

PROYECTO DE INNOVACIÓN EDUCATIVA

MEMORIA FINAL

**APRENDER A SER A TRAVÉS
DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

**Coordinador: Manuel Alcalá Hernández
C.E.I.P. Gregorio Marañón
La Cala del Moral – Rincón de la Victoria (Málaga)**

Referencia del proyecto: 195/01

**Proyecto subvencionado por la Consejería de Educación de la Junta de
Andalucía
(Orden de 15-05-01; Resolución de 30-11-2001)**

1.- JUSTIFICACIÓN

Ciertamente, es la nuestra una sociedad cambiante y dinámica. La escuela, que siempre se mueve a tenor de la sociedad que la promociona y mantiene, también ha de ser cambiante pues ha de responder a las necesidades y a los fines que aquella le va marcando.

La escuela de nuestros días, particularmente en el tramo 12 – 16 vive unos fenómenos inexistentes hace unos años que, además, provocan desorientación y conflicto. Cuáles son los principales:

1.- En primer lugar, la cualidad general de los/as preadolescentes y adolescentes. Una edad crítica en la que nuestro alumnado se ve sometido a influencias de los medios de comunicación, a las modas, a los fenómenos que vienen modificando la estructura familiar y las condiciones de la crianza, etc., etc. Son hechos que influyen decisivamente en el alumnado de estas edades y que ayudan a configurar una actitud generalizada hacia lo escolar de hastío, cansancio y rechazo en la mayoría de los casos. En efecto, el comportamiento, el marco de valores, las perspectivas de futuro, el diálogo con los adultos de la adolescencia actual es, hablando en general, bastante diferente a la de hace unos años.

2.- En segundo lugar, la obligatoriedad de la enseñanza. El hecho de que la asistencia a clase sea ineludible, que sea forzoso el estudio de unos programas determinados (a lo que hay que añadir las precarias condiciones de espacio, infraestructura y horario en las que se mueve el alumnado en buena parte de los centros actuales, como es el caso del centro donde se desarrolla este proyecto) provoca, ya de entrada, un comprensible rechazo a lo escolar en esas edades. La obligatoriedad hasta los 16 –que, en principio, es un gran avance- deviene en norma de aplicación rígida que sería conveniente flexibilizar atendiendo a biografías y condiciones particulares.

3.- En tercer lugar, el enfoque excesivamente academicista del funcionamiento de los centros conduce a forzar al alumnado a asimilar un exceso de información, de contenidos a aprender –son muchas las asignaturas y excesivos los programas de cada una-, en la mayoría de los casos fuera de la realidad vital de cada alumno/a y, muy importante, por encima de las posibilidades de gran parte de los alumnos. La obligatoriedad de aprender tal cantidad de saberes provoca dos actitudes:

. Una, bloqueo ante el estudio de cualquier área curricular

.Otra, inhibición del deseo de aprender, de investigar, de conocer contenidos relacionados con lo escolar.

Evidentemente, la consecuencia de ello es que la motivación para el aprendizaje escolar se hace algo sumamente difícil, cuando no imposible, con lo que las pedagogías basadas en la tendencia “natural” del aprendiz hacia el saber se convierten en opciones de muy difícil concreción en la ESO.

4.- En cuarto lugar, un factor de la máxima incidencia: la diversidad existente en los grupos (causada por la obligatoriedad de la asistencia), y la necesidad de atender dicha diversidad. En efecto, hasta no hace muchos años la perspectiva de la homogeneidad era suficiente y, según la concepción pedagógica dominante entonces, coherente, pero en nuestros días ha venido ganando terreno, afortunadamente, la idea de que la diversidad intragrupo es positiva y necesita una respuesta metodológica, curricular y organizativa. La enseñanza institucional, que en otro tiempo era selectiva en la edad de la adolescencia, hoy afecta a todos sin posible exclusión. Consecuentemente,

la educación matemática en la escuela obligatoria ha de concebirse en el seno de una “escuela para todos”.

5.- Esos factores, entre otros, hacen que la enseñanza en la ESO sea una actividad particularmente ardua y compleja, que atraviesa por momentos de desorientación e incertidumbre. Pues bien, a lo dicho quisiera añadir un punto de especial importancia: la actitud de huida de buena parte del profesorado. El cansancio en unos casos, la impotencia para solucionar situaciones conflictivas en otros, la sensación de abandono por parte de la Administración por algunos otros, la desorientación metodológica en muchos más, etc. hacen que la práctica de la docencia sea vivida con sufrimiento, con victimismo, Es decir, hay una falta de ilusión por el trabajo demasiado generalizada.

Es cierto que las condiciones de trabajo que se dan en la mayoría de los centros en el tramo de la ESO son especialmente duras; es cierto también que vivimos tiempos acomodación y conformismo. Pero, tal y como se afirmaba en el planteamiento inicial de este proyecto, “ no por ello hemos de abandonar la búsqueda de opciones y caminos”, la búsqueda de enfoques metodológicos y concepciones que afronten esos hechos con voluntad de encontrar respuestas didácticas acertadas. En ese sentido, el proyecto *Aprender a ser a través de la educación matemática* pretende encarar las causas de esa desorientación antes mencionada y realizar un trabajo experimental que pueda encontrar respuestas deseadas a la vez que generalizables. Y más concretamente, nos ayude a encontrar una vía posible, un modelo atractivo, un enfoque metodológico asumible por gran parte del profesorado, y generalizable, que nos conduzcan hacia una enseñanza mejor en la que converjan educación matemática y valores cívicos y democráticos.

En efecto, aunque la situación general de la enseñanza en la ESO sea crítica y, por lo tanto, la de la educación matemática en ese tramo también lo sea, no por ello hemos de perder la esperanza y dejar de buscar experiencias y alternativas prácticas que nos ayuden a hacer una enseñanza atractiva, estimulante y educativa. Ahora bien, veamos el centro del problema: ¿cómo organizar la actividad del aula para que un determinado número (casi siempre excesivo) de personas que no quieren estar varias horas diarias retenidas entre las cuatro paredes del aula lo estén de modo civilizado y realizando, además, un trabajo provechoso para ellas, para su desarrollo personal?; es decir, ¿cómo hacer una enseñanza educativa?; ¿cómo organizar la actividad de modo que la matemática no sea algo detestable y repudiado, como lo es con tanta frecuencia?; ¿cómo motivar al alumnado en la difícil tarea que la sociedad les impone: dominar unos saberes matemáticos?.

A la luz de los planteamientos indicados, la innovación educativa se revela como una necesidad del sistema, como una vía por donde pueden emerger opciones, propuestas, experiencias contrastadas que alumbren modos de actuación alternativos, materiales y recursos nuevos para un alumnado siempre nuevo, para una escuela siempre cambiante. Esa es la razón de ser de este proyecto de innovación: hallar, en las condiciones actuales, un enfoque de enseñanza de la matemática que, siendo fácil de aplicar y generalizar, aúne educación en valores democráticos con aprendizaje activo y participativo.

2.- BASES DEL PROYECTO

En este apartado se comenta la fundamentación e ideas esenciales en torno a las que se ha construido *Aprender a ser a través de la educación matemática*. El esquema de su desarrollo es el siguiente:

I. LA DIVERSIDAD COMO CONDICIÓN PEDAGÓGICA

- I.a- El aula como comunidad de aprendizaje
- I.b- Hacia el trabajo autónomo
- I.c- La matemática como lenguaje

II. PRIORIZACIÓN DE LA ENSEÑANZA INDIRECTA

- II.a- El aprendizaje como construcción
- II.b.- Planificación y desarrollo de la actividad
 - 1.- Sesiones *versus* lecciones
 - 2.- Plan de trabajo
 - 3.- La variabilidad como rasgo permanente

III. LA EVALUACIÓN FLEXIBLE Y COMPARTIDA (ideal de equidad)

- III.a- Evaluación informal
- III.b- Evaluación formal

La posibilidad de escolarizar a toda la generación nueva de nuestra sociedad hasta los 16 años y la imposición de su obligatoriedad ha sido, en términos históricos, un enorme avance social. La escuela que da respuesta a ese gran avance es la escuela concebida como institución comprensiva y compensadora (pues la escuela selectiva disgrega, clasifica y desintegra, lo cual no representa ninguna mejora social).

Es un hecho ineludible que esa mejora social ha acarreado dificultades y nuevos problemas a la enseñanza. Como también es cierto que, como consecuencia de ese avance, la educación matemática en la escuela obligatoria ha de ser pensada en el marco de una "escuela para todos", siendo ese el referente para cualquier planteamiento tanto pedagógico como de acción concreta en clase, pues la obligatoriedad de la propia enseñanza fuerza el que dentro del aula nos encontremos con un enorme abanico de caracteres, personas, necesidades, capacidades, etc.

¿Qué matemáticas enseñar? ¿Cómo hacerlo en esas condiciones? ¿Con qué finalidad?. El presente proyecto hace suya la gran finalidad de la escuela comprensiva y compensadora (la enseñanza de la matemática al servicio de la educación en valores democráticos), como también comparte la filosofía de la diversidad tanto en la organización docente como en la evaluación de la actividad.

La enseñanza de la matemática en la escuela obligatoria cobra sentido si va dirigida hacia el desarrollo de los individuos, hacia la formación de todos, de cada niño y cada niña, pero sin descuidar la necesaria preparación de quienes podrán proseguir estudios superiores. La enseñanza de la matemática gana valor si se enmarca en un currículo y un modelo educativo al servicio del ideal democrático: si contribuye a la conformación de una sociedad mejor, más igualitaria, libre y armónica. Es en ese contexto donde adquiere pleno significado el lema:

MATEMÁTICAS AL ALCANCE DE TODOS EN UNA ESCUELA PARA TODOS

Ese es el marco en el que se ha inscrito la vida en el aula durante dos cursos en el desarrollo de *Aprender a ser a través de la educación matemática* – a los que se refiere esta MEMORIA - y que le confiere especificidad.

Mas la práctica docente es muy compleja. La acción de enseñar está sostenida por un cúmulo de ideas, procedimientos, actitudes y convicciones muy variado que le dan sentido cada día. ¿Cuáles son las ideas que sustentan y dan forma a este proyecto?. ¿De dónde proceden?. ¿De qué corrientes pedagógicas es tributario *Aprender a ser a través de la educación matemática*?.

Es natural que a la hora de articular un proyecto de trabajo se recurra a la experiencia propia, a técnicas conocidas, a lecturas, a esas grandes ideas pedagógicas (¿quizá ideología?) conocidas por todos. Y también es apropiado que se tenga unas metas a conseguir. En el caso de *Aprender a ser a través de la educación matemática* se tiene una meta quizá ambiciosa, pero clara: conformar un método de enseñanza de la matemática que aúne metodología activa con educación en valores y, además, que sea generalizable a la ESO. En otras palabras, se trata de aprovechar la enseñanza de la matemática para hacer efectiva una educación en valores mediante una metodología sencilla, que más adelante comentaremos.

Pues bien, este proyecto tiene sus fuentes en esa gran corriente humanista de renovación pedagógica que, con aspiraciones de transformación social, se viene desarrollando en España desde la década del setenta. Textos como el antiguo *Aprender a ser* de Edgar Faure (1973) que tiene su continuación en *La educación encierra un tesoro* o Informe Delors (1996), que son portadores de ideas fructíferas, se han compaginado con la tradición freinetiana (para Freinet la educación “era desenvolvimiento y liberación de las capacidades de los individuos”), con la corriente de pedagogía activa en la educación matemática (E. Castelnuovo, R. Skemp, Polya, Puig Adam, Piaget, Dienes, Freinet, Cuisenaire, Gateño, G. Mialaret, Bishop, ...) y con la experiencia personal de quien suscribe estas páginas en el seno de colectivos: la sociedad andaluza de educación matemática Thales, el Movimiento Cooperativo de Escuela Popular (MCEP) y la sociedad de renovación educativa malagueña REMA.

Dentro de esa gran corriente de pensamiento pedagógico la escuela es concebida como institución laica encargada de la socialización de los individuos en el sentido de ayudarles a crecer en un entorno educativo conformado bajo los valores contemplados en la Declaración Universal de los Derechos Humanos: igualdad, solidaridad, respeto mutuo, cooperación, libertad, ... La educación formal—acción intencional llevada a cabo por adultos con actitud educativa en el marco de la escuela— está llamada a jugar un gran papel en el crecimiento y desarrollo de cada miembro de las futuras generaciones. La educación matemática, como parte de esa gran actividad, viene a ser una variable destacada en cada propuesta curricular, pues incide sobre aprendizajes esenciales para la inserción social de cada persona.

El cúmulo de ideas que sustentan *Aprender a ser a través de la educación matemática* desembocan en una práctica de aula apoyada en tres principios:

- I.- Tomar la diversidad en el aula *como condición pedagógica*
- II.- Priorizar la *enseñanza indirecta* en el trabajo diario.
- III.- Aplicar la *evaluación flexible y compartida*

Comentaremos, brevemente, cada uno extrayendo su contenido del texto inicial del proyecto.¹

I.- LA DIVERSIDAD COMO CONDICIÓN PEDAGÓGICA

Por diversidad entenderemos la variabilidad interpersonal (de capacidades, de intereses, de expectativas, cultural, etc.) dentro del grupo humano que forma la clase. Situar el respeto a la diversidad en clase como principio en la opción metodológica de este proyecto conlleva tres consecuencias de índole práctica:

¹ Un comentario más detallado de estos principios se puede ver en M. Alcalá: “La enseñanza de las matemáticas en una escuela para todos”, ponencia recogida en *Alas para volar* (actas del I Congreso Internacional de Necesidades Educativas Especiales), Granada, 2000

Ia.- Enfocar el trato interpersonal y el clima del aula desde el respeto a esa diversidad: **el aula como comunidad de aprendizaje.**

Es decir, enfatizar el ambiente del aula como entorno favorecedor de educación matemática y, dentro de las posibles opciones, elegir la de “el aula como comunidad de aprendizaje”, con la carga de educación moral que esa opción posee. Pues la enseñanza de la matemática no es una actividad aséptica, al margen de valores morales y cívicos; antes bien, es una actividad que, si se desarrolla en una ambientación adecuada, puede resultar idónea tanto para el cultivo de los valores que tradicionalmente se le asocian (racionalidad, tenacidad en la resolución de situaciones, razonamiento ordenado y lógico, etc.) como para el cultivo de valores de respeto mutuo, cooperación y solidaridad.

Ib.- Organizar la enseñanza y el aprendizaje teniendo como norte **el aprendizaje autónomo en el seno de un colectivo.**

En otras palabras, organizar la actividad tratando de **adecuarse a la diversidad existente** tomando como norte “el aprendizaje progresivamente autónomo”. El lema “aprender a aprender” no por viejo deja de ser válido; se trata de conseguir que cada cual, en la medida de sus posibilidades vaya dependiendo cada vez menos de la tutela del maestro y confiando cada vez más en sí mismo, a la vez que responsabilizándose en el cumplimiento de sus tareas. Pues, además, si un porcentaje importante del aula va ganando autonomía, el maestro dispone de más momentos para atender a quienes sí necesitan de la tutela permanente.

Ic.- Tomar decisiones sobre **qué matemáticas** son las adecuadas, a qué contenidos y a qué técnicas de trabajo dar más importancia.

Pensemos que estamos hablando de la matemática en la escuela obligatoria. La opción que en este proyecto se toma es la de “la matemática como lenguaje”, es decir, como sistema simbólico complejo que, progresivamente, han de ir adquiriendo los niños a lo largo de su escolaridad, haciéndolo suyo y convirtiéndolo en herramienta del pensamiento.²

En efecto, ¿qué matemáticas son las adecuadas para un grupo diverso?. La concepción epistemológica de que se parta y las decisiones que se tomen al respecto (qué contenidos priorizar, qué técnicas destacar, qué estilo de enseñanza, etc.) han de ser coherentes entre sí.

IIa.- LA MATEMÁTICA COMO LENGUAJE.

En primer lugar conviene interrogarnos acerca de la naturaleza misma del conocimiento que queremos transmitir, del formato de su presentación, de su estructura; que nos interroguemos qué es lo esencial de aquello que queremos enseñar y, teniendo en cuenta las características de nuestro alumnado, tomemos decisiones coherentes. Nos conviene, por tanto, una concepción de la matemática escolar que, al ser flexible e interpretable de modo diverso, nos permita ese eclecticismo antes mencionado, pero con predominio de la enseñanza de estilo indirecto. Esa concepción no es otra que la de “la matemática como lenguaje” que hemos comentado en el apartado anterior.

En el ámbito docente el debate epistemológico se encuentra inserto en el mundo de las tendencias metodológicas. Cada tendencia enfatiza unos contenidos, unos

² Algunos argumentos a favor de esta opción han sido expuestos en M. Alcalá: “La construcción numérica: ¿de lo concreto a lo abstracto?”, conferencia recogida en las Actas del IX congreso de la SAEM Thales, San Fernando (Cádiz), 2000

aspectos, lo que pone de manifiesto que la matemática escolar puede ser concebida, organizada y enseñada desde distintas perspectivas. De hecho, es lo que sucede actualmente. En cada una de ellas se enfatiza alguno de los aspectos que la conforman (en detrimento, claro está, de otros). Así, unos ponen el acento en la resolución de problemas -"corazón de la matemática"-, organizando contenidos y enseñanza desde esa perspectiva, priorizando el desarrollo de estrategias y el cultivo del razonamiento. Otros docentes enfatizan, por ejemplo, el cálculo numérico (los llamados "aritméticos") nucleando en torno a ello prácticamente toda la actividad escolar. También hay quien prioriza el descubrimiento y la creatividad. Etc. Son, dicho de otro modo, las tendencias en la enseñanza de la matemática.

Según se comenta en *La construcción del lenguaje matemático* (M. Alcalá, Graó, 2002), adscribirse a una tendencia concreta de modo radical puede tener consecuencias no deseadas para el alumnado, pues al enfatizar unos aspectos quedan otros sin desarrollar, con lo que la formación matemática de los estudiantes puede padecer graves deficiencias. Ahora bien, es posible la vertebración de un enfoque que ofrezca una visión integradora de los diferentes contenidos que conforman tanto el currículo escolar como el conocimiento matemático mismo, al tiempo que sirva de guía adecuada para interpretar el aprendizaje y la enseñanza a lo largo de la escolaridad obligatoria. Esa es la finalidad del enfoque que se defiende en *Aprender a ser a través de la educación matemática*, y que parte de la consideración de la matemática como un lenguaje, como un sistema simbólico complejo de rasgos peculiares.

Cuando se está en el aula tratando de superar los escollos que los escolares encuentran en su aprendizaje matemático, el rasgo que sobresale por encima de otros es el simbolismo: el hecho incuestionable de que las matemáticas vienen a ser un sistema simbólico con características propias y distintas a las de otros sistemas simbólicos tales como la música, la lengua escrita, la lengua hablada, etc. Ciertamente que la matemática también es razonamiento, es un variado conjunto de estrategias de resolución, de procedimientos operatorios; es actitud investigadora y tenacidad en la resolución de problemas; es orden y precisión en la expresión, es ejecución de algoritmos, es cálculo de lápiz y papel, etc. Es todo eso, pero lo unificador y distintivo es que, realmente, las matemáticas se configuran ante los aprendices como un complejo y variado conjunto de signos que soportan significados (conceptos, representaciones, operaciones, etc.) y que esos signos, -organizados o no en códigos-, con sus correspondientes significados devienen herramientas intelectuales que utilizamos para actuar intelectualmente.

¿Qué razones hay para que esta perspectiva sea más aconsejable que otras?. Es decir, ¿qué consecuencias prácticas puede acarrear ver la matemática como un lenguaje?. Pues, sencillamente, que considerar la matemática como un lenguaje es útil, es una buena estrategia didáctica, al menos por tres razones:

a) Una, porque ayuda a interpretar la mayoría de las dificultades que tienen los niños en su aprendizaje. Es sabido que la mayor parte de tales dificultades son:

-De orden semántico, pues tienen como centro el binomio significativo-referido a las notaciones y vocablos de la jerga matemática, es decir, radican en la asociación de la notación o vocablo con el significado adecuado.

