

LA EXIGENCIA  
COGNITIVA EN  
FISICA BASICA.  
UN ANALISIS  
EMPIRICO

F. LOPEZ RUPEREZ  
C. PALACIOS GOMEZ

C·I·D·E·

LA EXIGENCIA  
COGNITIVA EN  
FISICA BASICA.  
UN ANALISIS  
EMPIRICO

F. LOPEZ RUPEREZ  
C. PALACIOS GOMEZ

C·I·D·E·

**LA EXIGENCIA COGNITIVA EN**

**FISICA BASICA.**

**UN ANALISIS EMPIRICO**

**Francisco López Rupérez**  
**Carlos Palacios Gómez**

**Estudio financiado con cargo a la convocatoria de  
ayudas a la investigación del CIDE.**

LOPEZ RUPEREZ, Francisco

LA EXIGENCIA cognitiva en Física Básica: un análisis empírico/  
Francisco López Rupérez, Carlos Palacios Gómez  
Madrid: Centro de Investigación y Documentación Educativa, 1988.

1. Física 2. Desarrollo cognitivo 3. Rendimiento I. Palacios Gómez, Carlos.

© MINISTERIO DE EDUCACION Y CIENCIA

CIDE. Dirección General de Renovación Pedagógica  
Secretaría General de Educación.

EDITA: CENTRO DE PUBLICACIONES - Secretaría General Técnica.  
Ministerio de Educación y Ciencia.

Tirada: 1.000 ej.

Depósito Legal: M-213-1988.

NIPO: 176-87-196-6.

I.S.B.N.: 84-369-1366-3.

Imprime: GRAFICAS JUMA

Plaza Ribadeo, 7-I. 28029 MADRID.

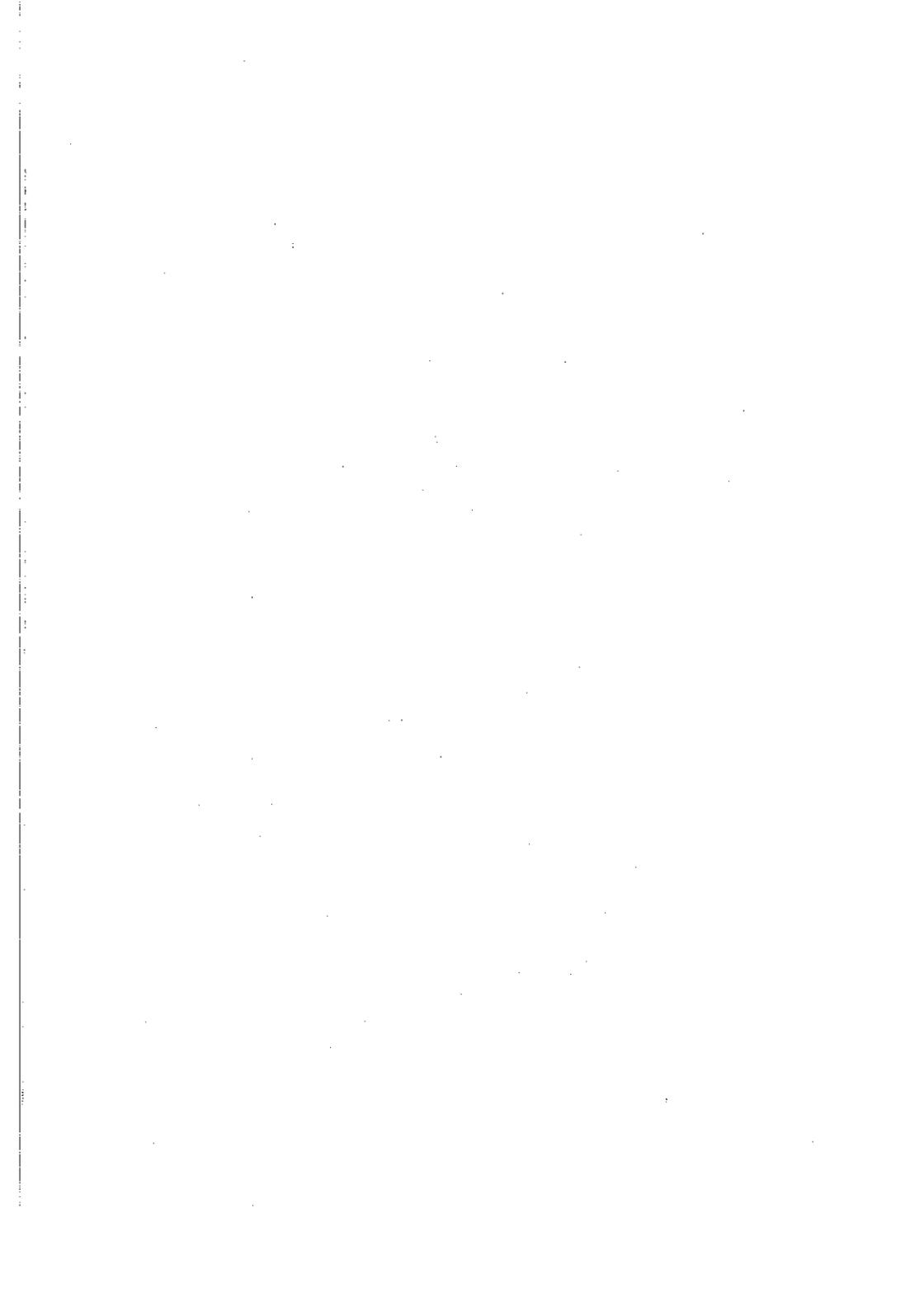
## AGRADECIMIENTOS

*La presente monografía reproduce esencialmente el contenido de la memoria de investigación correspondiente al proyecto de igual título financiado por el M.E.C. dentro del programa de Ayudas a la Investigación Educativa 1985. Desde este apartado preliminar queremos expresar nuestro agradecimiento al C.I.D.E., como institución, por su apoyo tanto material como moral que permitió, primero, resolver algunos de los problemas prácticos que plantea toda investigación y facilita, ahora, la difusión de los resultados al patrocinar su publicación.*

*Queremos igualmente mostrar nuestro reconocimiento a Ricardo Garrote Flores y a Javier Sánchez González por su ayuda en la preparación y codificación de los datos, así como en la elaboración del fichero correspondiente. Isabel Brincones colaboró en la confección de las pruebas de rendimiento en Física (Tests del P.E.I.C.E.) y en su análisis. Dicho trabajo preliminar de construcción de instrumentos de medida fue efectuado a lo largo del curso 1981-1982 en el Seminario de Física y Química del Instituto Experimental-Piloto Cardenal Herrera Oria de Madrid. El I.C.E. de la Universidad Autónoma gestionó la investigación y ha dado siempre todo tipo de facilidades para la utilización del Centro de Cálculo.*

*Nuestra deuda de gratitud alcanza necesariamente a nuestros alumnos del referido Instituto de Bachillerato y, en particular, a la promoción 1981-1985. Es poco probable que en nuestro país un amplio grupo de alumnos haya sido científicamente observado con tanta intensidad como lo fueron ellos. En ésta y en otras investigaciones constituyeron para nosotros mucho más que la muestra empleada.*

*Francisco López Rupérez  
Carlos Palacios Gómez*



## INDICE DE CONTENIDOS

<b>1. Introducción</b> .....	7
<b>2. Clasificación de Items de Rendimiento según su Exigencia Cognitiva</b> .....	11
2.1.—Generalidades .....	11
2.2.—Instrumentos y variables .....	11
2.2.1.—El test de Longeot .....	12
2.2.2.—Los tests del PEICE .....	12
2.2.3.—Variables analizadas .....	12
2.3.—Muestra .....	13
2.4.—Técnicas de análisis .....	14
2.5.—Criterios de clasificación .....	15
2.5.1.—De los sujetos .....	15
2.5.2.—De los ítems .....	17
a) Criterio de discriminación .....	17
b) Criterio de suficiencia .....	17
2.6.—Resultados .....	18
2.6.1.—Distribución de los sujetos por niveles cognitivos .....	18
2.6.2.—Distribución de los ítems por categorías cognitivas .....	19
2.6.3.—Los resultados de otras investigaciones .....	34
<b>3. La Adecuación de los Contenidos y de las Operaciones</b> .....	41
3.1.—Evolución intelectual y fracaso escolar .....	41
3.2.—Objetivos de instrucción .....	49
3.2.1.—Movimiento .....	49
3.2.2.—Fuerza, masa y movimiento .....	50
3.2.3.—Masa e interacción gravitatoria .....	51

3.2.4.—Carga e interacción eléctrica ... ..	52
3.2.5.—Interacción entre cargas en movimiento ...	53
3.3.—La adecuación de los contenidos ... ..	53
3.3.1.—Movimiento ... ..	54
3.3.2.—Fuerza, masa y movimiento ... ..	56
3.3.3.—Masa e interacción gravitatoria ... ..	58
3.3.4.—Carga e interacción eléctrica ... ..	60
3.3.5.—Interacción entre cargas en movimiento ...	62
3.4.—Una taxonomía para las operaciones implicadas en la contestación a los items ... ..	64
3.5.—La adecuación de las operaciones ... ..	67
3.5.1.—Manejo de relaciones complejas y de orden superior ... ..	67
3.5.2.—Razonamiento proporcional ... ..	70
3.5.3.—Interpretación de gráficas ... ..	74
3.5.4.—Comprensión de conceptos, fenómenos o relaciones complejas ... ..	77
3.5.5.—Manejo de relaciones sencillas ... ..	78
3.5.6.—Comprensión de conceptos, fenómenos o relaciones sencillos ... ..	78
3.5.7.—Simple recuerdo ... ..	78
3.5.8.—La cuestión del formato ... ..	78
3.6.—Algunas reflexiones finales sobre el problema de la adecuación ... ..	80
<b>4. Algunas Conclusiones</b> ... ..	<b>85</b>
4.1.—Lo esencial de nuestros resultados ... ..	85
4.2.—Algunas recomendaciones prácticas ... ..	85
<b>5. Referencias</b> ... ..	<b>91</b>
<b>6. Anexos</b> ... ..	<b>97</b>
Anexo 1. Los tests del P.E.I.C.E. ... ..	99
Anexo 2. El test de Longeot ... ..	141

El impacto del Paradigma Piagetiano en la Enseñanza de las Ciencias<sup>1,4</sup> ha llevado, cuando menos, a una sensibilización entre los especialistas en Educación Científica y los expertos en diseño curricular hacia las limitaciones con las que se encuentran los alumnos a la hora de seguir con éxito un curso de ciencias. La adecuación curricular, en tanto que adaptación de los contenidos y de los procesos científicos al estadio de desarrollo cognitivo del alumno medio, parece entonces una exigencia de la aplicación de la teoría de Piaget al mundo del aula.

Investigaciones realizadas, fundamentalmente en la última década<sup>5,6</sup>, han puesto de manifiesto reiteradamente la importancia del nivel de desarrollo cognitivo en el aprendizaje de las Ciencias y consiguientemente en sus resultados. Por encima de las críticas que puedan haberse formulado sobre la teoría de Piaget en relación con la evolución cognitiva del ser humano, sus aspectos esenciales han permitido definir un marco adecuado a la investigación sobre los problemas del desarrollo del currículum.

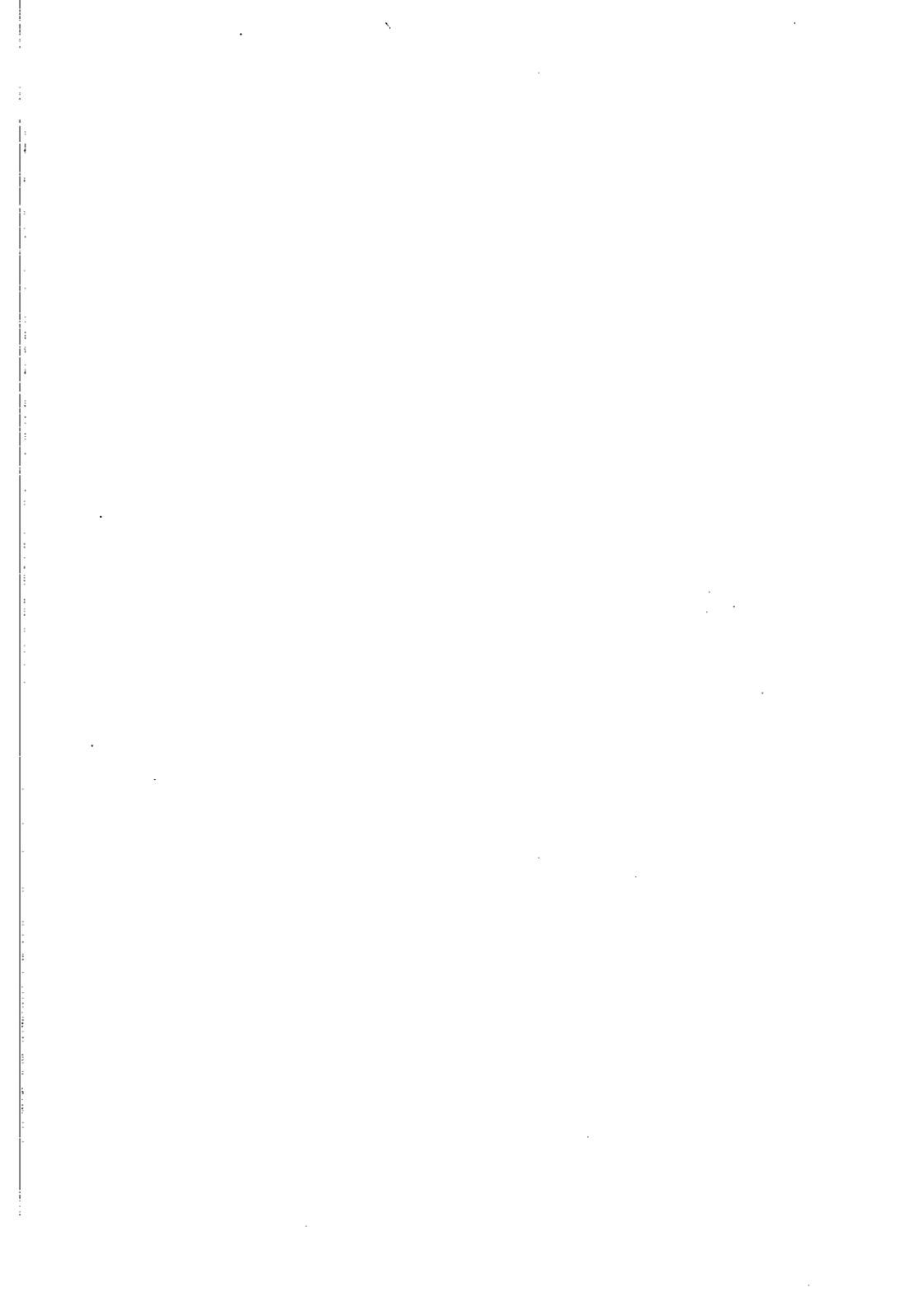
Proyectos de enseñanza de las Ciencias tan prestigiosos como el británico Nuffield o el americano PSSC, al poner el acento en la calidad de la formación científica, han ignorado los problemas de la posibilidad de una inadecuación entre el contenido de los currículos y el estadio cognitivo del alumno medio al que van dirigidos. Así, por ejemplo, estudios realizados por M. Shayer y un grupo de investigadores del Center for Science Education del Chelsea College (Londres) han puesto en evidencia, particularmente para el proyecto Nuffield, cómo con demasiada frecuencia el nivel de exigencia cognitiva de diferentes ítems estaba por encima de las posibilidades del alumno medio, medidas mediante tests piagetianos<sup>7,8</sup>. Ya en nuestro país, un estudio preliminar sobre la demanda cognitiva de algunos libros de texto de Física y Química

de segundo de BUP realizado por I. Aguirre de Cárcer<sup>9</sup> ha señalado indicios de inadecuación.

En este contexto hemos efectuado con anterioridad un análisis sistemático de la influencia de diferentes variables psicológicas en el rendimiento en Física en el nivel de segundo de BUP<sup>10,11</sup> así como un estudio longitudinal de evolución cognitiva en el intervalo 14–17 años, correspondiente al actual Bachillerato<sup>12</sup> (XIII Plan Nacional de Investigación Educativa). Tras un análisis previo<sup>13</sup> de carácter empírico del nivel de exigencia cognitiva de diferentes aspectos de los llamados procesos de la ciencia<sup>14</sup>, la presente investigación, dirigida esencialmente a determinar la demanda cognitiva de contenidos científicos, completa una serie de trabajos cuyo objetivo global era mejorar la caracterización de sujetos, contenidos y procesos, en el marco de la teoría de Piaget, con la intención de contribuir, desde la investigación básica, al diseño de los currícula de Ciencias para la nueva Enseñanza Secundaria.

La parte fundamental del trabajo de investigación y de sus resultados se muestra en la presente Memoria, que incluye, junto con esta introducción, otros tres capítulos. En el capítulo segundo se presentan los procedimientos y los resultados de la clasificación de ítems de rendimiento según su exigencia cognitiva. Además de una descripción de los aspectos metodológicos de la investigación, se incluye en él el producto correspondiente a un primer nivel de elaboración de los resultados, que sirve de base para abordar en el siguiente capítulo el problema de la adecuación desde una perspectiva fundamentalmente empírica. La adecuación, tanto de los contenidos como de las operaciones, es analizada sobre un segundo nivel de tratamiento de los resultados empíricos. Junto a ello, se presentan ciertos análisis sobre la posibilidad de predecir la evolución del fracaso en Física y Química de la población escolar de Bachillerato, en su conjunto, desde el marco Piagetiano. Algunas reflexiones sobre el problema de la adecuación curricular son, asimismo, recogidas en este capítulo. El capítulo cuarto constituye esencialmente un apartado de resumen y conclusiones. Finalmente, los Anexos II y I recogen los enunciados de las pruebas piagetianas y de rendimiento en Física, respectivamente, empleadas como instrumentos de medida.

Como en la mayor parte de nuestras investigaciones anteriores en Didáctica de las Ciencias, con el presente trabajo hemos pretendido dirigir una vez más nuestra atención a ese espacio intermedio comprendido entre el nivel alto de la teoría y el nivel bajo, desde un punto de vista epistemológico, del trabajo en el aula. La coherencia de los resultados obtenidos, al moverse dentro del marco teórico de referencia, constituye en sí misma un elemento de validación del modelo, pero el propósito inicial de nuestra investigación hace que nos podamos sentir realmente satisfechos de los resultados del presente trabajo si resultan de alguna utilidad para mejorar en nuestro país las condiciones y el producto del proceso Enseñanza—Aprendizaje para las disciplinas científicas, en general, y para la Física, en particular.



## CLASIFICACION DE ITEMS DE RENDIMIENTO SEGUN SU EXIGENCIA COGNITIVA

2

### 2.1.—GENERALIDADES.

La determinación del nivel de exigencia cognitiva de un ítem académico y, subsidiariamente, del objetivo a cuya medida el ítem está dirigido puede efectuarse por procedimientos cuantitativos analizando el comportamiento de la muestra elegida y su distribución por niveles piagetianos de desarrollo cognitivo respecto del acierto o del error en ese ítem genérico. Siguiendo a Shayer et al.<sup>4</sup>, es posible considerar como medida del nivel de exigencia cognitiva de un ítem el nivel piagetiano *IIB*, *IIIA*, etc..., al que el porcentaje de alumnos, en ese nivel, que contestan correctamente dicho ítem se hace apreciable. Por tanto, la clasificación de la muestra en niveles de desarrollo cognitivo constituye una operación preliminar.

Cabe remarcar el hecho de que los ítems, cuya exigencia cognitiva se pretende analizar, hacen referencia a unos contenidos de instrucción definidos de modo que los resultados que se obtengan estarán, en cierta medida, condicionados por el tipo de instrucción recibida, que en el caso que nos ocupa ha sido claramente definida en los materiales y en la metodología del P.E.I.C.E.<sup>15,16</sup>.

### 2.2.—INSTRUMENTOS Y VARIABLES.

La determinación del nivel de exigencia cognitiva de diferentes ítems de Física se ha efectuado sobre la base proporcionada por los resultados de dos conjuntos de pruebas, el test de Longeot y los tests del P.E.I.C.E..

### 2.2.1. El test de Longeot.

Es una prueba piagetiana de lápiz y papel, que mide cuatro aspectos característicos del pensamiento formal: *inclusión de clase, lógica de proposiciones, razonamiento combinatorio y razonamiento probabilístico*. Constituye un elemento de clasificación adecuado para el tramo de edad considerado en el presente trabajo, habiendo sido analizada su validez con anterioridad por diferentes investigadores<sup>17-19</sup>. Construido por Longeot originalmente en francés<sup>20,21</sup> y traducido por Shehan al inglés<sup>22</sup>, ha sido traducido al español por Aguirre de Cárcer<sup>23</sup>, siendo tal versión la empleada por nosotros en esta investigación, un ejemplar de la cual se adjunta en el ANEXO II.

### 2.2.2. Los tests del P.E.I.C.E.

Constituyen una batería formada por cinco pruebas de 25 items de opción múltiple cada una de ellas, referidas a otras tantas unidades de contenido (*movimiento; fuerza, masa y movimiento; masa e interacción gravitatoria; carga e interacción electrostática; interacción entre cargas en movimiento*), que cubren una muestra representativa de objetivos para un curso de Física Básica de nivel equivalente al actual segundo de BUP. Tales pruebas fueron previamente analizadas<sup>24</sup> y utilizadas, en su momento, en la evaluación del Proyecto de Enseñanza Individualizada de Ciencias Experimentales (P.E.I.C.E.)<sup>16,25</sup>

Para su utilización en la presente investigación han sido ordenados correlativamente del 1 al 125. Sus enunciados respectivos se muestran en el ANEXO I de esta Memoria.

### 2.2.3. Variables analizadas.

Esencialmente, tres tipos de variables han sido analizados en la presente investigación:

- $TL_{ij}$  con  $i = 1, 2$  y  $j = 1, 2, 3, 4$ . Estas variables corresponden a las puntuaciones brutas obtenidas por cada sujeto en cada una de las pruebas de que está compuesto el test de Longeot. El subíndice  $i$  hace referencia al momento inicial (1) o final (2) del curso en el que se pasó el test y el  $j$  indica el subtest correspondiente (Anagramas (1), Combinatoria (2), Lógica de Proposiciones (3) y Probabilidades (4)).
- $NIVC_i$  con  $i = 1, 2$ . Es una variable nominal que toma los valores 1, 2 y 3 y corresponde al nivel de desarrollo cognitivo del alumno en el momento inicial ( $i = 1$ ) o final ( $i = 2$ ). El valor  $NIVC_i = 1$  se corresponde con el estadio concreto, el 2, con el de transición y el 3, con el formal avanzado. La definición de los niveles se ha efectuado de acuerdo con criterios inspirados en las orientaciones dadas por Longeot para la clasificación de los sujetos, empleando los subtests independientemente considerados (ver apartado 2. 5).
- $I_j$  con  $j = 1 \dots 125$ . Es un conjunto de variables dicotómicas que toman los valores 0 ó 1 y corresponden a cada uno de los 125 ítems de opción múltiple de los tests de Física Básica del P.E.I.C.E. El valor 0 equivale a respuesta errónea del ítem y el valor 1 equivale a respuesta correcta, para un sujeto genérico de la muestra considerada.

### 2.3.-MUESTRA.

La muestra inicial estuvo compuesta por 223 alumnos (114 alumnos y 109 alumnas) de segundo de BUP del curso 1982-83 del I.B. Experimental Piloto "Cardenal Herrera Oria" de Madrid. Las restricciones derivadas de la ausencia de algunos datos para ciertos sujetos redujeron la anterior cifra a un número algo inferior, que es presentado junto con los resultados en el apartado correspondiente. Conviene, no obstante, remarcar que, dado que disponíamos de dos medidas, inicial y final, del nivel de desarrollo cognitivo de la muestra, los datos de las dos primeras pruebas del P.E.I.C.E. fueron cruzados con los correspondientes al test de Longeot inicial y los de las tres últimas fueron cruzados con

los del test de Longeot final; esa es la razón por la que la extensión de la muestra varía ligeramente de unos casos a otros.

En lo que concierne al estatus socioeconómico de la muestra, éste puede calificarse de medio/medio alto, tal y como ha sido descrito en estudios previos realizados por nosotros y ya publicados<sup>10</sup>

## 2.4.—TECNICAS DE ANALISIS.

El análisis de los datos ha sido efectuado empleando el paquete de programas SPSS disponible en un ordenador Digital VAX 11/780 del Centro de Cálculo de la Universidad Autónoma de Madrid. Se ha utilizado fundamentalmente el subprograma CROSSTABS con las opciones y estadísticos apropiados a nuestra situación de análisis, así como un conjunto amplio de instrucciones de transformación de variables, particularmente para traducir operacionalmente los criterios de clasificación en niveles cognitivos previamente adoptados.

El subprograma CROSSTABS permite ejecutar el procedimiento estadístico conocido como tabulación cruzada o de contingencia (crosstabulation)<sup>26</sup>. El análisis de las tablas de contingencia es facilitado por diferentes tests de significación estadística, así como por distintas medidas de asociación nominal y ordinal<sup>27</sup>. En nuestro caso, las dos variables implicadas en los CROSSTABS son nominales y no de intervalo, aun cuando por razones de operatividad, sus valores están expresados en forma numérica. Por tal motivo hemos elegido como test de significación estadística el test del  $\chi^2$ , que es adecuado al tipo de variables consideradas y nos proporciona una indicación fiable de si las variables son estadísticamente independientes o están relacionadas significativamente una con respecto a la otra.

## 2.5.—CRITERIOS DE CLASIFICACION

### 2.5.1. De los sujetos.

La clasificación directa de los sujetos según su nivel de desarrollo cognitivo, utilizando el test de Longeot junto con los criterios del autor del test<sup>28</sup> como instrumentos, sólo es posible cuando se consideran por separado cada una de las cuatro pruebas o subtests de las que consta el test global. La tabla I reproduce los criterios de clasificación dados por Longeot para cada una de las pruebas. En ella se advierte cómo las categorías no son homogéneas y sobre todo, se hecha a faltar, desde un punto de vista práctico, la existencia de criterios que permitan la clasificación del sujeto, tomando en consideración los resultados del test en su conjunto y no los de cada una de las partes aisladamente consideradas.

TABLA I

*Criterios de clasificación por subtest propuestos por Longeot.*

TL1 ANAGRAMAS	TL3 LOGICA DE PROPOSICIONES
0-2 no formal	0-5 II
3 formal A	6-8 III-A
4-5 formal B	9-10 III-B
TL2 COMBINATORIA	TL4 PROBABILIDADES
0-3 concreto—transición	0-3 concreto
4-5 III-A	4-5 transición
6-7 III-B	6-etc formal

En trabajos anteriores<sup>12</sup> hemos empleado unos criterios de clasificación global inspirados en los criterios parciales de Longeot y admitiendo un cierto margen de tolerancia respecto de la actuación del sujeto de un nivel dado, a la hora de contestar items propios de su nivel. Tales criterios nos permitieron efectuar una clasificación de los sujetos en tres categorías: concretos, en transición y formales (consolidados).

En la presente investigación hemos seguido esos mismos criterios. Aun cuando reconocemos el carácter grueso de la clasificación resultante, el test de Longeot por sí mismo no permite una clasificación más fina. Algunos intentos de clasificaciones plausibles en cuatro categorías (2B, 2B/3A, 3A y 3B) fueron ensayados con el auxilio de programas SPSS elaborados al efecto; sin embargo, nuestra impresión final era de una cierta artificialidad al pretender obtener resultados más finos de los que el instrumento empleado por sí mismo permitía.

Por tal motivo, en nuestro trabajo:

- Un sujeto es considerado como *formal* (formal consolidado), *F*, cuando actúa como tal (III B) en, al menos, tres de las cuatro pruebas del test de Longeot (ver tabla I).
- Un sujeto es considerado como *concreto*, *C*, cuando actúa como tal en, al menos, tres de las cuatro pruebas de dicho test (ver tabla I).
- Un sujeto es considerado como en *transición*, *T*, cuando no puede ser incluido en ninguna de las anteriores categorías.

El criterio de clasificación de un sujeto en transición engloba, de hecho, a aquéllos que se encuentran en un estadio formal incipiente (3A), de modo que únicamente los sujetos formales avanzados son considerados como formales propiamente dichos. Es ésta una consideración previa imprescindible a la hora de comparar nuestros resultados con otros de la literatura.

### 2.5.2. De los ítems.

La clasificación de un ítem de Física, de acuerdo con su nivel de exigencia cognitiva, se ha efectuado tomando como clases esencialmente las categorías *C*, *T*, *F*, facilitadas para la clasificación de los sujetos. Dos criterios han sido considerados para asignar un ítem a una categoría determinada: uno de discriminación y otro de suficiencia.

#### a) Criterio de discriminación.

Para que un ítem pueda ser adscrito a un nivel cognitivo dado es imprescindible, en términos generales, que discrimine entre los sujetos que están en ese nivel (o en niveles superiores) y el resto. Dicho principio de análisis, postulado con anterioridad por Shayer et al.<sup>4</sup>, ha sido expresado en nuestro estudio en forma operacional mediante dos condiciones:

- i) Distribución porcentual por niveles cognitivos creciente (o, a lo más, no decreciente).
- ii) Test del  $\chi^2$  estadísticamente significativo; esta condición refleja matemáticamente la exigencia de una conexión efectiva entre el nivel cognitivo y el hecho de que el alumno conteste el ítem correctamente. Parece evidente que sólo los ítems para los cuales se demuestre que el nivel de desarrollo cognitivo está influyendo significativamente en el índice de aciertos deberán ser tomados en consideración. Una excepción a dicha exigencia ha sido hecha para aquéllos ítems que por su baja exigencia cognitiva saturan, en términos prácticos, las categorías superiores, alcanzando porcentajes de éxito del orden del 80%. El resto de los ítems ha sido ignorado en nuestro estudio.

#### b) Criterio de suficiencia.

Hace referencia al umbral de porcentaje de éxito al que se considera aceptable el rendimiento de la submuestra, correspondiente a un nivel cognitivo dado para un ítem genérico. Al igual que en investigaciones anteriores<sup>13</sup>, hemos considerado como su-

ficiente el nivel de los  $2/3$ . Así, un ítem de Física que, satisfaciendo el criterio de discriminación anteriormente expuesto, presente una categoría cognitiva para la cual el índice de aciertos es del  $66\%$  será adscrito a dicha categoría. Cuando el nivel del  $66\%$  corresponda a un valor intermedio comprendido entre los índices de aciertos de dos categorías sucesivas, se procederá efectuando una interpolación grosera.

Aquellos ítems que, satisfaciendo el criterio de discriminación, no satisfagan el de suficiencia, debido a que el índice de aciertos correspondiente a la categoría  $F$  sea inferior al  $66\%$ , serán notados como  $F\uparrow$  y considerados como los de más alta exigencia cognitiva. De un modo análogo se han matizado los ítems de transición en la forma  $T\downarrow$  y  $T\uparrow$  según que el nivel interpolado del  $66\%$  estuviera apreciablemente desplazado hacia el extremo inferior o superior, respectivamente, del intervalo  $T$ . Probablemente los ítems  $T\uparrow$  puedan ser asimilados al estadio 3A.

## 2.6.—RESULTADOS.

### 2.6.1. Distribución de los sujetos por niveles cognitivos.

La tabla II muestra el resultado de aplicar los criterios de clasificación descritos en el apartado 2.5.1 a la muestra investigada. La distinción entre los valores inicial y final hace referencia a los resultados obtenidos empleando los datos iniciales del test de Longeot ( $TL1$ ) o los finales ( $TL2$ ) para el curso académico en el que se efectuó el correspondiente trabajo de campo. Su justificación se apoya en el hecho de que las pruebas de Física fueron pasadas en meses sucesivos entre enero y junio; de ahí que los resultados en las dos primeras se hayan cruzado con los de  $TL1$  y los de las tres últimas con  $TL2$ .

En dicha tabla se han desglosado los datos por pruebas; el hecho de que la extensión de la muestra efectiva dependa, en cada caso, del cruce de datos  $TL_i \times I_j$  y por tanto, del número de sujetos de los que se tenga ambas referencias —el cual puede variar de una prueba a otra— explica las diferencias que aparecen en las distintas extensiones. No vamos a hacer aquí ningún comen-

tario sobre la evolución de la distribución por niveles cognitivos con el tiempo, toda vez que tal análisis fue objeto de un estudio longitudinal previo ya publicado<sup>12</sup>. Tales datos serán empleados en la discusión planteada en apartados posteriores.

