidas de tendencia central y en las posibilidades de aplicación en el entorno social y laboral.

Actividad 2

- a. Los estudiantes adultos y adultas forman grupos de trabajo. Cada grupo realiza una encuesta en el curso o en otro conjunto de personas en torno a un tema que considere de interés.

Registran los datos, los ordenan, los analizan y presentan sus conclusiones al resto del curso haciendo uso de tablas de valores y gráficos, y calculando diferentes medidas de tendencia central.

SUGERENCIAS METODOLÓGICAS

En esta actividad se aplican los diferentes contenidos tratados en el módulo.

Es necesario que el profesor o profesora preste atención a aspectos como los siguientes:

- El interés y significatividad del tema elegido.
- El correcto empleo de las herramientas estadísticas (tablas, gráficos, medidas de tendencia central).
- La validez y fundamento de las conclusiones que presenta cada grupo a partir de la información recopilada.

Bibliografía para el nivel

- Block, David y otros. (2000). “Usos de los problemas en la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria”. *En Resolución de problemas en los albores del siglo XXI: una visión internacional desde múltiples perspectivas y niveles educativos*. Editorial Regué, España.
- Corbalán, Fernando. (1995). *La matemática aplicada a la vida cotidiana*. Editorial Graó, Barcelona.
- Gálvez, Grecia; Navarro, Silvia; Riveros, Marta; Zarocco, Pierina. (1998). *Vida, números y formas*. Mineduc.
- INE. (1999). *Estadísticas de Chile en el siglo XX*. Instituto Nacional de Estadísticas.
- INE. (2001). *Compendio estadístico 2001*. Instituto Nacional de Estadísticas.
- Jouette, A. (2000). *El secreto de los números*. Ediciones Robinbook, España.
- Magnus, E.H. (1998). *El diablo de los números*. Ediciones Siruela, España.
- Mineduc. *Programas de estudio de matemáticas*. Nivel Básico 1 y 2.
- Mineduc. *Materiales de apoyo en el área de las matemáticas*. Programa P-900 y Programa Básica Rural.
- Mineduc. “*Trabajar por la palabra 1*”, programa especial de nivelación de educación básica para adultos.
- Nickerson, R.; y otros. (1990). *Enseñar a pensar: aspectos de la aptitud intelectual*. Paidós, Barcelona.
- Parra, Cecilia; Saíz, Irma. (1993). *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Paidós Educador, Buenos Aires.
- Revista UNO. (1997). *La matemática en el entorno*. España.
- Riveros, M.; y otros. (2002). *Resolver problemas matemáticos: una tarea de profesores y estudiantes*. Pontificia Universidad Católica de Chile.

ALGUNOS SITIOS WEB SUGERIDOS

El paraíso de las matemáticas.

<http://matematicas.net>

Sernac-Servicio Nacional del Consumidor. Chile.

<http://www.sernac.cl>

Sernam-Servicio Nacional de la Mujer.

<http://www.sernam.cl>

Centro Comenius.

<http://www.comenius.usach.cl/>

Instituto Nacional de Estadística.

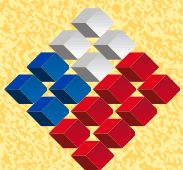
<http://www.ine.cl>

Real Sociedad Matemática Española.

<http://rsme.uned.es>

Centro Nacional de Información y Comunicación Educativa-España.

<http://http://www.cnice.mecd.es/html>



GOBIERNO DE CHILE
MINISTERIO DE EDUCACION