-O bien son dificultades inherentes a la estructura que adopta el código notacional de cualquier campo (operaciones aritméticas, código fraccionario, el código tripartito aritmético, etc.) y al funcionamiento del mismo; es decir, son de carácter sintáctico.

-O, en otras ocasiones, dificultades relativas al cuándo y/o al cómo utilizar el código notacional para resolver determinada situación: son pragmáticas o funcionales.

Así pues, concebir la matemática escolar como lenguaje, es útil desde el punto de vista didáctico pues nos va a llevar a enfatizar los aspectos "lingüísticos" de la misma: nos va a llevar a detenernos en la construcción de los significados y en la comprensión y dominio de los códigos notacionales.

b) La segunda razón, porque es una visión integradora del currículo, pues procura dar la debida importancia a cada uno de los componentes de una buena formación matemática: resolución de problemas, comunicación, memorización de datos, formación de conceptos, etc.. Esto es, no se trata de situarse en ninguna de las tendencias actuales de la enseñanza -enseñanza directa, enseñanza por descubrimiento, resolución de problemas, etc.-, sino que pone el acento en la construcción progresiva de los significados, en los aspectos comunicativos y en el dominio sintáctico orientado hacia la operatoria.

c) Y, en tercer lugar, porque es una buena guía para organizar, planificar e interpretar la enseñanza a lo largo de la escolaridad obligatoria. En efecto, son los rasgos inherentes a los procesos de simbolización, las dificultades en la manipulación de los símbolos y el uso de los códigos para razonar y resolver problemas los tres puntos en torno a los que gira la acción escolar, a los que se les dedica más tiempo en el aula: los puntos en torno de los cuales se acumula la mayoría de las dificultades de aprendizaje.

La escuela, en fin, impone la matemática a los niños presentándola como un sistema ya codificado y acabado, presentación que va haciendo de forma planificada y escalonada. Es la tradición. La matemática aparece así como un sistema del que se va enseñando, transmitiendo, diferentes contenidos parciales, diferentes conceptos y procedimientos, soportados por un lenguaje específico cada vez más abstracto y alejado de la experiencia física. Y así el sistema simbólico matemático, que en principio no es sino el medio, la herramienta para transmitir ideas y o resolver problemas, llega a convertirse en objeto mismo de conocimiento.

En definitiva, la matemática puede ser concebida desde distintas perspectivas. En nuestro caso tomamos aquella que la considera como un lenguaje, entre otras razones porque nos va a ayudar a interpretar mejor las dificultades de aprendizaje y, consecuentemente, a mejorar nuestra enseñanza. Ahora bien, ¿cómo van los individuos aprendiendo ese lenguaje?; ¿cómo podemos aprovechar el conocimiento sobre ello para mejorar el trabajo docente? A ello se refiere el segundo pilar de nuestra opción.³

En síntesis, trabajar desde la consideración de la diversidad como condición pedagógica nos lleva a (a)organizar un aula como comunidad de aprendizaje, (b)favorecer en ella el aprendizaje autónomo (ya veremos en qué grado es cooperativo) y (c) optar por la concepción epistemológica de la matemática como lenguaje con las consecuencias didácticas que ello comporta.

³ Una versión más pormenorizada de esta interpretación se encuentra en ALCALÁ, M(2004): "La matemática escolar interpretada como lenguaje". Revista Cooperación Educativa-Kikirikí. Nº 73. Publicaciones MCEP, Morón - Sevilla

II.- PRIORIZAR LA ENSEÑANZA INDIRECTA

Pensar la enseñanza tomando la diversidad como condición pedagógica, además de redefinir el aula y la organización del trabajo en ella, según se ha apuntado en el apartado anterior, lleva también implicaciones relativas al cómo enseñar, cómo organizar el trabajo, qué sentido darle a la enseñanza-aprendizaje de la matemática. En nuestro caso partimos de que la enseñanza *directa* o metodología de las lecciones no es la más adecuada para un aula en la que se contempla el respeto a la diversidad, el aprendizaje autónomo y la motivación por aprender.

La enseñanza directa se basa en el esquema tripartito *explicación-ejercicios-examen* como vía única. Se intenta con tal esquema metodológico que el conocimiento pase directamente del libro de texto o de la mente del profesor a la mente del aprendiz. En oposición a la enseñanza directa han venido surgiendo propuestas alternativas en las que, frente a la recepción pasiva, se enfatizaba la actividad investigadora de los niños: la enseñanza por descubrimiento o investigación, la resolución de problemas, la matemática ambientalista, etc. En todas las opciones alternativas a la metodología de las lecciones se sitúa el centro organizativo en el aprendiz, pero en un aprendiz activo. Se le pide a cada niño, cada niña, que tantee, que manipule materiales, que explore relaciones y propiedades; se le incita a que resuelva situaciones problemáticas reales o ficticias con objetos concretos y/o abstractos (números y relaciones); se le pide que interactúe con sus compañeros: la enseñanza en grupo, la organización cooperativa del aula y del trabajo, etc.. Son opciones, en fin, de *enseñanza indirecta*.

La *enseñanza indirecta* se opone, por tanto, a que la organización de la actividad en clase se estructure de modo único en torno al esquema explicación – ejercicios y propugna, en cambio, la variedad en la ejecución de actividades acentuando aquellas en las que hay descubrimiento, investigación, implicación personal, novedad. Comporta un estilo docente en el que el profesor juega el papel de guía y el alumno se deja llevar adoptando el de aprendiz activo y participativo, siendo asumidos dichos roles por cada una de las partes.

En nuestro caso no nos inclinaremos nítidamente por alguna de las opciones citadas sino por otra ecléctica en la que se conceda prioridad al estilo indirecto, a la enseñanza indirecta, pero que se recoja lo positivo de la tradición de la enseñanza directa, como son algunos juegos y materiales, modos de trabajar la presentación de algún tema, etc. Pues actuar bajo el principio "priorizar la enseñanza indirecta" no quiere decir que toda la dinámica cotidiana de trabajo en el aula se desarrolle bajo el prisma de la enseñanza por investigación, el descubrimiento o la resolución de problemas. Antes bien, quiere decir que la metodología de trabajo va a estar conformada con ingredientes variados que la tradición escolar ha validado (explicación, resolución de problemas, ejercitación, estudio directo mediante material impreso, el juego como recurso, la investigación personal, el trabajo en grupo, etc.), de entre los que conviene enfatizar aquellos que entran en el campo de la construcción personal del conocimiento y convierten al aprendiz en protagonista y hacedor de su propio saber. Pues no se trata de otra cosa que de adecuar la actividad docente a la diversidad de estilos cognitivos, de niveles de aprendizaje, de motivaciones que hay dentro del grupo.

¿Cómo construir una metodología de trabajo flexible desde la enseñanza indirecta?. En nuestro caso tomaremos como puntos de apoyo tres factores:

1-Uno de carácter epistemológico -*la matemática como lenguaje*- comentado en el epígrafe anterior.

2-Otro relativo a la psicología del aprendizaje: el aprendizaje como *proceso de apropiación de recursos operatorios gracias a la mediación de los códigos simbólicos*.

3- Y el tercero es de orden didáctico: planificación y desarrollo de la actividad del aula mediante (a) la concreción del enfoque de *sesiones de trabajo* frente a la metodología de *las lecciones*, (b) el Plan de Trabajo como herramienta de planificación y evaluación, y (c) la aplicación del principio de *variabilidad permanente* en la dinámica organizativa.

Veamos brevemente el segundo y tercero, pues el primero ha quedado ya comentado.

II a.- EL APRENDIZAJE COMO LARGO PROCESO DE CONSTRUCCIÓN ACTIVA E INTENCIONAL

¿Cómo se aprenden las matemáticas?. Si las matemáticas son un lenguaje, ¿cómo se aprende ese lenguaje?.

A pesar de las muchas aportaciones de la Psicología seguimos teniendo un escaso conocimiento de cómo se produce el aprendizaje matemático. Sólo poseemos aproximaciones, intentos explicativos. Es decir, carecemos de una respuesta certera, satisfactoria y comunmente compartida para los interrogantes anteriores

Pero el que no sepamos explicar cómo se aprenden las matemáticas no nos debe llevar a un intepretativismo radical y creer que toda teorización, toda propuesta es interpretable y, por lo tanto, igualmente válida. Como tampoco nos debe conducir al innatismo, por muy razonables que sean sus argumentaciones.

Siendo conscientes de esas dificultades intentaremos establecer una visión del aprendizaje que, además de basarse en evidencias empíricas, nos sirva de referencia; una visión que nos sea útil tanto para la comprensión de los fenómenos de aprendizaje en el aula, como para la planificación y desarrollo de la enseñanza.

Primer rasgo: *el aprendizaje es un proceso de significación*

En nuestro caso, y con la modestia que exige cualquier intento explicativo de esta envergadura, nos aproximaremos al fenómeno del aprendizaje de la matemática elemental imaginándolo como *un largo, complejo e inacabado proceso en el que lo esencial es la construcción del significado por parte del aprendiz* quien, necesariamente, ha de ser protagonista intencional de su aprendizaje.

Así pues, teniendo ese doble objetivo como norte y el aula como contexto, concebiremos el aprendizaje matemático como un *proceso continuo de construcción de significados* que realiza el aprendiz gracias, entre otras cosas, a la *apropiación y uso de símbolos y estructuras simbólicas*; símbolos y estructuras que, evolutivamente, son cada vez más abstractos y *jerarquizados*. Digo "entre otras cosas" porque son muchos los factores que intervienen en el proceso, y muy variadas las actividades que conducen al aprendizaje. Por ejemplo, la recepción de información, la manipulación experimental, el intercambio comunicativo, la ejercitación individual, la observación de otro en la resolución de un problema, etc. ,etc. Pero de entre ellas quiero resaltar la construcción

de significados que, intencionalmente, va haciendo el aprendiz durante la realización de las experiencias escolares.

Ante todo, y de cara a nuestra intervención en el aula, conviene resaltar el carácter de proceso que tiene todo aprendizaje complejo, como es el caso del aprendizaje matemático escolar. Carácter más bien de *largo, progresivo e inacabado proceso*. Si se exceptúa la memorización de ciertos datos y hechos numéricos (tipos de ángulos, tablas de cálculo, ...), o la mecanización de algunas rutinas, el aprendizaje matemático, por su carácter operatorio, es muy diferente de la mera retención y acumulación de información, o de la práctica de una habilidad como puede ser un deporte, escribir a máquina o montar en bicicleta. La mayoría de los contenidos son de carácter conceptual y procedimental, por tanto hay que apreciar su aprendizaje de modo evolutivo, deslindando lo que es relativo a la construcción del significado matemático de lo que es otro tipo de contenido

Por ejemplo: una cosa es la escritura de las primeras cifras y otra muy distinta el concepto de número que esas grafías soportan. Ciertamente para el aprendizaje de la escritura de cifras se precisa control motor fino, ejercitación variada en copiar modelos, etc., pero la idea de número es, sin embargo, más compleja, yendo más allá de lo meramente motor, perceptivo o gráfico.

Los maestros sabemos bien que la noción de decena, de decimal, de fracción, de plano, de ángulo, de razón, de proporción, ... no se alcanza tras una breve explicación del maestro o la lectura del libro de texto, sino como resultado de un largo proceso de tanteos personales y aproximaciones sucesivas, que en muchos casos es de años. Sí, mucha gente cree que tras la explicación (o explicaciones pertinentes) del maestro seguida de la realización de una buena cantidad de ejercicios ya está aprendido lo que es decena, o ángulo o Pero eso sólo es así en aspectos puntuales como puede ser una relación numérica, el aprendizaje de vocablos de constructos simples (vértice, segmento,...) o alguna propiedad. Sin embargo, el aprendizaje del número, de una operación aritmética o de conceptos geométricos como paralelismo y perpendicularidad sólo se consigue a través de un largo proceso de significación.

¿Qué es eso de *proceso de significación*? . Bien, partimos de la idea de que el saber matemático forma parte de la cultura tanto familiar, como ambiental y académica en la que el niño se ve inmerso. Forma parte hallándose materializado y exteriorizado mediante un sistema simbólico. El sistema simbólico se compone de letras y otros signos; y de palabras (*ocho, nueve, mil, triángulo,...*), que son signos también. Cada signo, por ejemplo *6, cociente, +, 2*, actúa como significante, es decir, remite a un significado acordado con anterioridad al aprendizaje del mismo por el niño. O sea, cada símbolo soporta un constructo mental genérico: el concepto matemático, concepto delimitado por la comunidad científica y la historia. El proceso de aprendizaje personal no consiste en otra cosa que en la apropiación por el aprendiz de esos constructos genéricos: conceptos, relaciones, propiedades previamente establecidas. Apropiación que el sujeto hace utilizando sus recursos personales disponibles e integrando el nuevo conocimiento en el que ya poseía. Y eso es así siempre, ya sea conocimiento adquirido del exterior -por medio de la recepción de información, por ejemplo, o la lectura de un texto-, ya sea conocimiento obtenido por descubrimiento personal: el hallazgo de una propiedad, de una regularidad nueva para el aprendiz, etc.

Cuando aprendemos, cada uno de nosotros se va formando una representación subjetiva, personal y exclusiva, de aquello que va aprendiendo. Por ejemplo, cada persona suele tener un representación interna de la serie de los números naturales, o "tira

numérica"; mientras que para unos hay poca distancia imaginaria entre 15 y 20, para otros la diferencia es grande; en el conteo, que se suele hacer apoyándose en la "tira", unas personas van imaginariamente hacia la izquierda en línea recta, otras lo hacen hacia abajo, o hacia la derecha. Quiero decir con todo esto que el aprendizaje es un proceso de subjetivación del saber existente. Proceso de subjetivación cargado, además, de emocionalidad. Por ejemplo, para unos es placentero el cálculo numérico, para otros tedioso, para unos el número preferido es el 7, para otros el 15,

En definitiva, cada aprendiz hace una "construcción personal e idiosincrásica" de los significados, -de los números, de la conmutatividad, de los triángulos-, construcción tan personal como lo es la escritura diferenciada que cada cual hace de los signos.

Entenderemos, pues, por significados las *representaciones subjetivas* de todo aprendizaje, el registro intelectual personalizado que cada individuo construye en su proceso de aprendizaje, en su proceso de apropiación del conocimiento ya existente. Es por ello por lo que el saber matemático, si bien es preexistente, objetivo e independiente del aprendiz, no por ello deja de ser subjetivo, pues el proceso de aprendizaje no es sino un proceso de subjetivación de la cultura del entorno: en nuestro caso, del conocimiento matemático.

Y es que el aprendizaje matemático *es una construcción intencional* que hace cada persona. Esa construcción no es ni atemporal ni aislada. Quiero decir que es una construcción que se va produciendo gracias a los instrumentos de los que ya dispone el aprendiz (a lo que se suele denominar "conocimientos previos"). Pero construcción filtrada, mediatizada, condicionada por los elementos situacionales, pues todo aprendizaje se produce en un contexto.

Digamos que el contexto no está compuesto sólo por los elementos ambientales, físicos, sino también -y esto es muy importante- por la red intersubjetiva que determina la dinámica relacional en clase o en casa, con las consecuencias psicoafectivas que ello comporta. ¡Cuántas veces recurrimos los maestros al entorno afectivo familiar, o al clima relacional del aula para explicar ésta o aquella anomalía!. ¡O cuántas hablamos de la organización del trabajo en clase como clave para el aprendizaje!.

Como todo aprendizaje está situado, esto es, mediatizado por la situación intersubjetiva en que se produce, decimos que *el aprendizaje es una actividad constructiva y situada, siempre dependiente de esa red invisible que es la cultura.*

¿Cómo podríamos caracterizar, con brevedad, el aprendizaje matemático?. Sin duda, mencionando sus rasgos más sobresalientes, que a mi juicio son tres: conceptual, operatorio y simbólico

b.- Segundo rasgo: *aprendizaje conceptual*

Vistas las cosas de este modo, y sabiendo ya que para cualquier docente es difícilmente separable el *qué* se aprende del *cómo*, cabe preguntarse: ¿entonces, cómo son los conceptos matemáticos?, ¿cómo es el conocimiento matemático?. Seguro que el saber matemático es diferente para quien enseña que para quien aprende. El docente tiene una visión global y unos conocimientos académicamente validados que, probablemente, le permitiría definir el saber matemático de modo canónico y preciso.

Pero el alumno tiene una perspectiva difusa y en formación. En nuestra teorización nos situaremos en el punto de vista de quien aprende.

Desde esa perspectiva, es decir, para el aprendiz los conceptos que tienen mayor importancia en la matemática escolar podemos adjectivarlos de dinámicos e idiosincrásicos. *Dinámicos* por cuanto que son siempre inconclusos. Tomemos la idea de número o, por ejemplo, el concepto de fracción y veremos cómo la conceptualización de la fracción va evolucionando, complejizándose, matizándose: desde la fracción como representación simbólica de parte de una cantidad (niños de 8-9 años) hasta la idea de racional, pasando sucesivamente por otras diferentes significaciones. Es decir, no son conceptos ya de entrada acabados, inmutables, sino que van siendo configurados progresivamente por quien aprende. Por otra parte, esas grandes nociones escolares como la idea de número, de fracción, de ángulo, etc. son polifacéticas, o sea, van adquiriendo diferentes significaciones a medida que el conocimiento del aprendiz se va ampliando.

Además de dinámicos los conceptos matemáticos son *idiosincrásicos* pues en el proceso de aprendizaje (de apropiación de, de subjetivación del saber) se personaliza el concepto, conformándose una representación subjetiva que sólo es comunicable parcialmente y mediante los códigos establecidos comunmente.

Por supuesto, quienes piensan que los conceptos son transmisibles tal cual vienen definidos en los textos y que son aprendidos (retenidos, asimilados) tras una buena explicación. Expresado con otras palabras, quienes piensan que no son, en definitiva, resultado de un proceso de conformación activa por parte del estudiante, no compartirán la caracterización anterior de dinámicos e idiosincrásicos. Pero todos estaremos de acuerdo en que uno de los puntos claves de la enseñanza es favorecer el aprendizaje comprensivo, pues comprender es ver con claridad, ver desde la perspectiva personal, ver con nuestros propios medios. Aprender por comprensión es integrar en nuestro arsenal personal algo nuevo, sabiendo cómo funciona y por qué, apropiándonos de ello tiéndolo con nuestra particular especificidad. Todo aprendizaje si es comprensivo es idiosincrásico.

c.- Tercer rasgo: es un aprendizaje operatorio

Pero el aprendizaje matemático no se reduce al aprendizaje de conceptos sino que, y sobretodo, es un *aprendizaje operatorio*, es decir, de relaciones entre signos, de propiedades, de operaciones peculiares con símbolos también peculiares.

Por ejemplo, tomemos la idea de número. La noción que un niño tiene de lo que son los números es cambiante e inconclusa, pues se va conformando lentamente, gracias a la acumulación sucesiva de pequeños aprendizajes que van modificando los anteriores. (Entendamos "acumulación sucesiva" como reestructuración, como integración en el conocimiento anterior de algo nuevo que al incluirse en lo previamente existente lo modifica. No entendamos acumulación al modo asociacionista: yuxtaposición de información, almacenamiento bancario de ideas.) Así, será primero la distinción de agrupaciones, después la tira de los primeros numerales y el conteo elemental que confluirá con la cardinalidad, conduciendo todo ello a la conservación del número. Pero este conocimiento provisional de los primeros naturales va a verse modificado cuando se entre en el aprendizaje de la decena y los valores de posición, es decir, cuando se entre en el estudio del número como sistema complejo. Etc.