TABLA II

*Distribución de alumnos por niveles cognitivos sobre la base de los resultados del test de Longeot (inicial y final). La referencia a cada una de las pruebas de rendimiento quiere indicar, en cada caso, la descripción de la muestra efectiva.*

		C	T	F	TOTALES	
		CONCRETO	TRANSICION	FORMAL		
TL I N I C I A L	PRUEBA PRIMERA	n	17	99	52	169
	I11 - I25	0/0	10.1	58.9	31.0	100.0
	PRUEBA SEGUNDA	n	17	107	63	187
	I26 - I50	0/0	9.1	57.2	33.7	100.0
TL F I N A L	PRUEBA TERCERA	n	5	140	62	207
	I51 - I75	0/0	2.4	67.6	30.0	100.0
	PRUEBA CUARTA	n	5	138	63	206
	I76 - I100	0/0	2.4	67.0	30.6	100.0
	PRUEBA QUINTA	n	5	139	62	206
	I101 - I125	0/0	2.4	67.5	30.1	100.0

### 2.6.2. Distribución de los ítems por categorías cognitivas.

Las tablas III-VII resumen los resultados obtenidos en los diferentes CROSSTABS que son más relevantes para nuestra investigación. La distribución absoluta y porcentual de los alumnos que para cada nivel de desarrollo cognitivo responden correctamente un ítem dado aparece reflejada en la primera parte de cada tabla; a continuación se muestra el valor del nivel de significación  $p$  obte-

nido en el test de  $\chi^2$  y finalmente, el tipo, o categoría cognitiva, que resulta de aplicar los criterios expuestos en el apartado 2.5.2. Para hacer efectivo el criterio de discriminación hemos fijado el umbral de  $p$  en 0.05 como es habitual, admitiendo un margen de tolerancia de 0.01. Sólo los ítems tipificados con arreglo a los criterios anteriormente expuestos han sido considerados en nuestro estudio posterior.

## TABLAS III-VII

*Datos correspondientes a porcentajes de sujetos de cada nivel cognitivo que aciertan un ítem dado. Las cifras entre paréntesis indican los correspondientes números de sujetos. La columna  $\chi^2$  recoge los valores de significación de dicho test estadístico, obtenidos de la tabla de contingencia ACIERTO/ERROR X NIVEL COGNITIVO. En la columna TIPO se recoge el resultado de la clasificación de cada ítem, según su exigencia cognitiva, cuando se aplican los criterios de discriminación y de suficiencia descritos en el texto.*

TABLA III

PRUEBA 1ª ITEM N°	NIVEL COGNITIVO			$\chi^2$ p	TIPO	
	C	T	F			
1	(9)	(57)	(37)	0.20		
	52.9	57.6	71.2			
2	(8)	(41)	(28)	0.34		
	47.1	41.4	53.8			
3	(11)	(76)	(42)	0.40		C
	64.7	76.8	80.8			
4	(10)	(56)	(36)	0.39		
	58.8	56.6	67.9			
5	(7)	(71)	(38)	0.04	T↓	
	41.2	71.7	71.7			
6	(11)	(79)	(39)	0.34		
	64.7	79.8	73.6			
7	(4)	(45)	(35)	0.00	F	
	23.5	45.5	66.0			

TABLA III (cont.)

PRUEBA 1 <sup>a</sup> ITEM N <sup>o</sup>	NIVEL COGNITIVO			$\chi^2$ P	TIPO
	C	T	F		
8	(8) 47.1	(36) 36.4	(32) 60.4	0.02	
9	(6) 35.3	(24) 24.2	(22) 41.5	0.08	
10	(0) 0.0	(4) 4.0	(5) 9.4	0.22	
11	(10) 58.8	(64) 64.6	(41) 77.4	0.20	
12	(10) 58.8	(79) 79.8	(48) 90.6	0.01	T↓
13	(13) 76.5	(71) 71.7	(44) 83.0	0.30	
14	(3) 17.6	(39) 39.4	(28) 52.8	0.03	F
15	(11) 64.7	(72) 72.7	(42) 79.2	0.45	
16	(9) 52.9	(48) 48.5	(36) 67.9	0.07	
17	(7) 41.2	(60) 60.6	(44) 83.0	0.00	T↑
18	(3) 17.6	(27) 27.3	(22) 41.5	0.09	
19	(6) 35.3	(53) 53.5	(36) 67.9	0.04	F
20	(6) 35.3	(38) 38.4	(27) 50.9	0.27	
21	(10) 58.8	(47) 47.5	(34) 64.2	0.13	

TABLA III (cont.)

PRUEBA 1 <sup>a</sup> ITEM N <sup>o</sup>	NIVEL COGNITIVO			$\chi^2$ p	TIPO
	C	T	F		
22	(5) 29.4	(58) 58.6	(38) 71.7	0.01	T†
23	(6) 35.3	(46) 46.5	(29) 54.7	0.34	
24	(4) 23.5	(38) 38.4	(30) 56.5	0.02	F
25	(7) 41.2	(55) 55.6	(38) 71.7	0.04	F

TABLA IV

PRUEBA 2 <sup>a</sup> ITEM N <sup>o</sup>	NIVEL COGNITIVO			$\chi^2$ p	TIPO
	C	T	F		
26	(12) 70.6	(84) 78.5	(51) 81.0	0.65	C
27	(15) 88.2	(86) 80.4	(51) 81.0	0.74	C
28	(5) 29.4	(55) 51.4	(36) 57.1	0.13	
29	(13) 76.5	(83) 77.6	(53) 84.1	0.56	C
30	(6) 35.3	(61) 57.0	(44) 69.8	0.03	F
31	(12) 70.6	(97) 90.7	(56) 88.9	0.06	C

TABLA IV (cont.)

PRUEBA 2 <sup>a</sup> ITEM N <sup>o</sup>	NIVEL COGNITIVO			$\chi^2$ P	TIPO
	C	T	F		
32	(6) 35.3	(49) 45.8	(35) 55.6	0.25	
33	(6) 35.3	(43) 40.2	(37) 58.7	0.04	F
34	(9) 52.9	(36) 33.6	(26) 41.3	0.25	
35	(12) 70.6	(71) 66.4	(41) 65.1	0.91	
36	(9) 52.9	(69) 64.5	(46) 73.0	0.25	
37	(8) 47.1	(55) 51.4	(41) 65.1	0.17	
38	(5) 29.4	(40) 37.4	(32) 50.8	0.13	
39	(3) 17.6	(35) 32.7	(27) 42.9	0.12	
40	(2) 11.8	(27) 25.2	(15) 23.8	0.48	
41	(10) 58.8	(61) 57.0	(35) 55.6	0.97	
42	(9) 52.9	(64) 59.8	(39) 61.9	0.80	
43	(6) 35.3	(59) 55.1	(31) 49.2	0.29	
44	(9) 52.9	(86) 80.4	(50) 79.4	0.04	T↓
45	(9) 52.9	(55) 51.4	(42) 66.7	0.14	

TABLA IV (cont.)

PRUEBA 2 <sup>a</sup> ITEM N <sup>o</sup>	NIVEL COGNITIVO			$\chi^2$ P	TIPO
	C	T	F		
46	(13) 76.5	(69) 64.5	(42) 66.7	0.62	
47	(8) 47.1	(58) 54.2	(37) 58.7	0.67	
48	(6) 35.3	(57) 53.3	(35) 55.6	0.32	
49	(7) 41.2	(32) 29.9	(29) 46.0	0.10	
50	(8) 47.1	(58) 54.2	(38) 60.3	0.56	

TABLA V

PRUEBA 3 <sup>a</sup> ITEM N <sup>o</sup>	NIVEL COGNITIVO			$\chi^2$ P	TIPO
	C	T	F		
51	(4) 80.0	(85) 60.7	(48) 77.4	0.06	
52	(4) 80.0	(101) 72.1	(45) 72.6	0.93	
53	(1) 20.0	(55) 39.3	(30) 48.4	0.29	
54	(2) 40.0	(66) 47.1	(39) 62.9	0.10	
55	(4) 80.0	(85) 60.7	(38) 61.3	0.68	

TABLA V (cont.)

PRUEBA 3 <sup>a</sup> ITEM N <sup>o</sup>	NIVEL COGNITIVO			$\chi^2$ p	TIPO
	C	T	F		
56	(1) 20.0	(40) 28.6	(26) 41.9	0.14	
57	(1) 20.0	(40) 28.6	(30) 48.4	0.02	F↑
58	(4) 80.0	(77) 55.0	(39) 62.9	0.35	
59	(2) 40.0	(82) 58.6	(36) 58.1	0.71	
60	(2) 40.0	(68) 48.6	(45) 72.6	0.01	F
61	(3) 60.0	(111) 79.3	(57) 91.9	0.04	C
62	(1) 20.0	(70) 50.0	(40) 64.5	0.05	F
63	(0) 0.0	(86) 61.4	(36) 58.1	0.02	
64	(3) 60.0	(89) 63.6	(46) 74.2	0.32	
65	(3) 60.0	(53) 37.9	(32) 51.6	0.14	
66	(4) 80.0	(81) 57.9	(41) 66.1	0.36	
67	(3) 60.0	(67) 47.9	(39) 62.9	0.13	
68	(4) 80.0	(96) 68.6	(49) 79.0	0.29	
69	(1) 20.0	(58) 41.4	(35) 56.5	0.06	F↑

TABLA V (cont.)

PRUEBA 3 <sup>a</sup> ITEM N <sup>o</sup>	NIVEL COGNITIVO			$\chi^2$ p	TIPO
	C	T	F		
70	(2) 40.0	(84) 60.0	(47) 75.8	0.05	T <sup>†</sup>
71	(2) 40.0	(79) 56.4	(34) 54.8	0.76	
72	(2) 40.0	(78) 55.7	(42) 67.7	0.19	
73	(4) 80.0	(54) 38.6	(25) 40.3	0.18	
74	(1) 20.0	(61) 43.6	(28) 45.2	0.55	
75	(4) 80.0	(119) 85.0	(52) 83.9	0.94	C

TABLA VI

PRUEBA 4 <sup>a</sup> ITEM N <sup>o</sup>	NIVEL COGNITIVO			$\chi^2$ p	TIPO
	C	T	F		
76	(5) 100.0	(118) 25.5	(58) 92.1	0.29	C
77	(0) 0.0	(91) 65.9	(45) 71.4	0.01	T
78	(1) 20.0	(37) 26.8	(25) 39.7	0.16	
79	(2) 40.0	(92) 66.7	(39) 61.9	0.41	

TABLA VI (cont.)

PRUEBA 4 <sup>a</sup> ITEM N <sup>o</sup>	NIVEL COGNITIVO			$\chi^2$ p	TIPO
	C	T	F		
80	(5) 100.0	(113) 81.9	(61) 96.8	0.01	C
81	(1) 20.0	(69) 50.0	(43) 68.3	0.02	F
82	(1) 20.0	(88) 63.8	(47) 74.6	0.03	T↑
83	(3) 60.0	(87) 63.0	(52) 82.5	0.02	T
84	(2) 40.0	(91) 65.9	(47) 74.6	0.19	
85	(1) 20.0	(58) 42.0	(36) 57.1	0.06	F↑
86	(0) 0.0	(32) 23.2	(22) 34.9	0.09	
87	(2) 40.0	(97) 70.3	(54) 85.7	0.01	T
88	(3) 60.0	(83) 60.1	(48) 76.2	0.08	
89	(0) 0.0	(32) 23.2	(23) 36.5	0.06	F↑
90	(1) 20.0	(35) 25.4	(15) 23.8	0.94	
91	(3) 60.0	(49) 35.8	(24) 38.1	0.53	
92	(2) 40.0	(39) 28.3	(28) 44.4	0.07	
93	(3) 60.0	(71) 51.4	(35) 55.6	0.82	

TABLA VI (cont.)

PRUEBA 4 <sup>a</sup> ITEM N <sup>o</sup>	NIVEL COGNITIVO			$\chi^2$ P	TIPO
	C	T	F		
94	(3) 60.0	(71) 51.4	(42) 66.7	0.13	T↓
95	(1) 20.0	(24) 17.4	(13) 20.6	0.86	
96	(1) 20.0	(101) 73.2	(56) 88.9	0.00	
97	(3) 60.0	(49) 35.5	(30) 47.6	0.17	
98	(4) 80.0	(64) 46.4	(38) 60.3	0.08	
99	(3) 60.0	(62) 44.9	(28) 44.4	0.79	
100	(3) 60.0	(71) 51.4	(45) 71.4	0.03	

TABLA VII

PRUEBA 5 <sup>a</sup> ITEM N <sup>o</sup>	NIVEL COGNITIVO			$\chi^2$ P	TIPO
	C	T	F		
101	(3) 60.0	(114) 82.0	(52) 83.9	0.41	C
102	(3) 60.0	(103) 74.1	(55) 88.7	0.04	T↓
103	(3) 60.0	(109) 78.4	(54) 87.1	0.18	C

TABLA VII (cont.)

PRUEBA 5 <sup>a</sup> ITEM N <sup>o</sup>	NIVEL COGNITIVO			$\chi^2$ P	TIPO
	C	T	F		
104	(4) 80.0	(127) 91.4	(58) 93.5	0.55	C
105	(5) 100.0	(132) 95.0	(62) 100.0	0.17	C
106	(5) 100.0	(106) 76.3	(49) 79.0	0.44	
107	(5) 100.0	(134) 96.4	(62) 100.0	0.29	C
108	(5) 100.0	(123) 88.5	(55) 88.7	0.72	C
109	(3) 60.0	(108) 77.7	(57) 91.9	0.03	T
110	(5) 100.0	(136) 97.8	(61) 98.4	0.92	C
111	(2) 40.0	(50) 36.0	(25) 40.3	0.83	
112	(4) 80.0	(90) 64.7	(34) 54.8	0.29	
113	(3) 60.0	(96) 69.1	(50) 80.6	0.20	
114	(2) 40.0	(106) 76.3	(44) 71.0	0.16	
115	(3) 60.0	(103) 74.1	(57) 91.9	0.01	C
116	(5) 100.0	(100) 71.9	(46) 74.2	0.37	
117	(2) 40.0	(91) 65.5	(48) 77.4	0.09	

TABLA VII (cont.)

PRUEBA 5 <sup>a</sup> ITEM N <sup>o</sup>	NIVEL COGNITIVO			$\chi^2$ p	TIPO
	C	T	F		
118	(3) 60.0	(90) 64.7	(51) 82.3	0.04	T
119	(1) 20.0	(73) 52.5	(41) 66.1	0.05	F
120	(3) 60.0	(110) 79.1	(53) 85.5	0.29	
121	(1) 20.0	(80) 57.6	(39) 62.9	0.17	
122	(1) 20.0	(57) 41.0	(21) 33.9	0.44	
123	(2) 40.0	(45) 32.4	(20) 32.3	0.94	
124	(2) 40.0	(89) 64.0	(47) 75.8	0.11	
125	(2) 40.0	(93) 66.9	(49) 79.0	0.08	

La tabla VIII muestra la distribución por categorías de los ítems aprovechables. En ella puede apreciarse un reparto aproximadamente homogéneo de ítems en las tres categorías: concreto, formal y transición. De los 125 ítems considerados, sólo 47 pudieron ser clasificados sin ambigüedad, lo que supone un 37.6 %. Dicha cifra muestra algo que hemos señalado en otras ocasiones<sup>10</sup>, a saber, que la variable nivel de desarrollo cognitivo explica el rendimiento en Física sólo en parte. Junto con ella, otros factores individuales o incluso sociales están influyendo en el hecho de que el sujeto acierte o no un determinado ítem; de ahí que sólo una fracción de ítems de Física puedan ser finalmente clasificados en base a una sola variable relevante. En estudios previos hemos en-

contrado un coeficiente de correlación entre nivel de desarrollo cognitivo y rendimiento en Física, referido a la misma muestra e idénticos instrumentos<sup>10</sup>, de 0.54, sin corregir los efectos al alza que provocan las limitaciones en la fiabilidad de los instrumentos; cuando tales efectos son considerados, dicho valor aumenta a 0.71<sup>29</sup>. Según estos resultados, el porcentaje de variación en la variable rendimiento en Física, medido por los tests del P.E.I.C. E., que es explicado por la variable psicológica considerada, estará comprendido entre un 29 % y un 50 % aproximadamente.

TABLA VIII

*Distribución por categorías de los items que han podido ser clasificados según su exigencia cognitiva.*

	C	T↓	T	T↑	F	F↑
ITEMS N <sup>os</sup>	3, 26, 27, 29, 31 61, 75, 76, 80, 101 103, 104, 105, 107 108, 110, 115	5, 12, 44, 96, 102, 109	77, 83, 87, 118	17, 22, 70, 82	7, 14, 19, 24, 25, 30, 60, 62, 81, 100, 119	33, 57, 69, 85, 89
n	17	6	4	4	11	5
%	36.2	12.8	8.5	8.5	23.4	10.6
TOTALES						
n	17	14			16	
%	36.2	29.8			34.0	

El porcentaje de items clasificados alcanza, en el presente estudio, un valor intermedio; lo que concuerda con los datos anteriores y constituye, por tanto, una cierta garantía global de validez de la clasificación.

Con el propósito de ilustrar cómo el criterio doble de clasificación de items (condición de discriminación más condición de

suficiencia) se ha hecho operativo, nos apoyaremos en la representación gráfica de la distribución correspondiente a algunos ítems modélicos de cada uno de los tipos. La figura 1 muestra la situación correspondiente a los ítems 61 y 104 respectivamente. El ítem 61 es clasificado como concreto porque, discriminando entre los sujetos según su nivel de desarrollo cognitivo ( $p < 0.05$ ), es precisamente al nivel C que el porcentaje de sujetos que responden correctamente dicho ítem se hace apreciable (del orden de los 2/3). El ítem 104 ejemplifica la situación de algunos ítems concretos que se han clasificado como tales, aun a pesar de no satisfacer la condición de discriminación ( $p = 0.55 > 0.05$ ). Es claro que se trata de un ítem concreto, pues el porcentaje de sujetos de ese nivel que lo acierta es del 80%; pero debido a esta alta

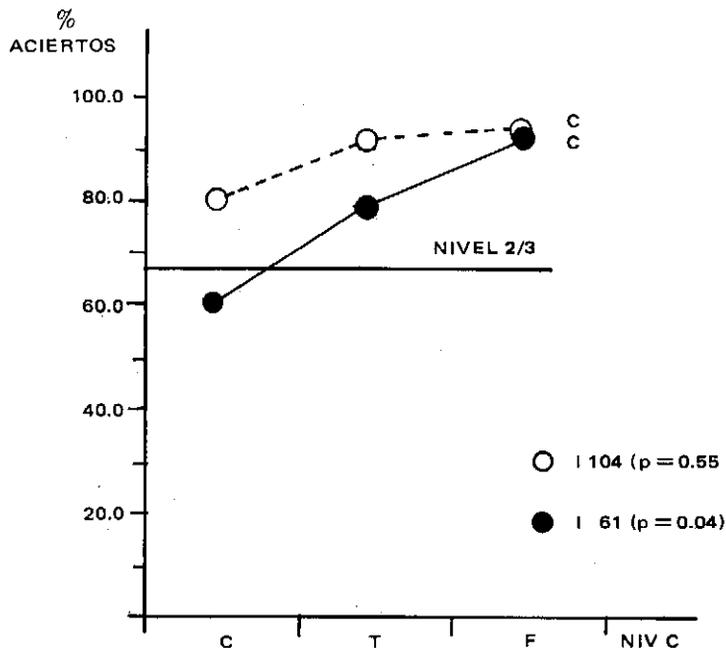


Figura 1.— Representación gráfica del comportamiento modélico de dos ítems clasificados como concretos (C).

cifra de partida, las demás categorías están prácticamente saturadas, por lo que las diferencias no pueden resultar significativas.

La figura 2 representa la situación de los ítems 22 y 87 clasificados como de transición ( $T\uparrow$  y  $T$  respectivamente); en ambos casos, el nivel 2/3 se alcanza en esa categoría. En el caso del ítem 22, una interpolación grosera permite matizar su clasificación en la forma  $T\uparrow$ , significando con ello que se trata de una transición avanzada, que probablemente se corresponda con el estadio 3A (formal incipiente).

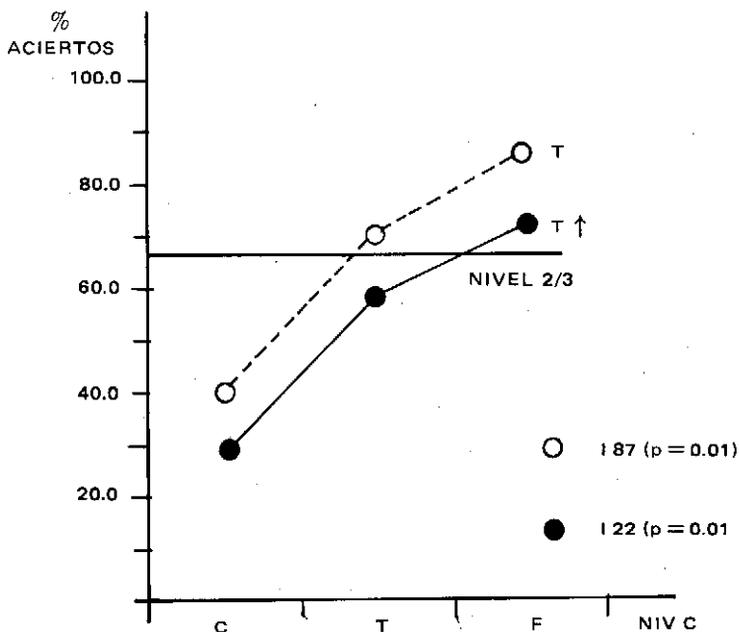


Figura 2.— Representación gráfica del comportamiento modélico de dos ítems clasificados como de transición ( $T$  y  $T\uparrow$  respectivamente).

La figura 3 muestra el comportamiento de los ítems 7 y 57 clasificados como formales ( $F$  y  $F\uparrow$  respectivamente); el ítem cla-

sificado como formal  $F$  alcanza el nivel 2/3 para esa categoría precisamente, en tanto que el clasificado como formal  $F\uparrow$  no alcanza dicho nivel y sólo efectuando una extrapolación grosera podría hacerlo, para una situación extrema de la categoría formal.

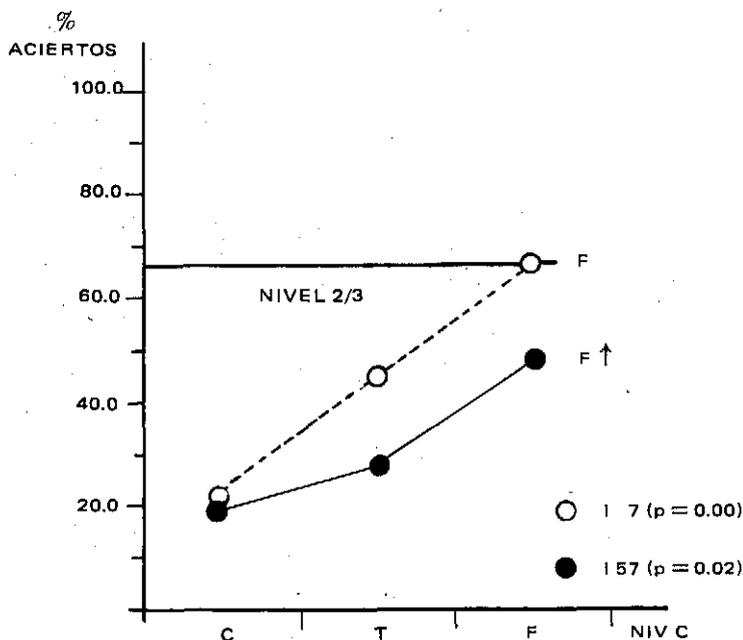


Figura 3. — Representación gráfica del comportamiento modelico de dos ítems clasificados como formales ( $F$  y  $F\uparrow$  respectivamente).

### 2.6.3. Los resultados de otras investigaciones.

El análisis del nivel de exigencia cognitiva de los conceptos y operaciones de los cursos de Física y Química de enseñanza secundaria ha sido enfocado, frecuentemente, desde la evaluación de los libros de texto. Junto a los estudios de Shayer et al.<sup>7</sup>, los

debidos a Collea et al.<sup>30</sup>, Karplus et al.<sup>31</sup> y Aguirre de Cárcer<sup>32</sup>, han supuesto una aproximación metodológica al problema, diferente del enfoque asumido en la presente investigación, particularmente en lo que respecta a los procedimientos de clasificación de cada unidad de análisis o ítems de instrucción.

Aun cuando tales estudios están descritos en la bibliografía, el hecho de que en una investigación anterior preliminar tomásemos como criterios de clasificación de estos mismos tests los propuestos por Collea, Karplus y Aguirre de Cárcer hace obligada una somera descripción de tales criterios, que facilite el posterior análisis de los resultados obtenidos sobre el mismo conjunto de ítems y sobre la misma muestra por dos procedimientos diferentes, así como su discusión.

La clasificación propuesta por tales autores y recogida en el trabajo de Aguirre de Cárcer<sup>32</sup> fue efectuada tomando como base criterios extraídos del libro de Inhelder y Piaget, "De la lógica del niño a la lógica del adolescente"<sup>33</sup>, y enriquecidos con sucesivas aportaciones de cada uno de los anteriores investigadores. La tabla IX reproduce el conjunto de criterios resultantes. La aplicación de este conjunto de criterios a los 125 ítems de los tests del PEICE nos permitió, en un trabajo anterior<sup>10</sup>, clasificarlos en concretos y formales. El proceso de clasificación fue efectuado mediante análisis de la exigencia de cada ítem que fueron llevados a cabo independientemente por dos físicos, dos químicos y un psicólogo. Un nivel de coincidencia del 80% constituyó el umbral imprescindible para clasificar definitivamente un ítem. Los ítems situados por debajo de dicho valor fueron discutidos en sesiones conjuntas. La ausencia de un acuerdo suficiente llevó consigo la eliminación del ítem correspondiente, lo que redujo a 103 el número de ítems seleccionados finalmente. Esta clasificación no empírica arrojó los resultados que se recogen en la tabla X. En ella, las coincidencias en los resultados obtenidos por los dos métodos de clasificación, el no empírico y el empírico, son destacadas rodeando el ítem correspondiente con un círculo. La comparación de ambos procedimientos y de sus resultados, al aplicarlos sobre un mismo conjunto de ítems y sobre una misma muestra, pone de manifiesto lo siguiente:

**TABLA IX**

*Criteria empleados en la clasificación no empírica  
de los tests del PEICE.*

<b>ITEMS CONCRETOS</b>	<b>ITEMS FORMALES</b>
<p>que supongan:</p> <p>Entender conceptos definidos a partir de ejemplos familiares. Entender teorías simples que hacen referencia directa a ejemplos y acciones familiares.</p> <p>Entender el razonamiento de conservación cuando a un objeto no se le añade ni quita nada y se trata de un objeto concreto.</p> <p>Entender correspondencia uno a uno y ordenar datos en secuencias crecientes o decrecientes. Seguir instrucciones paso a paso, como en una receta.</p>	<p>Aquellos que supongan:</p> <p>F<sub>1</sub> Comprender conceptos definidos en función de otros conceptos a través de relaciones abstractas. Comprender afirmaciones para las cuales no se le proporciona referencias concretas y tangibles ni un método de comprobación con el que esté familiarizado.</p> <p>F<sub>2</sub> Imaginar todas las combinaciones posibles de condiciones, aun cuando no todas sean posibles en la naturaleza.</p> <p>F<sub>3</sub> Analizar el efecto de cada variable, manteniendo constantes todas salvo una.</p>

TABLA IX (cont.)

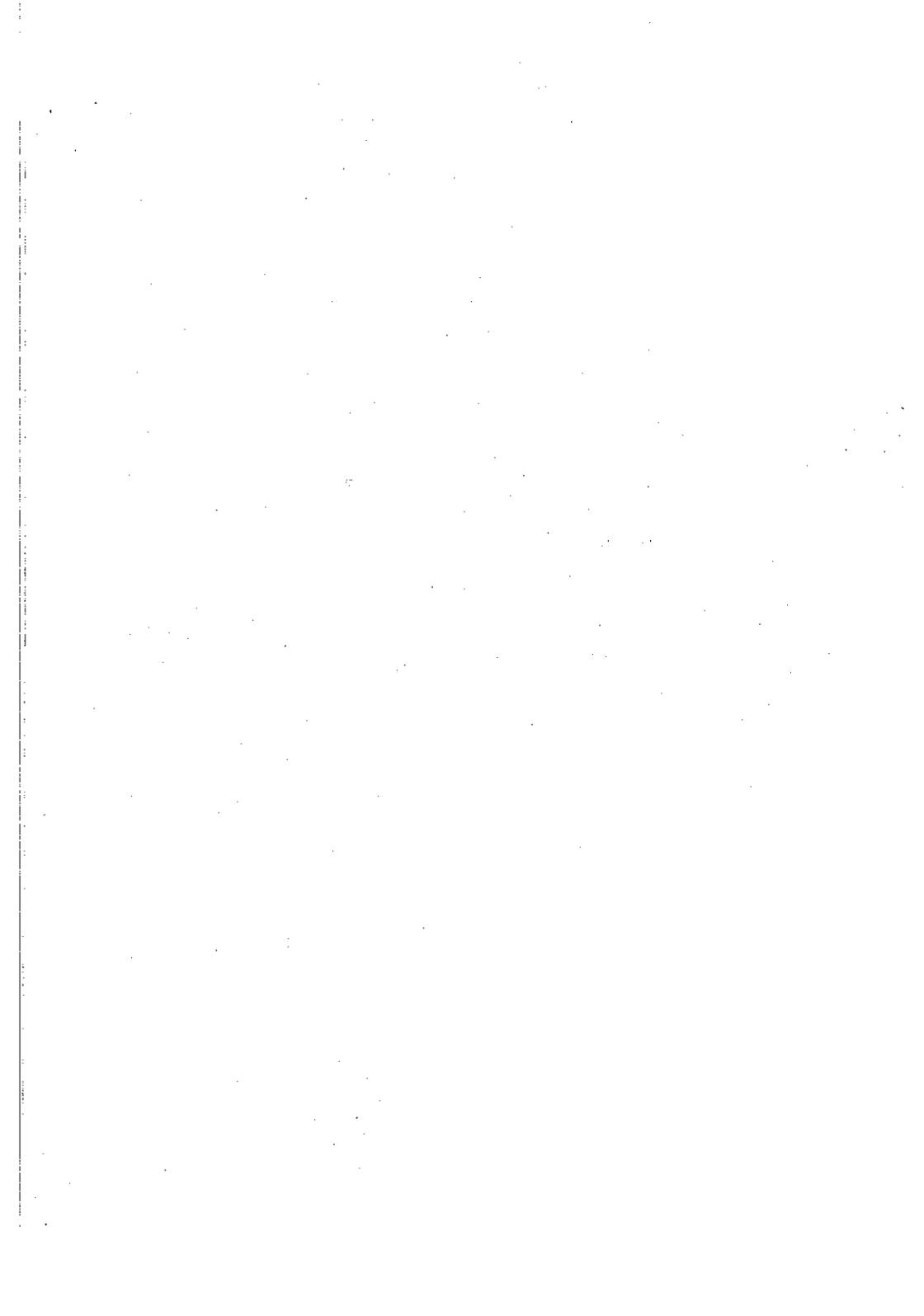
ITEMS CONCRETOS	ITEMS FORMALES
<p>Aquellos que supongan:</p> <p>C<sub>4</sub> Realizar clasificaciones simples y relacionar con éxito los subsistemas con los sistemas, las subclases con las clases.</p> <p>C<sub>5</sub> Nivel de información; memorizar datos o afirmaciones.</p>	<p>Aquellos que supongan:</p> <p>F<sub>4</sub> Utilizar teorías o modelos idealizados para interpretar observaciones y sacar conclusiones; utilizar y seguir razonamientos hipotéticos—deductivos.</p> <p>F<sub>5</sub> Reconocer y aplicar relaciones funcionales, como las proporciones directas e inversas. Resolver problemas introduciendo variables no mencionadas explícitamente en el enunciado original.</p> <p>F<sub>6</sub> Razonamiento concreto sobre conceptos formales definidos anteriormente.</p> <p>F<sub>7</sub> Capacidad para razonar en una situación ambigua ante la que existen muchas soluciones y en la que no se le proporcionan los datos necesarios para poder operar.</p>

TABLA X

*Resultados obtenidos de la clasificación no empírica  
de los tests del PEICE. Los números rodeados por círculos indican coincidencias  
en relación con el método empírico.*

PRUEBA N°	ITEMS CONCRETOS	TOTAL	ITEMS FORMALES	TOTAL
1	1, 2, ⑤, 10, 11, ⑫, 16 19, 20, 21, 22, 23	12	3, 6, ⑦, 8, 9, 13 ⑭, 15, 18, ⑳	10
COINCIDENCIAS		2		3
2	⑳, 28, ㉑, 35, 36, 37, 42, 43, 45, 48	10	27, ⑳, 31, 32, ⑳, 38, 39, 40, 41, 44, 46, 47, 50	13
COINCIDENCIAS		2		2
3	51, 52, 54, 55, 59, ⑥①, ⑥④, 70, 73, ⑦⑤	10	⑤⑦, 58, 65, 67, ⑥⑨, 71, 72, 74	8
COINCIDENCIAS		3		2
4	⑦⑥, ⑦⑦, 79, 80, 81, 88, 93, ⑨⑥, 97	9	78, ⑧②, 84, ⑧⑤, 86, 87, 90, 91, 94, 98, ⑩①	11
COINCIDENCIAS		3		3
5	⑩①, ⑩②, ⑩③, ⑩⑤ ⑩⑥, ⑩⑦, ⑩⑧, ⑩⑨, ⑩⑩, 111, 113, 114, ⑩⑮, 118, 119, 121, 122, 125	18	123, 124	2
COINCIDENCIAS		8		0
TOTALES		59		44
COINCIDENCIAS		18		10

- a) El método CKA (Collea, Karplus, Aguirre) da lugar a una tipificación del ítem, según su demanda cognitiva, poco matizada, al clasificarlos tan sólo en concretos y formales.
- b) Su aplicación supone tomar en consideración sólo la competencia del sujeto y no su actuación. Sin embargo, en la realización de una tarea existen factores que interfieren con la competencia<sup>34</sup>, siendo tal interferencia particularmente destacada en la contestación a ítems de rendimiento, tal y como revela nuestro presente estudio. En la clasificación no empírica, cuando un ítem podía ser contestado recurriendo a estrategias que suponían, bien el empleo de operaciones concretas, bien la utilización de operaciones formales, se optó por clasificarlo de acuerdo con la posibilidad de menor demanda cognitiva, lo que no significa que fuera ella la desarrollada de forma efectiva por el alumno.
- c) El nivel de coincidencia hallado entre ambos procedimientos de clasificación de ítems es de un 65% cuando los ítems  $T\downarrow$  son considerados también como concretos, según la clasificación CKA, los  $T\uparrow$ , como formales y los  $T$ , excluidos a efectos de comparación.
- d) Los criterios de clasificación de ítems del método empírico son más estrictos (47 ítems clasificados frente a 103), al tomar en consideración no aquellos ítems potencialmente concretos o formales, sino aquéllos otros que funcionan como tales al ser efectivamente aplicados a la muestra elegida.