Aprender matemáticas es aprender a operar, a transformar cantidades, hechos y relaciones; a descomponer y recomponer y a verificar lo realizado, ya sea manipulando objetos o colecciones de ellos, ya sea manipulando símbolos. Frente al aprendizaje de otras disciplinas, quizá centrado en la organización de información y retención memorística de la misma, aprender matemáticas es aprender a hacer, a resolver, a crear haciendo uso de la simbología propia y de unos razonamientos específicos. Aprender matemáticas es aprender a operar pues, como bien dice Miguel de Guzman “La matemática es, ante todo, saber hacer, es una ciencia en la que el método claramente predomina sobre el contenido”⁴

d.- Cuarto rasgo: aprendizaje simbólico

En la escuela obligatoria gran parte de los esfuerzos del profesorado van dirigidos a conseguir que los alumnos aprendan significativamente la simbología del campo que se esté estudiando: expresen ideas y situaciones con ellas, la apliquen a la resolución de problemas, adquieran soltura en su utilización. Sabemos que el aprendizaje de una operación aritmética o de algún campo temático específico tropieza, inicialmente, con el acercamiento a los símbolos y el código propio, hasta el punto de que el código y su dominio centra la atención y esfuerzos de docente y estudiantes. Consecuentemente, este aspecto del aprendizaje matemático -y de su enseñanza- ocupa gran parte del tiempo y esfuerzo escolares. Es por ello por lo que destacaremos del aprendizaje matemático el ser un aprendizaje de símbolos (aprendizaje simbólico), y que se realiza apoyándose en la comprensión y manejo de otros símbolos, pues es de extrema importancia resaltar este aspecto.

Pero los símbolos en sí carecerían de importancia si no fuera porque son los significantes de algo no visible: el pensamiento matemático. Se diría que son la punta del iceberg: pequeña y necesaria señal indicadora de una masa flotante mucho mayor, el significado. No deben ser, por lo tanto, simples objetos de enseñanza sino parte sustancial de la misma, pues símbolo y significado son dos caras de una misma moneda.

En definitiva, desde el interior del aula nos interesa insistir sobre un punto ya mencionado: recordemos que símbolo y significado han de formar un solo cuerpo. Lo que equivale a afirmar que el aprendizaje de la matemática ha de ser aprendizaje de los aspectos tanto semánticos como sintácticos y funcionales o pragmáticos, o sea, un aprendizaje comprensivo. Pues estaremos de acuerdo en que hacer matemáticas es operar con símbolos y, por lo mismo, aprender matemáticas es aprender a operar con los símbolos necesarios y de la forma adecuada a la situación.

e.- Quinto rasgo: proceso de apropiación de recursos

Mas el aprendizaje memorístico y mecánico, centrado en el manejo rutinario de símbolos suele ser, con demasiada frecuencia, un aprendizaje epidérmico, inocuo, vacío, pues no llega a formar parte del funcionamiento intelectual del sujeto que aprende. Lo importante es el contenido, el constructo conceptual o procedimental expresado por el símbolo(significante) o el código notacional.

⁴ En GIL PEREZ,D. y DE GUZMAN, M.(2001): La enseñanza de las ciencias y la matemática. Editorial Popular, Madrid, página 95

Tengamos en cuenta este hecho fundamental: el ser humano, en su constante esfuerzo por dominar el medio, por hallar respuestas a sus interrogantes y soluciones a sus problemas, realiza un esfuerzo permanente de ideación y creatividad. No lo hace, ni lo ha hecho históricamente hablando, en solitario sino como grupo y en el seno de su cultura, pues el hombre es, ante todo, sujeto histórico y cultural. Es por medio del lenguaje –de los diversos lenguajes- cómo extravierte, plasma y modela sus creaciones, ya conceptuales, ya materiales. Buena parte de esas ideas, hallazgos científicos o creaciones van, en su momento, tomando forma simbólica, es decir, siendo expresadas mediante signos de diverso tipo (significantes, en general: lenguaje), lo que permite ser utilizadas por otros, asumidas por el colectivo. Y con ello van entrando, progresivamente, a formar parte de la cultura común: ese acervo de costumbres, normas, ... y de conocimientos compartidos. El lenguaje deviene así en la materia que da forma y soporte al pensamiento.

A lo largo de la historia se producen creaciones debidas a individualidades geniales o a grupos, y que se registran materializadas en signos para poder ser comunicadas y entrar a formar parte de la cultura, haciéndola evolucionar. Quienes se apropian de esos significados (conceptos o relaciones) poseen un bagaje disponible y utilizable. Disponible, ¿para qué?. Para razonar, resolver situaciones, comunicarnos,

En efecto, los significados y sus soportes, los significantes (signos), una vez que son asimilados por el individuo, entran a formar parte del conocimiento personal, de la estructura mental misma, del acopio de recursos que cada persona tiene para operar: actuar intelectual o físicamente en una situación. Los símbolos, y por extensión, las agrupaciones estructuradas de símbolos, como es el caso de la expresión de las operaciones aritméticas, se constituyen en *instrumentos disponibles para el pensamiento*, devienen *herramientas* que utiliza cada persona en su esfuerzo intelectual.

Por ello podemos considerar el aprendizaje matemático como *un proceso personal de aprovisionamiento de recursos para actuar intelectualmente*. Ese proceso es, obviamente, constructivo en el sentido de que el individuo va haciendo suyos, reelaborando idiosincrásicamente significados (representaciones subjetivas de conceptos, estructuras, secuencias, estrategias, ...) que va a utilizar en su quehacer intelectual apoyándose en los recursos que ya tiene y reelaborando permanentemente su conocimiento matemático.

Una vez caracterizado el aprendizaje matemático comentaremos, brevemente, sus tres interpretaciones escolares más comunes en la actualidad, con intención de ubicarnos en alguna de ellas.

1.- La primera, mayoritaria, heredera del tradicional sentido común y las corrientes conductistas, podría caracterizarse con el lema ***De la mente del maestro a la del aprendiz mediante la explicación verbal y el ejercicio repetido.***

Esta concepción conduce a una enseñanza repetitiva, en la que el aprendiz es un receptor pasivo del conocimiento. Enseñanza homogénea, disposición frontal del aula, etc.

2.-La segunda, opuesta a la anterior y minoritaria, y que recurre a planteamientos cognitivistas y constructivistas, se podría encerrar en otro lema: "Oigo... y olvido; veo ... y recuerdo, pero hago y aprendo". Su concreción escolar se puede expresar con esta frase : ***aprender matemáticas mediante la investigación personal y la resolución de problemas en un ambiente de trabajo cooperativo***

Sin duda E. Castelnuovo, R. Skemp, Dienes, Freinet, Cuisenaire, Gateño, Piaget, Polya, Puig Adam y un largo etcétera de personas que nos han dejado sus enseñanzas suscribirían con agrado ese lema. Sintetiza la enseñanza activa y la innovación en las tres últimas décadas. El aula viene a semejarse a un laboratorio activo, se emprenden actividades muy diferentes, trabajos de grupo, etc.. Se concibe la matemática al servicio del desarrollo personal y la educación en valores.

3.- Pero en *Aprender a ser a través de la educación matemática*, aun participando plenamente de esa segunda interpretación, matizamos la creencia de que el conocimiento matemático nace de las acciones. Igualmente restamos importancia a la idea de que el aprendizaje va de lo concreto a lo abstracto. Y, sin menoscabo de lo anterior, enfatizamos como esencial el manejo de los códigos notacionales y la operatoria que soportan. Es decir, tomamos como centro la formación de códigos simbólicos y operacionales.

Compartimos las posiciones básicas de la perspectiva anterior: el aprendizaje mediante la experiencia y la investigación personal, el aprendizaje como construcción individual en el seno de un grupo, etc.. Pero creemos que los seguidores de esas tesis se han venido centrando excesivamente en la comprensión conceptual -y en la actividad física como medio para alcanzarla- marginando, con ello, un aspecto esencial de la matemática: su carácter de lenguaje. Y, por lo tanto, no han dado la importancia que merecen a los aspectos semióticos del aprendizaje.

Y es, precisamente, este hecho el que induce a pensar que el aprendizaje matemático escolar no va de la realidad a la abstracción, de lo concreto a lo abstracto, sino que *describe un itinerario de sucesivos y superpuestos planos en el que, mediatizados por el mismo lenguaje matemático en formación, unos planos se apoyan en otros y no en la realidad o la acción física.*

Sí, parece cierto que inicialmente, el conocimiento matemático se forma a partir de la interiorización de acciones sobre objetos y la consiguiente coordinación de las acciones. Por ello es de vital importancia la indagación personal y la manipulación de materiales en situaciones problemáticas concretas. Sin embargo, el hecho de colocar en un segundo plano la importancia del lenguaje les impide a quienes comparten esas tesis conseguir una explicación más ajustada del proceso de construcción del conocimiento.

Aunando ambas perspectivas es posible describir el itinerario que sigue al aprendizaje aritmético en la escolaridad obligatoria en cuatro tramos o niveles de simbolización.⁵ El proyecto *Aprender a ser ...* está circunscrito al cuarto: el simbolismo de tercer orden.

IIIb.- PLANIFICACIÓN Y DESARROLLO CONCRETO DE LA ACTIVIDAD

En coherencia con la opción de la matemática como lenguaje y del aprendizaje como proceso de construcción y apropiación de recursos operatorios optaremos por una organización de la actividad del aula construida en torno a los tres elementos siguientes:

- 1.- Sesiones *versus* lecciones
 - 2.- Plan de trabajo
 - 3.- La variabilidad como rasgo permanente
- Veámoslos brevemente

⁵ Ver ALCALÁ, M.(2002): *La construcción del lenguaje matemático*. Barcelona. Graó

1.- Sesiones vs. Lecciones

Si hemos destacado el respeto a la diversidad como condición pedagógica frente a la homogeneidad; y si hemos priorizado la enseñanza indirecta frente a la enseñanza directa, verbal y expositiva es lógico que nos salgamos de los moldes de la metodología de las lecciones e intentemos otra articulación de la actividad diferente. En la metodología de las lecciones se utiliza un texto como guía y, generalmente, único recurso. En él el conocimiento matemático previsto para ser impartido a lo largo del curso ha sido troceado en lecciones (temas, tópicos, unidades, ...). A su vez, cada lección es fragmentada en párrafos y desarrollados, generalmente, según el esquema explicación-ejercicios. Ese esquema se repite insistentemente en la inmensa mayoría de las editoriales de textos escolares.

En la metodología de las lecciones el libro de texto es tomado por docente y alumnos como fuente única de conocimiento y, también, como guía de la actividad diaria. El libro se convierte en programa. De ese modo tenemos que todo el grupo de clase aprende el mismo contenido, de la misma manera y al mismo tiempo.

Por el contrario, desde la enseñanza indirecta no se tiene el libro como programa y material únicos. ¿Entonces, cómo hacer si se relega el libro a un papel secundario?. Pues, como veremos más adelante, se actúa en base a una planificación general marco que guía la actividad del aula. Esa actividad del aula, a su vez, queda determinada por un *Plan de Trabajo* de corta duración elaborado consensuadamente con el grupo de aula. Se elabora además, se organiza el trabajo en *sesiones*. Ese Plan de Trabajo consta de una pequeña planificación que se desarrollará mediante *sesiones* de trabajo. La sesión puede definirse como hueco en el horario o tiempo de trabajo al día dedicado a algún/algunos puntos de la planificación.

Hay, como es natural desde la perspectiva de una enseñanza basada en el respeto a la diversidad, diferentes tipos de sesiones: unas veces se trabajará en grupo, otras de modo individual, otras se dedicarán a la resolución de problemas individual o colectivamente; habrá sesiones en las que la mayor parte del tiempo lo consuma la explicación del profesor mientras que otras se dedicarán al trabajo sobre el libro de texto o materiales similares, etc. Es decir, una sesión es un tiempo dedicado a algún aspecto y organizado en coherencia con el aspecto a estudiar y el objetivo a conseguir. El objetivo de tal variedad es alternar el trabajo individual con el grupal, el juego con la cumplimentación de ejercicios, la investigación personal o grupal con el estudio de fragmentos del texto, etc.

La sesión siempre tendrá algún contenido planificado y la/las actividades desarrolladas a lo largo de ella perseguirán un objetivo: ver una propiedad, dominar aquel aspecto operatorio, descubrir la estructura común de algunos problemas, memorizar y expresar tales conceptos, etc. etc.

Ahora bien, para que el modelo de sesiones tenga validez se requiere una planificación consensuada por maestro y grupo, con unos objetivos y contenidos claros y un tiempo limitado. Es ahí donde entra en juego el *Plan de Trabajo*.

2.- El Plan de Trabajo

El “plan de trabajo” es un útil organizativo del trabajo personal que admite múltiples versiones, que sirve de guía durante un corto período de tiempo y cuya finalidad es doble:

-De un lado, favorecer la flexibilidad en la organización de la actividad en la clase.

-De otro, desarrollar la responsabilidad personal y la autonomía de cada cual en su trabajo

El Plan de Trabajo es un herramienta típica de la pedagogía Freinet. El modelo que se utiliza en *Aprender a ser a través de la educación matemática* es un pequeño cuadro elaborado, periódicamente, por alumnos y maestro, que irá sirviendo de guía. En él se anota el núcleo o **tópico** que centrará el trabajo durante unos días, para qué –es decir, con qué **objetivos**- , qué **contenidos puntuales** , qué **materiales** se utilizarán y, por último, cuánto **tiempo**.

Esa planificación se hace, como veremos más adelante, en sesión colectiva, de modo consensuado entre alumnos y maestro. El tema objeto de estudio lo propone algún/os alumnos o el maestro y sobre el encerrado –cada cual en su cuaderno- se va elaborando un cuadro como el siguiente:

TEMA:

Qué se va a estudiar en las próximas dos o tres semanas, formulado a propuesta de los niños o del maestro, expresado como tema libre ("medir el agua", "hacer divisiones grandes", "las cuentas de quebrados",) o coincidiendo con temas del libro de texto (las medidas de capacidad, operaciones con fracciones,)

OBJETIVO/S

Se anota lo que se espera conseguir. El maestro indica qué meta o metas son las aconsejables, pero además cada cual puede añadir lo que se proponga alcanzar. A nivel personal se matizan los objetivos en un diálogo maestro-alumno con el fin de adecuar tales objetivos a cada uno.

QUÉ ESTUDIAR

Se especifican los contenidos principales del tópico de modo ordenado para que este apartado pueda servir de guía.

MATERIALES

Qué se va a utilizar. Aquí sí que es el maestro quien ha de seleccionar y ordenar el material y las actividades a realizar. Incluye partes del libro de texto y otros materiales impresos, además de juegos, vídeos, etc. El caso es que cada cual sepa qué ha de hacer y en qué orden. El maestro prepara, además, materiales especiales tanto para los niños más avanzados como para los que difícilmente consiguen unos mínimos y acuerda con ellos su realización

TIEMPO

Se prevé y anota el tiempo aproximado, dos-tres semanas, al término del cual se realiza siempre una prueba evaluadora, calificación incluida. La calificación está en función de la capacidad de cada cual y de los niveles alcanzados.

Ahora bien, aunque el Plan de Trabajo es el mismo para todos, a lo largo de las sesiones siguientes se ajusta a las posibilidades de cada uno. Así, a nivel individual y en un acuerdo entre alumno y maestro, será modificado añadiendo o eliminando algunos contenidos y tipos de actividades. De ese modo el Plan se adecua a cada aprendiz y, en consecuencia, la evaluación se hará de acuerdo con lo planificado.

Así pues, con el modelo de sesiones y el Plan de Trabajo, todo el grupo trabaja una misma temática, pero el "plan de trabajo" permite tener organizada y atendida, en la medida de lo posible, la diversidad de niveles dentro del grupo.

3.- Un lema: la variabilidad permanente como distintivo

Una enseñanza viva y dinámica, como la que se pretende en *Aprender a ser a través de la educación matemática*, en la que los alumnos participen proponiendo temas, desarrollando investigaciones; una escuela próxima a los requerimientos de sus protagonistas, que tenga en cuenta sus propuestas y expectativas. Una escuela, en fin, que se va haciendo día a día con el aporte de alumnado y profesorado, ha de estar presidida, creo, por la flexibilidad en su organización, por la permanente posibilidad de cambio de tiempos y espacios en función de la dinámica del trabajo.

La distribución fija e inamovible de tiempos, de espacios, de materiales, de esquema de actuación (explicación-ejercicios), etc. tiene sus ventajas, aunque pocas. En realidad, convierte a la dinámica escolar en un ritual encorsetado y monótono. El enfoque que sigue este proyecto, en cambio, persigue superar esa rutina acomodando tiempos, espacios y actividades a la idiosincrasia de los estudiantes.

Así, el modelo de clase frontal, en el que se dispone al alumnado en mesas separadas (a veces, por parejas), alineadas y orientadas hacia el encerado, de modo permanente no es el más adecuado, pues su finalidad es meramente disciplinaria. Ese modelo no permite la comunicación entre aprendices: y sabido es que el conocimiento matemático se construye en cooperación con otros. Y en comunicación con otros se cultivan los valores de cooperación, respeto mutuo, etc.

Claramente, el enfoque metodológico que se sigue en este proyecto requiere comunicación entre iguales, no sólo en las sesiones de trabajo en grupo, sino por sistema. El silencio, la incomunicación y la actividad permanentemente individual no son compatibles con la metodología que trataremos de aplicar.

La distribución y ubicación espaciales estará, pues, en función del tipo de trabajo a realizar más que subordinada a imposiciones disciplinarias -(la colocación fija de uno en uno obedece, sobre todo, a la preocupación del maestro/a por mantener el silencio y la "disciplina"), aunque ello sea necesario en algún momento con algún alumno. Desde nuestro enfoque la enseñanza de la matemática precisa del intercambio verbal, del trabajo en grupo unas veces y del individual otras; necesita del manejo de materiales y de la experimentación con ellos, no sólo hacer trabajo de papel y lápiz. Necesita, en resumen, movilidad y cambio permanente en función de la actividad a realizar y de los requisitos de la misma.

De igual manera, la duración de la sesión de trabajo depende de la propia actividad, de su desenvolvimiento, y del plan de trabajo trazado más que de las necesidades horarias externas. Desgraciadamente, este aspecto es difícilmente modificable en la E.S.O . Pero dentro de ese marco establecido sí se podrá imprimir una dinámica flexible y cambiante desarrollando los tres puntos siguientes:

a.- Alternando el contenido de las sesiones de trabajo. De las tres o cuatro sesiones a la semana (según sea 1º o 2º) una se dedica a trabajo en equipo, otra a trabajo individual, otra a resolución de problemas y/o matemática recreativa, etc.

b.- Cambiando la composición de los grupos de trabajo. Cada trimestre varía la composición de los equipos con el fin de que se habitúen a trabajar con cualquier compañero o compañera de clase, desarrollen habilidades sociales, etc. Y llevando a cabo una liga de equipos, cosa que se comenta en el apartado de evaluación.

c.- Cambiando periódicamente la ubicación de cada cual en clase. En principio uno se sienta donde y con quien quiere, pero (a) como suele haber desacuerdos y (b) el aula necesita una cierta distribución espacial fija, se irá acordando entre todos tanto la distribución espacial como la personal; distribución que cada cierto tiempo se cambia al objeto de que

todos interactúen con todos, se eviten las parejas cerradas o el aislamiento de compañeros, etc.

En suma, la variedad en las sesiones y la variabilidad (posibilidad de variación) como algo asumido a fin de dar vida al trabajo diario. Si a ello le unimos la preocupación permanente porque los aprendices asocien el aprendizaje de las matemáticas a momentos y vivencias agradables, habremos evitado que crezca ese temor tan extendido a la matemática. Al menos, que a la matemática no se le tome fobia.

III.- EVALUACIÓN FLEXIBLE Y COMPARTIDA

En la evaluación tenemos uno de los aspectos más complejos y polémicos de la enseñanza de la matemática, no sólo por las connotaciones ideológicas que, ineludiblemente, conlleva, sino también por las dificultades de convenir qué aspectos evaluar y cómo hacerlo. La tradición y la inercia escolares hacen que, con demasiada frecuencia, el necesario proceso evaluador se enfoque hacia la mera cuantificación de ciertos aprendizajes, concluyendo la evaluación en una "nota", confundiendo así "evaluación" con "calificación" y, a la postre, asignando a la escuela obligatoria una función clasificatoria y selectiva. Más aun, la "nota" suele ser una poderosa arma que blanden muchos profesores coercitivamente esperando, de ese modo, que su alumnado rinda más.

Pero ese sentido y uso tradicionales de la evaluación no es adecuado para el proyecto *Aprender a ser a través de la educación matemática*. Tengamos presente:

a.- Que la escuela es obligatoria, es decir, los aprendices no son libres de elegir si asisten a clase o no, si aprenden matemáticas o qué matemáticas;

b.- Que el aprendizaje matemático requiere ciertas capacidades de las que no todos están igualmente dotados; más aun, bastantes alumnos están escasamente dotados.

c; Que las condiciones socio-afectivas y familiares en la que muchos niños/as viven suponen un enorme obstáculo para el cumplimiento de las exigencias escolares.

d.- Que la escuela obligatoria ha de ser una escuela para todos y, por lo tanto, la matemática escolar a impartir ha de ser una matemática para todos

Desde nuestra perspectiva la función primordial como de todo docente consiste en ayudar a que las personas con las que trabajamos aprendan cuanto más mejor y del mejor modo posible. En pocas palabras: ayudar a ser. Por ello convendría abandonar la reducción de la noción de evaluación a la de calificación y tener una visión más amplia. En todo caso, practicar la evaluación teniendo como norte el ideal de equidad, que puede concretarse en el siguiente principio:

PEDIR DE CADA CUAL SEGÚN SUS POSIBILIDADES

Entendamos por "posibilidades" esa red apenas perceptible formada por las capacidades que creemos que cada niño tiene, por la trayectoria escolar seguida (sus conocimientos anteriores), por las condiciones en que vive y otras circunstancias que, en conjunto, determinan tanto su actitud en clase como su rendimiento. "Pedir de cada uno

según sus posibilidades" implica conocer a cada chico/a, considerarlo globalmente y ser ecuánimes en nuestros juicios sobre su trabajo y su rendimiento.

Pero, ¿qué significado dar al término "evaluación"? La evaluación, que es un proceso de valoración inmanente a toda actividad humana, viene a ser inmanente también a la enseñanza y estriba, fundamentalmente, en una permanente recogida de información sobre aspectos de la dinámica del aula (funcionamiento de los grupos de trabajo, cumplimiento de las tareas, dificultades de aprendizaje, contenidos aprendidos, etc., etc., o sea, aspectos tanto del aprendizaje de cada niño como de la enseñanza) y de valoración de los mismos en base a unos criterios y unos objetivos convenidos.

A ese doble proceso de recogida de información y de valoración en base a criterios explícitos y compartidos realizado desde el ideal de equidad lo llamaremos *evaluación flexible y compartida*.

La evaluación flexible y compartida va orientada hacia el cumplimiento de una doble función:

Favorecer el autoconocimiento del aprendiz: qué sé y qué no sé, en qué he fallado, qué se me da mejor, qué detalle no entiendo y por qué, qué puedo hacer para aprender aquello, etc.

Motivar el aprendizaje. De ahí que las exigencias del maestro hayan de adecuarse a las posibilidades de cada cual, tratando, en el diálogo apropiado, de animar y convencer de las capacidades propias. Ciertamente, cada persona se desenvuelve en unas facetas mejor que en otras. En matemáticas, que es el caso, conviene conocernos y estimar nuestro nivel de competencia. Es decir, cada uno tenemos nuestra medida en un terreno determinado; lo importante es conocerla y tratar de rendir en coherencia con ella, al límite de nuestras posibilidades. La estimulación personal en un ambiente cooperativo trata, por tanto, de infundir la idea de superación personal, de satisfacción por la consecución de aprendizajes, por alcanzar las metas previstas. (Nunca la satisfacción envidiosa por obtener "más nota que" fulano o mengano, ni la alegría por el fracaso ajeno).

Evaluación flexible y compartida no significa relajación, laxitud o ausencia de exigencia por parte del maestro. Significa, por el contrario:

- exigencia de evaluar de acuerdo con lo que cada cual puede y debe dar;
- exigencia de evaluar de acuerdo con un plan convenido previamente ("Plan de trabajo");
- e implicación del aprendiz en la evaluación de su propio rendimiento.

Recordemos que el enfoque de enseñanza que venimos describiendo se sustenta en dos principios ya mencionados: *la diversidad como condición pedagógica* -que nos conduce a hacer del aula una comunidad de aprendizaje así como, dentro de ella, a favorecer el aprendizaje autorregulado- y la *priorización de la enseñanza indirecta*, articulando una metodología de trabajo que favorezca la investigación y la implicación personal del aprendiz en su trabajo. Pues bien, la evaluación ha de ser un proceso coherente, técnicamente, con ello.

Ahora bien, ¿cuándo evaluar, cómo hacerlo y con qué materiales? ¿Cómo aplicar unas prácticas que no aumenten la carga de trabajo docente?. Distinguiendo, de entrada, entre evaluación informal y evaluación ritual o formalizada. Y, a partir de ahí, ir aplicando modalidades de una u otra de acuerdo con la dinámica del aula. Veámoslo brevemente.

C.-1 Evaluación informal

Entenderemos por tal la observación de lo que acontece y la recogida de datos de modo esporádico, en situaciones que no son de prueba formal. En el ambiente de clase comentado a propósito de la priorización de la enseñanza indirecta alternan los momentos y actividades en los que se halla el maestro frente a los alumnos impartiendo consignas o explicaciones (enseñanza directa) con otros muchos en los que los niños son los protagonistas, es decir, están desarrollando una actividad individual o en grupo y el maestro -observador- interactúa con ellos. Pues bien, observando lo que hace cada individuo, cada pareja, cada grupo, preguntando o respondiendo a preguntas que hacen, interviniendo en la resolución del problema o en el juego, etc. se va tomando referencias de cada niño.

También hay momentos de especial importancia: aquellos en los que por necesidades de la sesión de trabajo los niños han de expresarse y argumentar. Es el caso de sesiones en las que tras la exposición de un trabajo o de un vídeo hay un debate, o una puesta en común tras la resolución de alguna situación problemática; o bien cuando se está desarrollando una sesión colectiva de simbolización y hay que convenir el código notacional adecuado, etc., etc. En todas esas circunstancias la expresión del aprendiz manifiesta su creatividad, conocimientos, capacidad de razonamiento, dificultades de expresión, etc.

Es necesario llevar un seguimiento de las producciones escritas de cualquier modalidad que adopten (cuadernos de trabajo, trabajos de investigación personal, trabajos de grupo, etc.) y, sobretodo, tener presente las producciones verbales. No hay matemáticas sin comunicación, pues, como hemos comentado con anterioridad, el conocimiento matemático se construye en interacción con otros, en un entorno comunicativo.

C. 2.- Evaluación formal o ritualizada

Teniendo el Plan de Trabajo como referente, practicaremos dos tipos de actuaciones:

- a) Una, seguimiento del trabajo planificado con cada alumno/a en un diálogo constructivo. Recordemos que la organización de la actividad mediante el P. de Trabajo permitía cierta autonomía de trabajo y favorecía el que el maestro dispusiera de momentos para atender personalmente. En ese seguimiento – diálogo- es bueno que cada niño intente verbalizar sus obstáculos, sus dificultades para que nosotros le podamos orientar.
- b) Otra, realizar una prueba al final del tiempo previsto para cada Plan
Pero la prueba típica de la enseñanza directa -el “examen”- de poco nos vale. Esas pruebas de papel y lápiz limitadas a comprobar la ejecución de rutinas adquiridas o la cantidad de información almacenada (que en pocos días será olvidada) pertenecen a otro tipo de enseñanza. En nuestro caso, conviene la variedad en general y la coherencia con lo plasmado en el Plan de Trabajo.

¿Quién decide qué evaluar y qué preguntas hacer?. Sin duda el maestro es quien ha de tomar esas responsabilidades, pero será importante la implicación de los propios alumnos. Por ello unas veces las preguntas y tipos de problemas los puede anticipar el maestro; en otras ocasiones se eligen entre alumnos y maestro, lo que es una buena actividad para aprender a diferenciar lo principal de lo accesorio; el maestro se reserva poner preguntas más difíciles, problemas especiales, etc. La variedad y la coherencia con lo trabajado y los objetivos perseguidos son los criterios a tener en cuenta.

En cualquier caso, tengamos presente que se evalúa para detectar aciertos y errores, para autocorregirse, para ayudar, para motivar. Pues es función del maestro indagar las dificultades y, en consecuencia, orientar, aconsejar, ayudar, animar. Estoy convencido de que la coerción y la permanente amenaza no son los rasgos propios de la imagen del maestro, de la maestra en la enseñanza organizada a partir de los tres principios comentados.

3. OBJETIVOS E HIPÓTESIS

Expuestas las ideas base pasemos a ver cuáles son sus objetivos concretos. Tal y como se decía en la elaboración inicial del proyecto *Aprender a ser a través de la educación matemática* tiene como objetivo central articular un enfoque del trabajo en el aula coherente con los tres principios antes mencionados y que, como puede inferirse de esos principios, pretende aunar crecimiento personal y moral con motivación y aprendizaje matemático. Dicho con otras palabras: ensayar y validar una opción metodológica para la enseñanza de las matemáticas en la ESO construida bajo ideales democráticos, sencilla y generalizable.

Ese objetivo central se complementa con la investigación didáctica sobre tres temas a lo largo de los dos años, dentro del marco pedagógico y metodológico ya comentado. Son:

1.- *Calculadora y cálculo.* Indagar formas de aunar en el trabajo diario el uso de la calculadora con el cálculo escrito y/mental. La calculadora científica es una buena herramienta de trabajo, pero su uso precisa que no frene el desarrollo del cálculo ni escrito ni mental.

2.- *Plan de Trabajo.* Ensayar la virtualidad del Plan de Trabajo como útil de planificación en orden a adecuar la enseñanza a la diversidad dentro del aula.

3.- *La evaluación flexible y compartida.* ¿Cómo ponerla en práctica? ¿Qué tipos de pruebas? ¿Cómo implicar a los alumnos en ella? La práctica de este tipo de evaluación ha de acompañarse de los útiles necesarios. Uno de ellos es la *Tabla de autoevaluación y seguimiento*, orientada a favorecer el autoconocimiento y la motivación, tabla que se irá cumplimentando a lo largo del curso por cada aprendiz.

4.- METODOLOGÍA : LA PRÁCTICA

Dedicamos este apartado a comentar, brevemente, los pasos en la puesta en práctica del proyecto y la metodología en su desarrollo.

¿Cómo se gestó? ¿Con qué intenciones se lleva a la práctica un proyecto de este tipo? ¿Cómo se inicia su aplicación? ¿Cómo se actúa con las familias, el alumnado y el profesorado y qué acogida tiene por cada uno de esos sectores?.... son interrogantes cuya respuesta hay que hacer explícita.

Trataremos todos esos aspectos acudiendo al estilo narrativo, comentando cada uno de ellos según se han ido desarrollando a lo largo de los dos cursos 2001 – 2002 y 2002-2003.

1.- La gestación

El centro donde se aplica *Aprender a ser a través de la educación matemática* tiene una estructura peculiar: es de Infantil y Primaria, pero conserva los dos cursos del Primer Ciclo de ESO. La carencia de espacios, el excesivo número de alumnos por aula y la escasa dotación de material y presupuesto son similares a los de multitud de centros de la Costa del Sol que sufren esa precariedad. (Aunque estamos hablando de cursos anteriores al 2002-2003, hay que significar que en la actualidad no se han mejorado esas condiciones). No obstante las condiciones citadas, se vio la posibilidad de emprender un proyecto de mejora de la enseñanza de las matemáticas que pudiera ensayar un tipo de enseñanza generalizable a otros centros.

Se redacta el proyecto, el Claustro lo conoce, el Consejo Escolar del centro da su visto bueno y en el curso 2001-2002 se inicia su aplicación.

2.- El comienzo de su aplicación

Primero, el alumnado. Se comienza con los dos grupos de primer curso. De uno de ellos el autor del proyecto es también tutor, lo que, como veremos, tiene bastante importancia. La tutoría del otro grupo está regentada por una profesora afín a las ideas del proyecto.

Para ambos grupos la puesta en práctica del proyecto viene a ser una ruptura con respecto a la trayectoria escolar anterior, que más adelante se comentará. Ruptura en cuanto a la organización del aula, en cuanto a la forma de trabajar, de estudiar, de evaluarse e, incluso, de concepción de la matemática. Ese cambio les agrada mucho ya que les permite sentarse juntos en clase, comentar entre ellos, intervenir. Además, experimentan el lado amable de la matemática con la manipulación de material, la ejecución de actividades y problemas atípicos, etc. El hecho es que el alumnado, inicialmente, se muestra receptivo y satisfecho con la aplicación del proyecto, por el momento. Pero necesitan adaptarse a ese nuevo modo de entender la dinámica del aula.

En esa situación el apoyo de las familias se prevé crucial. Así pues se mantiene con las familias de ambos grupos una reunión en el primer trimestre en la que se exponen las bases del proyecto, qué se pretende, etc. A raíz de ello se convienen una formas de colaboración maestro-familias concretadas en el acuerdo siguiente: los padres-madres irán supervisando-controlando la evolución de su hijo/a mediante el Plan de Trabajo. Por su parte, el profesor irá manteniendo reuniones periódicas con cada padre/madre para comentar la evolución de su hijo.

En efecto, a lo largo del curso, dentro del espacio denominado tutoría se lleva a cabo la labor de seguimiento prevista. Como durante los dos cursos quedó patente, sin ese entendimiento, sin esa colaboración, sin esa actuación conjunta, la aplicación de *Aprender a ser a través de la educación matemática* no hubiera tenido éxito.

Bien. En cuanto al profesorado hay que decir que no ponen trabas al desarrollo del proyecto aunque no lo adopten como propio. El respeto e, incluso, la colaboración puntual en algunas ocasiones, permite que se ponga en práctica una enseñanza de la matemática en un entorno organizado desde ideas diferentes y, a veces, opuestas. El respeto mutuo hará que las contradicciones se puedan resolver –o soslayar– y mantener una actuación de equipo en algunas facetas.

3.- El grupo de control

Aunque la aplicación del proyecto no es una investigación experimental sí pareció conveniente que, puesto que el mismo profesor debía impartir matemáticas a otro tercer grupo por razones de horario, dicho grupo (un 2º de ESO) sirviera de contraste a fin de comparar aspectos como la organización mediante el Plan de Trabajo, el funcionamiento de los grupos de trabajo, la evaluación flexible, etc. Sobre este grupo no tendría influencia tutorial, ni las familias estaban al tanto del proyecto. Simplemente se irían ensayando algunos puntos del proyecto.

4.- El seguimiento

La docencia se vino desarrollando de acuerdo con lo previsto, es decir, organizando la actividad de acuerdo con los tres principios expuestos en el apartado nº 2. Pero a lo largo del tiempo se fueron adoptando modificaciones e introduciendo matices a lo previsto. El sistema para llevar un control de ello ha consistido, básicamente, en archivar los documentos generados, que son testigo de esas modificaciones. Tales documentos son:

- Cuaderno del profesor, en el que se constata la evolución de cada alumno, así como anotaciones a los desarrollos de los Planes de Trabajo.

- Los Planes de Trabajo sucesivos con sus variaciones.

- La Tabla de autoevaluación y seguimiento, que ha venido adoptando algunas modificaciones.

- Otros documentos de clase como las puntuaciones trimestrales de los equipos (“Notas de los equipos”) y las obtenidas en competiciones (“Puntos de competición”).

- Los documentos de la Tutoría: Panel de cargos en el aula.

- Y las encuestas que al final de cada curso se han hecho en cada grupo a modo de evaluación de la clase de Matemáticas y del profesor.

Comentaremos cada uno de ellos en el capítulo siguiente, destinado a relatar el día a día del aula.

5.- RESULTADOS

Al término de dos cursos organizando el aula y el trabajo bajo los principios antes mencionados, la evaluación, aunque positiva, deja un sabor agridulce, mostrando los límites que tanto la estructura organizativa como la cultura escolar imponen a cualquier intento de mejora de la enseñanza. Pero a pesar de esa mezcla de aciertos e insuficiencias, de haber padecido las limitaciones del intento y de ser consciente de la imperfección de lo obtenido, hay que expresar con rotundidad – aunque parezca inmodestia- que el resultado viene a ser un enfoque de metodológico, una manera de estar en el aula, un tipo de enseñanza que, como muestran las evaluaciones finales de cada año, cuenta con la aprobación de los mayores y el agrado de sus destinatarios: los niños y niñas que se ven obligados a sufrirla. Un enfoque de la enseñanza que, aunque mejorable, como todo, puede calificarse de muy positivo.

Comentaremos primero el rito o modo de actuación, más o menos cotidiano, es decir, el día a día del aula. A continuación, entraremos con cierto detalle en la descripción de cada uno de los elementos que componen el ritual:

- Elaboración del P. de T.
- Sesiones de trabajo
- Evaluación
- Contexto

1.- EL RITUAL U ORGANIZACIÓN DE LA ACTIVIDAD

¿Cómo es, concretamente, el método de trabajo? ¿Qué se hace cada día? ¿Cómo se organiza el aula, se evalúa, se planifica,? Vamos a intentar resumir todo ello en pocas líneas.

Comienza, siempre, la actividad con la elaboración de un Plan de Trabajo. A propuesta de algún o algunos alumnos o bien a indicación del maestro se acuerda un tópico a estudiar, un tema a investigar, un interrogante a solventar. (los números enteros, propiedades de los triángulos, cómo se calcula el tanto por ciento, ...). Una vez decidido, se planifica colectivamente el qué se va a hacer, qué objetivos alcanzar, con qué materiales, ... Y se fija un plazo al término del cual se realizará una prueba evaluadora.

Bien, una vez elaborado el P. de T. general, que actúa como de programa, (El P. de T. será en adelante adaptado a cada uno personalmente) se comienza a trabajar sobre ello. Cada cual puede avanzar a su ritmo, pero también se sigue lo planificado en la actividad de clase. El trabajo se desarrolla mediante *sesiones de trabajo* diferentes (recuérdese que optamos por el *modelo de sesiones* en oposición al modelo de la *metodología de las lecciones*). Cada una de las cuatro sesiones semanales es de un tipo.

(a) Una se dedica al trabajo en grupo.

(b) Otra, al trabajo individual: cada estudiante con su material impreso y su Plan sigue su propio ritmo en el desarrollo del tema. Es un tiempo muy adecuado para el tratamiento de dificultades personal o de pequeño grupo.

(c) Una tercera es de formato colectivo. El maestro “explica” nociones o aspectos fundamentales del tema, aspectos que sabe que necesitan una explicación previa, una fundamentación o unos conocimientos adicionales.

(d) La cuarta va destinada a la resolución de problemas y/o la práctica de juegos.