### 3.1.—EVOLUCION INTELECTUAL Y FRACASO ESCOLAR.

En el marco de la teoría de Piaget, el problema de la adecuación curricular al estadio de desarrollo cognitivo del alumno puede y debe enunciarse en términos de edad o de nivel educativo, con el fin primordial de hacerlo operativo para el profesor. Ello pasa, obviamente, por disponer del nexo de unión entre exigencia cognitiva de un objetivo o de una operación dada y edad. La caracterización, entonces, de la evolución cognitiva por edades o por cursos resulta imprescindible, ya que hace posible dicha conexión. En una investigación previa, referida esencialmente a la misma muestra, efectuamos un estudio longitudinal de la evolución cognitiva a lo largo de un tramo de edades que cubre el actual Bachillerato<sup>12</sup>. Tales resultados nos permitirán, por tanto, aproximarnos en la presente al problema de la adecuación y a su caracterización, en términos de edades, para los ítems de Física Básica considerados. Pero además, será posible discutir la validez del modelo Piagetiano, en el que se apoya toda la investigación, en orden a predecir la evolución del comportamiento de la población respecto de su rendimiento académico en Física y Química.

Llegados a este punto, es necesario remarcar el hecho de que, tratándose de una investigación cuantitativa, procederemos admitiendo algunas aproximaciones que podrían ser cuestionadas desde el punto de vista del investigador identificado con los supuestos metodológicos de la investigación cualitativa. Sin embargo, detrás de nuestro planteamiento reside la confianza, avalada por los hechos, de que, a pesar de la multiplicidad de variables independientes, las grandes muestras presentan comportamientos regulares que pueden facilitar información respecto de la influen-

cia de una sola variable si ésta es suficientemente relevante. Tal es el caso, en nuestra opinión, del nivel de desarrollo cognitivo<sup>10</sup>.

A pesar de recurrir a métodos matemáticos en el tratamiento de los resultados, no pretendemos otorgar a las cifras una confianza exagerada, pero sí suficiente como para indicar órdenes de magnitud. Por otra parte, dentro del marco metodológico en el que nos movemos, la posibilidad de analizar la capacidad predictiva de nuestros resultados no ya respecto de los valores puntuales del rendimiento en Física y Química, sino de su evolución con la edad para la población en su conjunto, ha constituido un estímulo suficiente para abordar el problema en la forma que a continuación se presenta.

Sea  $N_{n,k}$  el número de alumnos que a una edad (o nivel educativo), definida por el subíndice  $k$ , se hallan en el nivel cognitivo designado por el subíndice  $n$ .  $k$  tomará en nuestro estudio cuatro valores, que se corresponden con las edades a las que se refiere nuestro estudio longitudinal previo de evolución cognitiva<sup>12</sup> y  $n$  tomará los tres valores de las categorías cognitivas  $C, T, F$  consideradas.

$N_k = \sum_n N_{n,k}$  representa el número total de alumnos de edad  $k$  de la muestra, cuyos valores, junto con los parciales  $N_{n,k}$ , se presentan en la tabla XI.

Sea  $\alpha_{in}$  el porcentaje de alumnos del nivel cognitivo  $n$  que aciertan el ítem  $i$ -ésimo de los clasificados de acuerdo con su exigencia cognitiva.

El cociente  $(\alpha_{in} \times N_{n,k})/100$  representará, entonces, el número de alumnos que a la edad  $k$  y en el nivel cognitivo  $n$  aciertan el ítem  $i$ -ésimo y, por lo tanto,  $\gamma_{ik}$ , definido en la forma:

$$\gamma_{ik} = \frac{1}{N_k} \sum_n \alpha_{in} \times N_{n,k}$$

representará el tanto por ciento de alumnos que a la edad  $k$  aciertan el ítem  $i$ -ésimo. Dicha variable constituye, de acuerdo con su definición, un porcentaje medio ponderado en donde los pesos estadísticos son los cocientes  $N_{n,k}/N_k$  y permite disponer de un índice de acierto de un ítem dado, referido a edad. Cabe señalar que la obtención de  $\gamma_{ik}$  de este modo y su aceptación suponen implícitamente admitir las siguientes hipótesis simplificadoras:

TABLA XI

Valores  $N_{nk}$  del número de sujetos que a una edad determinada ( $k$ ) se encuentran en un nivel cognitivo dado ( $n$ ).  $N_k$  representa, de hecho, la extensión efectiva de la muestra para la edad  $k$ .

	$N_{n,k}$			$N_k$
	C	T	F	TOTAL
1° BUP INICIAL (EDAD =14.3)	39	139	22	200
2° BUP INICIAL (EDAD =15.3)	17	112	63	192
2° BUP FINAL (EDAD =16.0)	5	142	64	211
3° BUP FINAL (EDAD =17.0)	0	83	84	167

- a) El comportamiento de la muestra ante un ítem de Física y su distribución por niveles cognitivos no se alteran de forma significativa cuando se modifica ligeramente la extensión de la muestra.
- b) La clasificación por categorías cognitivas de los sujetos que aciertan un ítem de Física determinado es algo característico del ítem y de la distribución de la muestra en niveles cognitivos y, sólo indirectamente —a través de la variación de esta última—, de la edad. Dicho en otros términos, es posible efectuar una extrapolación de los resultados obtenidos en segundo de BUP hacia edades inferiores o superiores de su entorno temporal próximo.

Dado que lo que estamos manejando son pruebas de contenido científico, es claro que los resultados dependerán de

la existencia de una instrucción específica y de sus características; de ahí que la realización de la extrapolación que efectuaremos posteriormente presuponga el mantener constante la influencia de la instrucción, lo cual viene garantizado de una forma más o menos aproximada por la oferta escolar del Sistema Educativo a través de los correspondientes planes de estudio del Bachillerato y del COU.

La tabla XI presenta los resultados obtenidos para los cuarenta y siete ítems clasificados de acuerdo con su exigencia cognitiva y para las cuatro edades (comienzo 1° BUP, comienzo 2° BUP, final 2° BUP, final 3° BUP) que definen las abscisas de los puntos correspondientes al estudio de evolución<sup>12</sup>. Si se acepta de nuevo el nivel 2/3 como referencia para indicar si un ítem es o no adecuado para una edad determinada, el análisis de los resultados recogidos en la tabla XII permite calificar el ítem como apto para 1°, 2°, 3° o COU. Dicha calificación aparece en la columna CURSO de dicha tabla y será analizada en próximos apartados.

TABLA XII

*Datos de exigencia cognitiva de los ítems clasificados e índices de aciertos  $\gamma_{ik}$  calculados por edades. La columna CURSO hace referencia al nivel académico para el que el ítem sería adecuado aplicando el criterio de los 2/3.*

ITEM N°	C	T	F	$\gamma_{i1}$	$\gamma_{i2}$	$\gamma_{i3}$	$\gamma_{i4}$	CURSO
3	64.7	76.8	80.8	74.9	77.1	77.7	78.8	1°
5	41.2	71.7	71.7	66.8	69.0	71.0	71.7	1°
7	23.5	45.5	66.0	43.5	50.3	51.2	55.8	COU
12	58.8	79.8	90.6	76.9	81.5	82.6	85.2	1°
14	17.6	39.4	52.8	36.6	41.9	42.9	46.1	
17	41.2	60.6	83.0	59.3	66.2	66.9	71.9	2°
19	35.3	53.5	67.9	51.5	56.6	57.4	60.7	COU
22	29.4	58.6	71.1	54.3	60.3	61.9	65.2	3°
24	23.5	38.4	56.6	37.5	43.1	43.6	47.6	
25	41.2	55.6	71.7	54.6	59.6	60.1	63.7	3°/COU
26	70.6	78.5	81.0	77.2	78.6	79.1	79.8	1°
27	88.2	80.4	81.0	82.0	81.3	80.8	80.7	1°

TABLA XII (cont.)

ITEM N°	C	T	F	$\gamma_1$	$\gamma_2$	$\gamma_3$	$\gamma_4$	CURSO
29	76.5	77.6	84.1	78.1	79.6	79.5	80.9	1°
30	35.3	57.0	69.8	54.2	59.3	60.4	63.4	3°/COU
31	70.6	90.7	88.9	86.6	88.3	89.7	89.8	1°
33	35.3	40.2	58.7	41.3	45.8	45.7	49.5	
44	52.9	80.4	79.4	74.9	77.6	79.4	79.9	1°
57	20.0	28.6	48.4	29.1	34.3	34.4	38.6	
60	40.0	48.6	72.6	49.6	55.7	55.7	60.1	COU
61	60.0	79.3	91.9	76.9	78.5	82.7	85.6	1°
62	20.0	50.0	64.5	45.7	52.1	53.7	57.3	COU
69	20.0	41.4	56.5	38.9	44.5	45.5	49.0	
70	40.0	60.0	75.5	57.8	63.3	64.3	67.8	3°
75	80.0	85.0	83.9	83.9	84.2	84.5	84.4	1°
76	100.0	85.5	92.1	89.1	88.9	87.8	88.8	1°
77	0.0	65.9	71.4	53.7	61.9	66.0	68.7	3°
80	100.0	81.9	96.8	87.1	88.4	86.8	89.4	1°
81	20.0	50.0	68.3	46.2	53.3	54.8	59.2	COU
82	20.0	63.8	74.6	56.4	61.7	66.0	69.2	3°
83	60.0	63.0	82.5	64.6	69.1	69.0	72.8	1°
85	20.0	42.0	57.1	39.4	45.0	46.1	49.6	
87	40.0	70.3	85.7	66.1	72.7	74.3	78.0	1°
89	0.0	23.2	36.5	20.1	25.5	26.7	29.9	
96	20.0	73.2	88.9	64.6	73.6	76.7	81.1	1°
100	60.0	51.4	71.4	55.3	58.7	57.7	61.5	COU
101	60.0	82.0	83.9	77.9	80.7	82.1	83.0	1°
102	60.0	74.1	88.7	73.0	77.6	78.2	81.4	1°
103	60.0	78.4	87.1	75.8	79.6	80.6	82.8	1°
104	80.0	91.4	93.5	89.4	91.1	91.8	92.5	1°
105	100.0	95.0	100.0	96.5	97.1	96.6	97.5	1°
107	100.0	96.4	100.0	97.5	97.9	97.6	98.2	1°

TABLA XII (cont.)

ITEM N <sup>o</sup>	C	T	F	$\gamma_{i1}$	$\gamma_{i2}$	$\gamma_{i3}$	$\gamma_{i4}$	CURSO
108	100.0	88.5	88.7	90.8	89.6	86.5	88.7	1 <sup>o</sup>
109	60.0	77.7	91.9	75.8	80.8	81.6	84.8	1 <sup>o</sup>
110	100.0	97.8	98.4	98.3	98.2	98.0	98.1	1 <sup>o</sup>
115	60.0	74.1	91.9	73.3	78.7	79.2	83.1	1 <sup>o</sup>
118	60.0	64.7	82.3	65.7	70.1	69.9	73.6	1 <sup>o</sup>
119	20.0	52.5	66.1	47.7	54.1	55.9	59.3	COU
VALORES MEDIOS				$\delta_1 = 64.6$	$\delta_2 = 68.6$	$\delta_3 = 69.4$	$\delta_4 = 72.1$	

Finalmente, es posible definir una nueva variable  $\delta_k$ , de carácter global, en la forma:

$$\delta_k = \langle \gamma_{ik} \rangle = \frac{1}{M} \sum_i \gamma_{ik} \quad \text{con } M = 47$$

que representa el tanto por ciento promedio (los porcentajes individuales hacen referencia al mismo número de sujetos aproximadamente) de alumnos que aciertan, a la edad k, el conjunto de los items clasificados.

En estudios anteriores<sup>29</sup> hemos recogido la evolución de la tasa de fracaso escolar en asignaturas de ciencias (Matemáticas/Física—Química) de una muestra estratificada y representativa de la población de estudiantes de Bachillerato y COU en centros estatales en turno de día, sobre la base de los datos facilitados en los informes anuales sucesivos que elabora la Inspección General de Bachillerato.

En el presente estudio haremos referencia únicamente a los resultados de Física y Química (Tabla XIII). La consistencia de los resultados o, lo que es lo mismo, su escasa variabilidad para cursos diferentes, aun a pesar de la diversidad de sujetos, profesores, métodos y criterios de evaluación puestos en juego, puede

TABLA XIII

*Distribución por niveles y por años de la tasa de fracaso escolar en Física y Química. Los datos proceden de los informes anuales que elabora la Inspección General de Bachillerato del M.E.C.*

CURSO	2º BUP	3º BUP	COU
79-80	33.51	26.89	24.43
80-81	33.08	29.15	24.87
81-82	35.00	28.29	25.81
82-83	31.75	24.77	25.06
VALORES MEDIOS	33.3	27.3	25.0

explicarse como debida a la existencia de dificultades intrínsecas a la propia asignatura para cada nivel de edad. Este nivel de dificultad sería entonces el factor relevante más destacado, una vez que el resto ha sido promediado.

La tasa de fracaso —definida por el porcentaje de alumnos que deja pendiente para el curso siguiente la asignatura—, que es recogida en la tabla XIII, puede transformarse en tasa de éxito (restandola de 100) y compararse, por tanto, con los valores  $\delta_k$  anteriormente expuestos. La figura 4 representa el resultado de comparar ambas. Dicha comparación presenta algunas limitaciones; así, el rendimiento medido en términos objetivos (o) no incluye los resultados de recuperaciones ni de Junio ni de Septiembre, lo cual debería reducir sus valores respecto de la muestra del MEC (●), que sí los incluye. Por contra, nuestra muestra posee un estatus socioeconómico medio superior a la del MEC y todos los alumnos siguieron el curso de segundo de BUP —al que se refiere el trabajo de campo que nos suministró los datos de rendimiento en Física— de acuerdo con una metodología de aproximación a una enseñanza

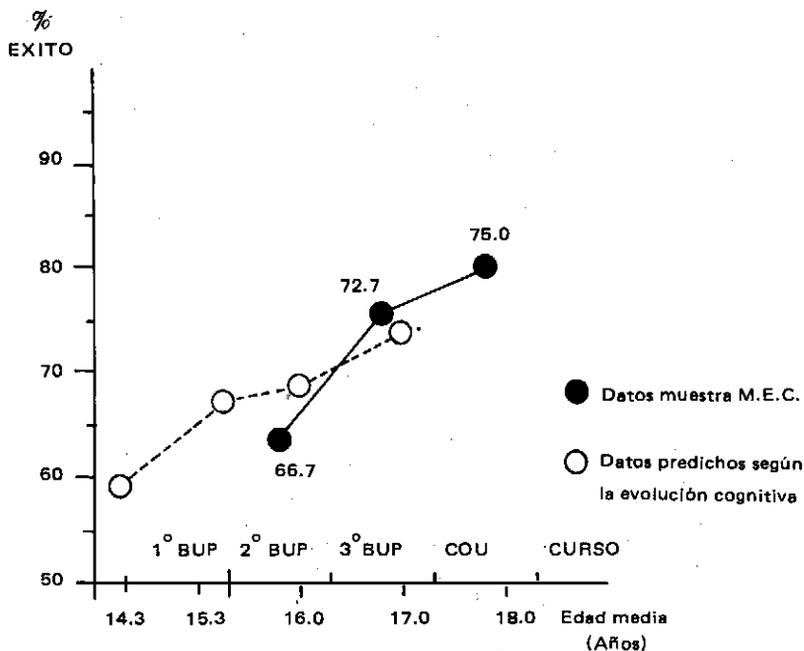


Figura 4.— Evolución de porcentajes de éxito en Física y Química  
 a) Correspondiente a una muestra representativa de la población de Institutos de Bachillerato.  
 b) Estimado sobre la base de los datos de evolución cognitiva (ver texto).

individualizada, cuyos efectos positivos sobre la mejora del rendimiento han sido demostrados<sup>25</sup>.

Del análisis de las líneas de evolución parece deducirse que tales efectos positivos son predominantes a nivel de segundo de BUP. Sin embargo, por encima de un análisis de detalle, nos interesa llamar la atención sobre el hecho de que la evolución del rendimiento en Física y Química de la población se ajusta razonablemente bien al predicho por los datos de evolución cognitiva. Es éste un resultado que concuerda con los obtenidos anteriormente, pues revela que:

- a) La influencia del nivel de desarrollo cognitivo en el rendimiento es importante.
- b) Cuando para una misma edad se promedian los efectos del resto de los factores que influyen en el rendimiento, aquella se convierte, a través del nivel piagetiano de desarrollo cognitivo, en el factor que puede explicar la variación del rendimiento de un curso al siguiente.

Tales resultados ponen claramente de manifiesto la necesidad de tomar en consideración dicha variable a la hora de mejorar los niveles de rendimiento en Física y Química de la población escolar en su conjunto en el tramo de edad considerado en el presente estudio.

### 3.2.—OBJETIVOS DE INSTRUCCION.

Los diferentes ítems que constituyen los tests del PEICE son, de hecho, instrumentos de medida del rendimiento académico y hacen implícitamente referencia a diferentes objetivos de instrucción. Con el propósito de facilitar posteriormente el análisis de la adecuación de los contenidos según su exigencia cognitiva, en lo que sigue definiremos explícitamente los objetivos cuya consecución se pretende medir. Dada la orientación de la presente investigación, limitaremos esta formulación explícita de objetivos a los ítems que han sido previamente clasificados de acuerdo con su demanda cognitiva y haremos caso omiso del resto. Notaremos en lo que sigue por  $O_i$  el objetivo correspondiente al ítem  $i$ -ésimo.

#### 3.2.1. Movimiento.

- $O_3$  — Comprender el papel del sistema de referencia espacial en la descripción de un movimiento (C).
- $O_5$  — Manejar operacionalmente el concepto de vector desplazamiento ( $T\downarrow$ ).

- O<sub>7</sub> – Comprender la noción formal de movimiento con relación a sus aspectos espaciales (vector de posición) y a sus aspectos temporales (instante) (*F*).
- O<sub>12</sub> – Reconocer la expresión del espacio en función del tiempo, que corresponde a un movimiento uniformemente acelerado (*T↓*).
- O<sub>14</sub> – Reconocer la representación gráfica correspondiente a la ecuación de la velocidad en un movimiento uniformemente acelerado con velocidad inicial no nula (*F*).
- O<sub>17</sub> – Comprender las características cinemáticas del fenómeno de ascenso y descenso de un cuerpo, bajo la acción de su peso, en ausencia de rozamiento (*T↑*).
- O<sub>19</sub> – Comprender el concepto de vector velocidad media en lo que respecta tanto a su módulo como a su dirección (*F*).
- O<sub>22</sub> – Reconocer la definición de vector aceleración media (*T↑*).
- O<sub>24</sub> – Manejar operacionalmente las ecuaciones del movimiento circular uniformemente retardado empleando datos de partida expresados en unidades diferentes (*F*).
- O<sub>25</sub> – Manejar operacionalmente cambios de unidades de velocidades lineales y de velocidades angulares (*F*).

### 3.2.2. Fuerza, masa y movimiento.

- O<sub>26</sub> – Reconocer el significado del carácter vectorial de la magnitud fuerza (*C*).
- O<sub>27</sub> – Identificar elementos suficientes para la definición gráfica de un vector fuerza (*C*).
- O<sub>29</sub> – Reconocer las características fundamentales de las fuerzas de acción y de reacción (*C*).
- O<sub>30</sub> – Comprender la relación existente entre fuerza y movimiento (velocidad) en lo que concierne tanto al módulo como a la dirección (*F*).

- O<sub>31</sub> – Comprender la relación existente entre fuerza y aceleración en términos escalares (C).
- O<sub>33</sub> – Manejar operacionalmente la segunda ley de Newton, empleando datos de partida expresados en unidades diferentes (F).
- O<sub>44</sub> – Manejar la expresión de la energía cinética en la comparación de casos en los cuales se modifican o se mantienen constantes cada una de las variables, masa y velocidad (T↓).

### 3.2.3. Masa e interacción gravitatoria.

- O<sub>57</sub> – Manejar operacionalmente la ley de la Gravitación Universal a través de la noción de intensidad de campo gravitatorio (aceleración de caída) en términos de proporcionalidad directa (respecto de las masas) e inversa (respecto del cuadrado de la distancia) (F↑).
- O<sub>60</sub> – Identificar los diferentes factores que influyen en la magnitud de la intensidad del campo gravitatorio (F).
- O<sub>61</sub> – Reconocer las características diferenciales fundamentales de las magnitudes masa y peso (C).
- O<sub>62</sub> – Reconocer la diferencia entre masa y peso en términos de cantidades y de unidades (F).
- O<sub>69</sub> – Reconocer las condiciones de conservación formal de la energía mecánica (F↑).
- O<sub>70</sub> – Comprender la relación existente entre energía mecánica y rozamientos (T↑).
- O<sub>75</sub> – Conocer la explicación de las anomalías en la órbita de Urano en base a la existencia de un nuevo planeta, Neptuno (C).

### 3.2.4. Carga e interacción electrostática.

- O<sub>76</sub> – Reconocer la aplicación fundamental de un electrosco-  
pio (*C*).
- O<sub>77</sub> – Comprender el fenómeno de electrización por influen-  
cia (*T*).
- O<sub>80</sub> – Comprender el papel de la constante en la ley de Cou-  
lomb (*C*).
- O<sub>81</sub> – Reconocer los factores de los que depende la mayor  
intensidad de las fuerzas eléctricas frente a las gravitato-  
rias (*F*).
- O<sub>82</sub> – Manejar operacionalmente la ley de Coulomb en térmi-  
nos de proporcionalidad inversa con el cuadrado de la  
distancia (*T*↑).
- O<sub>83</sub> – Reconocer las aplicaciones de la noción de línea de fuer-  
za, en orden a describir las características del campo elec-  
trostático (*T*).
- O<sub>85</sub> – Manejar gráficamente la composición vectorial del campo  
 $\vec{E}$  para un sistema de dos cargas puntuales dadas (*F*↑).
- O<sub>87</sub> – Interpretar un mapa de líneas de fuerzas del campo  
creado por 2 cargas eléctricas de igual signo y diferente  
magnitud (*T*).
- O<sub>89</sub> – Comprender de qué factores depende el signo del poten-  
cial electrostático en un punto (*F*↑).
- O<sub>96</sub> – Manejar operacionalmente las fórmulas de asociación  
serie/paralelo de resistencias eléctricas en un circuito  
dado (*T*↓).
- O<sub>100</sub> – Analizar un circuito de corriente continua con un solo  
generador y una asociación mixta de resistencias (*F*).

### 3.2.5. Interacción entre cargas en movimiento.

- O<sub>101</sub> – Reconocer el aspecto fundamental de la propiedad o fenómeno magnético (C).
- O<sub>102</sub> – Reconocer otras características fenomenológicas de las fuerzas magnéticas (T↓).
- O<sub>103</sub> – Comprender el fenómeno del carácter dipolar de los imanes (C).
- O<sub>104</sub> – Comprender la acción mutua de polos magnéticos de imanes diferentes (C).
- O<sub>105</sub> – Interpretar espectros magnéticos correspondientes a dos imanes próximos (C).
- O<sub>107</sub> – Reconocer el carácter dipolar esencial de un imán recto (C).
- O<sub>108</sub> – Comprender el significado de la experiencia de Oersted (C).
- O<sub>109</sub> – Reconocer en la experiencia de Oersted la existencia de una relación entre sentido de la corriente y sentido del campo magnético correspondiente (T).
- O<sub>110</sub> – Reconocer el espectro magnético correspondiente a una corriente rectilínea (C).
- O<sub>115</sub> – Reconocer el origen del fenómeno de interacción entre corrientes paralelas (C).
- O<sub>118</sub> – Reconocer los efectos de un imán sobre una bobina cerrada (C).
- O<sub>119</sub> – Reconocer el papel de los generadores electromagnéticos como transformadores de energía (F).

### 3.3.–LA ADECUACION DE LOS CONTENIDOS.

Con el propósito de facilitar el análisis de los datos disponibles, en términos de adecuación de contenidos científicos, al igual que en el caso anterior organizaremos la exposición de los

resultados por unidades didácticas. Dada la dimensión práctica de nuestro estudio, resumiremos los resultados de nuestro análisis a modo de conclusiones parciales que constituyan por sí mismas posibles pautas a la hora de efectuar un diseño curricular o de desarrollar un programa de Física en el Bachillerato.

### 3.3.1. Movimiento.

La tabla XIV presenta la distribución de los ítems clasificados según su nivel de exigencia cognitiva con una especificación temática más fina. Los números que aparecen en la parte principal de la tabla son los de identificación de los ítems correspondientes; el porcentaje de ítems clasificados, que se muestra en la última columna, indica la fracción de ítems de cada epígrafe temático para los que la determinación de su nivel de exigencia cognitiva ha sido posible. Un 40% de los ítems correspondientes a esta unidad didáctica ha podido ser clasificado según los criterios expuestos anteriormente. Un análisis global de dicha distribución muestra cómo, de los diez ítems clasificados, siete se sitúan en la mitad de la tabla correspondiente a la mayor demanda cognitiva, lo que indica una exigencia relativamente alta de la unidad didáctica, si se acepta la representatividad de los ítems seleccionados respecto del conjunto. Este hecho se ve asimismo reflejado en los resultados de la columna CURSO de la tabla XII, la cual indica que sólo cuatro de los diez ítems serían adecuados para segundo de BUP o para un curso inferior.

Considerando los resultados en términos de consecución o no de objetivos de instrucción, pueden formularse las siguientes conclusiones:

- a) El planteamiento vectorial de la cinemática resulta inadecuado, desde un punto de vista de evolución cognitiva, para el nivel de edad correspondiente a 2º de BUP. Sólo el manejo de algunos conceptos vectoriales, como el de vector desplazamiento, a modo de automatismos ( $O_5$ ), puede ser conseguido como objetivo de instrucción al nivel de los 2/3. Los alumnos en transición pueden además reconocer definiciones de magnitudes vectoriales, como la de aceleración media

TABLA XIV

*Clasificación de los ítems de la prueba 1 de acuerdo con su contenido y con su exigencia cognitiva. Los números que figuran en las casillas corresponden a los números de orden de los respectivos ítems.*

CONTENIDO	C	T↓	T	T↑	F	F↑	% ÍTEMS CLASIFICADOS
1. MOVIMIENTO							
- Movimiento y sistemas de referencia	3						50
- Posición, cambios de posición, Desplazamiento		5			7		40
- Gráficas de variación temporal. Rapidez y celeridad							0
- Gráficas celeridad tiempo. Aceleración					14		33
- Descripción de movimientos de aceleración constante		12		17			50
- Movimiento circular. Vector velocidad y vector aceleración				22	19		50
- Movimiento circular y magnitudes angulares					24,25		67
n	1		4		5		
%	(10)		(40)		(50)		40

( $O_{22}$ ); sin embargo, la comprensión demostrada de los conceptos que se encuentran tras esas definiciones ( $O_7$ ,  $O_{19}$ ) sólo es asequible a los sujetos formales consolidados.

- b) Aun cuando los sujetos en transición incipiente son capaces de reconocer las fórmulas de movimientos uniformemente acelerados ( $O_{12}$ ) y probablemente de utilizarlas a nivel de automatismos, no disponen de una comprensión profunda del fenómeno, que les permita analizarlo en términos cualitativos ( $O_{17}$ ) o razonar en términos cuantitativos ( $O_{22}$ ). Tales operaciones resultan asequibles para los sujetos en transición, las primeras y para los formales, ambas.
- c) La soltura en el manejo de unidades de sistemas diferentes sólo está disponible a un nivel de 2/3 en los sujetos formales ( $O_{25}$ ,  $O_{24}$ ).

Quando se comparan nuestras conclusiones con las obtenidas por Shayer y col.<sup>4</sup>, no se advierte ninguna contradicción entre ambas. En el tema de velocidad y aceleración ellos no abordan lo relativo al tratamiento vectorial, tan característico, por otra parte, del enfoque curricular español, y tampoco se refieren explícitamente a la cuestión de los cambios de unidades. Sin embargo, afirman que, en el estadio formal inicial, el sujeto "es capaz de usar ecuaciones de segundo grado en las que interviene la aceleración, si se les da resuelto el algoritmo ( $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$ )", lo que concuerda básicamente con nuestra segunda conclusión.

### 3.3.2 Fuerza, masa y movimiento.

La tabla XV muestra la distribución correspondiente a los ítems de la unidad didáctica de Dinámica. En este caso, el porcentaje de ítems clasificados es inferior al caso anterior, lo que puede interpretarse como debido a una mayor interferencia en el aprendizaje de otros factores no reducibles al nivel de desarrollo

TABLA XV

*Clasificación de los ítems de la prueba 2 de acuerdo con su contenido y con su exigencia cognitiva. Los números que figuran en las casillas corresponden a los números de orden de los respectivos ítems.*

CONTENIDO	C	T↓	T	T↑	F	F↑	% ÍTEMS CLASIFICADOS
<b>2. FUERZA, MASA Y MOVIMIENTO</b>							
- Fuerzas e interacción	26,27,29						75
- Fuerza y movimiento	31				30		100
- La masa							0
- Descripción dinámica del movimiento						33	25
- Cantidad de movimiento							0
- Energía asociada al movimiento		44					25
- Trabajo y energía cinética							0
n	4	1			2		
%	(57)	(14)			(29)		28

cognitivo, medido por el test de Longeot. Dado que se trata de un tema en el que se dejan sentir con especial frecuencia los efectos de errores conceptuales y preconcepciones<sup>35</sup>, algunos de los cuales son puestos a prueba en distintos ítems de esta unidad (ver anexo 1), podría ser muy bien éste uno de estos factores anteriormente referidos.