Con esa dinámica llegamos al final del tiempo previsto y viene el momento de la evaluación acordada. La prueba evaluadora (examen) es corta. Consta de preguntas, ejercicios y problemas, de diferente nivel de dificultad, sobre el contenido planificado. Terminada la prueba -una media hora- llega la autocorrección. El maestro va explicando las respuestas a cada pregunta, ejercicio o problema a fin de que cada cual vea su acierto o error, lo corrija y se evalúe. Se acuerda un valor cuantitativo para cada una de las preguntas y cada cual se autocalifica. A continuación se recogen las pruebas y el maestro las corrige pormenorizadamente en casa, añadiendo anotaciones, y las devuelve en la sesión siguiente, con su calificación (que viene a coincidir, habitualmente, con la que el autor se impuso). Bien, una vez devueltas las pruebas con sus calificaciones (cosa que comentaré más adelante) y tras unos comentarios valorativos de alumnos y maestro sobre el transcurrir del proceso, vuelta a empezar:

-Un nuevo Plan de Trabajo;

- Ejecución del Plan mediante la alternancia de sesiones.

-Y prueba evaluadora

Ese es el ritual que se ha revelado como más atractivo y eficiente tras los dos años de experimentación. Es un ritual flexible, que se va desarrollando y matizando con la participación de los estudiantes. Los grupos para los que el método -este ritual- es nuevo tardan un tiempo en ir aceptándolo y acomodándose al mismo. Pasado el proceso

de adaptación, lo valoran muy positivamente, lo cual es un indicador de las posibilidades que este enfoque puede ofrecer.

Vamos a ver ahora con cierto detenimiento cada uno de los nudos del ritual.

2.- EL COMIENZO: ELABORACIÓN DEL PLAN DE TRABAJO.

Aunque los alumnos saben que no son libres de decidir si estudian o no, pues el propio sistema les fuerza a ello, en la asignatura de matemáticas, por norma, comienza el trabajo a partir de un interrogante: qué queremos estudiar, qué nos interesaría estudiar, qué te gustaría aprender, El maestro formula el interrogante y ofrece esa posibilidad tratando, además, de suscitar interés. Normalmente, surgen propuestas de entre los componentes del aula. Cuando eso no sucede, el maestro propone diversos temas y aconseja alguno en especial.⁶ Pues bien, a propuesta de algunos alumnos/as o del propio maestro, el grupo elige (a veces hay que votar para decidir) o acepta un contenido determinado. Decidido el tópico sobre el que vamos a trabajar, se confecciona colectivamente un *Plan de Trabajo*. Para ello, el maestro previamente ha de hacer una pequeña planificación del mismo y, una vez preparado, se confecciona colectivamente en clase dicho Plan.

El Plan de Trabajo, como se explicitó en el capítulo 2 de esta MEMORIA, es una herramienta de planificación destinada a que cada cual sepa qué va a estudiar, con qué objetivos, con qué materiales y cuánto tiempo tiene para ello. Su finalidad última es favorecer el trabajo autónomo y responsable al tiempo que facilitar la atención a la diversidad dentro del aula. ¿Cómo lo elaboramos?. Uniendo exposición del maestro sobre el contenido con anotación en el cuaderno de los cinco (inicialmente eran cuatro) puntos de que consta el P. de T.

Tengamos, por ejemplo, que el tópico acordado es el “teorema de Pitágoras”. El maestro aprovecha la confección del Plan para avanzar algo del tema (quién era Pitágoras, qué hizo, en qué consiste el teorema, para qué vale aprenderlo, ...) procurando suscitar interés y al hilo de su explicación se van cumplimentando los apartados: el maestro, a medida que comenta, va escribiendo en el encerado los puntos del Plan y cada cual va haciendo lo mismo en su cuaderno.

¿Para qué puede valer estudiar el teorema? ¿Qué deberíamos ser capaces de hacer al teminar de estudiarlo? La respuesta a esos interrogantes la constituyen los OBJETIVOS previstos.

Pero para alcanzar dichos objetivos es imprescindible estudiar y comprender ciertos contenidos: clasificación de los triángulos, el triángulo rectángulo, la raíz cuadrada, diferenciación entre las nociones de superficie y perímetro, etc. Esos son los puntos que, ordenados, ocupan el apartado titulado QUÉ ESTUDIAR. Y son los puntos sobre los que versará la prueba al finalizar el tiempo dedicado a este Plan.

¿Con qué MATERIALES vamos a estudiar? ¿Con el libro de texto o con otros materiales? ¿Cuáles? Se ven, se cotejan las páginas del libro si es que se va a utilizar, y se anotan en el cuaderno

⁶ En el aprendizaje matemático hay una cierta secuenciación y jerarquización de contenidos dentro de determinados campos: aritmética, geometría, etc. Por ejemplo, es aconsejable abordar el teorema de Pitágoras cuando ya los aprendices estén en posesión de las nociones de perímetro, superficie y radicación, sepan realizar sus cálculos. Así pues, cuando el maestro propone trabajar un tema no lo hace al azar sino porque tiene *in mente* una planificación secuenciada razonable.

Y, finalmente, ¿cuánto TIEMPO nos marcamos para este tema?. La negociación del tiempo conduce a prever y decidir un número de días determinado, al término del cual hay una prueba evaluadora. Con frecuencia, el día asignado como fecha tope suele ser retrasado porque, por unas circunstancias u otras, la mayoría no ha llegado al final

Pues bien, elaborado el Plan, (el tiempo que lleva confeccionarlo es muy variable, desde unos minutos hasta casi una sesión de trabajo), cada cual lo tiene en su cuaderno para utilizarlo como recordatorio y guía, y una versión del mismo, realizada por el maestro, se coloca en el tablero de corcho de la clase.

Véase un ejemplo de lo dicho realizado el segundo año.

TEMA	El teorema de Pitágoras
OBJETIVOS	a) Comprender el teorema b) Utilizarlo en la resolución de problemas
QUÉ ESTUDIAR	.Clasificaciones de los triángulos .El triángulo rectángulo: catetos, hipotenusa .El teorema .Algunos elementos notables de un triángulo
MATERIALES	-Libro , páginas 260-283 -4 fichas ⁷ -2 rompecabezas pitagóricos
TIEMPO	Del 22 de abril al 7 de mayo

Con este tipo de P. de T. cada cual sabe qué va a estudiar, para qué, cuáles son los objetivos a alcanzar, donde y con qué materiales va a trabajar, qué se le va a pedir al término del mismo, etc. El trabajo a realizar no depende de la decisión arbitraria del profesor ni lo que se le va a exigir saber, sino que es algo convenido. Y cada cual sabe de qué aspectos se le van a evaluar, que no son otros que los que constan en el P. de T.

Ahora bien, ¿toda la clase ha de realizar lo planificado y escrito en el Plan?. No. Ese es el plan general, plan que hay que adaptarlo a las posibilidades de cada cual, al menos de unas cuantas personas de la clase. Así pues, en esa misma sesión de trabajo o en las sesiones siguientes, en diálogo individual maestro-alumno se modifica, de común acuerdo, el Plan general, añadiendo o eliminando materia y dificultades. De ese modo:

-Toda la clase está trabajando un mismo núcleo temático, pero a diferentes niveles de extensión y dificultad

-Cada cual, consciente de sus posibilidades, sabe qué es lo que tiene que hacer y qué se le va a exigir que cumpla.

Es decir, todo el grupo trabaja sobre el teorema de Pitágoras, pero a nivel individual lo hace a diferentes niveles de profundidad.

⁷ Las fichas de trabajo y los puzzles son materiales preparados por el maestro

Pues bien, una vez elaborado el *Plan*, comenzamos la tarea. ¿Cómo?. Siempre a partir de una explicación introductoria mía o de un problema o situación interesante que nos conduzca a lo esencial. Y a partir de ahí, durante los días siguientes vamos alternando sesiones de trabajo grupal (grupos heterogéneos de cuatro) con sesiones de trabajo individual, momentos de explicación del profesor con otros de estudio personal o de trabajo en pequeño grupo. ¿Materiales? Los de tipo impreso son elaborados por mí (fichas de trabajo), o composiciones fotocopiadas de otros textos, o bien determinadas partes del libro de texto. Con frecuencia utilizamos material manipulativo, (según contenidos a tratar) y acudimos al juego (el material de juego es en parte elaborado por los propios alumnos, como veremos).

La duración de cada Plan conviene que sea en torno a dos-tres semanas.

Antes de pasar al siguiente epígrafe quisiera hacer algunas precisiones. El Plan de Trabajo es un útil didáctico de origen freinetiano. Se trata con él de evitar que el discurrir de la actividad se deje a la espontaneidad o arbitrariedad docente y, en todo caso, a la decisión externa al aprendiz: seguir el libro de texto página a página, ir haciendo sólo lo que el profesor va ordenando, etc. En consecuencia, va orientado a implicar al aprendiz mismo en la toma de decisiones y a convertirlo en protagonista de su propio aprendizaje. Se trata, también, de ligar lo que se estudia en clase a cuestiones que le interesen vitalmente pues el contenido a trabajar es decisión conjunta

. Freinet⁸ decía:

“No hay auténtico plan de trabajo si no hay participación, formulada o no, motivada por la vida aunque sólo sea afectivamente; si los interesados no lo eligen y aceptan.

Sin esa doble condición, podrá haber una distribución del tiempo aparentemente beneficiosa, podrá haber reglamentación, racionalización. Pero nunca habrá un plan de trabajo” (p.10)

La idea emergida en el seno del movimiento Freinet francés se irradió a los movimientos de educación popular de los países circundantes. Es, por lo tanto, una técnica organizativa de honda experimentación y con multitud de variantes⁹. Por su carácter de compromiso, ya que para el alumno es un desafío y una responsabilidad cumplir con el Plan en cuya elaboración él mismo ha participado, recibe en otras ocasiones la denominación de “contrato de trabajo” o “contrato de clase”¹⁰. Nos encontramos, pues, con denominaciones diferentes para un mismo instrumento.

⁸ FREINET, C.(1972): *Los planes de trabajo*. Barcelona, Laia, colección BEM. Edición original en 1962

⁹ Pueden verse ejemplificaciones en los materiales aportados a los encuentros anuales del Movimiento Cooperativo de Escuela Popular. En ediciones comerciales se pueden consultar experiencias valiosas como estas dos:

-BASTIDA, F. y JIMENO, M.(1995): *La realidad entra en la escuela*. Morón-Sevilla. Publicaciones M.C.E.P. Pag. 261 y sgs. Son ejemplos relativos a Ciencias Sociales, Geografía e Historia

-PADILLA, E.: “Planes de Trabajo y evaluación en la ESO. Una experiencia en ciencias naturales”. En FERNÁNDEZ SIERRA, J. (Coordinador, 2002): *Evaluación del rendimiento, evaluación del aprendizaje*. Madrid. Akal

¹⁰ Véase, por ejemplo, OLVERA, P.(1986): *La investigación del medio en la escuela*. Granada. Fundación Paco Naterra. (pag. 49). En mi opinión el término “contrato” remite al Plan Dalton (Massachusetts) de H. Parkhurst de orientación distinta a la freinetiana y de época anterior (primeros años del siglo XX)

Por otra parte conviene diferenciar la organización de la actividad en base a Planes de Trabajo de la organizada en base a *Proyectos de Trabajo*, aunque tengan muchos puntos en común. Estos últimos son útiles más complejos que aquellos, herederos directos de los Centros de interés de Decroly y focalizados en la idea de globalización del conocimiento.¹¹

Igualmente, conviene no confundir los Planes de Trabajo que tratamos aquí con los *Contratos didácticos*. Aunque tengan ciertos elementos comunes, éstos son de teorización reciente debida al francés Guy Brousseau¹² y con concreciones distintas.

2.- EL DESARROLLO: LA ALTERNANCIA DE SESIONES DE TRABAJO.

Al desterrar la metodología de las lecciones como vía única y optar por la enseñanza indirecta y, concretamente, por una metodología basada en sesiones de trabajo se nos presenta la posibilidad de realizar sesiones diferenciadas con la finalidad de alternar el trabajo en grupo con el individualizado y con el de gran grupo. En consecuencia, cada una de las cuatro horas –o huecos en el horario- semanales (recordemos que en los grupos de 1º, una de Tecnología se dedicaba a actividades de construcción de material y juegos) posee una característica. La experimentación ha mostrado que la estructuración más idónea viene a ser la siguiente:

a) Una sesión se dedica al trabajo en equipo, que comentaré más adelante

b) Una, al trabajo individual. Cada niño con su material impreso y su Plan sigue su propio ritmo en el desarrollo del tema. Es un tiempo muy adecuado para el tratamiento de dificultades personal o de pequeño grupo.

c) Una tercera es de formato colectivo. El maestro “explica” nociones o aspectos fundamentales del tema, aspectos que sabe que necesitan una explicación previa o alguna experiencia que dé fundamento a algún contenido del Plan de T.

Por sistema y porque es lo que prefieren todos, niñas y niños, no se sientan en mesas aisladas sino que los pupitres suelen estar ubicados de tres en tres, o de cuatro en cuatro, o de diversos modos (cosa que comentaremos más adelante). Eso hace que tanto en la sesión de trabajo individualizado como en la de formato colectivo se puedan comunicar con quienes tienen a su lado. Esa costumbre difumina, en cierto modo, las distancias entre un tipo de sesión y otra. La diferenciación entre sesiones es debida, fundamentalmente al formato que el maestro le da, a su actuación y a los objetivos perseguidos en cada una de ellas

c) La cuarta se dedica a la resolución de problemas y práctica de juegos.

Ese modelo de alternancia de sesiones es también convenido en clase con el grupo. Como en la confección del horario general del centro suele haber sesiones de mayor duración que otras por necesidades e imposiciones organizativas, la de mayor duración se dedica al trabajo en grupo.

¹¹ Es interesante consultar *La organización del currículum por proyectos de trabajo*, de HERNÁNDEZ, F. y VENTURA, M.(1992), publicada por Graó, Barcelona.

¹² El contrato didáctico “puede considerarse formado por el conjunto de cláusulas que, de una manera más o menos implícita, rigen en cada momento, las obligaciones recíprocas de los alumnos y el profesor[...]” pag. 77, en *Estudiar Matemáticas* de CHEVALLARD, Y., BOSCH, M y GASCÓN, J(1997) en editorial Horsori-ICE de la Universidad de Barcelona.

Hay que decir también que ese orden no es rígido. Con frecuencia se modifica lo previsto en función del desarrollo del Plan de T.. No obstante, siempre tendemos a combinar los cuatro tipos de sesiones.

A lo largo de los dos cursos de experimentación ha habido variaciones y ensayos diversos resultando como el más positivo el modelo expuesto más arriba. Comentemos ahora un poco el formato, objetivo y desarrollo de cada tipo de sesión.

2.a - La sesión de trabajo en grupo

La clase está organizada en equipos de cuatro integrantes. Los equipos son de composición heterogénea: mezcla de género y de capacidades (niños con niñas y personas más dotadas con menos dotadas) . Las razones de ello son educativas y los niños las suelen aceptar bien: desarrollar habilidades sociales, ser capaz de estar con otros, evitar el aislamiento de algunos o las parejas indisolubles, etc.. Sin embargo, la manera de formarlos varía: unas veces los forma el profesor, en otras ocasiones es por sorteo, cosa que suele gustar mucho en algunos cursos (quién va con quién tiene su suspense), otras los hacen ellos mismos con intervención mía para que nadie quede aislado o para que el equipo esté compensado, etc. Su tiempo de duración es de un trimestre.

En los cursos de 1º suele haber un rechazo inicial al trabajo en equipo. Habitados a estar sentados de uno en uno en clase (el aula frontal) o a percibir como punible la comunicación entre ellos, no saben estar ni desenvolverse en pequeño grupo. Les cuesta y lo rechazan. Además, suelen argumentar que así no se aprende matemáticas, que lo que tiene que hacer el profesor es explicar y mandar ejercicios.

Pero el maestro insiste tratando de convencer de las bondades de su propuesta organizativa. Aprender a trabajar en pequeño grupo no es fácil, pero es indispensable en orden a favorecer la integración en clase, el desarrollo de habilidades sociales, el aprendizaje de los valores de cooperación, tolerancia y respeto mutuo. Y, también, para abandonar la idea de que el aprendizaje matemático es receptivo e individual, idea fomentada por la “metodología de las lecciones”.

Poco a poco van aprendiendo a estar, aunque siempre hay alguna/s personas que parecen estar imposibilitadas para ello. Ciertamente es que las primeras semanas hay demasiado ruido, y demasiada desorganización en la distribución espacial de mesas y sillas, pero poco a poco van acomodándose al sistema. Con el fin de animar el sistema de equipos, se realizan de cuando en cuando competiciones entre equipos ya sea de resolución de problemas, ya de preguntas relativas al tema en estudio. En el tablero de corcho hay un cuadro con los equipos del trimestre. En él va anotando el encargado/a de ello los puntos obtenidos por cada equipo. Véase, a modo de ejemplo, uno del curso 1ºB.

¿Qué hacen los equipos?. En principio, y principalmente, sentarse juntos para estudiar juntos. Normalmente, estar en equipo es estar juntos para ayudarse. Al estar mezcladas personas de diferente capacidad pueden ayudarse unos a otros. Las mesas se agrupan y distribuyen de modo que sea posible hacerlo. Ahora bien, el sistema de grupos es aprovechado también para la práctica de los juegos (de dominó, de baraja, etc.), para la resolución de problemas en equipo el día destinado a ello y, ocasionalmente, para la realización de trabajos de grupo: encuestas en el estudio de la estadística, investigaciones en el estudio de las magnitudes, etc. Así pues, el trabajo en equipo es variado, diverso y está en función del tipo de actividad que haya que hacer a tenor del desarrollo de la sesión.

PUNTOS DE COMPETICIÓN

SEGUNDO TRIMESTRE --- 1ºA

NOMBRE	COMPONENTES	DIA - PUNTOS										TO TAL
A	Migui, Carla, Melina Mavi,											
B	Raquel, Israel, Alberto, P. Gallardo											
C	Laura, Esther, Guadalupe, Judith											
D	Carmen, Pili López, Jonas, Oscar											
E	José Ángel, José Manuel, Patricia											
F	Francisco Azahara, Alicia											
G	Juan Carlos Scherezade, Virginia											

Quisiera aprovechar la ocasión para romper una lanza a favor del trabajo en pequeño grupo o equipo. Es cierto que, con cierta frecuencia, la clase suele ser más ruidosa de lo normal y que, también, suele haber movimiento de personas y más espontaneidad, razones por las cuales es rechazado este sistema por buena parte del profesorado. Pero a pesar de esos “inconvenientes” son muchas las consecuencias positivas.

Recordemos que es un sistema de trabajo de honda tradición, aunque por los aspectos antes comentados es poco utilizado. Sus orígenes están en los colegios de jesuitas del siglo XVI (la “decuria”), en la “enseñanza mutua” inglesa y la experiencia de Pestalozzi¹³. Es con la llegada al siglo XX cuando la enseñanza en pequeño grupo vive una nueva teorización de la mano del movimiento de Escuela Nueva y toma auge su defensa y consiguiente expansión. Si bien sus dos autores más influyentes, al menos inicialmente, son Durkheim y Dewey¹⁴, destaca por encima de ellos la figura de Coussinet y su método de “trabajo libre por equipos” puesto en práctica en la primera mitad del siglo. Sin olvidar, pues sería injusto hacerlo, el método de proyectos de Kilpatrick y Washburne en Estados Unidos.

A lo largo del siglo XX ha habido grandes defensores del trabajo en grupo. Ahí está, por ejemplo, Freinet y el Movimiento de Escuela Moderna francés y sus

¹³ Véase FERRY, J. (1972): *El trabajo en grupo. Hacia la autogestión educativa*. Barcelona. Fontanella. P.

¹⁴ Véase GINET, D.: “El grupo en pedagogía” en AVANZINI, G. (1977): *La pedagogía del siglo XX*. Madrid. Narcea

homólogos en diversos países, entre ellos España. Y desde luego, para el ámbito de la educación matemática fue inestimable el apoyo de Piaget y seguidores. Para Piaget el juego de intercambios que se produce en el grupo de trabajo constituye un entrenamiento del pensamiento lógico.