Quizá como consecuencia de esta reducción, lo cierto es que cinco de los siete ítems clasificados se sitúan en la mitad de la ta-

bla correspondiente a un nivel bajo de exigencia cognitiva y son adecuados para alumnos de 2° o incluso de 1° de BUP (ver tabla XII).

Del análisis de nuestros resultados puede concluirse lo siguiente:

- d) Aun cuando no sean capaces de manejarla con soltura, los sujetos concretos pueden comprender la naturaleza vectorial de la magnitud fuerza ( $O_{26}$ ,  $O_{27}$ ).
- e) Con respecto a la segunda ley de Newton, los sujetos concretos pueden reconocer una relación de proporcionalidad entre fuerza y aceleración ( $O_{31}$ ), pero sólo los formales son capaces de manejarla operacionalmente en condiciones de empleo de unidades diferentes ( $O_{33}$ ).
- f) La comprensión de la relación entre fuerza y movimiento o fuerza y velocidad está reservada únicamente a los sujetos formales ( $O_{30}$ ).
- g) Los sujetos concretos pueden reconocer las características de las fuerzas de acción y de reacción ( $O_{29}$ ), aun cuando probablemente no sean capaces de manejar conceptual y/u operacionalmente la tercera ley de Newton<sup>4</sup>

### 3.3.3. Masa e interacción gravitatoria.

En los resultados recogidos en la tabla XVI se advierte un porcentaje de items clasificados ( $28^0/0$ ) inferior a la media ( $38^0/0$ ). En este caso, sin embargo, cinco de los siete items están situados en la mitad de la tabla de nivel de exigencia cognitiva alto, siendo sólo dos items adecuados a un nivel de segundo de BUP o inferior (tabla XII). Tal circunstancia concuerda con el reconocido nivel de abstracción de la noción física de campo y de su contexto conceptual.

Los resultados obtenidos pueden resumirse en los siguientes términos:

TABLA XVI

*Clasificación de los items de la prueba 3 de acuerdo con su contenido y con su exigencia cognitiva. Los números que figuran en las casillas corresponden a los números de orden de los respectivos items.*

CONTENIDO	C	T↓	T	T↑	F	F↑	% ITEMS CLASIFICADOS
<b>3. MASA E INTERACCION GRAVITATORIA</b>							
– Concepciones acerca del Universo							0
– Gravitación universal	75						25
– Campo gravitatorio. Campo gravitatorio terrestre	61				60,62	57	50
– Descripción energética de la interacción gravitatoria.				70		69	20
n	2	1			4		
%	(29)	(14)			(57)		28

- h) Los sujetos concretos reconocen fenómenos y explicaciones a fenómenos, pero sólo en términos verbales o descriptivos ( $O_{61}$ ,  $O_{75}$ ). Diferenciar entre masa y peso en términos de cantidades y de unidades sólo es adecuado para los sujetos formales ( $O_{62}$ ).
- i) El manejo de expresiones complejas, como la de la intensidad de campo gravitatorio o la ley de la Gravitación Universal, ya sea en la forma conceptual ( $O_{60}$ ) u operacional no trivial ( $O_{57}$ ), sólo es adecuado para los sujetos formales consolidados.

- j) En relación con la energía mecánica de un cuerpo, la comprensión del hecho de que la conservación de dicha magnitud es consecuencia de la naturaleza de las fuerzas que operan sobre él ( $O_{69}$ ) es sólo adecuada al nivel de los alumnos formales. Los alumnos en transición avanzada pueden manejar conceptualmente la no conservación de la energía mecánica como consecuencia de rozamientos ( $O_{70}$ ).

### 3.3.4. Carga e interacción eléctrica.

Como en los casos anteriores, hemos organizado la distribución de los items correspondientes a esta unidad de acuerdo con su contenido y su exigencia cognitiva; los resultados se muestran en la tabla XVII. De su análisis se deduce que once de los veinticinco items de que consta la prueba han sido clasificados distribuyéndose éstos aproximadamente al 50% entre las dos mitades de la tabla de exigencia cognitiva, baja y alta, respectivamente. Aun cuando el tratamiento didáctico de esta unidad guarda un estrecho paralelismo con el de la anterior, aparecen más items clasificados; no obstante, el número de items en las categorías extremas *C/F* se mantiene constante y aumenta sólo en la de transición (ver tablas XVI y XVII). El efecto acumulativo de la instrucción así organizada ha podido remover algunas interferencias de tipo didáctico, lo que explicaría el aumento producido en el número de items clasificados. Por otra parte, seis de los once items clasificados son adecuados a alumnos de segundo de BUP (tabla XII).

Los resultados que se derivan del análisis de la consecución o no de los objetivos de instrucción correspondientes pueden resumirse en los siguientes términos:

- k) Los sujetos concretos son capaces de comprender las aplicaciones de un aparato de medidas eléctricas, como el electroscoPIO ( $O_{76}$ ) y, en lo que respecta a la interpretación de fórmulas tales como la de la ley de Coulomb, pueden hacerlo en condiciones suficientemente sencillas que supongan comprensión del significado de un sólo término ( $O_{80}$ ) o interpretación de relaciones bivariadas (*cf*  $O_{31}$ ). Sin embargo, cuando se hace entrar en juego el manejo conceptual simultáneo

TABLA XVII

*Clasificación de los ítems de la prueba 4 de acuerdo con su contenido y con su exigencia cognitiva. Los números que figuran en las casillas corresponden a los números de orden de los respectivos ítems.*

CONTENIDO	C	T↓	T	T↑	F	F↑	% ÍTEMS CLASIFICADOS
<b>4. CARGA E INTERACCIÓN ELÉCTRICA</b>							
– Fenómenos electrostáticos fundamentales. Carga eléctrica	76		77				67
– Interacción eléctrica. Ley de Coulomb	80		83	82	81		80
– Campo eléctrico			87			85	40
– Descripción energética de la interacción eléctrica						89	20
– Movimiento de cargas eléctricas		96					20
– La energía y la corriente eléctrica							0
– Circuitos eléctricos					100		100
n	2		5		4		
%	(18)		(46)		(36)		44

de diferentes variables, aun manteniendo constante el marco conceptual de la cuestión ( $O_{81}$ ), el ítem se convierte en adecuado sólo para los sujetos formales.

- l) Los sujetos en transición comprenden, al menos cualitativamente, el significado del concepto de línea de fuerza ( $O_{83}$ ) y son capaces de manejarlo en la interpretación de un mapa de líneas de fuerza de un sistema sencillo de cargas puntuales ( $O_{87}$ ). Pueden aplicar las fórmulas de asociación de resistencias serie/paralelo si se les facilitan todos los datos ( $O_{96}$ ); sin embargo, sólo los sujetos en transición avanzada (probablemente formales incipientes 3A) son capaces de manejar la ley de Coulomb, en lo que hace referencia a la dependencia respecto de una sola variable ( $O_{82}$ ). El manejo de la dependencia respecto de dos o más variables sólo sería adecuado para los alumnos formales (cf  $O_{57}$  y  $O_{60}$ ).
- m) Sólo los sujetos formales consolidados son capaces de comprender y manejar conceptualmente relaciones complejas, como la expresión completa del potencial electrostático en un punto ( $O_{89}$ ) o la superposición de campos debidos a cargas puntuales ( $O_{85}$ ), y emplear con precisión algoritmos que superan el automatismo de la aplicación de una fórmula, aunque ésta sea compleja (cf  $O_{96}$ ), como el de análisis de circuitos serie con asociaciones mixtas de resistencias ( $O_{100}$ ).

### 3.3.5. Interacción entre cargas en movimiento.

Los resultados que para esta unidad didáctica se presentan en la tabla XVIII muestran cómo el 48<sup>0</sup>/<sub>0</sub> de los items de la prueba ha sido clasificado y además, que éstos, casi en su totalidad, se sitúan en la mitad de la tabla correspondiente a una demanda cognitiva baja; así, todos excepto uno son adecuados al nivel 2<sup>o</sup> de BUP (tabla XII). Tal circunstancia puede ser explicada como consecuencia del enfoque dado al desarrollo de esta unidad, que fue fundamentalmente cualitativo y fenomenológico, como se deriva de las propias características de los objetivos y de los items respectivos (ver anexo I). Las consecuencias más destacables de nuestro análisis pueden resumirse en los siguientes términos:

TABLA XVIII

*Clasificación de los items de la prueba 5 de acuerdo con su contenido y con su exigencia cognitiva. Los números que figuran en las casillas corresponden a los números de orden de los respectivos items.*

CONTENIDO	C	T↓	T	T↑	F	F↑	% ITEMS CLASIFICADOS
<b>5. INTERACCION ENTRE CARGAS EN MOVIMIENTO</b>							
– Magnetismo e imanes	101,103,104 107,105	102					71
– Efectos magnéticos de las cargas en movimiento	108,110	109					33
– Fuerzas magnéticas sobre corrientes eléctricas	115						20
– Inducción electro-magnética			118		119		50
n	8	3		1			
%	(67)	(25)		(8)			48

n) Una descripción fenomenológica del electromagnetismo es perfectamente adecuada al nivel de los alumnos concretos ( $O_{101}$ ,  $O_{103}$ ,  $O_{104}$ ,  $O_{107}$ ,  $O_{108}$ ,  $O_{115}$ ,  $O_{118}$ ), los cuales, apoyados en esta base, son capaces de efectuar interpretaciones cualitativas sencillas tales como la de espectros magnéticos ( $O_{105}$ ).

Al igual que en el caso anterior, nuestros resultados no pueden ser contrastados con los de Shayer<sup>4</sup> por falta de coincidencia temática, siendo, por tanto, ambos complementarios.

TABLA XIX

*Resumen de las distribuciones por unidades didácticas  
de los diferentes ítems clasificados según su exigencia cognitiva.*

CONTENIDO	C	T	F	% ÍTEMS CLASIFICADOS
1. MOVIMIENTO	1 (10)	4 (40)	5 (50)	40
2. FUERZA, MASA Y MOVIMIENTO	4 (57)	1 (14)	2 (29)	28
3. MASA E INTERACCION GRAVITATORIA	2 (29)	1 (14)	4 (57)	28
4. CARGA E INTERACCION ELECTROSTATICA	2 (18)	5 (46)	4 (36)	44
5. INTERACCION ENTRE CARGAS EN MOVIMIENTO	8 (67)	3 (25)	1 (8)	48
n %	17 (36)	14 (30)	16 (34)	38

#### **3.4.—UNA TAXONOMIA PARA LAS OPERACIONES IMPLICADAS EN LA CONTESTACION A LOS ÍTEMS.**

La consecución de los objetivos de instrucción formulados en el anterior apartado, medida a través de los ítems de opción múltiple correspondientes, está condicionada por la realización de una serie de operaciones intelectuales por encima de la referencia a los contenidos específicos de los que se trate. La realización de tales operaciones supone la aplicación de algunas habilidades o

destrezas que están asociadas al aprendizaje de la Física. En algunas ocasiones, tales operaciones son consecuencia no tanto del contenido científico del ítem, como de su formato; pero, en general, contenido y formato del ítem son variables que interfieren, como hemos tenido oportunidad de demostrar en investigaciones anteriores<sup>13,36</sup>. Dado que las pruebas constituyen los elementos ordinarios de medida del rendimiento, en la presente investigación nos ha parecido oportuno tomar en consideración, junto a operaciones referidas a la utilización del conocimiento científico en sí, algunas otras relativas al formato del ítem.

A partir de un análisis global de los 125 ítems que constituyen el conjunto de tests de rendimiento en Física considerados, hemos establecido la siguiente taxonomía como instrumento de clasificación de los ítems según el tipo de operaciones implicadas en su contestación.

- A<sub>1</sub>) Manejo de relaciones complejas.* Se incluyen en esta categoría aquellos ítems que suponen el manejo operacional de relaciones complejas a propósito de problemas u otro tipo de situaciones prácticas semejantes.
- A<sub>2</sub>) Manejo de relaciones de orden superior.* Se pueden considerar como un caso particular de la anterior categoría, referida a aquellas situaciones en las que se han de manejar relaciones entre relaciones.
- B) Razonamiento proporcional.* Se incluyen en esta categoría aquellos ítems que requieren razonar en términos de proporcionalidad ya sea directa, ya sea inversa, o incluso sobre relaciones multivariadas (control de variables).
- C<sub>1</sub>) Interpretación cualitativa de gráficas.* Incluye los ítems en los que se ha de relacionar una representación gráfica con alguna propiedad del sistema, sin descender al análisis numérico.
- C<sub>2</sub>) Interpretación cuantitativa de gráficas.* Incluye los ítems en donde la interpretación de la gráfica correspondiente supone un análisis de tipo numérico.

D) *Comprensión de conceptos, fenómenos o relaciones complejos.* Los ítems incluidos en esta categoría suponen comprensión, pero no manejo operacional.

E) *Manejo de relaciones sencillas.* En muchas ocasiones equivalen a simples automatismos.

F) *Comprensión de conceptos, fenómenos o relaciones sencillos.* Al igual que en la categoría D, los ítems incluidos en esta categoría no suponen manejo operacional.

G) *Simple recuerdo.* Suponen un simple ejercicio de memoria.

Las categorías definidas hasta ahora hacen referencia a operaciones características de la utilización del conocimiento científico; las que siguen, sin embargo, tienen que ver con el formato de los ítems o, más concretamente, con la forma en que fueron redactados.

α) *Lógica de proposiciones.* Las diferentes opciones han sido presentadas en formas alternativas del tipo, alguno, ninguno, todos, cualquiera, etc.

β) *Negación.* Incluye todos aquellos ítems en los cuales la negación aparece en el cuerpo del ítem y de lo que se trata es de confrontar las diferentes opciones con la negación de una propiedad o circunstancia dada explícitamente en el enunciado.

γ) *Falsas.* Se incluyen en esta categoría aquellos ítems en los cuales se ha de identificar la opción incorrecta o falsa.

La tabla XX recoge la distribución de los 125 ítems de Física Básica en las diferentes categorías taxonómicas anteriormente definidas para operaciones de utilización del conocimiento científico y la tabla XXI incluye, únicamente, las categorías relacionadas con el formato del ítem. La distribución porcentual que muestra la tabla XX, la cual constituye, de hecho, una variante de las clásicas tablas de especificaciones<sup>37</sup>, revela que las operaciones de comprensión de conceptos, fenómenos y relaciones (categorías D y F

de nuestra taxonomía) tienen un peso global importante, de un 54.4<sup>o</sup>/100 en los tests del PEICE; lo que es razonable, teniendo en cuenta el carácter básico del curso de Física al que hace referencia; seguido de las operaciones que suponen el manejo del conocimiento científico en un contexto, por lo general, de aplicación (categorías A, B, C y E), con un peso global del 35.2<sup>o</sup>/100 y, finalmente, por aquéllas de simple recuerdo, con un peso del 10.4<sup>o</sup>/100.

### 3.5.—LA ADECUACION DE LAS OPERACIONES.

La clasificación doble de los items, según su nivel de exigencia cognitiva y a la vez según la operación implicada en su contestación, puede permitirnos una aproximación a la caracterización del nivel de exigencia cognitiva de las propias operaciones que haga posible abordar el problema de la adecuación curricular desde una óptica más general que la de los contenidos.

La tabla XXII presenta los resultados de esa doble clasificación *operación × nivel de exigencia cognitiva*. El tanto por ciento de los items clasificables —calculado, como en casos anteriores, tomando como base la fracción de items con un nivel de exigencia bien definido para una categoría taxonómica dada, respecto del total de items correspondiente a dicha categoría (tablas XX y XXII)— constituye una medida grosera de la fuerza de la relación entre nivel de desarrollo cognitivo y efectividad en la realización de las operaciones correspondientes, que es tanto más fiable cuanto mayor es el número total de items disponible en cada categoría taxonómica (tabla XX).

En lo que sigue, efectuaremos una discusión pormenorizada de los resultados obtenidos para las diferentes operaciones consideradas en nuestra taxonomía.

#### 3.5.1. Manejo de relaciones complejas y de orden superior (A).

En esta categoría taxonómica ha podido ser clasificado un 33<sup>o</sup>/100 de los items disponibles (tablas XX y XXII); dichos items se hallan claramente distribuidos en la mitad de la tabla XXII corres-

TABLA XX

*Distribución de los ítems de Física Básica en las categorías taxonómicas referidas a operaciones de utilización del conocimiento científico.*

A1	A2	B	C1	C2
MANEJO DE RELACIONES COMPLEJAS	MANEJO DE RELACIONES DE ORDEN SUPERIOR	RAZONAMIENTO PROPORCIONAL	INTERPRETACION CUANTITATIVA DE GRAFICAS	INTERPRETACION CUALITATIVA DE GRAFICAS
16, 24, 40, 55, 85	32, 46, 47, 74, 91, 96, 100	25, 31, 33, 37, 39, 44, 57, 62, 81, 82	4, 87, 105, 110, 112, 113	8, 9, 10, 13, 14, 15, 18, 49, 50, 73, 95
n 5	7	10	6	11
% (4.0)	(5.6)	(8.0)	(4.8)	(8.8)

D COMPRESION DE CONCEPTOS, FENOMENOS O RELACIONES COMPLEJOS	E MANEJO DE RELACIONES SENCILLAS	F COMPRESION DE CONCEPTOS, FENOMENOS O RELACIONES SENCILLOS	G SIMPLE RECUERDO
1, 2, 3, 6, 7, 17, 19, 20, 21, 22, 30, 34, 38, 41, 42, 54, 58, 59, 60, 65, 66, 67, 68, 69, 78, 79, 80, 83, 86, 88, 89, 92, 97, 98, 99, 102, 109, 111, 115, 116, 117, 121, 123, 124	5, 45, 48, 72, 84	26, 27, 28, 29, 35, 36, 53, 61, 63, 70, 71, 77, 90, 93, 94, 101, 103, 106, 108, 114, 118, 119, 120, 125	11, 12, 13, 43, 51, 52, 56, 64, 75, 76, 104, 107, 122
44 (35.2)	5 (4.0)	24 (19.2)	13 (10.4)

TABLA XXI

*Items que sugieren posibles problemas de interferencia del formato.*

LOGICA DE PROPOSICIONES	NEGACION	FALSAS
6, 21	28, 36, 51, 60, 63, 83, 102, 106, 120	8, 15, 17, 18, 19, 20, 29, 31, 34, 41, 48, 53, 54, 62, 65, 70, 92, 114, 117
n 2	9	19

pondiente a demanda elevada, lo que indica que la mayor parte de las operaciones incluidas en esta categoría (I24, I85, I100) es básicamente adecuada para alumnos formales consolidados o para un nivel académico equivalente al COU. Sólo cuando se trata de automatismos sobre relaciones complejas, la operación es asequible a alumnos en transición incipiente (I96) (Ver anexo 1).

Los resultados de la tabla XXIII A indican claramente que, en promedio, se trata de un conjunto de operaciones para el cual el nivel 2/3 es alcanzado por los sujetos formales o al nivel de COU. Esta caracterización del nivel de exigencia cognitiva de las operaciones clasificadas como del tipo A en nuestra taxonomía coincide esencialmente con los resultados obtenidos en el estudio de Shayer y col. (cf ref. 4 pág. 93-94 y 100-101). Utilizando instrumentos diferentes de los empleados por nosotros, estos autores concluyen que son los sujetos formales avanzados (3B) los que "pueden usar cuantitativamente relaciones entre relaciones o determinar relaciones semicuantitativas".

### 3.5.2. Razonamiento proporcional (B).

De los resultados obtenidos en esta categoría destaca el hecho de que el 80% de sus items haya sido clasificado, lo que puede interpretarse como que este tipo de razonamiento sobre ex-

TABLA XXII

*Clasificación de los items de acuerdo con su exigencia cognitiva y con el tipo de operaciones implicadas en su contestación.*

OPERACION	C	T↓	T	T↑	F	F↑	% ITEMS CLASIFICABLES
MANEJO DE RELACIONES COMPLEJAS					24	85	40
MANEJO DE RELACIONES DE ORDEN SUPERIOR		96			100		30
RAZONAMIENTO PROPORCIONAL	31	44		82	81, 25, 62	33, 57	80
INTERPRETACION CUALITATIVA DE GRAFICAS	105, 110		87				50
INTERPRETACION CUANTITATIVA DE GRAFICAS					14		9

TABLA XXII (cont.)

OPERACION	C	T↓	T	T↑	F	F↑	% ITEMS CLASIFICABLES
D. COMPRENSION DE CONCEPTOS, FENOMENOS O RELACIONES COMPLEJOS	3, 115, 80	102, 109	83	22, 17	7, 60, 19, 30	69, 89	33
E. MANEJO DE RELACIONES SENCILLAS		5					20
F. COMPRENSION DE CONCEPTOS, FENOMENOS O RELACIONES SENCILLAS	26, 27, 29, 61, 101, 103, 108		77, 118	70	119		45
G. SIMPLE RECUERDO	75, 76, 104, 107	12					39
$\alpha$ LOGICA DE PROPOSICIONES			83		60		0
$\beta$ NEGACION		102					33
$\gamma$ FALSAS	29, 31			17, 70	19, 62		32

TABLA XXIII

*Datos de exigencia cognitiva e índices de acierto  $\gamma_{ik}$  de los items clasificados, estimados por edades, que corresponden a las operaciones tipos A y B.*

## A) MANEJO DE RELACIONES COMPLEJAS O DE ORDEN SUPERIOR

ITEM N°	C	T	F	$\gamma_{i1}$	$\gamma_{i2}$	$\gamma_{i3}$	$\gamma_{i4}$
24	23.5	38.4	56.6	37.5	43.1	43.6	47.6
85	20.0	42.0	57.1	39.4	45.0	46.1	49.6
96	20.0	73.2	88.9	64.6	73.6	76.7	81.1
100	60.0	51.4	71.4	55.3	58.7	57.7	61.5
VALORES MEDIOS	28.1	46.4	64.1	49.2	55.1	56.0	60.0

## B) RAZONAMIENTO PROPORCIONAL

ITEM N°	C	T	F	$\gamma_{i1}$	$\gamma_{i2}$	$\gamma_{i3}$	$\gamma_{i4}$
25	41.2	55.6	71.7	54.6	59.6	60.1	63.7
31	70.6	90.7	88.9	86.6	88.3	89.7	89.8
33	35.3	40.2	58.7	41.3	45.8	45.7	49.5
44	52.9	80.4	79.4	74.9	77.6	79.4	79.9
57	20.0	28.6	48.4	29.1	34.3	34.4	38.6
62	20.0	50.0	64.5	45.7	52.1	53.7	57.3
81	20.0	50.0	68.3	46.2	53.3	54.8	59.2
82	20.0	63.8	74.6	56.4	61.7	66.0	69.2
VALORES MEDIOS	43.0	52.8	72.2	54.3	59.1	60.5	63.4

presiones físicas, ya sean bivariadas, ya sean multivariadas, está fuertemente condicionado por el nivel de desarrollo cognitivo.

Los items de mayor exigencia cognitiva suponen el manejo de relaciones de proporcionalidad compuesta (I25, I33) o múltiple (I57, I81), relacionadas con cambios de unidades no triviales (sucesivos) o con relaciones multivariadas con proporcionalidad inversa, respectivamente. Los de menor son items que implican el manejo de relaciones de proporcionalidad sobre relaciones bivariadas o de proporcionalidad directa (I31, I44). Las relaciones bivariadas de proporcionalidad inversa corresponden a un nivel de exigencia cognitivo intermedio (I82).

Los datos recogidos en la tabla XXIIIB indican que las primeras operaciones son sólo adecuadas a un nivel 2/3 para los sujetos formales consolidados, las segundas, para los concretos y las terceras, para los de transición. Esta gradación en la exigencia cognitiva de la proporcionalidad conforme a la secuencia, proporcionalidad simple y directa, proporcionalidad simple e inversa, proporcionalidad compuesta o proporcionalidad múltiple, constituye un resultado a destacar, por lo que supone de matización respecto del razonamiento proporcional.

### 3.5.3. Interpretación de gráficas (C).

Los resultados obtenidos para esta categoría parecen indicar un comportamiento distinto, según se trate de una interpretación cualitativa o de una cuantitativa (tabla XXII). Así, el porcentaje de items clasificables correspondientes a la primera categoría alcanza una cifra "normal" de un 50<sup>0</sup>/100 y corresponde a un nivel bajo de exigencia cognitiva (tablas XXII y XXIV C), en tanto que para los de la segunda no se logra ni un 10<sup>0</sup>/100 de items clasificables y su nivel de exigencia cognitiva es alto. Este porcentaje, anormalmente bajo, puede ser interpretado en términos de una mayor influencia en el acierto a los tests de rendimiento de factores distintos del considerado en la presente investigación, como pueden ser deficiencias en la instrucción o incluso otros de tipo psicológico probablemente relacionados con el procesamiento de la información procedente del campo perceptivo<sup>38</sup>

TABLA XXIV

*Datos de exigencia cognitiva e índices de acierto  $\gamma_{ik}$  de los items clasificados, estimados por edades, que corresponden a las operaciones tipos C y D.*

## C) INTERPRETACION DE GRAFICAS

ITEM N°	C	T	F	$\gamma_{i1}$	$\gamma_{i2}$	$\gamma_{i3}$	$\gamma_{i4}$
14	17.6	39.4	52.8	36.6	41.9	42.9	46.1
87	40.0	70.3	85.7	66.1	72.7	74.3	78.3
105	100.0	95.0	100.0	96.5	97.1	96.6	97.5
110	100.0	97.8	98.4	98.3	98.2	98.0	98.1
VALORES MEDIOS	46.9	62.0	72.4	65.2	77.4	78.0	80.0

## D) COMPRESION DE CONCEPTOS, FENOMENOS O RELACIONES COMPLEJOS

ITEM N°	C	T	F	$\gamma_{i1}$	$\gamma_{i2}$	$\gamma_{i3}$	$\gamma_{i4}$
3	64.7	76.8	80.8	74.9	77.1	77.7	78.8
7	23.5	45.5	66.0	43.5	50.3	51.2	55.8
17	41.2	60.6	83.0	59.3	66.2	66.9	71.9
19	35.3	53.5	67.9	51.5	56.6	57.4	60.7
22	29.4	58.6	71.7	54.3	60.3	61.9	65.2
30	35.3	57.0	69.8	54.2	59.3	60.4	63.4
60	40.0	48.6	72.6	49.6	55.7	55.7	60.1
69	20.0	41.4	56.5	38.9	44.5	45.5	49.0
80	100.0	81.9	96.8	87.1	88.4	86.8	89.4
83	60.0	63.0	82.5	64.6	69.1	69.0	72.8

TABLA XXIV (cont.)

## D) COMPRESION DE CONCEPTOS, FENOMENOS O RELACIONES COMPLEJOS

ITEM N°	C	T	F	$\gamma_{i1}$	$\gamma_{i2}$	$\gamma_{i3}$	$\gamma_{i4}$
89	0.0	23.2	36.5	20.1	25.5	26.7	29.9
102	60.0	74.1	88.7	73.0	77.6	78.2	81.4
109	60.0	77.7	91.9	75.8	80.8	81.6	84.8
115	60.0	74.1	91.9	73.3	78.7	79.2	83.1
VALORES MEDIOS	41.5	59.2	74.3	58.6	63.6	64.2	67.6

Este diferente comportamiento de la muestra respecto de ambos subtipos de operaciones es perfectamente consistente con el encontrado en un estudio previo, dirigido a la determinación de la demanda cognitiva de diferentes procesos de la ciencia u operaciones típicas del quehacer científico<sup>13</sup>. En dicha investigación, realizada sobre una muestra diferente, se empleó como instrumento de medida el TIPS (*Test of Integrated Science Process Skills*)<sup>39,40</sup>. La destreza tipificada como reconocimiento de gráficas fue medida a través de la contestación a tres ítems que suponían, en todos los casos, el manejo de los datos y la interpretación de la gráfica en términos cuantitativos. Pues bien, para esta destreza (MC5) del método científico se encontró un efecto discriminador del nivel de desarrollo cognitivo medido por el test de Longeot prácticamente nulo, con un nivel de éxito, para las diferentes categorías, próximo al 40%. Por contra, los tres ítems que medían la destreza tipificada como interpretación de gráficas (MC6) suponían un manejo de la información gráfica disponible esencialmente cualitativo. En este caso, la discriminación en el nivel de éxito según el grado de desarrollo cognitivo resultó baja (un 92 % de los sujetos en transición acertó más de los 2/3 del grupo de ítems que medían esta destreza).

Esta consistencia en los resultados, obtenidos en estudios independientes realizados sobre muestras distintas y con instrumentos de medida diferentes, refuerza la validez de nuestras conclusiones empíricas y pone en cuestión el procedimiento seguido por otros investigadores, en el sentido de considerar la interpretación cualitativa y cuantitativa de gráficas como una destreza única indiferenciada del quehacer científico<sup>41</sup>. Más allá de nuestras hipótesis tentativas, una explicación rigurosa al fenómeno observado requeriría por sí misma una nueva investigación diseñada específicamente con tal propósito.

#### **3.5.4. Comprensión de conceptos, fenómenos o relaciones complejos (D)**

De acuerdo con los resultados obtenidos para esta categoría taxonómica y recogidos en la tabla XXII, los items clasificados suponen un 33<sup>o</sup>/o del total disponible para dicha categoría y su distribución en los diferentes niveles de exigencia cognitiva es razonablemente homogénea, estando ligeramente desviada hacia los valores altos. Tomando como referencia los valores medios (tabla XXIV D) en su conjunto, se trata de una operación o conjunto de operaciones que pueden resultar adecuadas para el nivel de 2<sup>o</sup> de BUP.

Un análisis más detallado de los resultados permite establecer las siguientes conclusiones:

- a) La comprensión de los conceptos que implican una descripción vectorial (*I7, I19, I22*), que rodean a la noción rigurosa de campo físico (*I60, I89*) o de una relación indirecta (como la relación entre fuerza y velocidad, por ejemplo, *I30*) resulta asequible sólo a los alumnos formales.
- b) El enfoque fenomenológico de los conceptos rebaja su nivel de exigencia cognitiva; tal es el caso de los items correspondientes al tema de electromagnetismo (*I102, I109, I115*) cuyo enfoque didáctico se apoyó fuertemente en demostraciones experimentales del profesor.

### **3.5.5. Manejo de relaciones sencillas (E)**

La escasez de ítems disponibles en esta categoría impide obtener conclusiones razonablemente seguras. El ítem clasificado presenta, no obstante, un nivel de exigencia cognitiva bajo (tablas XXII y XXV E).

### **3.5.6. Comprensión de conceptos, fenómenos o relaciones sencillas (F)**

El análisis de los resultados recogidos en la tabla XXII para esta categoría taxonómica indica claramente que se trata de una operación de baja demanda cognitiva, perfectamente adecuada a alumnos de 1º de BUP o incluso de cursos inferiores (tabla XXVF), como cabía esperar de las características que sirvieron de base a la identificación de la referida categoría.

### **3.5.7. Simple recuerdo (G)**

Al igual que en el caso anterior, los ítems de esta categoría taxonómica, que han podido ser clasificados según su demanda cognitiva, se agrupan en los niveles inferiores y son, por tanto, asequibles a los alumnos de 2º de BUP y de cursos inferiores (tablas XXII y XXV G).

### **3.5.8. La cuestión del formato**

El análisis de la influencia del formato tiene un cierto interés. En el ámbito correspondiente a la tecnología de construcción de ítems es sabido que la presencia de una negación<sup>37,42</sup> en el cuerpo del ítem incrementa su nivel de dificultad. Tanto las situaciones que suponen una negación explícita, recogidas en la categoría  $\beta$ , como aquellas en las cuales se trata de elegir la opción falsa (categoría  $\gamma$ ) han dado lugar a una fracción de ítems clasificables del orden de 1/3.

TABLA XXV

*Datos de exigencia cognitiva e índices de acierto  $\gamma_{ik}$   
de los items clasificados, estimados por edades, que corresponden  
a las operaciones tipos E,F,G.*

**E) MANEJO DE RELACIONES SENCILLAS**

ITEM N°	C	T	F	$\gamma_{i1}$	$\gamma_{i2}$	$\gamma_{i3}$	$\gamma_{i4}$
5	41.2	71.2	71.2	66.8	69.0	71.0	71.7

**F) COMPRENSION DE CONCEPTOS, FENOMENOS O RELACIONES SENCILLOS**

ITEM N°	C	T	F	$\gamma_{i1}$	$\gamma_{i2}$	$\gamma_{i3}$	$\gamma_{i4}$
26	70.6	78.5	81.0	77.2	78.6	79.1	79.8
27	88.2	80.4	81.0	82.0	81.3	80.8	80.7
29	76.5	77.6	84.1	78.1	79.6	79.5	80.9
61	60.0	79.3	91.9	76.9	78.5	82.7	85.6
70	40.0	60.0	75.5	57.8	63.3	64.3	67.8
77	0.0	65.9	71.4	53.7	61.9	66.0	68.7
101	60.0	82.0	83.9	77.9	80.7	82.1	83.0
103	60.0	78.4	87.1	75.8	79.6	80.6	82.8
108	100.0	88.5	88.7	90.8	89.6	86.5	88.7
118	60.0	64.7	82.3	65.7	70.1	69.9	73.6
119	20.0	52.5	66.1	47.7	54.1	55.9	59.3
<b>VALORES MEDIOS</b>	67.0	75.6	81.5	71.2	74.3	75.2	77.4

TABLA XXV (cont.)

## G) SIMPLE RECUERDO

ITEM N°	C	T	F	$\gamma_{i1}$	$\gamma_{i2}$	$\gamma_{i3}$	$\gamma_{i4}$
12	58.8	79.8	90.6	76.9	81.5	82.6	85.2
75	80.0	85.0	83.9	83.9	84.2	84.5	84.4
76	100.0	85.5	92.1	89.1	88.9	87.8	88.8
104	80.0	91.4	93.5	89.4	91.1	91.8	92.5
107	100.0	96.4	100.0	97.5	97.9	97.6	98.2
VALORES MEDIOS	75.7	85.1	91.6	87.4	88.7	88.9	89.8

Los datos recogidos en las tablas XXI y XXII han resultado insuficientes como para poder establecer por sí solos un comportamiento anómalo de estos ítems respecto del resto, de formato afirmativo. Sin embargo, la propia clasificación constituye el punto de partida de una investigación, actualmente en marcha, que nos permitirá detectar, si lo hubiere, ese comportamiento diferenciado, a través de estudios de regresión múltiple de tales categorías con cada una de las cuatro operaciones a las que hace referencia el test de Longeot y su comparación con los que resulten de un análisis semejante para el conjunto de ítems afirmativos.

### 3.6.—ALGUNAS REFLEXIONES FINALES SOBRE EL PROBLEMA DE LA ADECUACION

Los reconocidos excesos, desde el punto de vista de su nivel de exigencia cognitiva, que en los años sesenta y setenta se cometieron en el diseño de proyectos de enseñanza de las ciencias de indudable prestigio científico es probablemente la causa de que al abordar el problema de la adecuación curricular se in-

terprete éste tácitamente en el sentido de evitar una inadecuación por exceso; ésta ha sido también la acepción otorgada implícitamente al término adecuación a lo largo del presente estudio. Sin embargo, es preciso destacar que la siempre tentadora solución trivial consistente, en el problema que nos ocupa, en efectuar una drástica rebaja en los niveles de exigencia académica es engañosa por excesivamente simplista. Junto a su dificultad, a las disciplinas científicas se les reconoce un alto valor formativo como promotoras del desarrollo intelectual. Ese proceso de interacción dinámica entre organismo y entorno, postulado por Piaget como uno de los responsables del progreso cognitivo, es estimulado por el aprendizaje de las disciplinas científicas, entre otras razones, porque supone una aproximación a la realidad, frecuentemente en conflicto con ideas preconcebidas y explicaciones espontáneas, pero que, sin embargo, puede ser contrastada experimentalmente. Precisamente por ello y mientras que un nivel de abstracción excesivo contribuye al fracaso, una reducción arbitraria o no calculada del contenido científico de los programas podría retrasar el proceso de evolución intelectual del adolescente.

Aun cuando algunos proyectos han sido desarrollados para tratar de dar respuesta a la pregunta de si es posible mediante una instrucción científica planificada con tal propósito acelerar el desarrollo cognitivo en los adolescentes<sup>43-45</sup>, el problema de los probables efectos retardadores, aun dentro de un contexto social occidental, de una inadecuación curricular por defecto no ha sido analizado. Los impedimentos de tipo ético y de responsabilidad social que plantearía un abordaje experimental de este problema son obvios; lo cual no significa que no pueda ser investigado siguiendo una metodología cuantitativa de tipo observacional o incluso cualitativa, aprovechando situaciones naturales convenientemente elegidas. No obstante, la posibilidad de que una instrucción científica situada por debajo de la potencialidad cognitiva del adolescente dé lugar a una disminución en su ritmo de desarrollo intelectual constituye una hipótesis plausible.

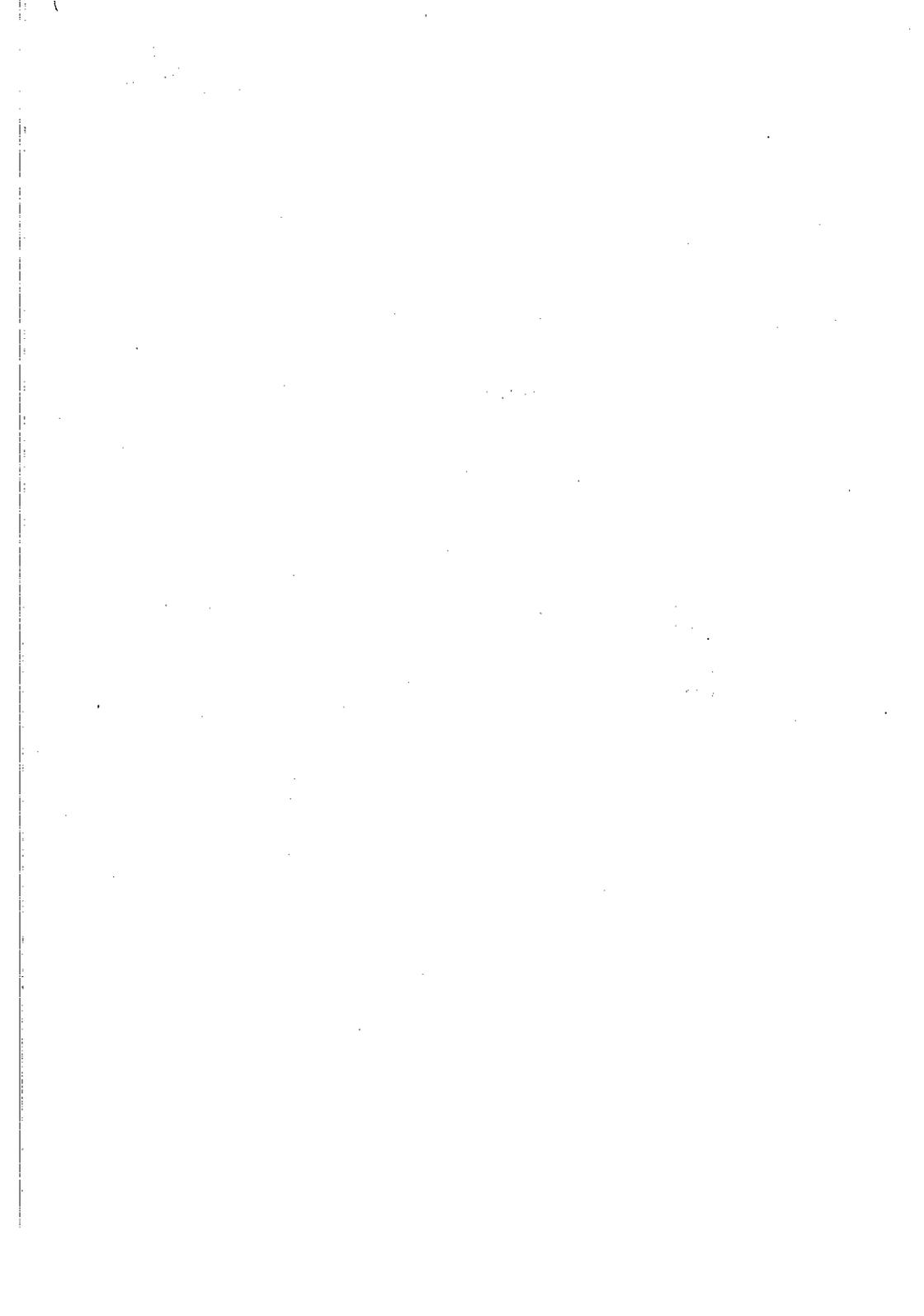
En el marco de una escolarización obligatoria hasta los 16 años, la Enseñanza Secundaria deberá jugar, para una importante fracción de alumnos, un papel de "formación para la vida", bastantes de cuyas actividades requieren el uso de las operaciones

formales. Como han señalado Shayer y Adey, de hecho, "algunos colegas americanos consideran que un objetivo esencial de la democracia debería ser que todos los ciudadanos alcanzasen el nivel de las operaciones formales, ya que los asuntos a considerar por un electorado son complejos y requieren modelos de razonamiento bastante sofisticados<sup>4</sup>".

Por otra parte, la heterogeneidad del alumnado de Enseñanza Secundaria, presumiblemente incrementada en el nuevo modelo de enseñanza obligatoria, constituye otro factor adicional que en este orden de ideas complica notablemente la situación. Entornos socioeconómicos muy distintos reproducirán en los alumnos de los centros educativos correspondientes diferencias intercentros apreciables para una misma edad, en lo que concierne a su nivel de desarrollo intelectual; pero, como revelan nuestros datos, aun en un mismo centro e incluso en una misma aula, tales diferencias son significativas, de modo que un ajuste apropiado para unos sujetos resultará inadecuado para otros. Así, los alumnos que utilizan habitualmente las operaciones formales sufrirán una inadecuación *por defecto* si son sometidos a programas pensados para alumnos cuyo nivel de desarrollo cognitivo puede ser adscrito al estadio de las operaciones concretas; en el supuesto contrario, la inadecuación será para estos últimos, pero en tal caso *por exceso*.

Cualquier solución rigurosa al problema de la adecuación debiera tomar en consideración ambos extremos. El mantenimiento de una cierta tensión cuidadosamente calibrada entre las posibilidades del alumno y la demanda cognitiva e intelectual de los currícula constituye una exigencia de la adecuación curricular correctamente entendida y, junto a ello, la aproximación a una enseñanza que tenga en cuenta la existencia en alumnos de una misma edad de diferencias individuales significativas en lo que concierne, cuando menos, a su nivel de desarrollo intelectual. Tal acercamiento a una instrucción individualizada no supone necesariamente la realización de agrupamientos homogéneos —lo que, por otra parte, sería difícilmente aceptable en las sociedades democráticas occidentales—, sino que es posible, apoyados en materiales didácticos apropiados, organizar el aprendizaje a diferentes niveles en las condiciones ordinarias del aula.

Distintas experiencias han sido efectuadas en esta línea en diferentes países, algunas de las cuales se han traducido en proyectos curriculares definidos<sup>46</sup>. En el nuestro, el modelo organizativo del proceso enseñanza—aprendizaje experimentado con éxito en el PEICE permite una aproximación a una enseñanza individualizada que respete la adecuación<sup>16</sup>.



#### 4.1.—LO ESENCIAL DE NUESTROS RESULTADOS.

Por encima de las complicaciones derivadas del tratamiento numérico de los datos, su análisis ha puesto de manifiesto algunas conclusiones razonablemente seguras respecto del nivel de exigencia cognitiva de diferentes ítems y objetivos de instrucción en Física Básica, los cuales se reflejan, con bastante frecuencia, tanto en las programaciones didácticas de los Institutos de Bachillerato, como en su desarrollo.

En un intento de hacer más manejables nuestras conclusiones e inspirándonos en las Taxonomías para el Análisis del currículum de Shayer et al.<sup>4</sup>, hemos elaborado unas tablas que recogen lo esencial de los resultados de nuestro estudio. La tabla XXVI hace referencia a la exigencia cognitiva de los diferentes contenidos que han sido analizados; a pesar de que sólo cuarenta y siete de los ciento veinticinco ítems disponibles pudieron ser finalmente clasificados, los resultados obtenidos son suficientemente representativos y hacen referencia a aspectos claves de los enfoques clásicos de los temas de Física en el nivel de Bachillerato.

La tabla XXVII recoge asimismo lo esencial de los resultados referentes a operaciones. En ella sólo han sido reflejadas aquéllas cuya demanda intelectual discrimina a los sujetos en función de su nivel de desarrollo cognitivo.

#### 4.2.—ALGUNAS RECOMENDACIONES PRACTICAS.

Junto al resumen de los resultados de nuestros análisis presentado en el anterior apartado cabe añadir unas pocas recomendaciones prácticas que, en este capítulo de conclusiones, sintetizan nuestra postura respecto del problema de la adecuación.

TABLA XXVI

*Resumen de los resultados de nuestro estudio en lo que concierne a los contenidos temáticos*

CONTENIDO	CONCRETOS	TRANSICION	FORMALES (avanzados)
1 MOVIMIENTO		<p>Son capaces de reconocer definiciones de magnitudes vectoriales y de utilizarlas, pero sólo a modo de automatismos.</p> <p>Pueden utilizar sólo de forma directa las fórmulas de los movimientos uniformemente acelerados e incluso razonan sobre ellas en términos cualitativos.</p>	<p>Disponen de una comprensión profunda de los conceptos cinemáticos vectoriales.</p> <p>Son capaces de manejar las relaciones cinemáticas de segundo orden y razonan sobre ellas en términos cuantitativos.</p> <p>Manejan con soltura cambios de unidades sin recurrir a la aplicación automática de factores de conversión.</p>
2 FUERZA, MASA Y MOVIMIENTO	<p>Pueden comprender la naturaleza vectorial de la magnitud fuerza y reconocen la relación de proporcionalidad entre fuerza y aceleración.</p> <p>Reconocen las características de las fuerzas de acción y reacción.</p>		<p>Manejan la 2<sup>a</sup> ley de Newton en términos de proporcionalidad en situaciones que suponen cambios de unidades.</p> <p>Comprenden la relación dinámica entre fuerza y movimiento o fuerza y velocidad.</p>

TABLA XXVI (cont.)

CONTENIDO	CONCRETOS	TRANSICION	FORMALES (avanzados)
<p style="text-align: center;">3</p> <p style="text-align: center;">MASA E INTERACCION GRAVITATORIA</p>	<p>Reconocen fenómenos y explicaciones, pero sólo en términos verbales o descriptivos.</p>	<p>Pueden manejar conceptualmente la no conservación de la energía mecánica como consecuencia de rozamientos.</p>	<p>Diferencian entre los conceptos de masa y peso en términos de cantidades y unidades. Manejan conceptual y operacionalmente la ley de la Gravitación Universal como expresión multivariada. Relacionan la naturaleza de las fuerzas conservativas con la conservación de la energía mecánica.</p>
<p style="text-align: center;">4</p> <p style="text-align: center;">CARGA E INTERACCION ELECTRICIA</p>	<p>Pueden interpretar la ley de Coulomb si se trata de reconocer la influencia de una variable.</p>	<p>Pueden manejar cualitativamente la ley de Coulomb cuando se modifica una sola variable. Comprenden el significado de las líneas de fuerza y pueden manejarlo en la interpretación de mapas correspondientes a campos superpuestos. Pueden manejar las fórmulas de asociación mixta de resistencias.</p>	<p>Pueden manejar conceptual y operacionalmente la influencia de diferentes variables en la intensidad de la fuerza electrostática. Comprenden la expresión completa del potencial electrostático en un punto y la superposición de campos debidos a cargas puntuales. Emplean el algoritmo de análisis de circuitos eléctricos con asociaciones mixtas de resistencias.</p>

TABLA XXVI (cont.)

CONTENIDO	CONCRETOS	TRANSICION	FORMALES (avanzados)
5 INTERACCION ENTRE CAR- GAS EN MOVI- MIENTO	Comprenden una descripción fenomológica del electromagnetismo y pueden manejar cualitativamente los conceptos en juego y su interpretación física.		

TABLA XXVII

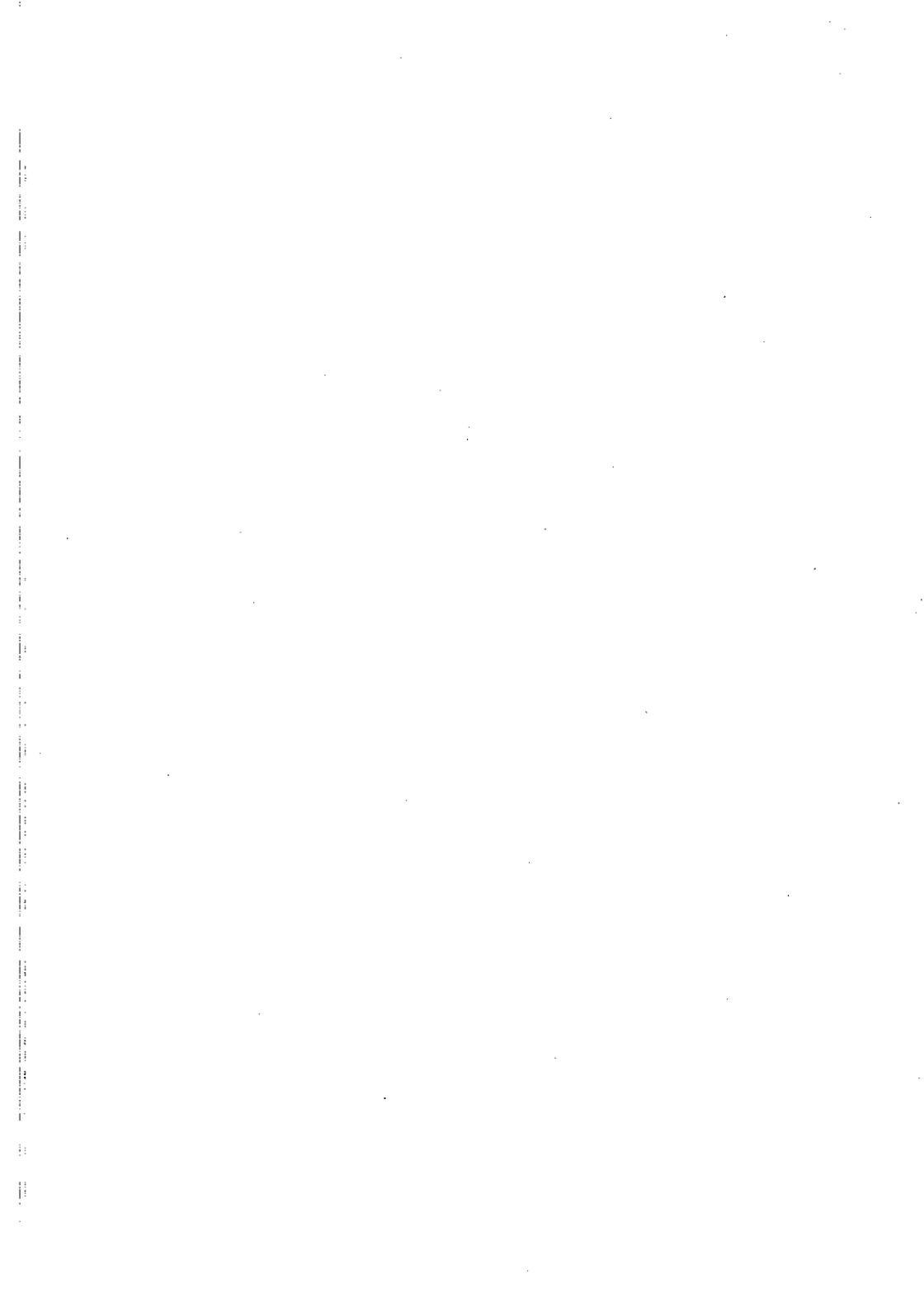
*Resumen de los resultados de nuestro estudio  
en lo que concierne a las operaciones más complejas.*

OPERACION	CONCRETOS	TRANSICION	FORMALES (avanzados)
Manejo de relaciones complejas y de orden superior.		Utilizan las relaciones complejas, pero sólo a nivel de automatismos.	Son capaces de razonar sobre ellas y combinarlas para obtener resultados.
Razonamiento proporcional.	Pueden manejar la proporcionalidad directa sobre relaciones entre dos únicas variables.	Manejan relaciones entre dos variables de proporcionalidad inversa.	Son capaces de manejar relaciones de proporcionalidad compuesta asociadas a cambios sucesivos de unidades y relaciones multivariadas de proporcionalidad directa e inversa.

TABLA XXVII (cont.)

OPERACION	CONCRETOS	TRANSICION	FORMALES (avanzados)
Interpretación de gráficas.	Son capaces de interpretar gráficas cualitativa o semicuantitativamente.		Pueden manejar con soltura los datos experimentales, relacionarlos con su representación gráfica e interpretar ésta en términos cuantitativos.

- a) El desarrollo curricular en las condiciones del aula debe efectuarse siguiendo una metodología de aproximación a una enseñanza individualizada. Aun cuando un material elaborado "exprofeso" para facilitar dicha metodología sería lo óptimo, es posible, tomando como base el soporte que facilitan algunos libros de texto ordinarios, preparar unos guiones de orientación para los alumnos, que permitan trabajar con unos y otros a diferentes niveles.
- b) En las condiciones ordinarias del aula, la individualización debe ser mucho más flexible que una mera asignación al nivel determinado por los resultados de un test Piagetiano de diagnóstico. Ello debe ser así no sólo por exigencias de las limitaciones de fiabilidad que presenta todo test, sino también porque el progreso cognitivo del adolescente a lo largo de un curso dado es un hecho y la interacción entre aprendizaje y estructuras mentales es esencialmente dinámica.
- c) Para cada nivel, la adecuación debería interpretarse más bien como una moderada inadecuación por exceso, de modo que la instrucción científica pueda desempeñar un papel calculado de promotor del desarrollo cognitivo del adolescente.



## REFERENCIAS

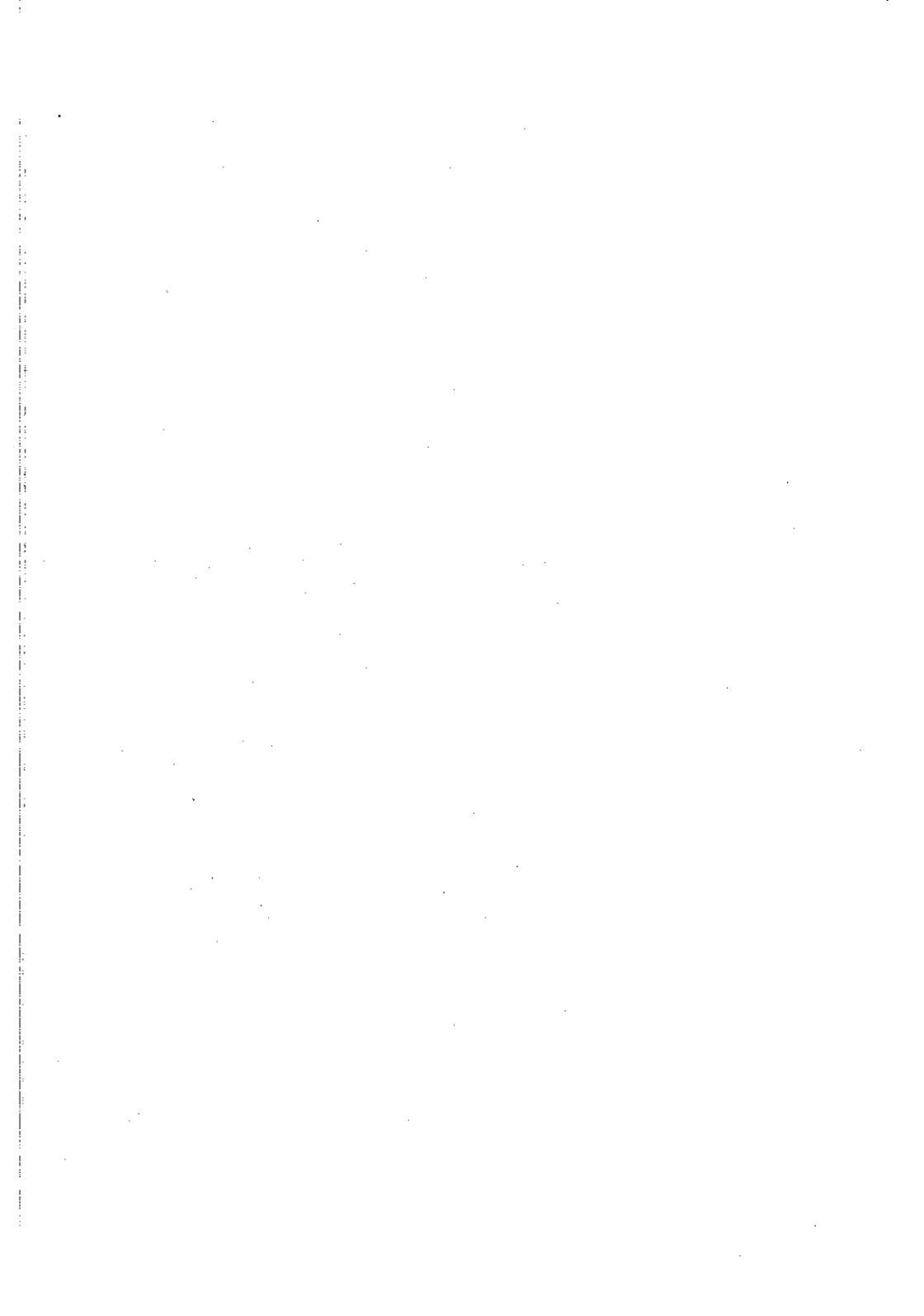
1. LAWSON, A. E. — “The developmental learning paradigm” *Journal of Research in Science Teaching* 16 (6), 501–515 (1979).
2. GUTIERREZ, R. — *Piaget y el curriculum de ciencias*; Madrid, Narcea, 1984.
3. AGUIRRE DE CARCER, I. — *Los adolescentes y el aprendizaje de las ciencias*, Madrid, Ministerio de Educación y Ciencia, 1985.
4. SHAYER, M. y ADEY, P. — *La Ciencia de Enseñar Ciencias*, Madrid, Narcea, 1984.
5. CHIAPPETTA, E. L. — *A Review of Piagetian Studies Relevant to Science Instruction* (1976).
6. LAWSON, A. E. — A Review of Research on formal Reasoning and Science Teaching 22 (7), (1985), 569–617.
7. SHAYER, M. — “The analysis of science curricula for Piagetian level of demand”. *Studies in Science Education* 5, 125–130 (1978); “Conceptual demands in Nuffield O-level Physics” — “School Science Review” 186, 26–34 (1972); “Nuffield Combined Science: do the pupils understand it”?, *Ibid* 60, (1978), 220–223.
8. SHAYER, M. y WYLAM, H. — “The distribution of Piagetian stages of thinking in British middle and secondary school children; I y II” — *British Journal of Education Psychology* 46, 164–173 (1976); 48, (1978), 62–70.
9. AGUIRRE DE CARCER, I. — “Dificultades en la comprensión de las explicaciones de los libros de texto de Física” — *Enseñanza de las Ciencias* 1 (2), (1983), 92–98.
10. LOPEZ RUPEREZ, F., PALACIOS, C., BRINCONES, I., GARROTE, R. y SANCHEZ, J. — “Pensamiento formal y rendimiento en Fí-

- sica. Análisis de la validez del test de Longeot por referencia a tests de rendimiento". *Enseñanza de las Ciencias* 4 (1), (1986), 36-44.
11. LOPEZ RUPEREZ, F., PALACIOS, C. y GARROTE, R. - "Estudio de la influencia del aprendizaje en Física en el desarrollo del pensamiento formal mediante un "Path-Analysis" - *Enseñanza de las Ciencias* 5 (2), (1987), 129-133.
  12. LOPEZ RUPEREZ, F., PALACIOS, C., BRINCONES, I., SANCHEZ, J., GARROTE, R. - "Evolución del nivel piagetiano de desarrollo cognitivo en alumnos de Bachillerato. Un estudio longitudinal" - *Revista de Psicología General y Aplicada* 41 (5), 849-870.
  13. PALACIOS, C., LOPEZ RUPEREZ, F., GARROTE, R. y MONTES, P. - "Procesos de la ciencia y desarrollo cognitivo en Bachillerato". Remitido a *Enseñanza de las Ciencias* para su publicación.
  14. FINLEY, F. N. - "Science Processes" - *Journal of Research in Science Teaching* 20 (1), (1983), 47-54.
  15. LOPEZ RUPEREZ, F., BRINCONES, I., GARROTE, R., PALACIOS, C. y TOVES, MD. - "Introducción a las Ciencias Físicas". *Proyecto de Aproximación a una Enseñanza Individualizada de Ciencias Experimentales*. Vol. I y II. Cantoblanco, Madrid, 1983.
  16. LOPEZ RUPEREZ, F. - "Proyecto de Aproximación a una Enseñanza Individualizada de Ciencias Experimentales. Memoria de Investigación" - Programas de desarrollo de la investigación e innovación educativa. CIDE, 1982.
  17. WARD, C. R., NURRENBERN, S. C., LUCAS, C. y HERRON, J. D. - "Evaluation of the Longeot of cognitive development test" - *Journal of Research Science Teaching* 18 (2), (1981), 123-130.
  18. AHLAWAT, K. S. y BILLEM, V. Y. - "The factor structure of the Longeot test. A Measure of Logical Thinking" - *Ibid* 19 (8), (1982), 647-658.
  19. AHLAWAT, K. S. y BILLEM, V. Y. - "Comparative investigation of the psychometric properties of three tests of Logical Thinking" - *Ibid* 24 (2), (1987), 93-105.
  20. LONGEOT, F. - "Un essai d'application de la psychologie genetique a la psychologie differentielle" - *Bulletin de l'Institute National d'Etude* 18, (1962), 153-162.