Desde el punto de vista del aprendizaje matemático no es necesario conocer la historia de la pedagogía para calibrar la gran importancia que tiene el trabajo en equipo. Cualquier observador que contempla un pequeño grupo tratando de resolver un problema, o un diálogo entre compañeros en el que uno intenta enseñar a otro, puede prever las consecuencias positivas que para la construcción del conocimiento matemático personal ello acarrea: desarrollo del razonamiento, utilización adecuada del lenguaje en la comunicación, probar y refutar, etc. Pues el aprendizaje matemático es, entre otras cosas, comunicación, comunicación mediada por códigos simbólicos.

Mas si antes he citado como razones para que el trabajo en pequeño grupo no se generalice suficientemente el que haya en clase más ruido de lo normal, un cierto desorden y la apariencia de que se está “perdiendo el tiempo”, la razón fundamental por la que no se generaliza viene a ser porque la organización del trabajo en grupos conlleva un cambio profundo de concepciones, pues con la enseñanza en pequeño grupo:

-El maestro pierde el protagonismo directo y único en el control del aprendizaje.

- El aula se concibe como lugar de comunicación entre iguales y, ocasionalmente, entre maestro y alumnos

-La clase es una realidad grupal frente a la suma de individualidades.

-La disciplina que impera es la del trabajo frente a la del silencio.

Son esas razones de peso. La enseñanza mediante un sistema de equipos subvierte la concepción de aula tradicional. En nuestro caso, ya hemos comentado en el apartado 2 que la concepción que soporta y justifica la versión que hacemos del trabajo en equipo es la del *aula como comunidad de aprendizaje*.

En la actualidad, son múltiples las versiones que tiene el trabajo en pequeño grupo¹⁵. Joan Bonals, por ejemplo, en un interesante trabajo defiende la opción del grupo operativo, “conjunto de personas con un objetivo común que intentan abordar trabajando en equipo”.¹⁶ El enfoque actual más difundido es la teorización del aprendizaje cooperativo y la educación en valores. Son múltiples las experiencias y publicaciones en ese sentido. Citaré por último el trabajo de R. SLAVIN *Aprendizaje cooperativo*¹⁷, una interesante exposición de versiones organizativas de trabajo por equipos si bien, desde mi punto de vista, en exceso focalizado en la competitividad. De ese texto he tomado dos ideas que, adaptadas al contexto de *Aprender a ser a través de la educación matemática*, han cristalizado en:

a)- El cuadro que computa las diversas competiciones de equipos y que se muestra más arriba. En nuestro caso lo denominamos *Competiciones de equipos* o bien *Puntos de competición*.

b)-La “nota base” y el cuadro donde se refleja la “calificación de los equipos” que titulamos *Equipos* y que comentaremos en el apartado dedicado a evaluación.

¹⁵ DOMÈNECH, J.: “Algunas técnicas para el aprendizaje cooperativo”, en AA.VV (2001): *Estrategias organizativas de aula*. Barcelona, Graó. Y la estupenda recopilación de Francesc López Rodríguez publicada por Graó, 2003, con el título *Motivación, tratamiento de la diversidad y rendimiento académico. El aprendizaje cooperativo*.

¹⁶ BONALS, J. (2000): *El trabajo en pequeños grupos en el aula*. Barcelona. Graó. Pag. 28

¹⁷ SLAVIN, R.E. (1999) *Aprendizaje cooperativo. Teoría, investigación y práctica*. Buenos Aires. Aique Grupo Editor

Por último, dos observaciones. Una: como recoge N. Mercer : “No tenemos que asumir que el trabajo en grupo tiene valor por sí mismo; depende del propósito que se tenga y de cómo lo organice el profesor”¹⁸. Y otra: todo sistema de enseñanza por equipos es incompleto y mejorable, pero que aun así aporta viveza y movimiento a la dinámica del aula, anima la rutina escolar, y favorece no sólo la interacción entre iguales sino también entre profesor y alumnos.

Por todo ello, la sesión de trabajo en grupo en la vida de *Aprender a ser ...* es esencial.

2b. La sesión de trabajo individual

Dos importantes razones nos aconsejan realizar sesiones de trabajo individual. Una de ellas es consecuencia de un rasgo típico de la institución escolar. En efecto, para desenvolverse dentro de la escuela es indispensable adquirir y desarrollar ciertas habilidades: lectura comprensiva, conocimiento y manejo de la estructura del material impreso, la expresión escrita, técnicas de estudio, ... En lo que respecta a Matemáticas es necesario avanzar en la comprensión del lenguaje matemático, en su interpretación y en su utilización en la resolución de problemas.

Aprender a estudiar es, pues, crucial para todo escolar que no quiera fracasar. Recordemos que “aprender a aprender” es un lema del proyecto comentado en el capítulo 2.

La segunda razón viene dada por la conveniencia de favorecer el aprendizaje progresivamente autónomo. “Autónomo” no significa aislado, solitario o autosuficiente. *Autónomo* lo entendemos como capaz de valerse para cumplir con los objetivos marcados en el P. de T., pues conocerse a sí mismo, saber preguntar lo necesario, buscar, apoyarse en los compañeros para resolver tal cuestión, etc. es ser capaz de , es decir, ser autónomo.

Bien, por ambas razones es importante la sesión de trabajo individualizado. Y las dos razones constituyen los objetivos que persigue su realización.

¿Qué formato tiene la sesión? Muy simple: habitualmente, tras unas palabras introductorias del maestro referidas a lo que sabemos y a lo que aun nos queda del tema en cuestión, cada cual consulta su Plan de Trabajo, acude a los materiales previstos y se dedica a estudiar.

Si cada uno está centrado en lo suyo, el profesor queda disponible para consultas personales, para reajustar el Plan de T. de algunas personas o para dar explicaciones oportunas a cuestiones puntuales. Es una sesión en la que la mayor parte del tiempo el maestro se dedica a estar con los que más dificultades tienen.

En nuestro caso, “trabajo individual” no es sinónimo de trabajo aislado e incomunicado. Puesto que, aunque sea el tiempo del trabajo individual, no están sentados de uno, en uno al estilo del aula frontal, sino en filas de composición diversa, la comunicación con los compañeros contiguos es habitual. Del mismo modo, por “trabajo individual” no interpretamos “trabajo programado” individualmente aunque sí hay un cierto nivel de programación previa.

Al igual que sucede con la sesión de trabajo en equipo, cuando el alumnado proveniente de Primaria comienza a trabajar según este enfoque se desorienta, no

¹⁸ MERCER, N.(1997): *La construcción guiada del conocimiento*. Barcelona. Paidós. Pag. 102

entiende cómo hay que hacer las cosas. En general no son capaces de estar concentrados en su trabajo, en parte porque vienen acostumbrados a estar sentados individualmente y, en parte, porque han interiorizado el hecho de hurtar la vigilancia del maestro. (También existen otras razones: siempre hay algún/os chaval cuyos problemas personales le impiden mantener un tono normal en su conducta) Exigen, inconscientemente, que el maestro imponga silencio y los trate con tono amenazante para trabajar sin hacer ruido. Se tarda tiempo en conseguir un buen ambiente de trabajo. En general se acomodan al nuevo estilo a medida que van asimilando el ritual y aprendiendo técnicas de trabajo. En ciertos casos la adaptación va avanzando a medida que el maestro va estableciendo sintonía con cada uno/a y ganando autoridad moral.

Los materiales a utilizar son el libro de texto y/o fichas de trabajo multicopiadas. La técnica de trabajo está en función del material impreso. En todo caso es objeto de estas sesiones enseñar a estudiar, es decir, técnicas de estudio. En ese sentido hay sesiones en las que se le dedica una parte importante a “estudiar todos a la vez”: uno lee en voz alta y los demás siguen la lectura. Y el maestro va haciendo los comentarios pertinentes e indicando qué se debe anotar en el cuaderno, qué cosa es fundamental, etc.

El libro de texto que viene siendo utilizado se sale algo de lo habitual (lección compuesta de párrafos contruidos con el esquema breve explicación-ejercicios repetitivos sobre lo explicado) El libro de texto utilizado se orienta hacia el descubrimiento y la indagación personal, lo que es aprovechable para estudiar siguiendo la “técnica de los cuatro pasos”:

1º.- Leer el epígrafe completo e ir haciendo lo que te va indicando: responder a los interrogantes, resolver la cuestión planteada, etc.

2º.- A continuación se relee el mismo epígrafe señalando con lápiz (subrayando, enmarcando, etc.) lo esencial.

3º.-.- Anotar en el cuaderno de trabajo las ideas claves de lo leído para lo cual es bueno utilizar lo subrayado y los párrafos enfatizados en el texto.

4º.- Expresar el contenido estudiado verbalmente a alguien: un compañero, el maestro,

Cada estudiante posee un cuaderno para matemáticas. En él anota su Plan de T. y, a continuación, va plasmando la realización de su trabajo tanto si la sesión se refiere a resolución de problemas como si lo que hace son fichas de trabajo o estudio del libro de texto. En el caso de que sea estudio del libro ha de ir epígrafe por epígrafe realizando las actividades que el texto le indica y expresando el punto 3 de la técnica de los cuatro pasos, es decir, anotando (a modo de resumen) lo esencial. Igualmente, el cuaderno se utiliza también para la realización de todo tipo de actividades. De cuando en cuando el maestro va revisando cada cuaderno con su dueño/a. De ese modo puede intervenir para ayudar y, también, para llevar un control del trabajo individual de cada uno.

Véase en el ANEXO de ilustraciones las referidas al cuaderno del alumno.

¿Es conveniente llevar un control de la realización de las tareas?. Sí ¿Cómo?. El modo que en *Aprender a ser a través de la educación matemática* resulta más funcional y efectivo es a través del cuaderno de trabajo, por dos razones.

-Una, para intervenir ayudando: es importante aconsejar en la caligrafía, exigir corrección en la ortografía, dar indicaciones en la distribución espacial, la limpieza, los aspectos textuales como títulos con mayúsculas, usos de colores y subrayados, etc.. Y, fundamentalmente, valorar el uso correcto del lenguaje matemático: escritura horizontal, notaciones adecuadas, sintaxis, etc.

-Otra, para conocer, controlar y exigir el cumplimiento de las tareas previstas en el Plan de Trabajo ya que en el cuaderno queda plasmada toda la actividad de su dueño. Es un modo de presionar para que se intente cumplir con los objetivos planificados. Por otra parte, como el tiempo de clase es insuficiente, se hace preciso trabajar en casa también. Es decir, la realización de tareas en casa es de gran importancia. El modo en que el profesor puede constatar si se realizan las tareas en casa es mediante el seguimiento del cuaderno personal.

¿Cómo registrar ese control? Bien, en nuestro caso, el maestro posee una tabla destinada a ello. En dicha tabla va anotando con un signo +, “más”, o con un signo –, “menos” (signos que carecen de valor cuantitativo) si se hacen o no las tareas. En esa tabla también van quedando anotadas las notas obtenidas en las sucesivas pruebas. De ese modo se puede apreciar muy bien la trayectoria seguida por cualquier alumno/a y mostrarla. Véase un ejemplo más abajo y en el ANEXO de ilustraciones otro ejemplo fotocopiado.

La tabla de seguimiento del cuaderno del profesor puede ser vista por quien quiera y cuando quiera a fin de que conozca su trayectoria. Hay niños/as que a pesar de que conocen realmente su propio itinerario siente gran curiosidad por conocer las anotaciones del maestro. Las anotaciones del maestro no son secretas, sino conocidas de todos: calificación de las pruebas realizadas, hizo o no hizo las tareas tal día, y nada más.

Igualmente, la tabla ofrece datos básicos para las entrevistas con los padres/madres y los informes a otros profesores.

2.-c La sesión colectiva

El formato de la sesión de trabajo colectivo se mueve entre dos interpretaciones dispares: unas veces se asemeja a la clase típica de la metodología de las lecciones y otras, a sesiones de enseñanza por descubrimiento.

A.- En unas ocasiones el profesor explica, es decir, expone con claridad y en lenguaje asequible determinado contenido. Los alumnos, en silencio, y mirando todos hacia él, atienden la exposición. Es el formato de la enseñanza verbalista y transmisiva. En lenguaje asequible va desgranando el contenido de algún/nos puntos del Plan de T. En la explicación se ayuda de ilustraciones en el encerado, de ejemplos clarificadores o de pequeños problemas de estructura análoga. Terminada la explicación y resueltos los interrogantes que surjan, se dedica el resto del tiempo de la sesión a trabajo individualizado.

Hay que decir que este tipo de sesión es una actividad del agrado de buena parte del alumnado; suele ir bien a personas poco activas y/o a personas con dificultades para manejarse por sí mismas con el material impreso. Hay personas que se les da muy bien el aprendizaje verbal, “de oídas”.

La explicación verbal es buena y aconsejable, y resulta eficaz si cumple, entre otras, dos condiciones:

- La primera, que la exposición sea clara, con elocuencia y con cierto toque atrayente: un poco de humor, magia narrativa o misterio.
- Y la segunda, que lo explicado encaje con los aprendizajes anteriores. El conocimiento personal que tiene el maestro de lo que cada cual sabe le sirve para apoyarse en ello y conectar con los contenidos nuevos mediante ejemplos adecuados, etc.

B.- Sin embargo, son más frecuentes las sesiones colectivas con formato de enseñanza por descubrimiento en el que se implica de modo activo al alumnado. Más frecuentes y más eficaces. Son sesiones dirigidas a tratar específicamente sólo algún o algunos puntos del contenido planificado. Comienzan con un problema verbal, o una situación dramatizable, o con el reparto de algún material manipulativo y el interrogante subsiguiente, etc. Se expone la situación, los interrogantes y hacia donde queremos llegar. ¿Cómo resolver la situación? Unas veces el maestro da algún tiempo breve para que surjan opiniones o soluciones. Otras va suscitando su participación y opinión mediante preguntas.

Implicar a los participantes en el desarrollo de la sesión es de todo punto positivo. Una estrategia, repetida, consiste en provocar al grupo manifestando que el maestro no va a “enseñar” tal contenido, es decir, no la va a “explicar” sino que va a intentar que ellos la descubran. “¿Seréis capaces de descubrirlo y aprenderlo sin que yo lo diga claramente?”. Intervenciones como la siguiente suelen surtir efecto:

“Ya sabéis que estamos estudiando esto. (Sea, por ejemplo, el teorema de Pitágoras). Pero yo no te voy a decir qué es. O sea, yo no te voy a explicar en qué consiste el teorema de Pitágoras. Yo sólo te voy a poner en disposición de que tu llegues a él, de que tu te des cuenta, de que comprendas en qué consiste. Si estás atento y participando en los problemitas que te voy a ir proponiendo, podrás descubrirlo y entre todos comprenderemos qué dice y para qué vale ese teorema.”

Esto es, se trata de implicarlos en el desarrollo de la sesión. Y actuar siguiendo la senda de la mayéutica socrática aplicada a lo específico del tema.

En este tipo de sesiones – cuando salen bien son muy satisfactorias, desde mi punto de vista- se sigue un esquema o pasos encadenados que vienen a ser los siguientes:

1º.- Situación, problema o interrogante

2º.-Intento de solución o solución individual o grupal

3º.- Observación de algún rasgo específico, alguna propiedad, coincidencia, etc. con el fin de llegar a una conclusión.

4º.- Nueva situación o problema en el que se incluye lo observado o la conclusión a la que se llegó anteriormente, pero añade algún matiz nuevo o diferente de lo anterior.

Siguiendo con el ejemplo del teorema de Pitágoras. ¿Podemos conseguir que los niños redescubran el teorema, lleguen a él? Por supuesto que sí. Veamos esta secuencia:

1.- Empezamos con algo del mundo de los números mostrando el descubrimiento antiguo de las ternas pitagóricas en base al triángulo de lados 3, 4, 5. $3^2 + 4^2 = 5^2$ ¿Podemos encontrar otras ternas? Por ejemplo, ¿doblando los números?.

2.- A continuación, dibujar los triángulos anteriores y sus cuadrados correspondientes y comprobar que la suma de la superficie de los cuadrados de los catetos es como la superficie del cuadrado construido sobre la hipotenusa. Dibujarlo en varias ternas usando escuadra. Discutir el significado de superficie y perímetro. (Lo que sumamos son superficies).

3.- Expresar simbólicamente lo hallado. Una vez comprobado el hecho en varios casos encontrar:

-Una expresión verbal adecuada (una frase)

-Una expresión simbólica. Es decir, provocar la creación, recreación o participación en la construcción de la expresión notacional adecuada. Por ejemplo, puede acordarse la siguiente: $C^2 + c^2 = h^2$

(Recordemos que en *Aprender a ser...* se enfatizan los aspectos semióticos del conocimiento matemático al seguir la interpretación epistemológica de la matemática como lenguaje, por lo cual convenir colectivamente la expresión de lo aprendido es de suma importancia)

Es normal que el tiempo de la sesión no dé para más. Queda, por tanto, otro tramo para otro día que puede ser enfocado como resolución de problemas o como sesión colectiva. Es el siguiente:

4.- Verificar, dibujando si fuere necesario, que lo hallado se cumple también en otras ternas que no son pitagóricas, siempre que el triángulo sea rectángulo.

5.- Y por último, sabida ya la formulación del teorema, buscar alguna manera de hallar la longitud de cualquiera de los tres elementos (cateto mayor, cateto menor, hipotenusa) dados los otros dos.

A partir de ahí, el trabajo sobre el teorema y sus aplicaciones prosigue de modo individualizado con el material impreso o en las sesiones de grupo.

Siguiendo esa secuencia de pasos y participando en la dinámica, la mayoría de los integrantes del grupo llega a alcanzar, de modo comprensivo, el objetivo previsto: aprender el teorema sin que “el maestro lo explique”. (En un aula diversa hay niños cuyo nivel no les permite seguir el ritmo del grupo en la sesión y necesitan apoyo y atención posteriores). Son ellos los que, dejándose llevar por las indicaciones del maestro, descubren coincidencias, constatan matices y llegan a conclusiones, incluso a

acordar la expresión simbólica, ya sea verbal, ya notacional. Es decir, la clase va generando conocimiento matemático compartido al poseer unas experiencias comunes, unas expresiones codificadas y un contexto físico y mental que confiere significado individual y colectivo al conocimiento generado. Como señalan DERECK, E. y MERCER, N (1988):

“Creemos que el mejor modo de describir la educación es el de un proceso de comunicación consistente, en gran medida, en el desarrollo de contextos mentales y términos de referencia compartidos a través de los cuales los diversos discursos educacionales (los diversos “temas” y las aptitudes académicas relacionadas con ellos) llegan a hacerse inteligibles para quienes las utilizan”¹⁹

Obviamente, el desarrollo de estas sesiones requiere un clima adecuado, esto es, un contexto que permita la expresión sin miedo a equivocarse, que anime a la participación, que favorezca la argumentación y contraargumentación. Y ese contexto se va haciendo poco a poco, pues no vienen habituados a esta forma de estar en clase ni de hacer matemáticas. Es preciso aprender a hablar ordenadamente: pedir la palabra antes de intervenir, expresarse con claridad, ceder en la propia posición, etc. En suma, un contexto apropiado para el cultivo de los valores que encierra la educación matemática: organización lógica de la expresión, validación en base a argumentaciones razonadas y contrastadas, flexibilidad o capacidad de reorientar los propios errores, admisión del punto de vista de otro, conclusiones en base a deducciones verificables y no en base a meras intuiciones, etc.