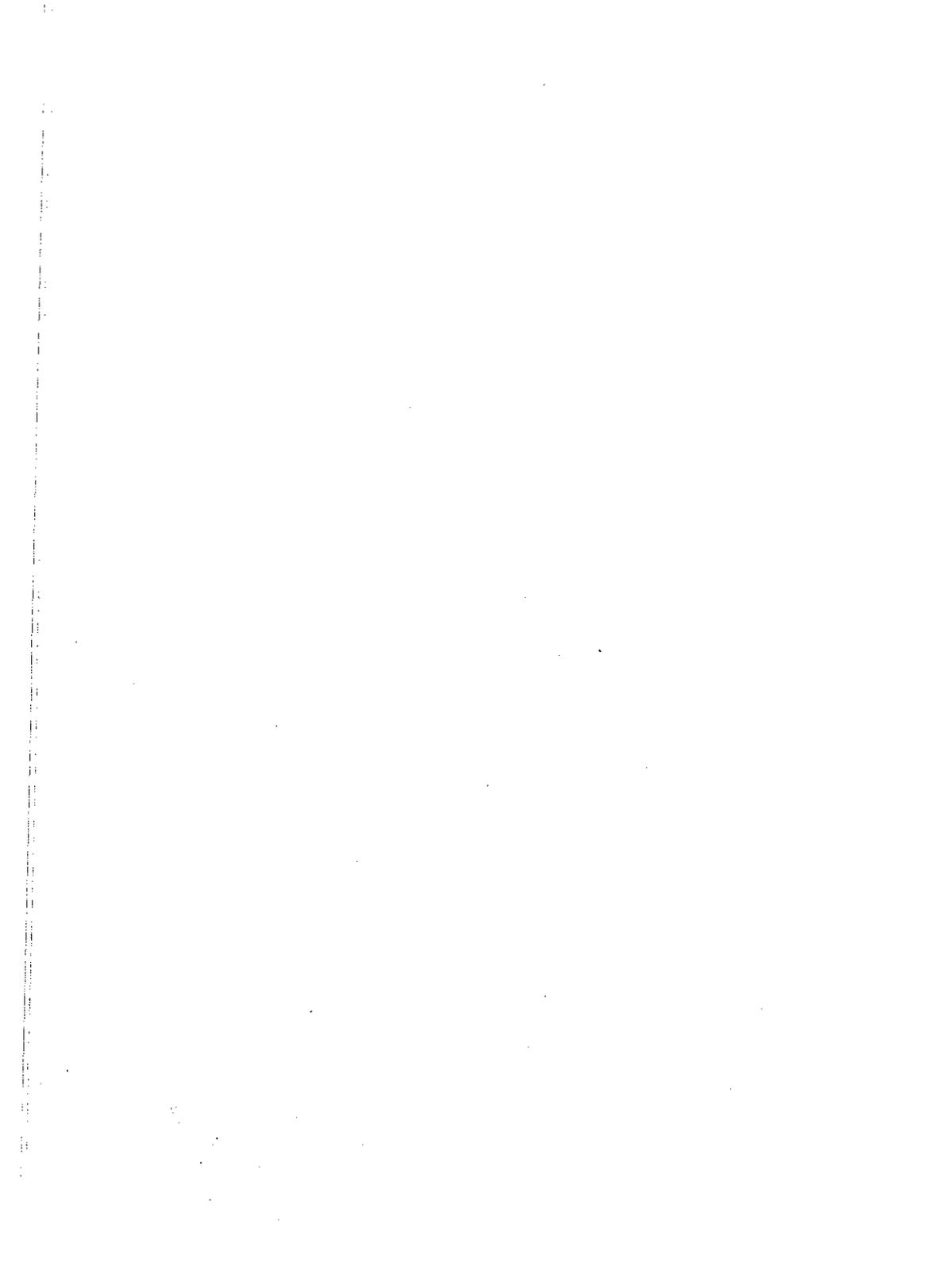
21. LONGEOT, F. —“Analyse estatistique de trois tests genetique collectifs”— *Ibid.* 20, (1965), 219–237.
22. SHEEHAN, P. S. — The effectiveness of concrete and formal instructional procedures with concrete and formal operational student. Doctoral Dissertation State University of New York, 1970 (University Microfilms n° 70–27, 479).
23. AGUIRRE DE CARCER, I. — Documento fotocopiado.
24. LOPEZ RUPEREZ, F., BRINCONES, I., GARROTE, R. y PALACIOS, C. —“Tests de rendimiento en Física Básica”— Trabajo no publicado del que forma parte el ANEXO 1.
25. LOPEZ RUPEREZ, F., BRINCONES, I., GARROTE, R., PALACIOS, C., SANTIN, C. y TOVES, MD —“Proyecto de Enseñanza Individualizada de Ciencias Experimentales. Análisis de una Experiencia”— *Enseñanza de las Ciencias* 1 (2), (1984), 3-14.
26. BLALOCK, H. M. — Estadística Social (Fondo de Cultura Económica, México), 1981.
27. NORMAN, HN., HADLAI, C., JENKINS, JG., STEINBRENNER y BENT, DH. — *Statistical Package for the Social Sciences (SPSS)* New York (Mc Graw Hill), 1975.
28. ANEXO 2 de la presente memoria.
29. LOPEZ RUPEREZ, F. —“Investigación básica e investigación aplicada sobre Didáctica de las Ciencias en un Instituto de Bachillerato”. *Jornadas sobre la investigación educativa en el área de Ciencias Experimentales*, págs. 33–63 (Gobierno Vasco, Vitoria), 1986.
30. COLLEA, F., FULLER, R., KARPLUS, R., PALDY, L., RENNER, J. —“Workshop on physics teaching and the development of reasoning New York, (American Association of Physics Teachers), 1975.
31. KARPLUS, R., LAWSON, A., WOLLMAN, W., APPEL, M., BERNOFF, R., HOWE, A., RUSCH, J., SULLIVANT —“Science Teaching and the Development of Reasoning — Lawrence Hall of Science (University of California, Berkeley), 1977.
32. AGUIRRE DE CARCER, I. —“Dificultades en la comprensión de las explicaciones de los libros de texto de Física”— *Enseñanza de las Ciencias* 1 (2), (1983), 92–98.

33. INHELDER, B. y PIAGET, J. —*De la lógica del niño a la lógica del adolescente* (Buenos Aires), (Paidós), 1972.
34. CARRETERO, M. —“Desarrollo intelectual durante la adolescencia: competencia, actuación y diferencias individuales”. *Infancia y Aprendizaje* 12, (1980), 81–98.
35. VIENNOT, L. —*Le raisonnement spontané en dynamique élémentaire* (París), (Herman), 1979.
36. LOPEZ RUPEREZ, F., PALACIOS GOMEZ, C. y SANCHEZ GONZALEZ, J. —“Influence of the Field Dependence/Independence on performance in written piagetian tests through the item format”— Remitido a *Journal of Research in Science Teaching* para su publicación.
37. MARELIM VIANA, H. —“Los tests en la Educación (Ediciones Universidad de Navarra, Pamplona), 1983.
38. WITKIN, HA., GOODENOUGH, DR. —*Estilos cognitivos. Naturaleza y Orígenes* (Madrid), (Pirámide), 1985.
39. GERALD DILLASHAW, F. y OKEY, JR. —“Test of the Integrated Science Process Skills for Secondary Science Student”, *Science Education* 64 (5) (1980), 601–608.
40. VERA, JJ., BRINCONES, I., POSADA, MJ., CAÑAS, A., PALACIOS, C., SASTRE, S., GOMEZ CARILLO, R., FERNANDEZ VALMAYOR, A. y AGUIRRE DE CARCER, I. —“Las destrezas del quehacer científico. Desarrollo de una prueba para evaluarlas”. I *Jornadas de Investigación Didáctica en Física y Química*. ICE Universidad de Valencia.
41. PADILLA, M. J. y OKEY, JR. —“The relationship between science process skill and formal thinking abilities”. *Journal of Research in Science Teaching* 20 (3), (1983), 239–246.
42. THYNE, JM. —*Principios y Técnicas de Examen* (Anaya 42, Salamanca), 1978.
43. ROSENTHAL, D. A. —*An investigation of some factors influencing development of formal operational thinking*— University of Melbourne, 1975.
44. KUHN, D. y ANGELEV, J. —*An experimental study of the development of formal operational thought child development* 47, (1976), 597–706.

45. BLACK, P. y SHAYER, M. — CASE. *Cognitive Acceleration through Science Education*. Chelsea College.
46. ASEP: *A guide to ASEP. Amsterdam Science Education Project*. Curriculum Development Centre Canberra (Victoria Government Printer, Melbourne), 1974.



## ANEXOS



**PRUEBA 1. MOVIMIENTO.**

1. En Cinemática se entiende por desplazamiento en un intervalo de tiempo:

- a) La distancia entre el punto que ocupa el móvil en el instante inicial y el punto que ocupa en el instante final.
- b) El vector que tiene como origen el origen de coordenadas y por extremo el punto ocupado por el móvil en el instante final.
- c) El espacio medido sobre la trayectoria entre los puntos correspondientes a los instantes inicial y final.
- d) El vector que tiene como origen el punto correspondiente al instante inicial y por extremo el correspondiente al instante final.

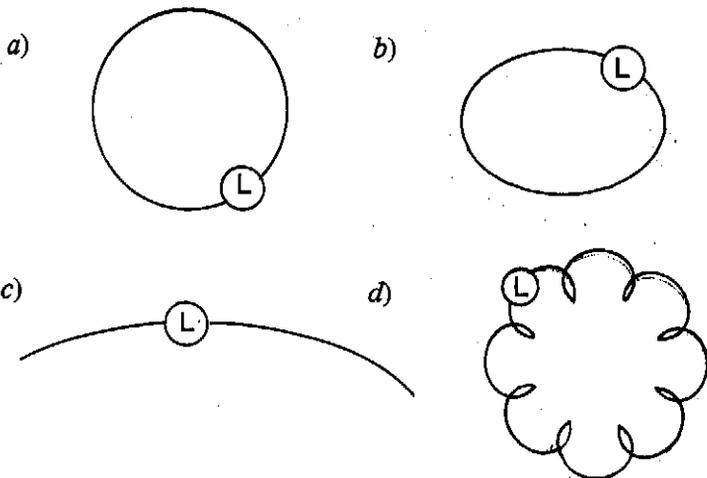
2. La posición de un móvil queda perfectamente determinada sólo en uno de los siguientes casos. Señálalo:

- a) Cuando se conoce la distancia al origen del movimiento y el tiempo transcurrido.
- b) Cuando se conoce el espacio recorrido en cada unidad de tiempo.
- c) Cuando se conoce la forma de la trayectoria y la distancia al origen medida sobre ella.
- d) Cuando se conoce la forma de la trayectoria y la posición del origen del movimiento.

3. Para describir un movimiento es necesaria la elección de un sistema de referencia, porque:

- Sin un sistema de referencia no podríamos determinar velocidades.
- El sistema de referencia permite determinar la forma de la trayectoria.
- Sin un sistema de referencia no se puede determinar el vector desplazamiento en un intervalo.
- El sistema de referencia permite determinar en cada instante el vector de posición del móvil.

4. Un astrónomo situado en el Sol observa con su telescopio las sucesivas posiciones de la Luna a lo largo de un año para determinar la forma de su trayectoria. Señala cuál de las siguientes líneas corresponderá a la forma de la trayectoria observada:



5. El vector de posición de un móvil en el instante  $t = 1s$  es el  $(2,-1)$  y en el instante  $t = 4s$  es el  $(5,2)$ . El vector desplazamiento correspondiente a este intervalo de tiempo será:

- $(3,1)$
- $(7,3)$
- $(3,3)$
- $(7,1)$

6. De las siguientes afirmaciones, señala cuál es la verdadera:

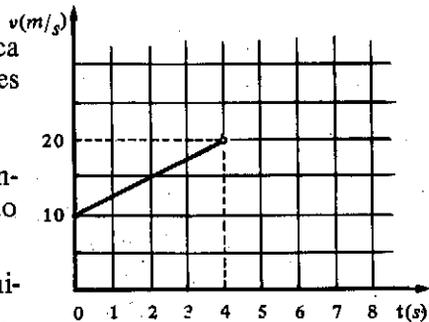
- En cualquier movimiento, el módulo del vector desplazamiento coincide con el camino recorrido por el móvil en cualquier intervalo de tiempo.
- En algunos movimientos rectilíneos, el módulo del vector desplazamiento *no* coincide con el camino recorrido por el móvil en el mismo intervalo de tiempo.
- En cualquier movimiento, el módulo del vector desplazamiento coincide con el camino recorrido cuando consideramos intervalos de tiempo muy pequeños.
- En los movimientos curvilíneos, el módulo del vector desplazamiento y el camino recorrido por el móvil en un intervalo de tiempo son siempre iguales.

7. Sólo uno de los siguientes enunciados expresa condiciones suficientes para describir completamente un movimiento. Señálalo:

- Conocer cómo varía en cada instante el vector de posición del móvil.
- Conocer el vector de posición en los instantes inicial y final.
- Conocer cómo varía en cada instante el espacio recorrido por el móvil.
- Conocer la forma de la trayectoria referida a un sistema de coordenadas.

8. En relación con la gráfica adjunta, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es *falsa*?

- El móvil lleva un movimiento uniformemente acelerado con  $v_0 = 10 \text{ m/s}$ .
- Su velocidad aumenta uniformemente con el tiempo.

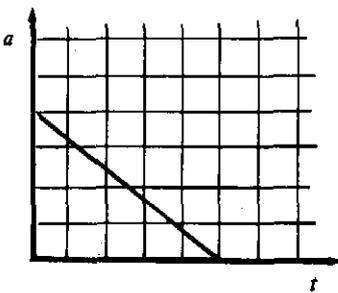


c) El móvil lleva una aceleración de  $2,5 \text{ m/s}^2$ .

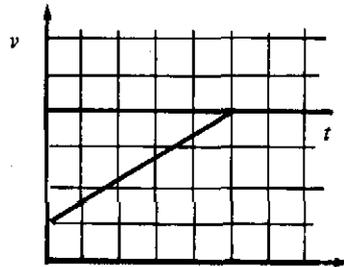
d) El móvil lleva un movimiento rectilíneo y uniforme.

9. Sólo una de las siguientes gráficas puede representar un movimiento uniformemente decelerado ( $a < 0$ ). Señálala:

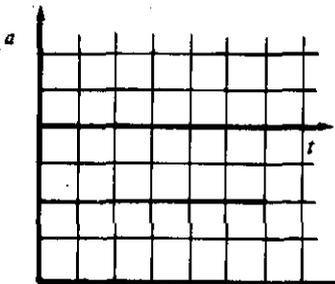
a)



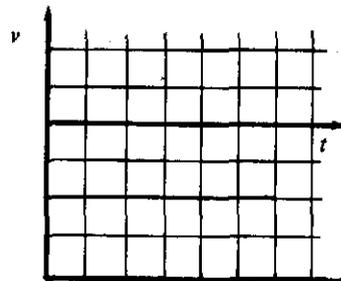
b)



c)



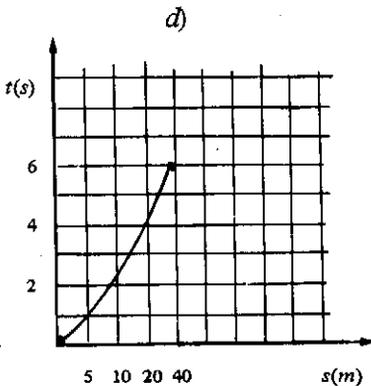
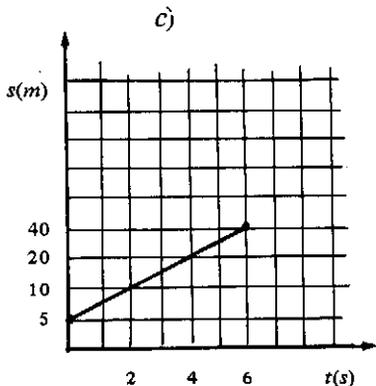
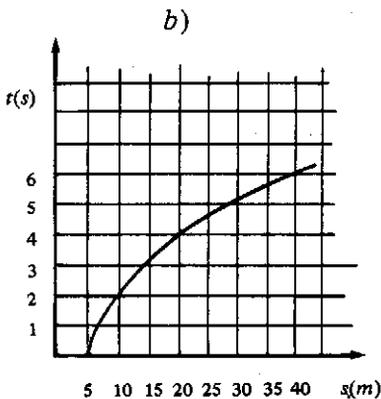
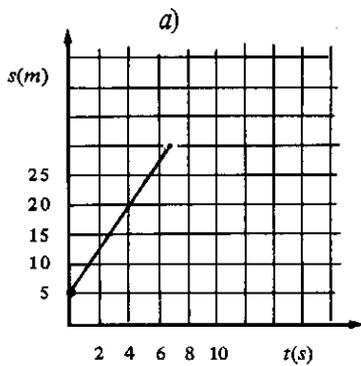
d)



10. Sólo una de las siguientes gráficas puede representar el movimiento correspondiente a la tabla adjunta:

$s(m)$	5	10	20	40
$t(s)$	0	2	4	6

Señálala.



11. Señala cuál de las siguientes expresiones cinemáticas es aplicable a movimientos uniformes:

a)  $t = s/v$

b)  $v = s \cdot t$

c)  $v = a \cdot t$

d)  $s = \frac{1}{2} v \cdot t$

12. Señala cuál de las siguientes expresiones cinemáticas es aplicable a un movimiento uniformemente acelerado:

$$a) a = v_0 + v/t$$

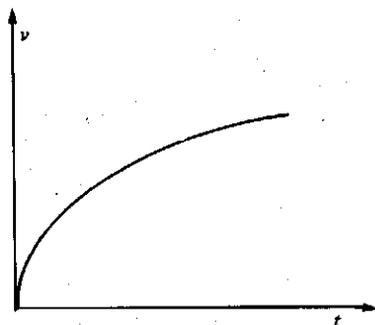
$$b) s = v \cdot t$$

$$c) s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

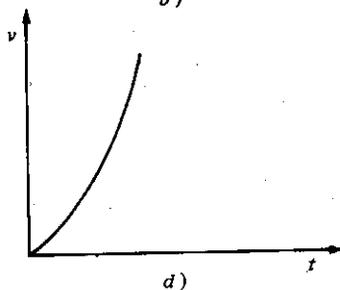
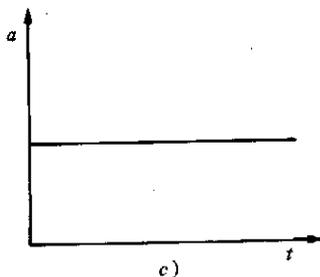
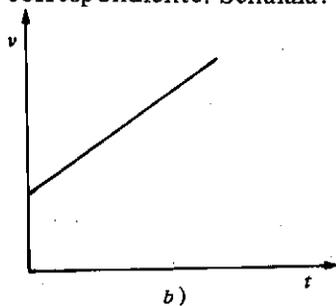
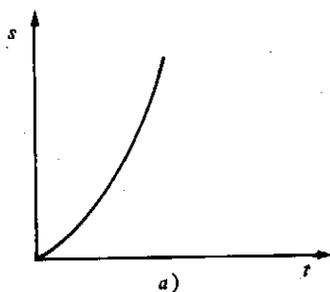
$$d) s = v_0 + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

13. De los siguientes movimientos, sólo uno de ellos puede ser representado por la gráfica adjunta; señálalo:

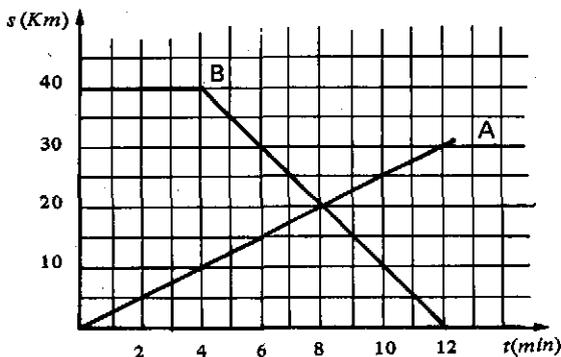
- a) Uniforme.
- b) Uniformemente acelerado con  $a > 0$
- c) Uniformemente acelerado con  $a < 0$
- d) Acelerado no uniformemente.



14. Dada la fórmula  $v = v_0 + a \cdot t$ , sólo una de las siguientes gráficas no se ajusta al movimiento correspondiente. Señálala:



15. La gráfica adjunta describe el movimiento de dos móviles *A* y *B*. Sólo una de las siguientes afirmaciones relativas a este caso es *falsa*; señálala:



- El móvil *B* inicia su movimiento 4 minutos después que el *A*.
- En el instante  $t = 8$  minutos ambos móviles llevan la misma velocidad.
- Los móviles se encuentran cuando uno ha recorrido 20 Km.
- Los móviles se encuentran 4 minutos después de la salida del móvil *B*.

16. Si lanzamos un cuerpo verticalmente hacia arriba con velocidad inicial de  $20 \text{ m/s}$ , la altura máxima alcanzada será, considerando  $g = 10 \text{ m/s}^2$ :

- |         |          |
|---------|----------|
| a) 20 m | b) 60 m  |
| c) 2 m  | d) 200 m |

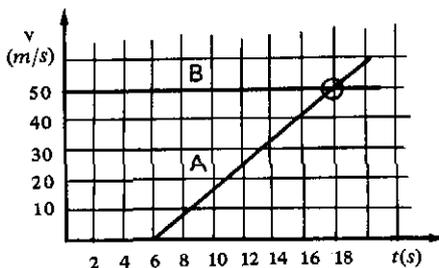
17. De las siguientes afirmaciones referentes al movimiento de ascenso y descenso de un cuerpo que se lanza verticalmente hacia arriba, una es *falsa*, señálala:

- El tiempo de subida es igual al tiempo de bajada.
- La velocidad de salida es igual a la velocidad de llegada.

- c) Cuando la velocidad es nula cambia el sentido del movimiento.
- d) En la mitad del tiempo de subida, el móvil se encuentra a la mitad de la altura máxima.

18. La gráfica adjunta describe el movimiento de dos móviles. Señala cuál de las siguientes afirmaciones es *falsa*:

- a) Los dos móviles se encuentran en el instante  $t = 18 \text{ s}$ .
- b) En el intervalo de 0 a 18 s la velocidad del móvil A es inferior a la del móvil B.
- c) El espacio recorrido por el móvil A en los 18 primeros segundos es de 300 m.
- d) El móvil A tiene una aceleración de  $50/12 \text{ m/s}^2$ .



19. De las siguientes afirmaciones, una es *falsa*. Señálala:

- a) El vector velocidad media en un intervalo viene dado por la cuerda que une los extremos del intervalo.
- b) El vector velocidad instantánea es tangente a la trayectoria en el punto correspondiente al instante considerado.
- c) El vector velocidad media en un intervalo tiene la dirección de la recta que une los puntos inicial y final del intervalo.
- d) El módulo del vector velocidad en un instante coincide con la celeridad del móvil en ese instante.

20. De las siguientes afirmaciones, ¿cuál es *falsa*?

- a) El vector aceleración tangencial nos da idea del cambio de módulo del vector velocidad con el tiempo.
- b) El módulo del vector aceleración tangencial es el módulo de la variación de velocidad.

- c) El vector aceleración normal nos da idea del cambio de dirección del vector velocidad con el tiempo.
- d) El módulo del vector aceleración normal es inversamente proporcional al radio de curvatura de la trayectoria.

21. De las siguientes afirmaciones sólo una es *verdadera*. Señálala:

- a) Todo movimiento uniforme tiene aceleración tangencial.
- b) Ningún movimiento rectilíneo tiene aceleración normal.
- c) Algunos movimientos curvilíneos no tienen aceleración.
- d) Cualquier movimiento circular tiene aceleración tangencial.

22. Sólo una de las siguientes afirmaciones es *verdadera*. Señálala:

- a) La aceleración instantánea representa la rapidez del móvil a lo largo de un intervalo de tiempo.
- b) La celeridad media representa la rapidez del móvil al pasar por un punto determinado.
- c) La aceleración instantánea representa la celeridad del móvil en un instante dado.
- d) El vector aceleración media representa lo que en cada unidad de tiempo varía, por término medio, el vector velocidad.

23. Señala, de las siguientes expresiones, cuál es la *incorrecta*:

- a)  $\alpha = \omega t$
- b)  $\omega = v/r$
- c)  $\alpha = \omega^2 / 2\varphi$
- d)  $\varphi = s/r$

24. Una rueda de 10 cm de radio se mueve en un instante determinado a razón de 20 r.p.s. Si se le aplica un freno que la decelera a razón de  $\pi \text{ rad/s}^2$ , la rueda tardará en pararse:

- a) 40 s
- b)  $40\pi$  s
- c)  $20\pi$  s
- d) 20 s

25. De las siguientes equivalencias entre cantidades cinemáticas, una es *incorrecta*; señálala:

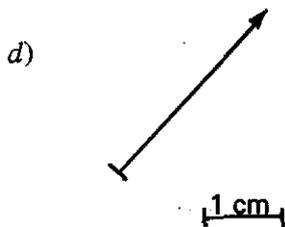
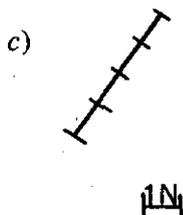
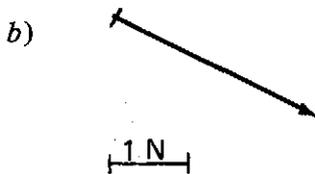
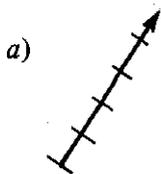
- a)  $30 \text{ rad/s} = 900/\pi \text{ r.p.m.}$
- b)  $20 \text{ Km/min}^2 = 50/9 \text{ m/s}^2$
- c)  $15 \text{ r.p.m./min} = \pi/120 \text{ rad/s}^2$
- d)  $30 \text{ Km/h} = 108 \text{ m/s}$

### PRUEBA 2. FUERZA, MASA Y MOVIMIENTO.

26. La magnitud fuerza tiene carácter vectorial porque:

- a) Requiere un punto de aplicación.
- b) Sus efectos dependen de la dirección en la que actúe.
- c) Está relacionada con el esfuerzo muscular.
- d) Toda fuerza de acción va acompañada de una reacción.

27. Señala en cuál de las siguientes condiciones queda definida gráficamente una fuerza:



28. De las siguientes fuerzas, sólo una no puede ser nunca considerada como fuerza por contacto; señálala:

- a) La fuerza que ejerce la mano sobre la piedra de una honda.
- b) La fuerza que ejerce un caballo sobre un carro.
- c) La fuerza de atracción que ejerce un imán sobre un clavo.
- d) La fuerza que ejerce una mesa sobre un cuerpo apoyado sobre ella.

29. De las siguientes afirmaciones referentes a la acción y la reacción, solamente una es *falsa*, señálala:

- a) Ambos son aspectos parciales de una interacción.
- b) No producen movimiento.
- c) Se dan simultáneamente.
- d) Se aplican sobre cuerpos diferentes.

30. Sólo una de las siguientes afirmaciones es *verdadera*; señálala:

- a) Las fuerzas constantes producen movimientos uniformes.
- b) Si una fuerza aumenta a ritmo constante, la velocidad del cuerpo aumenta uniformemente.
- c) La dirección de la fuerza coincide siempre con la dirección del movimiento.
- d) Se puede conseguir disminuir la velocidad de un cuerpo aplicándole una fuerza.

31. De las siguientes afirmaciones sólo una es *falsa*; indícala:

- a) Una fuerza constante produce una aceleración constante.
- b) Si duplicamos la fuerza que actúa sobre un cuerpo, se duplica su aceleración.
- c) La relación entre fuerza y aceleración es característica del cuerpo sobre el que se aplica la fuerza.

- d) Fuerzas iguales, aplicadas a dos cuerpos cualesquiera, producen siempre en ellos aceleraciones iguales.

32. Si sobre un cuerpo de masa  $0,2 \text{ Kg}$  se aplican simultáneamente dos fuerzas de intensidades  $F_1 = 3\text{N}$  y  $F_2 = 4\text{N}$ , sólo en uno de los siguientes casos su aceleración valdrá  $25 \text{ m/s}^2$ . Señálalo:

- a) Las fuerzas tienen la misma dirección y sentido.  
b) Las fuerzas tienen la misma dirección y sentido contrario.  
c) Las fuerzas son perpendiculares.  
d) Las fuerzas forman un ángulo comprendido entre  $0$  y  $90^\circ$ .

33. Sobre un cuerpo de  $40 \text{ g}$  de masa actúa una fuerza de  $6 \text{ Kp}$ . La aceleración que le comunica será:

- a)  $0.15 \text{ m/s}^2$                       b)  $1.47 \text{ m/s}^2$   
c)  $150 \text{ m/s}^2$                       d)  $1470 \text{ m/s}^2$

34. Sólo una de las siguientes afirmaciones es *falsa*; señálala:

- a) La tensión de una cuerda de la que cuelga un cuerpo en reposo es igual al peso de ésta.  
b) La tensión de una cuerda de la que cuelga un cuerpo que sube con aceleración de  $1 \text{ m/s}^2$  es mayor que el peso del cuerpo.  
c) La tensión de una cuerda de la que cuelga un cuerpo que baja con aceleración de  $1 \text{ m/s}^2$  es menor que el peso del cuerpo.  
d) La tensión de una cuerda atada a un cuerpo que cae libremente es igual al peso del cuerpo.

35. Solamente una de las siguientes afirmaciones recoge el significado físico de la magnitud masa. Señálala:

- a) La masa de un cuerpo constituye una medida de la resistencia a ser acelerado.  
b) La masa de un cuerpo es lo mismo que la cantidad de materia que contiene.

- c) La masa de un cuerpo es la fuerza con que la Tierra lo atrae.
- d) La masa de un cuerpo es la medida de su volumen.

36. De las siguientes unidades derivadas, sólo una *no* puede emplearse para expresar una densidad. Señálala:

- a)  $g/m^3$
- b)  $g/litro$
- c)  $Kp/cm^3$
- d)  $Kg/cm^3$

37. La densidad de un cuerpo es:

- a) La masa del volumen que ocupa.
- b) El volumen asociado a una unidad de masa.
- c) El peso de un volumen unidad.
- d) La masa asociada a un volumen unidad.

38. Señala cuál de las siguientes afirmaciones relativas a la magnitud cantidad de movimiento de un cuerpo es *verdadera*:

- a) Dos cuerpos cualesquiera con la misma velocidad tienen cantidades de movimiento iguales.
- b) Dos cuerpos de masas iguales con la misma aceleración tienen siempre la misma cantidad de movimiento.
- c) La dirección del vector cantidad de movimiento es siempre tangente a la trayectoria del cuerpo.
- d) El cociente entre la cantidad de movimiento de un cuerpo y su velocidad varía a lo largo del movimiento.

39. Señala cuál de las afirmaciones relativas a la magnitud impulso mecánico es *verdadera*:

- a) Dos fuerzas iguales producen siempre el mismo impulso.
- b) Dos fuerzas cualesquiera, actuando al mismo tiempo sobre un mismo cuerpo, producen el mismo impulso.
- c) Dos fuerzas iguales, actuando sobre cuerpos de distinta masa durante el mismo tiempo, producen el mismo impulso.

- d) Dos fuerzas de distintas direcciones e igual magnitud pueden producir el mismo impulso.

40. Una superpelota de 20 g de masa choca contra el suelo con una celeridad de 3 m/s, bota y sale en vertical con igual celeridad. La variación de la cantidad de movimiento ha sido:

- a) Cero  
b) 0.12 Kg m/s  
c) 60 Kg m/s  
d) 120 Kg m/s

41. Señala cuál de las siguientes afirmaciones es *falsa*:

- a) La fuerza ejercida sobre un cuerpo coincide con la rapidez con la que varía su cantidad de movimiento.  
b) La fuerza que actúa sobre un cuerpo coincide con la variación de su cantidad de movimiento.  
c) El impulso de una fuerza que actúa sobre un cuerpo se emplea en variar su cantidad de movimiento.  
d) Si sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza, su cantidad de movimiento permanece constante.

42. Sólo una de las siguientes afirmaciones es *verdadera*; señalala:

- a) La energía es una propiedad relacionada directamente con los cambios materiales.  
b) Los cuerpos en reposo no tienen energía.  
c) En algunas transformaciones hay pérdida de energía.  
d) Las máquinas térmicas crean energía.

43. De entre las siguientes afirmaciones referentes a la energía, señala la que más rigurosamente la define:

- a) Es la capacidad de producir trabajo.  
b) Es la capacidad de producir cambios en la materia.  
c) Es la capacidad de producir variaciones de temperatura.

d) Es la capacidad de producir cambios de posición.

44. Señala cuál de las siguientes afirmaciones referentes a la energía cinética es *verdadera*:

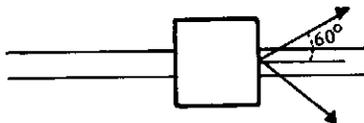
- a) Dos cuerpos cualesquiera con la misma velocidad tienen la misma energía cinética.
- b) Dos cuerpos de igual masa y con velocidades iguales, pero opuestas, tienen la misma energía cinética.
- c) Dos cuerpos de igual masa tienen siempre la misma energía cinética.
- d) Dos cuerpos con igual masa y distinta velocidad pueden tener la misma energía cinética.

45. Una bola de 20 g lleva una energía cinética de  $40 \cdot 10^{-3}$  julios. Su velocidad en esta situación será:

- a) 2 m/s
- b) 1.4 m/s
- c) 0.8 m/s
- d) 0.02 m/s

46. Una vagoneta de ferrocarril es arrastrada por dos mulas situadas a ambos lados de una vía rectilínea, ejerciendo fuerzas de igual intensidad ( $F = 500 \text{ N}$ ) que forman con la vía ángulos de  $60^\circ$ . El trabajo total realizado por cada kilómetro recorrido es:

- a)  $10^6$  julios
- b)  $8.65 \cdot 10^5$  julios
- c)  $5 \cdot 10^5$  julios
- d)  $4.37 \cdot 10^6$  julios



47. Un cuerpo que se mueve bajo la acción de una fuerza posee en un punto dado una energía cinética de 200 julios; después de recorrer 5 metros, su energía cinética es de 500 julios. El valor de la fuerza media actuante será:

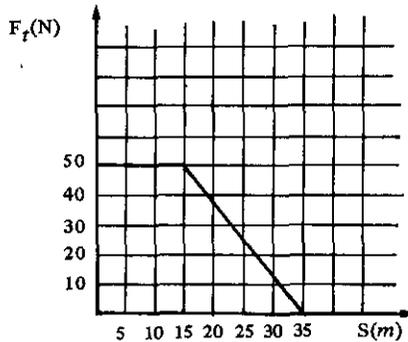
- a) 1500 N
- b) 300 N
- c) 100 N
- d) 60 N

48. De las siguientes afirmaciones, sólo una es *falsa*; señálala:

- El trabajo se expresa en las mismas unidades que cualquier tipo de energía.
- El impulso mecánico se mide en las mismas unidades que la cantidad de movimiento.
- La cantidad de movimiento se mide en las mismas unidades que la energía cinética.
- La cantidad de movimiento se mide en unidades de fuerza por tiempo.

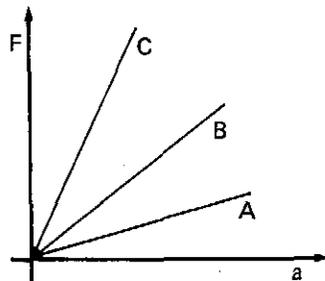
49. La variación de la componente útil de la fuerza con el espacio recorrido viene dada por la gráfica adjunta. El trabajo total efectuado por la fuerza será:

- 1750 julios
- 1250 julios
- 1000 julios
- 375 julios



50. Tres cuerpos diferentes  $A$ ,  $B$  y  $C$  se dejan caer por un plano inclinado, obteniéndose las gráficas de la figura adjunta. Señala cuál de las siguientes afirmaciones es *verdadera*:

- La masa del cuerpo  $A$  es mayor que la del  $B$  y que la del  $C$ .



- b) La masa de los cuerpos es la misma y sólo ha variado la inclinación del plano.
- c) La masa del cuerpo  $C$  es mayor que la del  $A$ .
- d) La pendiente de cada gráfica coincide con la pendiente del plano inclinado utilizado.

### PRUEBA 3. MASA E INTERACCION GRAVITATORIA.

51. Sólo una de las siguientes afirmaciones no corresponde a las características del modelo cosmológico de Pitágoras. Señálala:

- a) Los diferentes cuerpos celestes se encuentran situados en esferas concéntricas.
- b) El modelo justifica el equilibrio de los cuerpos celestes recurriendo a las fuerzas existentes entre ellos.
- c) Extiende la noción de armonía musical para explicar la estructura del Universo.
- d) Las distancias entre las distintas esferas guardan entre sí relaciones que corresponden a los números enteros.

52. La característica fundamental del modelo cosmológico Ptolomeico es:

- a) El Sol, y no la Tierra, ocupa el centro del Universo.
- b) Todos los planetas e incluso el Sol giran alrededor de la Tierra, siguiendo órbitas compuestas.
- c) La última esfera celeste es fija y se identifica con la divinidad.
- d) La distancia entre la Tierra y cualquiera de los planetas permanece constante, siendo diferente para cada uno de ellos.

53. Sólo una de las siguientes afirmaciones, relativas a las leyes de Kepler, es *falsa*; señálala:

- a) La primera ley de Kepler admite la posibilidad de que las órbitas de algunos planetas sean circulares.

- b) De la segunda ley de Kepler se deduce que, en general, el movimiento de los planetas no es uniforme.
- c) Las leyes de Kepler explican, desde un punto de vista dinámico, el movimiento de los planetas.
- d) Las leyes de Kepler son el resultado de un tratamiento matemático de datos observados.

54. De las siguientes afirmaciones, relativas a la ley de Gravitación Universal, sólo una es *falsa*; señálala:

- a) La validez de la ley de Newton se restringe a los cuerpos celestes de nuestro Sistema Solar.
- b) La ley de Newton describe una forma de interacción asociada a la masa.
- c) La ley señala la independencia de las fuerzas gravitatorias respecto al medio en que actúan.
- d) De acuerdo con la ley de Newton, el producto de la fuerza gravitatoria entre dos cuerpos y el cuadrado de la distancia que los separa es constante.

55. Las unidades de la constante  $G$  de gravitación universal en el *SI* son:

- |                          |                         |
|--------------------------|-------------------------|
| a) $Kp \cdot m^2 / Kg^2$ | b) $N \cdot Kg^2 / m^2$ |
| c) $Kp \cdot m^2 / Kg$   | d) $N \cdot m^2 / Kg^2$ |

56. ¿Cuál de los siguientes hechos está relacionado con las características de la constante de gravitación universal?

- a) La relativamente pequeña intensidad de la interacción gravitatoria.
- b) La dependencia de la intensidad de la interacción con el cuadrado de la distancia.
- c) El carácter mutuo de las fuerzas gravitatorias entre cuerpos diferentes.
- d) La constancia de la masa en cualquier lugar del Universo.



- b) La masa colocada en ese punto.
- c) El valor de la constante de gravitación universal.
- d) La masa del cuerpo central.

61. Señala cuál de las siguientes afirmaciones es *verdadera*:

- a) Al variar considerablemente la altura de un cuerpo, su masa varía.
- b) El peso de un cuerpo es un atributo de dicho cuerpo independiente de su posición.
- c) La masa representa la atracción con la que la Tierra lo atrae.
- d) Dos cuerpos de igual masa pueden tener distinto peso.

62. Señala cuál de las siguientes relaciones, referidas a las magnitudes masa y peso a nivel del mar y  $45^\circ$  de latitud, es incorrecta:

- a) Un cuerpo de 20 Kg pesa 196 N.
- b) Un cuerpo que pesa 98 Kp tiene una masa de 10 Kg.
- c) Un cuerpo de masa 50 Kg pesa 50 Kp.
- d) Un cuerpo que pesa 30 N tiene una masa de 3.06 Kg.

63. Sólo una de las siguientes operaciones *no* modificaría el peso del cuerpo. Señálala:

- a) Un desplazamiento a lo largo de un meridiano.
- b) Un desplazamiento a lo largo de un paralelo.
- c) Un viaje al centro de la Tierra.
- d) Un viaje en barca por un lago español.

64. Decimos que una fuerza es conservativa cuando:

- a) Conserva la energía cinética del cuerpo sobre el que actúa.
- b) Su trabajo sólo depende de las posiciones inicial y final.

- c) Conserva la cantidad de movimiento del cuerpo sobre el que actúa.
- d) Su trabajo es independiente de la distancia entre los puntos inicial y final.

65. De las siguientes afirmaciones, sólo una es *falsa*; señálala:

- a) La energía potencial es una magnitud asociada a cualquier tipo de fuerzas.
- b) La energía potencial gravitatoria de un cuerpo depende de su distancia al centro de la Tierra.
- c) La energía potencial gravitatoria de un cuerpo es consecuencia de la existencia de una interacción gravitatoria.
- d) La energía potencial gravitatoria de un cuerpo puede conservarse indefinidamente.

66. El potencial gravitatorio de un punto representa:

- a) La energía potencial gravitatoria que poseería una masa unidad situada en ese punto.
- b) La fuerza que experimentaría una masa unidad colocada en ese punto.
- c) La fuerza necesaria para trasladar un cuerpo desde un punto de referencia a ese punto.
- d) La energía potencial que poseería un cuerpo cualquiera en ese punto.

67. Cuando decimos que la energía potencial gravitatoria de un cuerpo es de 200 *julios*, podemos afirmar que:

- a) El resultado es ambiguo, a menos que fijemos un origen de referencia.
- b) El valor absoluto de su energía potencial es 200 *julios*.
- c) El campo gravitatorio le proporciona al cuerpo 200 *julios* de energía.

- d) El resultado es válido sólo si se toma como referencia el centro de la Tierra.

68. La energía potencial gravitatoria de un cuerpo depende:

- a) Del volumen del cuerpo considerado.
- b) De la intensidad del campo gravitatorio en el punto en que se encuentra el cuerpo.
- c) De la orientación del cuerpo respecto de un sistema de ejes fijo en la masa central.
- d) De la velocidad con la que se mueve el cuerpo al pasar por el punto considerado.

69. La energía mecánica de un cuerpo se conserva siempre que:

- a) Las fuerzas que operan sobre el cuerpo varíen con la distancia.
- b) Las fuerzas que operan sobre el cuerpo sean disipativas.
- c) El trabajo de las fuerzas dependa únicamente de las posiciones inicial y final.
- d) El trabajo de las fuerzas entre dos puntos cualesquiera del campo sea constante.

70. Sólo una de las siguientes afirmaciones, referentes a movimientos en el campo gravitatorio terrestre con rozamiento, es *falsa*. Señálala:

- a) Parte de la energía mecánica se invierte en realizar trabajo contra las fuerzas de rozamiento.
- b) El aumento de energía cinética no coincide con la disminución de energía potencial.
- c) Es posible calcular la fuerza de rozamiento, haciendo un balance de energía mecánica.
- d) La energía mecánica durante el movimiento ha sido aniquilada.

71. Cuando se deja caer una pelota, los botes sucesivos son cada vez de menor altura. Esto es debido a que:

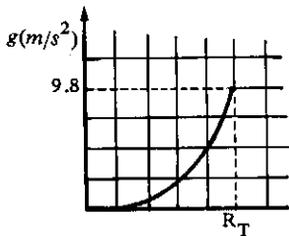
- a) La velocidad va disminuyendo por efecto de la fuerza gravitatoria.
- b) Parte de la energía mecánica se pierde en cada bote.
- c) La energía potencial gravitatoria disminuye con la distancia.
- d) La masa del cuerpo varía con la deformación.

72. Una bala de 20 g de masa y velocidad 100 m/s atraviesa un saco de tierra y sale con una velocidad de 20 m/s. El trabajo de rozamiento realizado por la bala será:

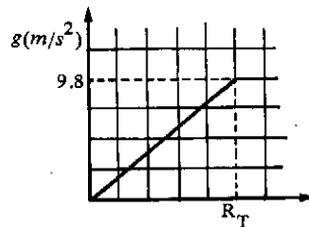
- a) 192 julios
- b) 96 julios
- c) 64 julios
- d) 0.8 julios

73. De las siguientes gráficas, señala la que representa la variación de  $g$  con la distancia al centro de la Tierra, supuesta ésta homogénea.

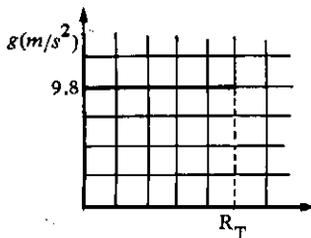
a)



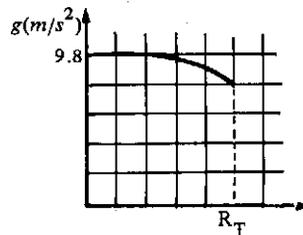
b)



c)



d)



74. Una pista de minigolf posee un plano inclinado  $30^\circ$  que acaba en un hoyo situado a  $1\text{ m}$  sobre la horizontal. Para colocar una pelota de  $100\text{ g}$  en el hoyo, el golpe ha de ser tal que la pelota salga con una velocidad de:

- a)  $19.6\text{ m/s}$
- b)  $4.4\text{ m/s}$
- c)  $3.1\text{ m/s}$
- d)  $1.9\text{ m/s}$

75. Las desviaciones respecto de la elipse prevista para la órbita de Urano mostraron que:

- a) Había que rechazar la ley de Gravitación Universal.
- b) La ley de Gravitación Universal no puede aplicarse a planetas distantes.
- c) Existían otros cuerpos que influían gravitatoriamente en el movimiento de Urano.
- d) Los datos obtenidos mediante observaciones astronómicas eran incorrectos.

#### **PRUEBA 4. CARGA E INTERACCION ELECTRICA.**

76. Un electroscopio sirve para:

- a) Medir la corriente eléctrica.
- b) Determinar el signo de la carga almacenada en un cuerpo electrizado.
- c) Determinar la intensidad del campo electrostático.
- d) Detectar la presencia de cargas eléctricas.

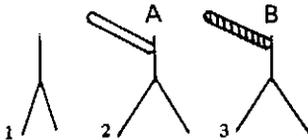
77. Cuando un cuerpo cargado se aproxima a otro neutro sin entrar en contacto con él:

- a) Se produce una transformación de cargas a través del aire que electriza el cuerpo neutro.
- b) No se produce electrización hasta que no entran en contacto.

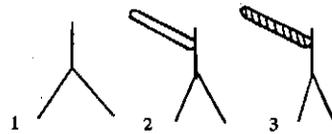
- c) El cuerpo neutro se electriza porque sus cargas se separan a consecuencia de la interacción entre ambos.
- d) El cuerpo neutro se electriza sólo si la carga neta del primero es negativa.

78. Sólo una de las siguientes secuencias (referidas a un electroscopio) es compatible con el hecho de que los cuerpos *A* y *B* estén cargados con cargas de distinto signo. Señálala:

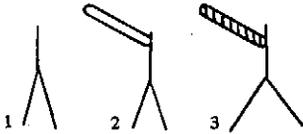
a)



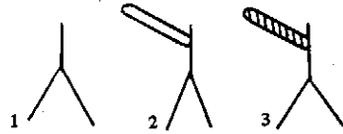
b)



c)



d)



79. La variación de la fuerza de interacción electrostática respecto del producto de las cargas es:

- a) Lineal.
- b) Cuadrática.
- c) Inversamente proporcional.
- d) Nula.

80. El medio existente entre dos cargas influye en la intensidad de la fuerza eléctrica porque...

- a) Da lugar a otro tipo de fuerzas.

- b) Disminuye el valor de las cargas.
- c) Invalida la ley de Coulomb.
- d) Hace variar la constante de Coulomb.

81. Las fuerzas electrostáticas son más intensas que las gravitatorias porque...

- a) La constante de Coulomb es mayor que la constante de gravitación universal.
- b) Las cargas son más importantes que las masas.
- c) El medio siempre aumenta la interacción electrostática.
- d) Las cargas eléctricas están más concentradas que las masas.

82. Si reducimos a su tercera parte la distancia entre dos cargas eléctricas, la nueva fuerza de interacción será con respecto a la primitiva:

- a) Tres veces mayor.
- b) Seis veces menor.
- c) Nueve veces mayor.
- d) Tres veces menor.

83. Las líneas de fuerza del campo electrostático *no* pueden ser usadas para:

- a) Establecer las trayectorias que seguirían las partículas negativas abandonadas a la influencia del campo.
- b) Determinar el sentido en que aumenta el potencial.
- c) Determinar el valor de la constante  $K$  en un punto del campo.
- d) Visualizar la estructura del campo.

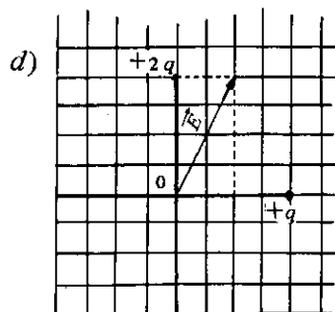
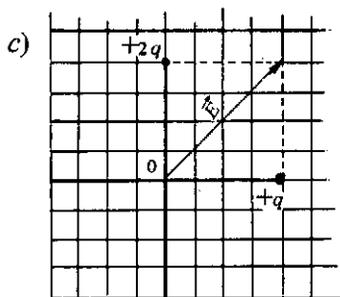
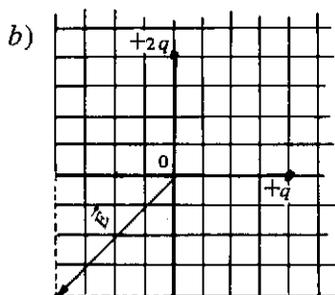
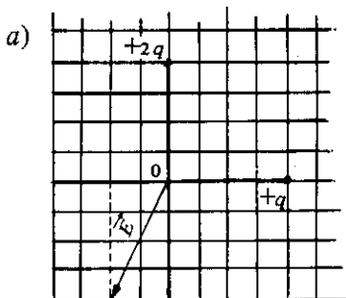
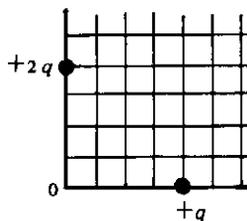
84. Si en un punto existe un campo eléctrico de  $8 \text{ N/C}$  vertical y hacia abajo, al situar en dicho punto una carga de  $-3\mu\text{C}$ , experimentará una fuerza de:

- a)  $24 \text{ N}$  vertical y hacia arriba.
- b)  $24 \text{ N}$  vertical y hacia abajo.

c)  $24 \cdot 10^6 \text{ N}$  vertical y hacia abajo.

d)  $24 \cdot 10^{-6} \text{ N}$  vertical y hacia arriba.

85. Dado el sistema de cargas de la figura, la representación gráfica del vector intensidad de campo en el punto O, debido a dicho sistema de cargas, será:



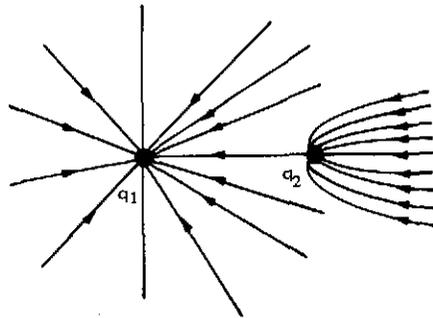
86. Para el sistema de dos cargas de la figura adjunta, se cumple:



- El módulo del vector  $\vec{E}$  en cualquier punto de la zona  $BC$  es mayor que en cualquier punto de la zona  $AB$ .
- El vector  $\vec{E}$  en cualquier punto de la recta va dirigido hacia la carga negativa.
- El módulo del vector  $\vec{E}$  en cualquier punto es la diferencia de los módulos de los vectores campo debidos a ambas cargas.
- El vector  $\vec{E}$  en un punto intermedio del segmento es nulo.

87. Para el campo eléctrico creado por dos cargas puntuales, representado en la figura mediante líneas de fuerza, podemos afirmar que las cargas  $q_1$  y  $q_2$ :

- Son ambas positivas.
- Tienen diferente magnitud.
- Tienen diferente signo.
- Crean campos de igual intensidad.



88. La energía potencial electrostática es:

- Energía asociada a la rapidez con la que las cargas se desplazan de un punto a otro.
- Energía relacionada con la potencia eléctrica.
- Energía posicional asociada a las fuerzas electrostáticas.
- Energía que ganan las cargas eléctricas al moverse espontáneamente.

89. El potencial electrostático en un punto:

- a) Es siempre positivo debido a que está referido a la unidad de carga positiva.
- b) Es siempre negativo porque las cargas libres de los conductores son electrones.
- c) Puede ser positivo o negativo, según se sitúe en dicho punto una carga positiva o negativa respectivamente.
- d) Puede ser negativo o positivo según sea negativa o positiva la carga que produce la perturbación en el espacio.

90. Decir que entre dos cuerpos  $A$  y  $B$  de un campo electrostático existe una diferencia de potencial  $V_B - V_A = 8$  voltios, significa que:

- a) Toda carga situada en  $B$  poseería 8 julios de energía más que situada en  $A$ .
- b) Para trasladar cualquier carga de  $A$  a  $B$  se ha de realizar un trabajo de 8 julios.
- c) Al desplazar cualquier carga positiva de  $A$  a  $B$ , su energía potencial aumentaría a razón de 8 julios por culombio.
- d) Para trasladar una carga positiva de un culombio desde  $B$  hasta  $A$ , hay que realizar un trabajo de 8 julios.

91. Dos puntos  $M$  y  $N$  distan 3 y 2  $m$  respectivamente de una carga central  $Q = +4 \cdot 10^{-4}$  C. La diferencia de potencial electrostático  $V_N - V_M$  será:

- a)  $5 \cdot 10^5$  V
- b)  $6 \cdot 10^5$  V
- c)  $3 \cdot 10^5$  V
- d)  $-5 \cdot 10^5$  V

92. Sólo una de las siguientes afirmaciones, referentes a las superficies equipotenciales, es *falsa*. Señálala:

- a) Son superficies en las cuales el potencial se mantiene constante.

- b) No es necesario realizar trabajo para mover cargas eléctricas sobre ellas.
- c) En cada uno de sus puntos, el vector  $\vec{E}$  es perpendicular a la superficie.
- d) Su forma es independiente de la distribución de cargas eléctricas.

93. La fuerza electromotriz de un generador:

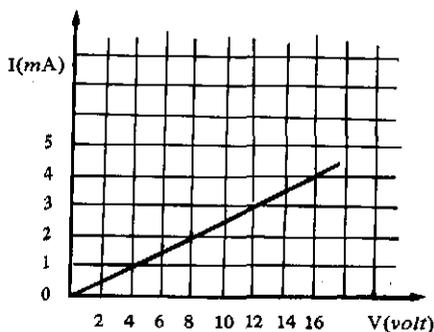
- a) Depende de la intensidad de corriente que lo atraviese.
- b) Es función de su resistencia interna.
- c) Depende del circuito en que se monte.
- d) Es un parámetro que caracteriza al generador.

94. El extremo  $A$  de un conductor metálico se encuentra a potencial más alto que el extremo  $B$ . En tal situación:

- a) Las cargas positivas se moverán del extremo  $B$  al  $A$ .
- b) Las cargas negativas se moverán del extremo  $A$  al  $B$ .
- c) El sentido convencional de la corriente va dirigido de  $A$  a  $B$ .
- d) El sentido real de la corriente va dirigido de  $A$  a  $B$ .

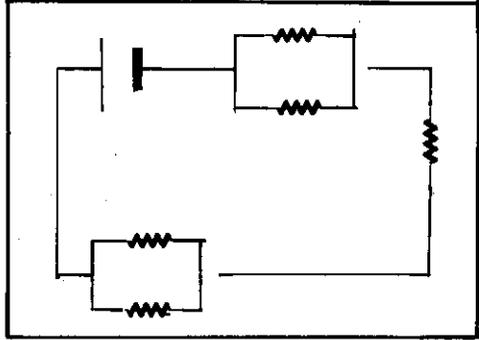
95. Los resultados de una serie de medidas de intensidad y tensión sobre los extremos de un conductor metálico se representan en la gráfica adjunta. La resistencia del conductor es:

- a) 4000 *ohmios*.
- b)  $4 \cdot 10^{-4}$  *ohmios*.
- c) 4 *ohmios*.
- d) 2.5 *ohmios*.

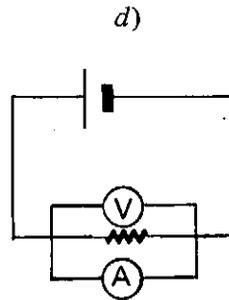
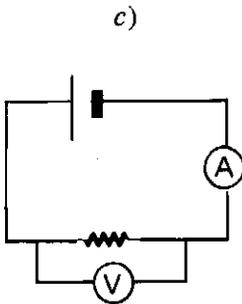
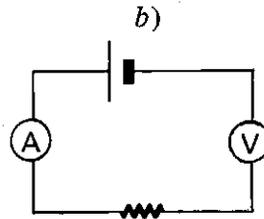
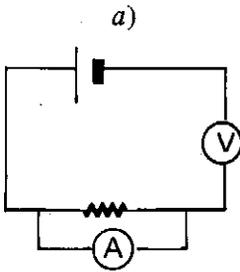


96. Todas las resistencias del circuito de la figura son de  $2\ \text{ohmios}$ ; la resistencia equivalente del conjunto es:

- a)  $10\ \text{ohmios}$ .
- b)  $4\ \text{ohmios}$ .
- c)  $2.5\ \text{ohmios}$ .
- d)  $2\ \text{ohmios}$ .



97. Sólo uno de los siguientes montajes, dirigidos a comprobar la ley de *Ohm*, es correcto. Señálalo:

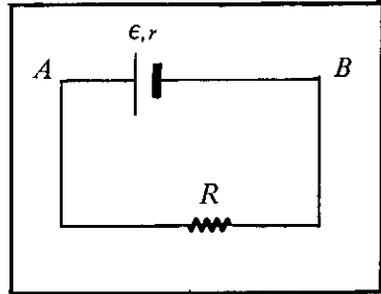


98.—La potencia consumida por una bombilla:

- Depende del tiempo que se tenga conectada.
- Depende de la tensión aplicada a sus extremos.
- Es característica del aparato independientemente de las condiciones de funcionamiento.
- Resulta independiente de la longitud del filamento.

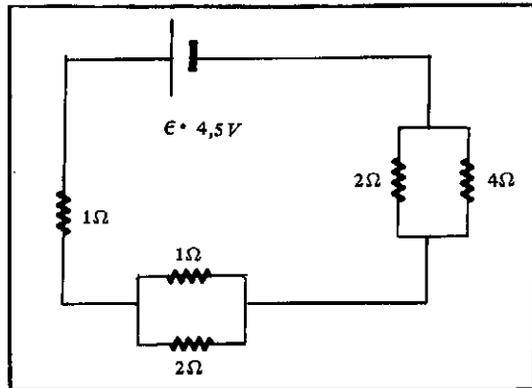
99.—Sólo *una* de las siguientes expresiones resulta de aplicar rigurosamente la conservación de la energía, por unidad de carga, a la porción de circuito comprendida entre los puntos *A* y *B*. Señálala:

- $V_A - V_B = \epsilon + I \cdot r$
- $V_A - V_B = I \cdot r - \epsilon$
- $\epsilon = V_B - V_A - I \cdot r$
- $\epsilon = V_A - V_B + I \cdot r$



100.—En el circuito eléctrico de la figura, la intensidad total de corriente que circula por él es de:

- 0.45 A
- 1.3 A
- 13.5 A
- 1.5 A



## PRUEBA 5. INTERACCION ENTRE CARGAS EN MOVIMIENTO

101. La propiedad magnética se manifiesta por que los cuerpos que la poseen:

- a) Atraen a todos los metales.
- b) Atraen sólo a un tipo determinado de metales.
- c) Pueden atraer o repeler a ciertos cuerpos no metálicos.
- d) Pueden atraer o repeler a una barra de vidrio electrizada por frotamiento.

102. De las siguientes afirmaciones, sólo *una no* es atribuible a las fuerzas magnéticas. Señálala:

- a) Su intensidad depende de las propiedades del medio en el que actúen.
- b) Son interacciones mutuas.
- c) Pueden ser atractivas o repulsivas.
- d) Su intensidad es independiente de la distancia.

103. Sólo uno de los siguientes hechos avala la existencia de dos polos magnéticos en un imán:

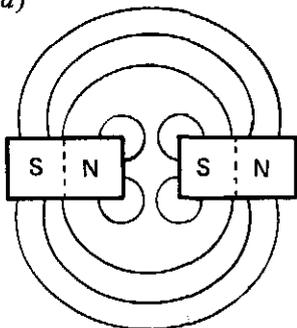
- a) Al tratarse de una interacción, puede distinguirse la acción de la reacción entre los extremos del imán.
- b) La interacción magnética se manifiesta sólo cuando están presentes dos imanes.
- c) Los extremos de dos imanes se ejercen siempre repulsiones mutuas.
- d) La acción de un extremo de un imán sobre cada uno de los extremos del otro resulta atractiva para uno y repulsiva para el otro.

104. Si, al acercar dos polos de imanes diferentes, aparece entre ellos una fuerza de repulsión, podremos afirmar que:

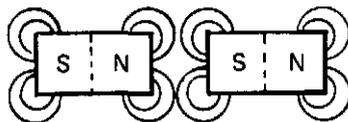
- a) Uno es Norte y el otro Sur.
- b) Los dos son polos Norte.
- c) Los dos son polos Sur.
- d) Los dos son bien Norte o bien Sur.

105. De las siguientes figuras relativas a los espectros de dos imanes rectos separados, sólo una es *correcta*. Señálala:

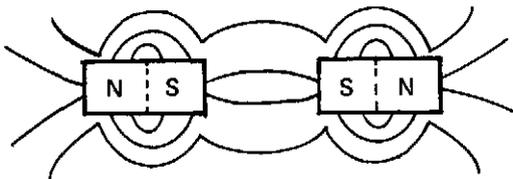
a)



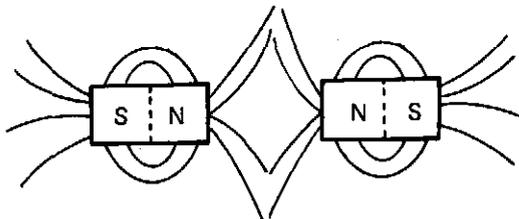
b)



c)



d)



106. Sólo una de las siguientes afirmaciones *no concuerda* con el comportamiento de una brújula como imán. Señálala:

- a) Se orienta en el campo magnético terrestre.
- b) Sufre atracciones y repulsiones por los polos de otro imán.
- c) No atrae limaduras de hierro.
- d) Interacciona con la corriente eléctrica.

107. Cuando un imán recto se parte en dos fragmentos iguales, por su línea neutra, cada una de las mitades obtenidas:

- a) Dejará de ser imán.
- b) Tendrá un único polo.
- c) Tendrá un polo y línea neutra.
- d) Será un nuevo imán con dos polos y línea neutra.

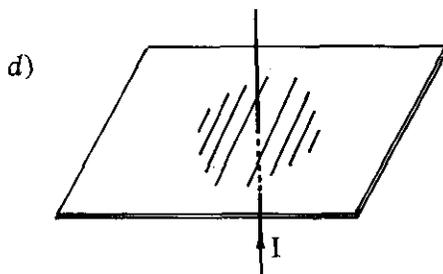
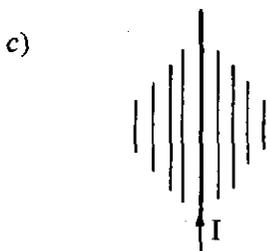
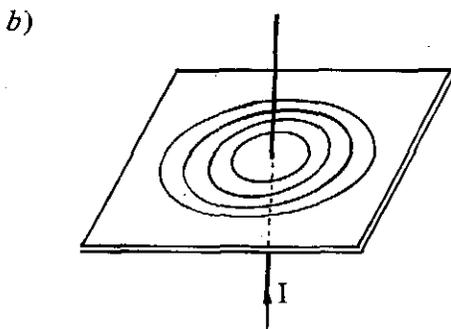
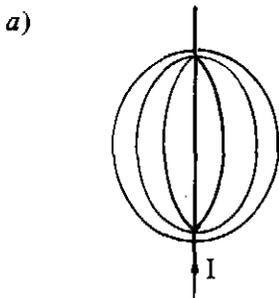
108. La experiencia de Oersted puso de manifiesto que:

- a) Los imanes poseen dos polos diferentes.
- b) Las brújulas son imanes.
- c) Las corrientes eléctricas se comportan como imanes.
- d) Entre dos corrientes eléctricas se establecen fuerzas mutuas.

109. En la experiencia de Oersted, el sentido en el que gira la aguja magnética:

- a) Es independiente del sentido de la corriente.
- b) Cambia al modificarse el sentido de la corriente.
- c) Depende del valor de la intensidad de la corriente.
- d) Depende del hemisferio terrestre en el que se efectúe el experimento.

110. De las siguientes figuras, relativas al espectro magnético de una corriente eléctrica rectilínea, sólo *una* es correcta. Señálala:

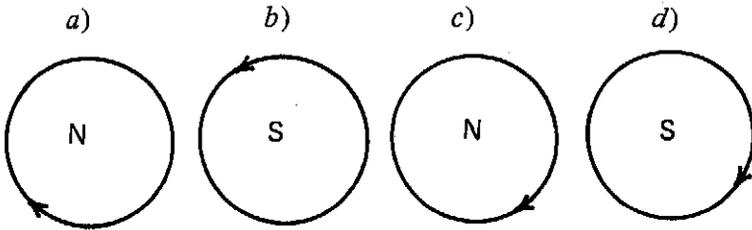


111. Cuando una espira por la que circula corriente se aproxima a uno de los polos de un imán:

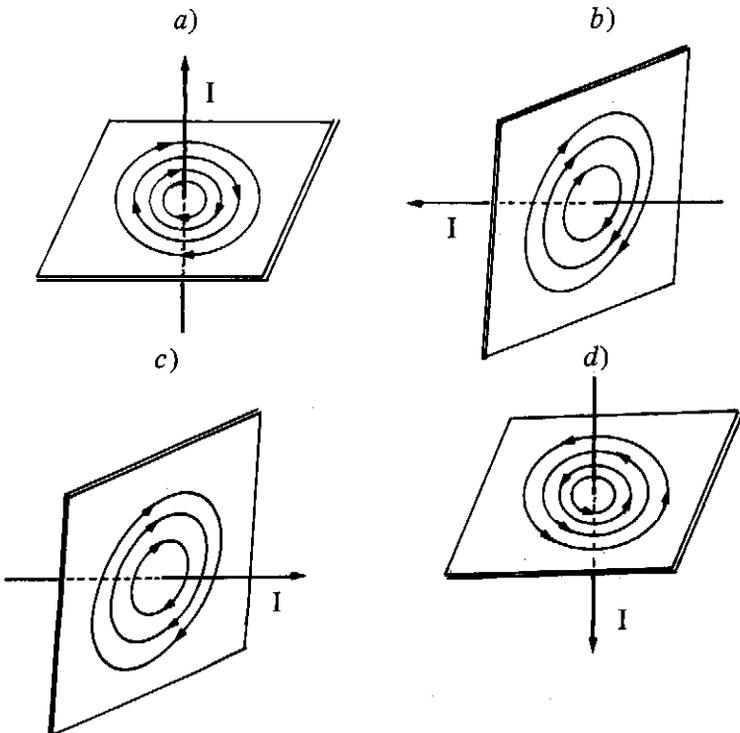
- a) Gira hasta colocarse paralelamente al imán.
- b) Gira hasta colocarse perpendicularmente al eje que une los dos polos del imán.
- c) Se dispone formando un ángulo de  $45^\circ$  con relación al imán.
- d) Sólo se mueve cuando se interrumpe el paso de la corriente.