Trabajar de esa forma la matemática es en sí mismo educativo, por las razones apuntadas más arriba. Requiere el contexto del aula como comunidad de aprendizaje, comentado en el capítulo 2²⁰

A propósito del comentario sobre este tipo de sesiones de trabajo, quisiera elogiar el aprendizaje por descubrimiento guiado: un estilo de enseñanza que parecía hace un par de décadas que iba a generalizarse, pero que ha quedado reducido a minorías. Es cierto que hace más lento el ritmo en el cumplimiento de los programas, pues desde este enfoque la enseñanza lleva otro *tempo*. Cierto es, también, que para el docente encierra serias dificultades: preparación de la sesión con materiales, ejemplos,...; seguimiento de lo realizado; necesidad de crear un clima adecuado; convencer al propio alumnado y a las familias de lo positivo de ese tipo de enseñanza, etc. Y, por último, también es cierto que la propia estructura de los centros y la dinámica que genera esa estructura no es un contexto adecuado para ese tipo de enseñanza.

Sin embargo, puestos en la balanza pros y contras, sin duda, la balanza se inclina a favor de la enseñanza por descubrimiento siempre que no se tome como metodología única, es decir, siempre que se alterne con otro tipo de sesiones de finalidad similar e incluso con las de formato tradicional o expositivo.

¹⁹ DERECK, E. y MERCER, N. (1988): El conocimiento compartido. Barcelona. Paidós – MEC. Pag. 77

²⁰ Sobre la noción del aula como comunidad de aprendizaje ver, por ejemplo, SEGOVIA, F. y BELTRÁN, J. (1998): *El aula inteligente. Nuevo horizonte educativo*. Madrid. Espasa. Páginas. 118 y siguientes

2.-d Resolución de problemas y matemática recreativa

La cuarta sesión está dedicada a la resolución de problemas genuinos (no ejercicios rutinarios) y matemática recreativa.

Desde hace años se viene desarrollando una gran corriente de investigación y experiencias denominada “enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas”. La abundancia de bibliografía al respecto y de materiales nos puede dar una idea de ello.²¹ En nuestro caso no perseguimos adherirnos a esa tendencia o corriente metodológica sino, simplemente, integrar en nuestro enfoque las aportaciones de esta tendencia dedicando una de las cuatro sesiones (la más corta) a la resolución de problemas y/o a la matemática recreativa. (Recuérdese que al defender al opción de la matemática como lenguaje vimos que uno de los argumentos era por su capacidad para integrar corrientes metodológicas diferentes. Capítulo 2, punto Ib, página 10)

El primer objetivo que ello tiene es intentar cambiar la imagen que el alumnado trae a Secundaria de la matemática como materia reducida a cálculo numérico, ejercicios repetitivos y algoritmos por la de un área más abierta, flexible y diversa. Cambiando la imagen se puede cambiar, también, la actitud hacia su aprendizaje y despertar el gusto por la matemática. Y si no el gusto por la matemática en todos los alumnos, sí al menos su actitud de rechazo y bloqueo ante la misma. Esas expresiones como “a mi no me gustan las matemáticas”, “yo es que no sé”, etc. son expresión de actitudes perjudiciales para el aprendizaje.

El segundo objetivo de las sesiones es aprovecharlas para avanzar en los contenidos que tengamos en el Plan de Trabajo como objeto de estudio.

Y el tercero, entrar directamente en el cultivo de recursos heurísticos, el razonamiento lógico y el desarrollo de la expresión verbal.

Por tanto, hay diferentes contenidos, pero el formato es siempre el mismo: se propone uno o dos problemas a realizar, se da un tiempo y, luego, se cotejan las soluciones dadas por los alumnos, valorando la más adecuada y comentando la estrategia o modo de llegar a la solución. (Recordemos que esta es la sesión más corta de las cuatro semanales y que se realiza en las últimas horas de la mañana).

Es una sesión muy apreciada, entre otras cosas, porque se sale de la práctica escolar habitual general: libro y ejercicios escritos, etc. Y porque suscita retos y situaciones con intriga. (Es una satisfacción personal ver que hay bastantes chavales que disfrutan con esta actividad).

El contenido de las sesiones se dedica a:

(a). Problemas que van bien con el tema que estemos estudiando. Para cada núcleo temático propio del Primer Ciclo de ESO tengo seleccionados unos problemas específicos y clasificados en carpetas: Divisibilidad, Potencias, Fracciones, Bien para introducir el tema, bien para tratar algún aspecto del mismo, la resolución de problemas abiertos viene muy bien

(b). O bien, problemas para trabajar técnicas de resolución y razonamiento. En esta modalidad de problemas suele suceder que hay chavales con escaso conocimiento

²¹ Ver cualquiera de las muchas revistas que publican las asociaciones de profesores de matemáticas (Sigma, Números, Épsilon, Suma, etc.) u otras especializadas como *Uno* para apreciar el enorme volumen de publicaciones sobre el tema. Y, por otro lado, constatar las diferentes interpretaciones que se le confieren al término “resolución de problemas”.

matemático (poco estudiosos) que, sin embargo, crean soluciones y argumentos interesantes.

(c). O, simplemente, a matemática recreativa: juegos de grupo, curiosidades, etc.

La organización de la sesión se hace unas veces pidiendo la solución individualizada. Otras, por grupos. Si duda suele tener más atractivo la sesión que se desarrolla por grupos, quizá porque al ser de composición heterogénea todos se sienten capaces de llegar a una solución, quizá porque es competitiva, aspecto que comentaré más adelante.

¿Cómo se desarrolla la sesión por grupos? Se agrupan por equipos (los mismos que para las otras sesiones), se da a cada persona la hoja con el/los problemas y se les concede unos minutos para resolver el problema. El equipo se puede colocar en cualquier zona del aula, puede salir fuera, bajar al patio, ... Cada componente del equipo ha de llevar cuaderno y útil de escritura para expresar la posible solución. Eso sí, a la hora determinada debe estar todo el mundo en clase, haya podido resolver el problema o no.

A la hora fijada se comienza la discusión. Cada equipo va exponiendo en el encerado su solución, haciendo uso adecuado de la escritura matemática y dando al profesor la hoja del cuaderno en la que se haya expresado la solución expuesta. ¿Quién del equipo actúa como portavoz? ¿El más preparado/a? No. El maestro sortea entre los componentes del grupo; es decir, es por azar. Todos son, pues, candidatos. De ese modo, al equipo le interesa que todos su miembros conozcan la solución y sean capaces de expresarla. Para justificarla y defenderla pueden ayudar otros del equipo a quien la expresó. (Ese ritual no es rígido. Dado que los equipos son diversos y que hay algunas personas realmente imposibilitadas para exponer y defender una solución de modo razonado, se permite la ayuda interna. El tacto personal y el respeto a las diferencias son valores importantes).

Bien, una vez expuestas todas las soluciones, se les da un punto a las correctas. La persona encargada de ello va registrando la puntuación en una tabla creada específica, que ha sido expuesta en páginas anteriores, en el apartado dedicado a la sesión de trabajo en equipo: PUNTOS DE COMPETICIÓN.

Véase una de las tablas de este tipo

PUNTOS DE COMPETICIÓN

.....SEGUNDO TRIMESTRE.....

2ºA

NOMBRE	COMPONENTES	DIA - PUNTOS										TO TAL
A	Berrocal, Alicia, Raquel, Nerea											
B	Virgi., Francisco, Antonio, J.C.Pascual											
C	Migui, Carla, Mavi, Melina											
D	Oscar, Alberto, Pili G., Guadalupe											
E	Patri, Pili López, J.M. Garrido, Paco											
F	Laura, Reyes, Dimitar, Esther											
G	Juan Diego, Azahara, Carmen, Scherezade											

Las sesiones de resolución de problemas se combinan con otras dedicadas a la MATEMÁTICA RECREATIVA, esto es, juegos y actividades lúdicas: puzzles, solución de enigmas, bingos, etc. En ocasiones se alternan y la sesión de trabajo consta de resolución de un problema por equipos y de un par de juegos de baraja o un bingo.

La matemática recreativa es muy aprovechable para insistir en conocimientos específicos (los juegos de baraja sobre fracciones, los dominós de números, los bingos de números enteros, etc., etc.) y para crear afición al universo de las matemáticas. Su práctica no es “una pérdida de tiempo”. En *Aprender a ser a través de la educación matemática* el alumnado conoce bien que la práctica de la matemática recreativa constituye otra forma de aprender matemáticas. Bien es cierto que el alumnado que es principiante en el proyecto tiende a no valorar esta actividad y a interpretarla como mero juego. Pero a medida que va avanzando el curso y va modificando su visión y su actitud hacia la matemática, abandona sus primeras creencias.

El material de juego es, en parte, elaborado por el propio alumnado. El proceso de elaboración es una experiencia muy provechosa tanto por los aprendizajes que comporta como por la influencia que tiene en el cambio de actitud hacia la matemática.

La olimpiada matemática

Dentro de esta orientación de matemática lúdica y resolución de problemas venimos realizando desde el inicio de la puesta en práctica del proyecto una olimpiada matemática. Aunque la primera vez sólo participaron los cursos del Primer Ciclo de ESO (cuatro grupos) en la siguiente aumentó el número. En este curso 2003 – 2004 son bastantes los cursos que han participado a nivel de centro.

Es una actividad sencilla, pero que viene como colofón de un trabajo previo con actividades como las mencionadas en este apartado. Se realiza por niveles, pues el centro es de dos líneas: dos cursos de 4º, dos de 5º,.... Entran en la dinámica los tutores que lo desean. Igualmente, la participación de los niños es voluntaria. Varios problemas diversos (de ingenio, numéricos, lógicos,....) y gana quienes resuelvan más y mejor. Un diploma a los primeros de cada curso es el testigo de la hazaña.

2 e. La alternancia de las sesiones

Una vez descrito cada tipo de sesión, resta comentar su alternancia. Es decir, como quedan en el horario. A ello dedicamos este apartado.

Por necesidades de distribución general horaria en el centro, el horario consta de sesiones largas (de más de una hora), sesiones de una hora y sesiones de tres cuartos. Además de la cantidad de tiempo hay que tener en cuenta la calidad: no es lo mismo la primera hora de la mañana que la tercera, cuando están más cansados, o que la última, que, además de ser más corta (tres cuartos), necesita una dinámica especial para mantener la atención y provocar cierto rendimiento.

Pues bien, la decisión sobre qué tipo de sesión y a qué hora se toma en función de esas dos variables. La sesión colectiva y la de trabajo en equipo precisan que sean de larga duración y de las primeras de la mañana. La buena marcha de la sesión de resolución de problemas y/o matemática recreativa depende, sobre todo, de la animación que se le imprima. En ese sentido, es una satisfacción personal comprobar cómo a última hora, es decir, después de las dos de la tarde, están los alumnos de una clase, aunque con algunas excepciones, concentrados trabajando matemáticas.

La alternancia de los cuatro tipos de sesión y la adecuación de la organización espacial a la especificidad de cada una, la toma en consideración de las opiniones y sugerencias de los alumnos, y las novedades que, en ocasiones, encierra el contenido de la sesión llevan a la práctica son aspectos que concretan el lema mencionado en el capítulo 2 : la variabilidad permanente como distintivo.

3.- EVALUACIÓN

Vamos a abordar ahora la práctica de la evaluación flexible y compartida. En el capítulo 2 de esta MEMORIA vimos la distinción entre evaluación informal y evaluación formal o ritualizada. En el apartado de evaluación informal entra la información (escrita o no) que vamos recogiendo en el contacto diario, en la relación de trabajo normal y las anotaciones que al efecto se realizan. Es el caso de las anotaciones que el maestro va efectuando en su cuaderno acerca de la realización o no de las tareas (Ver este capítulo, apartado de la sesión de trabajo individual). En lo que sigue nos vamos a referir a la evaluación de tipo formal y ritualizada.

I. La prueba.

¡Cuánto tiempo se pierde en los exámenes!; ¡cuánto esfuerzo inútil! Sin embargo, las pruebas de ejecución individual son necesarias para aprendiz y maestro dentro de nuestra tradición escolar, y, también, dentro de la dinámica de trabajo de este proyecto. Puesto que las pruebas individuales son convenientes por muchas razones, hagamos que no resulten una pérdida de tiempo. ¿Cómo? Integrándolas en la dinámica del aula como una sesión más de trabajo, pero en este caso dedicada al análisis del propio aprendizaje, a la reflexión sobre qué y cómo se va aprendiendo.

Por esa razón, es decir, con el fin de que la sesión de trabajo sea realmente evaluadora y útil, la prueba escrita es breve, los alumnos conocen previamente qué se les va a pedir y, además, es corregida por cada uno inmediatamente a fin de que cada cual pueda constatar y comprender las razones de sus aciertos o errores. Se trata, por tanto, de un momento de trabajo más de tipo individual cuya diferencia con otras sesiones de trabajo es que han de estar comunicados entre sí.

Para que esta sesión no sea confundida con un mero examen necesita un *a priori*, un pensamiento implícito que elimine el miedo y la ansiedad que muchos niños tienen ante las pruebas del tipo de los exámenes. Ese *a priori* es la certeza de que si cumplen con lo planificado van a aprobar, la certeza de que se les evalúa según sus posibilidades, la certeza de que la prueba no es para suspenderlos o aprobarlos. Ese *a priori* se va asimilando poco a poco. Y es poco a poco como van adquiriendo su pleno sentido y validez las pruebas evaluadoras.

Sentados en sus lugares habituales, si bien separando algo sus mesas para concentrarse mejor (y no facilitar la posible comunicación), desarrollan la prueba con la condición de respetar la norma: total incomunicación con los demás. Si alguien necesita pedir algún útil ha de hacerlo saber antes al maestro.

¿Quién elige el contenido de la prueba?. Normalmente, en días anteriores se ve en clase qué es lo esencial de lo previsto en el Plan de Trabajo. Es una buena actividad extraer lo esencial de lo estudiado y proponer unas preguntas. De entre las propuestas el maestro pondrá algunas en la prueba

¿Cuál es el contenido? Por lo general, cada prueba consta de:

a.- Una/s pregunta/s “teóricas” o de desarrollo, al objeto de que se ejerciten en la expresión razonada e integren terminología y conceptos.(Siguiendo el ejemplo escogido serían del tipo: qué sabes de Pitágoras, qué dice el teorema de Pitágoras, para qué se puede utilizar el teorema, cómo se llaman cada uno de los lados del triángulo rectángulo, etc.)

b.- Unos ejercicios y/o problemas del tipo de los trabajados en los días anteriores, de dificultad creciente, es decir, desde muy elementales a otros realmente complicados, a fin de ajustarse a la diversidad en el grupo.

c.-- Algún problema nuevo para cuya resolución hayan de aplicar conocimientos anteriores, imaginación y creatividad.

II. La cuantificación y los criterios

¿Cómo se cuantifica? . Una vez terminado el tiempo destinado a la prueba –una media hora, normalmente- quitan de encima de la mesas todos sus útiles de escritura quedándose sólo con uno de color diferente al utilizado antes. A continuación el maestro va dando respuesta a cada uno de los items del ejercicio e ilustrando o explicando cada uno sobre la pizarra: los estudiantes comprueban, se corrigen y autoevalúan. De ese modo cada cual conoce la exactitud de sus respuestas, sus errores o aciertos y el porqué de ellos. Convenimos el valor numérico sobre 10 que corresponde a cada ítem y, una vez efectuada la suma oportuna, cada cual se adjudica la calificación que cree adecuada. Tras esa autocorrección y autocalificación, se recogen las pruebas, el maestro se las lleva y va corrigiendo detalladamente, anotando las observaciones oportunas a cada uno. Tras eso otorga una calificación, que suele ser más o menos coincidente con la que el autor se dio a sí mismo. En la sesión siguiente se devuelven las pruebas y dedicamos unos momentos a revisar y a resolver desacuerdos en la calificación.

Hay algo subyacente a todo el proceso. Ese algo son los tres criterios de evaluación o aspectos que hay que valorar en todas las pruebas.

-Evidentemente, el primer criterio es la coincidencia o grado de semejanza entre la respuesta dada y la correcta.

-El segundo criterio, conocido de todos, es la exigencia de claridad en la expresión y corrección en la escritura (ortografía).

-Y el tercero es relativo a la expresión matemática. No se valora tanto el acierto en un resultado puntual como la escritura del proceso seguido hasta llegar al resultado. Si no se expresa el proceso seguido mediante el simbolismo adecuado, la respuesta no se considera válida. Es más, cuando haya que conseguir resultados mediante algoritmos escritos, los algoritmos han de estar visibles en un margen de la hoja. (La calculadora sólo es usada en cuestiones específicas).

En resumen, los criterios se ajustan a lo planificado en el P. de T., son consensuados y, cuando son exigencias impuestas por el maestro (casos segundo y tercero), son conocidas de antemano.

III.- La devolución

La entrega o devolución de la prueba a cada uno es un momento de importancia, pues es aprovechado para dialogar con algunos y darles las indicaciones oportunas sobre determinados aspectos: la escritura aritmética, las operaciones con comas, algún error conceptual, la ortografía, También suele ser un momento de negociación pues quienes no están de acuerdo con su calificación piden aclaraciones, cosa que el maestro aprovecha para hacer ver tal o cual detalle.

IV. Tabla de seguimiento y autoevaluación

Dilucidadas las dudas que hubiere sobre la calificación, cumplimentamos la hoja de seguimiento y autoevaluación. Ésta es una tabla individual (véase la ilustración) destinada a reflexionar sobre aspectos del propio aprendizaje. Tras varios ensayos y

modificaciones a lo largo de estos dos cursos, la tabla que utilizamos finalmente es la siguiente.

TABLA DE SEGUIMIENTO Y AUTOEVALUACIÓN

Nombre.....

PLAN DE TRABAJO	Fecha			
	Tema			
	Grado de consecución de los objetivos			
	Logro de otros aprendizajes			
	Realización de las tareas y nota del examen	○	○	○
A P R E N D I Z A J E	M A T E M Á T I C O	Desarrollo del cálculo numérico		
		Capacidad de leer el lenguaje matemático		
		Capacidad de utilizar el leng. matemático		
		Progreso en la resolución de problemas		

Como puede apreciarse, la tabla consta de dos partes diferenciadas. La primera va referida al P. de T. realizado; la segunda tiene por objeto valorar los progresos en los cuatro aspectos esenciales del aprendizaje matemático, desde la óptica de la matemática como lenguaje, que es la que se trabaja en nuestra opción.

Cada estudiante posee una tabla que pega en el cuaderno de trabajo para evitar su pérdida, olvido, etc. En ella cada columna corresponde a un Plan, de modo que cuando una tabla se agota se comienza otra. Así puede ver cada estudiante la trayectoria seguida a lo largo del curso.

Pero la tabla tiene, además de la finalidades de seguimiento, de autoconocimiento y tal, otra no menos importante: transmitir una idea de la matemática no ceñida a las cuatro operaciones. De ahí que nos detengamos en:

-*Desarrollo del cálculo* ya sea escrito, ya sea mental o ya digital. En éste un campo esencial en el aprendizaje matemático y es bueno que cada cual vea si va avanzando en competencias de ese tipo.

-*Capacidad de entender, interpretar, ... el lenguaje matemático.* Esto es, si van comprendiendo los textos expresados en lenguaje matemático. Es de suma importancia que sean capaces de estudiar matemáticas, para lo cual han de ser capaces de seguir el discurso o explicación que el texto vaya dando.

-*Utilización del lenguaje matemático.* Hemos visto en el capítulo 2 que la concepción de la matemática como lenguaje ubica en el centro de las preocupaciones la interpretación y uso de los códigos notacionales, códigos que vienen a ser los soportes visibles de la operatoria o del razonamiento. En efecto, al expresar algo o resolver un problema realizamos una serie hilvanada de operaciones que nos llevan al fin deseado. Es imprescindible expresar el camino seguido en el lenguaje adecuado, esto es, en notación matemática (escritura horizontal, uso de paréntesis, etc., etc.) .

-Por último, el avance en la *resolución de problemas*, eje central de la matemática. Se trata de valorar si van aprendiendo estrategias de resolución, si se bloquean más o menos que antes a la hora de resolver algún problema, etc. Hay que hacer notar que en todos los Planes de T. no se cultivan todos estos factores con la misma intensidad.