112. Señala cuál de las siguientes figuras pone de manifiesto la relación existente entre el sentido de la corriente que

pasa por el interior de una espira circular y la polaridad de la cara de la espira correspondiente:



113. De las siguientes figuras, sólo *una* recoge correctamente la relación existente entre el sentido de una corriente eléctrica y el de las líneas de fuerza del campo magnético creado por ella. Señálala:



114. De las siguientes afirmaciones, referidas a la acción observada entre una aguja imantada y una corriente eléctrica, sólo una es *falsa*. Señálala:

- a) La corriente eléctrica ejerce una fuerza magnética sobre la aguja.
- b) La corriente eléctrica ejerce una fuerza eléctrica sobre la aguja.
- c) La corriente eléctrica crea un campo magnético en el espacio que la rodea.
- d) La corriente eléctrica no produce desplazamiento de cargas eléctricas en la aguja.

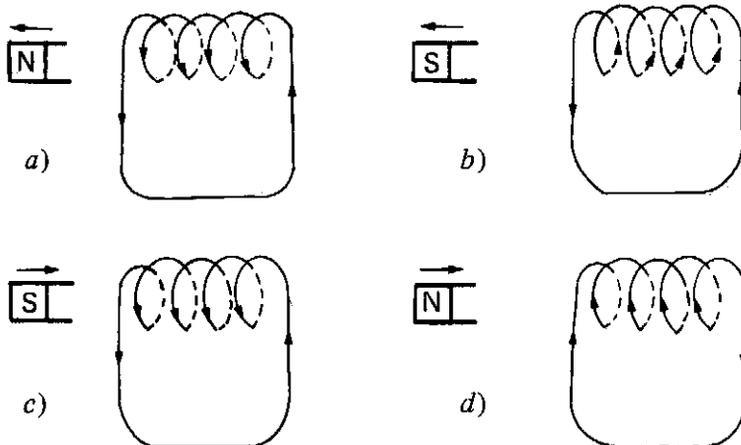
115. La existencia de fuerzas de interacción entre corrientes paralelas y próximas indica que:

- a) Ambas transportan cargas de distinto signo.
- b) Ambas se comportan como imanes.
- c) Sólo se pone de manifiesto en presencia de campos gravitatorios.
- d) Sólo aparecen cuando las cargas eléctricas circulan en el mismo sentido.

116. De las siguientes afirmaciones, referidas a dos corrientes paralelas y próximas, sólo una es *cierta*. Señálala:

- a) Si el sentido de la corriente es opuesto, los conductores se atraen.
- b) Si el sentido de la corriente es el mismo y hacia arriba, los conductores no se atraen.
- c) Si el sentido de la corriente es el mismo y hacia abajo, los conductores se repelen.
- d) Si el sentido de la corriente es opuesto, los conductores se repelen.

117. Las siguientes situaciones corresponden a la inducción de corriente por la acción de un imán al acercarse y alejarse respecto de un solenoide. Señala cuál *no* es correcta:



118. De las siguientes afirmaciones, relativas al efecto de un imán sobre una bobina cerrada, sólo una es *verdadera*. Señálala:

- a) Al introducir el imán más rápidamente, la intensidad de la corriente en la bobina es mayor.
- b) La intensidad de la corriente se anula cuando la rapidez con que se introduce el imán disminuye.
- c) La corriente que circula por una bobina es constante cuando en su interior hay un imán en reposo.
- d) El sentido de la corriente varía al aumentar la rapidez con la que se introduce el imán.

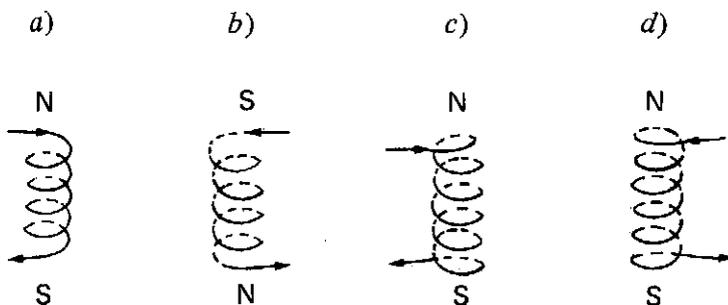
119. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones, acerca de los generadores (electromagnéticos), es correcta?

- a) Los generadores crean energía eléctrica.
- b) Los motores son un tipo especial de generadores.
- c) Los generadores transforman energía mecánica en eléctrica.
- d) Los generadores transforman energía eléctrica en mecánica.

120. Sólo *una* de las siguientes operaciones realizadas sobre una espira (o una bobina cerrada) no produciría en ella una corriente eléctrica *inducida*. Señálala:

- Aproximación y alejamiento de un imán.
- Variación de la orientación del imán respecto de la espira.
- Introducción de una pila.
- Deformación de la espira en presencia del imán.

121. Indica en cuál de los siguientes electroimanes la asignación de polos es la correcta:

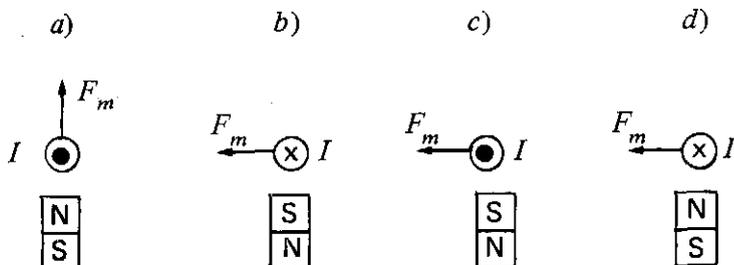


122. Las corrientes de Ampere permitieron a este físico ilustre:

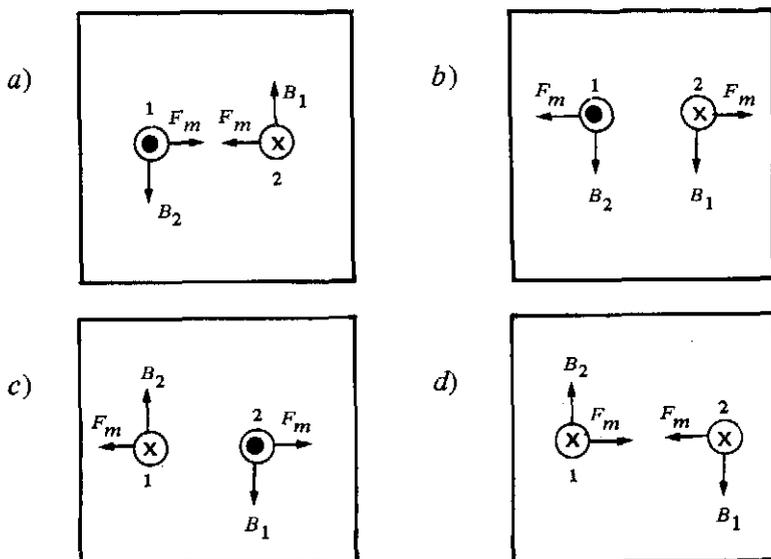
- Explicar los efectos eléctricos de los campos magnéticos.
- Dar una primera explicación al magnetismo de la materia.
- Dar una explicación del comportamiento de los conductores de corriente.
- Ninguna de las cosas anteriores.

123. Señala cuál de las siguientes figuras representa correctamente la dirección y el sentido de la fuerza magnética  $F_m$  que el imán ejerce sobre la corriente  $I$  perpendicular al plano del papel.

( $\odot$ ) Intensidad hacia afuera, ( $\otimes$ ) intensidad hacia adentro)



124. Indica cuál de las siguientes figuras representa correctamente la relación espacial entre intensidad de campo magnético  $B$ , intensidad de corriente  $I$  y fuerza magnética  $F_m$  para dos corrientes paralelas:



125. Los motores eléctricos son aparatos que:

- a)* Transforman la energía mecánica en eléctrica.
- b)* Cambiándoles su polaridad, se comportan como generadores.
- c)* Necesitan de una fuente eléctrica para su funcionamiento.
- d)* Transforman energía química en energía mecánica.

**ANAGRAMAS.**

Aquí tienes tres letras del alfabeto: *A, E, M*. Se trata de escribir sobre las líneas que tienes a continuación todas las palabras que se puedan hacer con estas tres letras.

Cada vez que encuentres una que tenga sentido en español, subráyala.

Por ejemplo, con las tres letras, *A, E, M*, se puede construir una palabra, *EMA*. Como no quiere decir nada en español, la escribes y no la subrayas. Con estas tres letras, *A, E, M*, también se puede hacer la palabra *AME*. En español, con el acento ortográfico sí tiene un significado, ya que es la primera persona del singular en pretérito indefinido del verbo amar. Por este motivo la subrayamos. Debes subrayar únicamente las palabras en castellano con una ortografía perfecta.

I -

<u>A E M</u>	<u>M E</u>	_____
<u>M A E</u>	<u>A E</u>	_____
<u>E A M</u>	<u>E M</u>	_____
<u>A M E</u>		_____

Pero con las tres letras, *A, E, M*, también podemos hacer palabras de dos letras y palabras de una sola letra. También debes escribirlas y subrayar aquéllas que tengan algún significado en español. Por ejemplo, con las letras *M* y *E* tenemos la palabra *ME*, que es un pronombre personal y *EM* que no tiene ningún significado.

*Debes escribir todas las palabras, incluso aquéllas que no quieren decir nada, ya que todas cuentan en la corrección de tu*

ejercicio. Para no correr el riesgo de olvidarte de alguna palabra deberás trabajar metódicamente.

*Cada letra no debe entrar a formar parte de una palabra más de una vez.* No tengas en cuenta el número de líneas. El número de líneas no se corresponde con el número total de palabras que debes encontrar.

Ahora, escribe solamente las palabras que aún faltan en el primer ejercicio, subrayando aquéllas que tengan algún significado en español.

II – Escribe todas las palabras que se pueden construir con las tres letras: *U, S, N* y subraya aquéllas que sean españolas.

_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____

III – Escribe todas las palabras que se pueden hacer con las 4 letras: *A, T, I, R* y subraya aquéllas que tengan algún sentido en castellano.

_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____

## OPERACIONES FORMALES COMBINATORIAS.

Vas a realizar seis problemas. Te resultarán fáciles, a condición de que reflexiones un poco antes de escribir las respuestas, para que no te olvides.

Cuando hayas leído el enunciado del primer problema: EL BAILE y encontrado la solución, escribirás la respuesta en las líneas que han sido trazadas debajo del enunciado del problema.

Atención, no es necesario utilizar todas las líneas.

Después realizarás el segundo problema que se llama: COCHES DE CHOQUE, y a continuación, el resto de los problemas. Intenta hacerlos todos y escribe siempre las soluciones en las líneas que se encuentran debajo del enunciado.

**Primer problema:** \_\_\_\_\_

EL BAILE. Después de una comida familiar, se decide bailar. Hay tres hombres: Alberto, Beltrán, Carlos, y tres mujeres: Luisa, Mónica, Juana.

¿Cuáles son *todas* las parejas de baile posibles en este baile improvisado?

A L		

Escríbelas sobre estas líneas, indicando la inicial del nombre de cada bailarín. Ya hemos escrito una pareja en la primera línea: A L, que quiere decir Alberto y Luisa. Escribe las restantes, utilizando una línea para cada una de las parejas restantes del baile.

**Segundo problema:** \_\_\_\_\_

COCHES DE CHOQUE. Domingo, Claudio y Pablo van en una feria a los coches de choque. En cada coche sólo hay dos plazas, la plaza del conductor y la de su compañero. Los tres amigos van a formar sucesivamente todos los equipos de dos automovilistas posibles entre ellos, pero en cada equipo, cada amigo quiere conducir una vez. Habrá por tanto en total más de tres equipos. Encuentra *todos* los equipos que se van a suceder en el coche. Escribe las iniciales de los nombres de los automovilistas sobre las líneas. Debes colocar la inicial del conductor siempre a la izquierda y un solo equipo de dos niños por línea. Ya hemos escrito D C, que quiere decir Domingo conductor, con Claudio de compañero.


**Tercer problema:**

TOMBOLA. Has comprado un número en una tómbola. Te han dicho que sólo se han vendido números con dos cifras.

Por un lado, todos los números están hechos utilizando únicamente las cifras 1, 2, 3, 4.

*Primera pregunta:* Tienes el número 11. Para conocer qué posibilidades tienes de poseer el número ganador, busca *todos* los números de dos cifras que hayan podido venderse. Escríbelos sobre las líneas de abajo (un solo número de dos cifras por línea) Verás que ya hemos escrito el tuyo (el número 11).

11		
_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____

*Segunda pregunta:* ¿Podrías decir cuántos números de dos cifras se pueden escribir con las cifras: 1, 2, 3, 4, 5, sin escribir los números, simplemente con un cálculo mental? Escribe el número total de números en el interior del recuadro dibujado aquí abajo.

**Cuarto problema:** \_\_\_\_\_

PING – PONG. Seis niños quieren jugar al ping pong. Se llaman: Andrés, Claudio, Domingo, Miguel, Pablo y Ramón.

Para poder jugar una liga, deciden que cada uno jugará una partida contra cada uno de los restantes.

*Primera pregunta:* Escribe en las líneas todas las partidas que se jugarán. Indica en cada ocasión los dos adversarios de cada partida con las iniciales de sus nombres respectivos. Por ejemplo, A. C., que quiere decir Andrés contra Claudio. Utiliza una línea para cada partida de ping pong.

A. C.		
_____	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____

*Segunda pregunta:* ¿Podrías decir cuántas partidas de ping pong habría, si los niños, en lugar de 6, fueran 7, sin escribir los componentes de cada partida, simplemente por un cálculo mental? Escribe el número total en el pequeño recuadro de más abajo.

**Quinto problema:** \_\_\_\_\_

EL RESTAURANTE CHINO. Vas con tus padres a comer a un restaurante chino. Sois 4. Los 4 vais a pedir un plato diferente para que cada uno pueda saborear 4 platos que no ha comido nunca.

Los 4 platos son: Pato con piña – cerdo agridulce – langostinos a la plancha – rollos de primavera.

Os sirven los platos al tiempo. ¿En qué orden podéis probar los 4 platos? Indica todas las *ordenaciones posibles*, representando cada plato por la inicial de su nombre y escribiendo los órdenes de los 4 platos en las líneas.

Por ejemplo, si empezamos por langostinos, después rollos, después cerdo y, por último, el pato, debes escribir *L.R.C.P.* Comprobarás que esta ordenación ya la hemos escrito. Debes indicar ahora las demás ordenaciones, utilizando una línea para cada una de ellas:

L. R. C. P.      \_\_\_\_\_      \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_      \_\_\_\_\_      \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_      \_\_\_\_\_      \_\_\_\_\_

**Sexto problema:** \_\_\_\_\_

LOS COMERCIOS. En la planta baja de un edificio nuevo se van a abrir 4 comercios. Una panadería, una carnicería, un ultramarinos y una librería desean instalarse en esos locales. Cada uno de ellos puede elegir cualquiera de los 4 locales. Dime *cudles son todas las formas posibles* en que se pueden ocupar esos 4 locales, escribiendo sobre las líneas la letra *P* para representar a la panadería, la letra *C* para la carnicería, la letra *U* para los ultramarinos y la letra *L* para la librería.

Verás que ya hemos escrito *P. C. U. L.* en la primera línea, lo que quiere decir que la panadería está en el primer local a la izquierda; la carnicería, en el segundo local; el ultramarinos, en el tercero y la librería, en el cuarto local a la derecha. Escribe ahora todos los órdenes posibles con una ordenación en cada línea.

<u>P. C. U. L.</u>	_____	_____
_____	_____	_____
_____	_____	_____

### OPERACIONES FORMALES. LOGICA DE PROPOSICIONES.

Lee el razonamiento siguiente:

#### *Primer razonamiento.*

- Los mamíferos son vertebrados.
- Los vertebrados son animales.

Se puede concluir determinadas cosas de este razonamiento. Podemos encontrar tres conclusiones diferentes, que son:

#### *Conclusiones:*

- Los mamíferos son animales.
- Los mamíferos no son animales.
- No lo podemos saber.

Pero sólo una de estas tres conclusiones es correcta. Se te pide que encuentres cuál de las tres conclusiones es exacta y que la subrayes. Hazlo.

Ahora, lee los siguientes razonamientos y contesta siempre subrayando la conclusión exacta. En los próximos cinco razonamientos sólo hay una respuesta correcta, que es la que tienes que subrayar. Por el contrario, en los siete razonamientos que les siguen hará falta subrayar más de una.

**Segundo razonamiento:**

- Armando es más ágil que Bernardo.
- Bernardo es más ágil que Daniel.

**Conclusiones:**

- Bernardo es el más ágil de los tres niños.
- Armando es el más ágil de los tres niños.
- No podemos saberlo.

**Tercer razonamiento:**

- La seta llamada arominia forma parte de las Rhodomias.
- Las Rhodomias son setas venenosas.

**Conclusiones:**

- La arominia es una seta venenosa.
- La arominia no es una seta venenosa.
- No podemos saberlo.

**Cuarto razonamiento:**

- Jorge canta mejor que Julia.
- Julia canta mejor que Alberto.

**Conclusiones:**

- Alberto canta mejor que Jorge.
- Jorge canta mejor que Alberto.
- No podemos saberlo.

**Quinto razonamiento:**

- Marcos es menos valiente que Lucía.
- Lucía es menos valiente que Fernando.

**Conclusiones:**

- Fernando es el menos valiente de los tres niños.
- Marcos es el más valiente de los tres niños.
- No podemos saberlo.

### ¿Eres un buen detective?

Vas a realizar algunos problemas con unos enunciados un poco liosos. Te encontrarás en la situación de un detective que recoge diversos indicios en su investigación y que pretende descubrir la verdad utilizando su razonamiento y su deducción. El detective realiza unas suposiciones y busca pruebas a partir de lo que le dicen y de lo que observa.

Ahora, lee las tres frases del enunciado que sigue e intenta saber si las conclusiones situadas a continuación del enunciado son verdaderas o falsas, pensándolo bien.

**Primer problema:** \_\_\_\_\_

*Enunciado:*

- Si Pablo ha mentido, entonces Pedro ha matado a Juan.
- Si el arma del crimen era una pistola, entonces Pablo ha mentido.
- Pero hoy hemos averiguado que el arma del crimen era una pistola.

*Conclusiones:*

- Pablo ha mentido.
- Pablo no ha mentido.
- Pedro ha matado a Juan.
- Pedro no ha matado a Juan.
- No podemos saberlo.

Se te pide que elijas, de entre estas cinco, las conclusiones de la investigación que sean exactas.

Con los datos del problema, intenta saber si Pablo ha mentido o no y así podrás descubrir si Pedro ha matado a Juan o si Pedro no ha matado a Juan.

Verás que podemos afirmar que Pablo ha mentido, porque el arma del crimen sí era una pistola. Por tanto, Pedro ha matado a Juan, ya que Pablo ha mentido.

Subraya la conclusión: Pedro ha matado a Juan y la conclusión Pablo ha mentido, ya que son las conclusiones exactas de la investigación.

Realiza el resto de los problemas, subrayando cada vez las conclusiones correctas. Verás que ahora hay varias respuestas correctas que tienes que subrayar.

**Segundo problema:** \_\_\_\_\_

*Enunciado:*

- Si el conserje era un cómplice, entonces la puerta del apartamento estaba abierta o el ladrón entró por el subsuelo.
- Si el robo tuvo lugar a media noche, entonces el conserje era un cómplice.
- Se ha podido probar que la puerta del apartamento no estaba abierta y que el ladrón no entró por el subsuelo.

*Conclusiones:*

- El conserje no era un cómplice.
- El conserje era un cómplice.
- El robo tuvo lugar a media noche.
- El robo no tuvo lugar a media noche.
- No podemos saber si el robo tuvo lugar a media noche.

**Tercer problema:** \_\_\_\_\_

*Enunciado:*

- Una de las siguientes afirmaciones es cierta: o bien el malhechor ha venido en coche, o bien el testigo se ha equivocado.
- Si el malhechor tenía un cómplice, entonces ha venido en coche.
- El malhechor no tenía un cómplice y no tenía la llave del apartamento, o el malhechor tenía un cómplice y tenía la llave del apartamento.
- Tenemos ahora la prueba de que el malhechor tenía la llave del apartamento.

*Conclusiones:*

- El malhechor ha venido en coche.
- El malhechor no ha venido en coche.
- El testigo no se equivocó.

- El testigo se equivocó.
- No podemos saber si el testigo se equivocó.

**Cuarto problema:** \_\_\_\_\_

**Enunciado:**

- Si la policía sigue una pista falsa, entonces los periódicos anuncian noticias falsas.
- Si los periódicos anuncian noticias falsas, entonces el asesino no vive en la ciudad.
- Ahora estamos seguros de que los periódicos anuncian noticias falsas.

**Conclusiones:**

- El asesino vive en la ciudad.
- El asesino no vive en la ciudad.
- La policía sigue una pista falsa.
- La policía no sigue una pista falsa.
- No podemos saber si la policía sigue una pista falsa.

### ¿A qué te dedicarías en tus días de vacaciones?

Se trata, ahora, de utilizar tu razonamiento y deducciones para resolver problemas del mismo tipo que los anteriores, pero que se refieren a las formas de pasar el tiempo durante un día de vacaciones.

**Quinto problema:** \_\_\_\_\_

**Enunciado:**

- Sales con tus amigos o te das una vuelta por el pueblo de al lado.
- Si sales con tus amigos, entonces vais a la montaña o vais a pescar.
- Finalmente, no vais a la montaña ni vais a pescar.

**Conclusiones:**

- Sales con tus amigos.
- No sales con tus amigos.
- Te das una vuelta por el pueblo de al lado.

- No te das una vuelta por el pueblo de al lado.
- No se puede concluir si te diste una vuelta o no por el pueblo de al lado.

**Sexto problema:** \_\_\_\_\_

*Enunciado:*

- Si te vas a bañar, entonces hace buen tiempo.
- Si te paseas en canoa, entonces hace buen tiempo.
- Finalmente, te paseas en canoa.

*Conclusiones:*

- Hace buen tiempo.
- No hace buen tiempo.
- Te vas a bañar.
- No te vas a bañar.
- No podemos saber si te vas a bañar o no.

**Séptimo problema:** \_\_\_\_\_

*Enunciado:*

- Si llovió ayer, entonces irás a recoger setas, y si vas a recoger setas, entonces ayer llovió.
- Una de dos: O bien ayer llovió, o bien cruzaste por los prados.
- Si no cruzaste por los prados, entonces cogiste el camino al este del pueblo.
- Pero no cogiste el camino al este del pueblo.

*Conclusiones:*

- No cruzaste por los prados.
- No llovió ayer.
- Vas a ir a recoger setas.
- No vas a ir a recoger setas.
- No podemos saber si irás a recoger setas.

## **OPERACIONES FORMALES. PROBABILIDADES.**

Vas a hacer algunos problemas que se parecen a los problemas de aritmética. Pero para resolverlos no es necesario realizar operaciones. Debes realizar todos los cálculos mentalmente.

En primer lugar, leerás el enunciado de los problemas. Debajo de cada enunciado hemos escrito diferentes soluciones posibles. *Una de las soluciones es exacta*, las otras son falsas. Elegirás la solución exacta y harás una cruz en el círculo que se encuentra a tu izquierda.

Después del primer problema, realizarás los que siguen, intentando hacerlos todos.

Vamos a estudiar juntos el primer problema que sirve de ejemplo.

**Primer problema:** \_\_\_\_\_

Claudio y Santiago juegan a un juego de naipes llamado la Batalla. En este juego, cada jugador recibe la mitad de los 32 naipes. No está permitido mirarlos y se sitúan en un montoncito delante de cada uno. Cada uno de los jugadores levanta y muestra la primera carta de su montón y el que levante la carta más alta se lleva las dos cartas. Las cartas que ganan las colocan debajo de su montón. El juego continúa hasta que uno de los jugadores acaba con todas las cartas de su adversario.

Al principio de la partida, Claudio y Santiago tenían 16 cartas cada uno. En las 16 cartas de Claudio hay tres reyes y en las 16 cartas de Santiago hay un rey. ¿Cuál es el jugador que tiene más posibilidades de levantar un rey en su próxima carta?

- Claudio, porque tiene tres reyes en 16 cartas.
- Santiago, porque tiene un rey en 16 cartas.
- Las posibilidades de Claudio y Santiago son las mismas, ya que cada uno tiene 16 cartas.

Los dos niños tienen el mismo número de cartas, pero Claudio tiene tres reyes entre sus 16 cartas y Santiago un solo rey entre las suyas. Por tanto, es Claudio el que tiene más posibilidades de levantar uno de sus reyes la siguiente vez. La respuesta buena es Claudio. Marca con una cruz el círculo que se encuentra a la izquierda del nombre *Claudio*.

**Segundo problema:** \_\_\_\_\_

En otro momento del juego de la Batalla, Claudio tiene dos ases y 22 cartas, todas ellas en un montón. Santiago también tiene dos ases, pero sólo tiene 10 cartas en su montón.

¿Cuál es el jugador que tiene más posibilidades de levantar el primer as?

- Claudio, porque tiene más cartas que Santiago.
- Santiago, porque sólo tiene 10 cartas con dos ases.
- Claudio y Santiago tienen las mismas posibilidades, porque tienen dos ases cada uno.

**Tercer problema:** \_\_\_\_\_

En el prado de tío Leonardo hay 15 vacas, de las cuales, 7 son negras y las otras 8, marrones. En el prado de tío Mauricio también hay 15 vacas, pero 5 son negras y las otras 10, marrones. Cada uno de los prados tiene una valla. La barrera de las dos vallas sólo permite la salida de una vaca cada vez. Cuando el tío Leonardo y el tío Mauricio abren las barreras para encaminar sus vacas al establo, ¿en cuál de los prados tendremos más posibilidades de ver salir la primera vaca negra?

- Del prado del tío Leonardo, ya que tiene 7 vacas negras entre sus 15 vacas.
- Del prado del tío Mauricio, ya que tiene sólo 5 vacas negras entre sus 15 vacas.
- Es parecido, ya que hay 15 vacas en total en cada prado.

**Cuarto problema:** \_\_\_\_\_

A las 18 h salen los obreros y las obreras de una fábrica. Por la puerta izquierda de la fábrica salen 31 personas: 22 hombres y 9 mujeres.

Por la puerta derecha de la fábrica salen 27 personas: 18 hombres y 9 mujeres.

¿Por cuál de las dos puertas tienes más posibilidades de ver salir a la primera mujer?

- Por la puerta izquierda, ya que por ahí saldrá más gente.
- Por la puerta derecha, ya que por ahí saldrán menos hombres.
- Da lo mismo, ya que saldrán 9 mujeres por cada una de las puertas.

**Quinto problema:** \_\_\_\_\_

En el recreo se formarán tres grupos para jugar al balón. El primer grupo lo forman 5 alumnos y 1 balón, el segundo grupo lo forman 6 alumnos y 2 balones, el tercer grupo lo forman 12 alumnos, pero hay 3 balones. ¿A qué grupo te gustaría unirte, porque esperas conseguir el balón más rápidamente?

- Sería mejor apuntarse al tercer grupo, porque hay más balones que en los otros grupos.
- Sería mejor apuntarse al primer grupo, porque está formado por menos niños que los otros grupos.
- Sería mejor apuntarse al segundo grupo, porque es el que está formado por menos niños respecto al número de balones.
- No podemos elegir un grupo, porque el segundo grupo tiene un balón más y un niño más que el primer grupo, y el tercer grupo tiene demasiados niños.

**Sexto problema:** \_\_\_\_\_

En un garage se guardan 24 vehículos: Cuatro camionetas y 20 coches de turismo. En un segundo garage hay 54 vehículos: 9 camionetas y 45 coches de turismo. En un tercer garage encontramos 36 vehículos: Seis camionetas y 30 coches de turismo. ¿De cuál de los garages tenemos más posibilidades de ver salir la primera camioneta?

- Del tercer garage, ya que tiene más camionetas que el primer garage y menos coches de turismo que el segundo garage.
- Del segundo garage, ya que es el que tiene más camionetas.
- Del primer garage, ya que es el que tiene menos coches de turismo.
- De cualquiera de los tres garages, ya que los tres tienen el mismo número de camionetas con respecto al número total de vehículos estacionados.

**Séptimo problema:**

Los alumnos de tres aulas de sexto tienen el mismo profesor de matemáticas y obtienen las mismas calificaciones trimestrales:

- En  $6^{\circ}A$ , de 30 alumnos, 20 han aprobado y 10 no han aprobado.
- En  $6^{\circ}B$ , de 42 alumnos, 22 han aprobado y 20 no lo han conseguido.
- En  $6^{\circ}C$ , de 20 alumnos, 12 han aprobado y 8 no lo han conseguido.

Teniendo en cuenta los resultados de las calificaciones, ¿cuál es la clase de  $6^{\circ}$  que tiene mejor nivel medio?

- Es  $6^{\circ}C$ , ya que en esta clase hay solamente 8 alumnos que no han aprobado.
- Es  $6^{\circ}B$ , ya que en esta clase es donde hay más alumnos que han aprobado.
- Es  $6^{\circ}A$ , ya que es donde encontramos más número de alumnos aprobados con respecto al número de alumnos que no han aprobado.
- $6^{\circ}A$ ,  $6^{\circ}B$  y  $6^{\circ}C$  tienen el mismo nivel en matemáticas, ya que en las tres clases el número de alumnos que han aprobado es mayor que el número de alumnos que no han aprobado.

**Octavo problema:**

En una feria, Pedro compra un billete de lotería. En esta lotería se venderán 25 billetes, de los cuales, 5 obtendrán premio y 20 no obtendrán premio. Su hermana Enriqueta compra un billete en otra lotería. En la lotería de Enriqueta se venderán 10 billetes, de los cuales, dos serán premiados y 8 no serán premiados. Su otra hermana, Marta, compra un billete en una tercera lotería, en la cual se venden 40 billetes: 8 con premio y 32 sin premio. ¿Cuál de los 3 niños tiene más posibilidades de haber comprado un billete premiado?

- Marta, ya que en su lotería es donde había más billetes premiados.

- Enriqueta, ya que en su lotería es donde había menos billetes premiados.
- Pedro, porque en su lotería había más billetes premiados que en la de Enriqueta y menos billetes sin premio que en la de Marta.
- Las posibilidades de los 3 niños de tener un billete premiado son iguales, ya que en las 3 loterías había el mismo número de billetes premiados respecto al número de billetes sin premio.

**Noveno problema:** \_\_\_\_\_

Juan, Claudio y Ana compran, cada uno, una bolsa de dulces. En la bolsa de Juan hay 4 caramelos y 12 bombones de menta, en la de Claudio hay 7 caramelos y 21 bombones de menta y en la de Ana hay 6 caramelos y 18 bombones de menta. ¿Cuál de los 3 niños tiene más posibilidades de escoger un caramelo cuando, sin mirar, coge un dulce de la bolsa?

- Juan, porque en su bolsa es donde hay menos bombones de menta.
- Claudio, porque en su bolsa es donde hay más caramelos.
- Ana, porque en su bolsa hay más caramelos que en la de Juan y menos bombones de menta que en la de Claudio.
- Los tres niños tienen las mismas posibilidades de coger un caramelo, ya que en las 3 bolsas hay el mismo número de caramelos con respecto al número total de dulces.

**Décimo problema:** \_\_\_\_\_

3 grupos de niños de una colonia de vacaciones se van a bañar. Van acompañados por monitores que les vigilan el baño.

- El primer grupo está formado por 14 personas: 12 niños y 2 monitores.
- El segundo grupo está formado por 8 personas: 7 niños y 1 monitor.
- El tercer grupo está formado por 24 personas: 21 niños y 3 monitores.

¿Cuál de los tres grupos está mejor vigilado?

- El primer grupo está mejor vigilado, ya que es el que tiene más monitores respecto al número de niños.
- El segundo grupo está mejor vigilado, ya que es el que tiene menos niños que vigilar.
- El tercer grupo está mejor vigilado, ya que es el que tiene mayor número de monitores para vigilar a los niños.
- Los tres grupos están vigilados por igual, ya que en el primero hay 2 monitores para 14 personas, es decir, un monitor para 7 personas; en el segundo hay un monitor para 7 niños y en el tercero hay 3 monitores para 21 niños, es decir, 1 monitor para 7 niños.



**Ministerio de Educación y Ciencia**

**Secretaría General de Educación**

**Dirección General de Renovación Pedagógica**