Esos son los cuatro ingredientes fundamentales que conforman lo que denominamos conocimiento matemático, desde la perspectiva de *Aprender a ser a través de la educación matemática*. Conocerlos, valorarlos y valorarse uno mismo respecto de su aprendizaje conduce a asimilar una idea más abierta y compleja de la matemática que no la reducida a las “cuentas” y los problemas típicos, idea que la mayoría de niños trae de Primaria.

VII.- Los equipos

¿Tienen calificaciones los grupos de trabajo?. Sí. Cada alumno/a se otorga a sí mismo una *nota base*: la calificación que cada cual cree que es la suya en Matemáticas, pero a la baja, es decir, la nota menor que en función de sus posibilidades debería obtener. Pues bien, los puntos que obtenga por encima de su nota base serán los puntos que aporta a su equipo. Así, si el alumno A, que tiene de nota base un 5, obtuvo en la prueba un 7, esos dos puntos de diferencia positiva son los que aporta al equipo. La calificación del equipo es la suma de las notas diferenciales positivas de cada uno de sus componentes.

Siguiendo el rito normal de la clase, una vez que se ha cumplimentado la tabla de seguimiento y autoevaluación, entramos en la cumplimentación de la tabla de equipos. Véase una en la ilustración.

EQUIPOS DE TRABAJO

... Tercer trimestre

2ºB

NOMBRE	COMPONENTES	NOTA					TO TAL
A	Lorena, Pedro, Yessica, Carolina						
B	Cristian, Alberto, Manuela, Dani J.						
C	Morales, Antonio, Luna, Adrián						
D	Luis, Cristina, Silvia, María						
E	Carmen, Matías, Jaime V., Javi						
F	J. Manuel, Gabriela, Víctor, Dani Cont.						
G	Jueita, Mario, Sergio						

¿Cómo se otorga la calificación a los equipos? De modo público. El encargado/a de ello va nombrando cada equipo y sus componentes. Quien es nombrado dice su nota base y la nota obtenida en la prueba y, consecuentemente, los puntos que aporta a su equipo. Al mismo tiempo, el maestro va anotando en el encerado los puntos que va obteniendo cada equipo, puntos que se anotan en la tabla de los equipos de trabajo (las notas son conocidas por todos). Gana el equipo que más puntos suma al finalizar el trimestre.

La puntuación de los equipos es interesante porque suele conceder tanto o más protagonismo a los menos capacitados que a los “empollones”. Normalmente, las personas que se saben menos dotadas para la matemática poseen una *nota base* baja (un 3, un 4, ...) a diferencia de los más dotados que suelen tener 6 ó 7. Pues bien, como en la prueba hay items muy elementales, pensados para que todos (siempre hay excepciones y circunstancias personales muy específicas), con esfuerzo y dedicación, puedan obtener una calificación que supere el 5, suele suceder que aquellos que tienen una nota base menor, al obtener una calificación de 6, 7 u 8, aportan al equipo tanto o más que los otros. ¡En el equipo todos son importantes!.

VIII.-La calificación trimestral

Discutible es si al final del trimestre o de curso los alumnos deben ser calificados con un número entre 0 y 10. La tradición escolar pesa mucho al respecto. Tanto es así que las familias no entienden muy bien otro tipo de expresiones valorativas. La nota, o expresión numérica final del proceso evaluador, tiene el valor de lo sintético, conciso y numérico: toda nota puede ser situada en una escala de 0 a 10, lo que nos indica su nivel, “cantidad” y valor. Claro está que tanta concisión obvia u oculta mucha información necesaria para valorar apropiadamente el aprendizaje de cada estudiante.

Otra cosa bien distinta es el entorno de las notas: la apreciación familiar, la comparación social, la aplicación de sanciones y premios en casa o en clase, etc. Es decir, la utilización que parte del profesorado, alumnos y familias hacen de la nota. En *Aprender a ser...*, sabido es que la nota viene a ser una expresión más del proceso evaluador y que este proceso tiene una doble finalidad: favorecer el autoconocimiento y, al mismo tiempo, motivar el aprendizaje. Todo ello ya se ha comentado en la fundamentación del proyecto, por lo que aquí nos ceñiremos al cálculo de la nota trimestral.

Ni la nota trimestral ni la nota final son el resultado de hallar la media aritmética de las notas obtenidas a lo largo del trimestre o del curso. ¿Por qué no?. Pues porque tanto el enfoque teórico como las acciones reales que conciernen a la evaluación van presididas por el ideal de equidad. En contra del darwinismo escolar de la aplicación “objetiva” del sistema de exámenes y notas, cosa que favorece en exclusiva a los más dotados y, con el tiempo, anula al resto de integrantes del aula, en *Aprender a ser ...* se intenta utilizar un modelo de calificación no excluyente, pues la escuela, que es obligatoria, ha de ser, también, integradora. Y se intenta conseguir aplicando el principio fundamental ya comentado: *pedir de cada uno según sus posibilidades*.

Consecuentemente, para la cuantificación se tienen en cuenta aspectos concernientes a esas “posibilidades” y circunstancias, pues se trata de hacer una enseñanza educativa, en la que la adquisición de hábitos de trabajo, de valores positivos

como la tenacidad, la superación personal, el respeto a los demás, la integración en el rito escolar, etc. vaya pareja al aprendizaje de contenidos de orden matemático. Por ello valoramos también el esfuerzo, la constancia en el trabajo, el cumplimiento de lo acordado en el Plan de Trabajo, las actitudes hacia el trabajo, etc.

En síntesis, la nota trimestral se elabora en base a tres componentes: (a) las calificaciones obtenidas en los exámenes, (b) trabajo en casa (la realización de las tareas, preparación de su trabajo, hábito de estudio, etc.), (c) la actitud y comportamiento durante el trabajo en el aula. Y, puesto que estamos en matemáticas y nos gusta la precisión, se hace un cálculo asignando las proporciones siguientes:

- Las calificaciones (nota media de las mismas) aportan el **60%** de la nota final
- La realización de las tareas en casa aporta el **20%**
- El comportamiento en el aula el **20%**

Ciertamente, este sistema es discutible. Pero su práctica muestra que es compensador al ayudar a alumnos poco dotados a superar las barreras que el sistema escolar les impone. Y, por otro lado, se pide exigencia a irresponsables o insolidarios. Viene, en definitiva, a apoyar el comportamiento adecuado, la cooperación y el respeto, el esfuerzo y tenacidad en la superación de las dificultades.

¿Cómo llevar un seguimiento de esos tres aspectos o ámbitos?. Pues, sencillamente, registrando en una tabla las incidencias. Es tradición que todo profesor tenga un cuaderno en donde, entre otras cosas, lleva el seguimiento de aspectos como los citados, no sólo las notas. El cuaderno que utilizamos y el tipo de anotaciones ya se han comentado en este capítulo, apartado 2b.

IX.- La nota final

Sin duda, el peor de los momentos de todo el proceso es aquel en el que el sistema escolar nos fuerza a emitir una nota, un guarismo decisivo para la vida de otra persona. Un guarismo que clasifica y que, en muchos casos, aumenta la exclusión.

Por ello el principio de equidad tiene tanto significado:

PEDIR DE CADA UNO SEGÚN SUS POSIBILIDADES

Desde el criterio de equidad podemos ver que no hay nada más injusto que tratar por igual lo que es desigual. El procedimiento de cuantificación expuesto antes está ideado para ayudar a los menos dotados, pero con voluntad de superación. Y al mismo tiempo tratar con exigencia a quienes sí pueden dar más de sí. Y, muy importante, como la escuela es obligatoria y se trata no sólo de aprender matemáticas sino también, o quizás antes, de aprender a ser personas o al menos mostrar en clase de matemáticas los valores propios que la escuela pretende transmitir, esos aprendizajes también forman parte de la calificación global.

En consecuencia, todo aquel que ha dado de sí lo que ha podido aprueba. Son contados los casos en que la calificación final de curso no supera el suficiente. Son aquellos que por muy diversas razones desertan de la escuela: no asisten o lo hacen intermitentemente, etc.

4.-EL CONTEXTO

Toda enseñanza se da en un contexto. Es más, como todo el mundo sabe, es el contexto, la ambientación, lo que ejerce mayor influencia y provoca determinados aprendizajes. La enseñanza de la matemática que venimos describiendo necesita un contexto determinado, pues para que sea exitosa ha de tener la ambientación necesaria. Trataré de describir la ambientación del día a día de clase centrándome en tres núcleos: concepción del aula, las relaciones entre los componentes, la labor de tutoría.

4.1.- EL AULA

En el sentir de nuestro proyecto el aula se concibe como *contexto educativo*, como contexto orientado a alcanzar los valores que son objetivo del proyecto. Para la conformación de ese contexto hay una prioridad: más importante que aprender muchas matemáticas es *aprender a ser*: aprender a conocerse a sí mismo y autodirigirse, a ser personas honestas y cumplidoras de su deber, tolerantes y respetuosas con los demás, sociables y autónomas, Aprender a ser tenaces y buscar la superación permanentemente. Aprender a participar activamente en cuestiones solidarias, a ser críticos consigo mismos, comprensivos con los demás.

Si se concibe el aula como contexto educativo, la distribución espacial de mesas, la ubicación de cada persona, las normas de comportamiento dentro del aula, las formas de relacionarse entre sí, la conducta del profesorado, los contenidos a enseñar,...Todo está orientado a influir sobre, a causar los aprendizajes deseados, que no son otros que los arriba mencionados.

Desde esa concepción, en el hueco horario que corresponde al área de matemáticas, el aula (contexto educativo) se convierte en escenario para las matemáticas, en el momento y lugar en el que se actúa para interiorizar esos valores aprendiendo –valga la redundancia– matemáticas. La actividad que realizamos en la enseñanza–aprendizaje de las matemáticas no es otra cosa que un medio para alcanzar algo que va más allá de los mismos contenidos matemáticos: los valores antes mencionados. Esa es la razón última de que el aula se organice siguiendo los criterios ya mencionados (distribución espacial variable en función de la actividad), de que se oriente de la forma ya expuesta la dinámica de grupos, el sentido de la evaluación, Y la actitud y desenvolvimiento del maestro.

El aula, en fin, como contexto educativo es un compendio de rasgos cuya dinámica la convierten en un lugar agradable en donde estén a gusto quienes componen el grupo. Se trata de ir construyendo un espacio que actúa a modo de “nicho ecológico” donde guste estar o, al menos, estar dentro de él no sea excesivamente gravoso. ¿Cómo organizar la construcción de ese nicho? Evidentemente, dando la palabra a los niños y dándoles la posibilidad de que ellos emitan propuestas, adopten decisiones sensatas y se lleven a cabo tales decisiones.

En principio cada uno es libre de sentarse donde quiere y con quien quiere. Las mesas no han de estar necesariamente separadas ni unidas. Pero la necesidad de moverse por el aula –cuando el grupo se aproxima a 30 personas la falta de espacio es evidente– y de aprovechar el espacio del mejor modo posible va forzando la búsqueda de otras formas de situar las mesas.

En general, cada grupo-aula va tomando decisiones peculiares. (Decisiones que son aceptadas para las clases de matemáticas y para alguna que otra más; es norma

común en el Ciclo que cada profesor tiene potestad para colocar a los alumnos en su hora como cree conveniente). Unas veces toman la decisión en la asamblea de la tutoría de colocar las mesas en forma de U; otras en filas largas,

Poco a poco se va llegando a ciertas distribuciones espaciales similares en todas las aulas. La más común es disponerlas en filas de tres dejando un pasillo central.

Véase una de 1° A



Quien se sienta con quien lo deciden ellos. En otros grupos, como es el caso del de la ilustración, se decide por sorteo y cambian cada trimestre. Las razones de los cambios las conocen y asumen. Se persigue con ellos que estén todos con todos/as, que se acostumbren a trabajar con todos dos compañeros/as, que desarrollen habilidades sociales, etc.

En todo caso hay una norma asumida también por todos: cuando un profesor, después de haberlo advertido repetidamente, cree que debe cambiar de lugar a alguna persona, lo puede hacer y hay que respetar esa indicación, sea tutor o no. Es decir, que

cada profesor tiene potestad para imprimir los cambios que cree oportunos en el desarrollo de su clase.

La disposición de la ilustración resulta ser muy funcional. Cuando en las sesiones de trabajo en grupo o en otras actividades a desarrollar en equipo hay que agrupar las mesas, desde esa distribución basta con moverlas un poco. Quienes sí se tienen que desplazar son las personas, no las mesas y sillas.

4.2.- LAS RELACIONES PERSONALES

Mas si el aula es un contexto educativo, un factor de primer orden en la conformación de ese contexto vienen a ser las relaciones personales.

En un ambiente en el que domina la presión ejercida por algunos líderes negativos; en un aula en la que el magma subterráneo que alimenta las relaciones personales es el del miedo a alguien, la burla de los más fuertes, la vergüenza de destacar, el vasallaje a las/los adolescentes que imponen “su ley” frente a la autoridad del profesor/a . En un aula, en fin, en donde no haya la confianza necesaria para hablar tranquilamente, cooperar, expresar deseos, intenciones y ocurrencias varias, no pueden trabajarse las matemáticas en el sentido de *Aprender a ser a través de la educación matemática*. Ni tampoco cultivarse los valores cívicos y democráticos que sustentan el proyecto.

Es imprescindible, por tanto, construir unas relaciones personales basadas en la cooperación y el respeto mutuo. ¿Cómo conseguirlo?. Poco a poco, atendiendo los tres aspectos siguientes:

- Favoreciendo la expresión libre canalizada por medio de la asamblea y la tutoría (epígrafe siguiente).
- La participación de todos en el gobierno del aula.(epígrafe siguiente) Y el diálogo como método para la resolución de conflictos.
- El talante, la actitud, el modo de actuar del maestro, y el marco de valores que destila su comportamiento en el aula como docente y como persona.

El maestro, de modo tácito, se propone como modelo en el trato con ellos: siempre respetuoso y amable, al tiempo que severo y exigente cuando la circunstancia lo demanda. Su trato afable y bondadoso, comprensivo y tolerante no le impide mantener el orden. Antes al contrario, son, precisamente, esos los rasgos que acrecen su autoridad moral sobre cada uno de los niños y niñas que componen el grupo.²² Que en alguna ocasión haya de imponer su posición jerárquica para solucionar una situación, llamar al orden o reprender con justeza no disminuye el aprecio y respeto que le tienen sus alumnos.

²² Pero mantener una actitud amable, tolerante y comprensiva con cada persona del grupo –de los diversos grupos- desde las 8 ‘30 en que comienza el trabajo hasta las 2 ‘30 es realmente difícil. Modestamente he de admitir que actuar en consonancia con los rasgos expresados es, con cierta frecuencia, más un reto personal que una constatación de la realidad. El maestro ideal no existe: sí, en cambio, el ideal de maestro.

Atendiendo a esos tres planos citados se puede ir construyendo un nicho en el que aprendizaje de la matemática, cultivo de la amistad, bienestar emocional y aprendizaje de valores son posibles. ¿O es que, acaso, el aprendizaje matemático puede hacerse aislado de la vida?.

Aprendizaje matemático, desarrollo emocional y crecimiento personal pretenden ir unidos en nuestra perspectiva. Y, modestamente, cualquier observador del clima del aula puede constatar que nuestra práctica va bien encaminada: un indicador de que, a pesar de las deficiencias que puede tener, *Aprender a ser a través de la educación matemática* merece la pena.

4.3.- LA TUTORÍA

En estos dos años de desarrollo del proyecto, la labor de tutoría se ha mostrado fundamental, pues para que adquieran una actitud positiva hacia el trabajo y la matemática no sólo es clave la formación de un clima propicio en el aula (diálogo permanente con los niños, posibilidad de expresión y participación, estancia agradable, ...) sino la comunicación con las familias. Por ello la tutoría ha ido dirigida en dos direcciones:

- Una, el hueco que el horario tiene destinado a ello, enfocada desde la perspectiva freinetiana de expresión y participación asamblearia.
- Otra, el contacto permanente con las familias (al menos dos entrevistas al trimestre con cada familia) y su apoyo se ha mostrado fundamental para amortiguar problemas personales de convivencia, integración, etc.

Dar la palabra a los niños y concederles poder de decisión en las cuestiones que les afectan vitalmente es, quizá, la mejor forma de favorecer su integración en la dinámica escolar y contribuir a su crecimiento como personas responsables, participativas y críticas. Esa es la doble finalidad que persigue el enfoque de la tutoría que vengo practicando desde hace años, y que se convierte en un factor decisivo para el buen funcionamiento de *Aprender a ser a través de la educación matemática*. Doble finalidad presidida por un permanente cuestionamiento de la educación, del para qué de la escuela, del cómo conectar con los intereses y apetencias de los y las preadolescentes que componen el grupo, del aula y el centro como espacios de encuentro y vida.

Expuestos esos supuestos básicos pasemos a describir la práctica. El trabajo de tutoría se desarrolla en dos ámbitos diferenciados: el de los alumnos, ya sea a nivel colectivo (hueco en el horario para *tutoría*) o individual (en intercambios esporádicos cuando son necesarios) y el de las familias. Comentemos primero uno y luego otro.

La hora de tutoría

Como tutor, un meta personal es lograr que el grupo de alumnos que el azar te asigna al comenzar el Ciclo llegue a ser, cuando termina el período, un grupo humano relacional y cohesionado, un grupo donde reine el bienestar emocional y la relaciones de cooperación y amistad. Pues si hemos logrado que el contexto humano del aula sea un ambiente positivo que haga que los estudiantes (al menos la mayoría) no rehuyan la asistencia a clase, entonces tendremos ganada la primera condición para que en el aula haya un buen ambiente de trabajo, desaparezcan las conductas disruptivas y entorpecedoras del funcionamiento de las clases, tiendan a ser responsables con sus tareas. ¿Cómo hacerlo? Dando la palabra al grupo y total libertad de acción y expresión en el tiempo de *tutoría*, de modo que puedan hablar de lo que les interesa, expresar lo

que les apetezca, criticar, proponer, etc. y, así, disponer el maestro de un espacio para intervenir en lo tocante a la educación moral y poder influir de modo positivo.

Inicialmente, o se cohiben –nadie habla, no saben qué hacer, alguien, incluso, protesta, ... - o bien al aula se convierte en un desorden total. Pasadas las primeras sesiones, comienzan a ver clara la necesidad de cierto orden. Es entonces cuando la propuesta organizativa de tradición freinetiana ofrecida por el maestro es acogida y muestra su gran valor. Consiste ésta en articular la actividad de modo democrático, confiriendo al momento carácter de *asamblea*. Ahora bien, para que haya una cierta estructura que, aunque sea flexible y cambiante, vertebral la dinámica e impida que la clase se convierta en una jaula de grillos en la que no sea posible la comunicación y la toma conjunta de decisiones, se proponen unas *instituciones* que, poco a poco, irán configurando la dinámica de la tutoría. Tales son el *buzón*, los *cargos* y la *asamblea*.

*El buzón*²³

El buzón viene a ser una pequeña caja ubicada en cualquier lugar de la clase, en la que van depositando notas a lo largo de la semana, notas que se leerán en la asamblea. El contenido de las notas es libre, pero se orienta a que se refieran a los tres campos que se citan en la nota al pie de esta página.

Cargos

Junto a la posibilidad de criticar, reivindicar, proponer, etc., es decir, de expresarse, también está la posibilidad de participar en la gestión de la clase. La finalidad de ello: que el aula sea percibida como un entorno propio en cuya organización, gestión y cuidado es decisiva la participación de quienes forman el grupo. Los cargos son responsabilidades que voluntariamente o por sorteo van asumiendo y que hacen posible la dinámica de la clase, mantienen la ambientación, etc. Los más comunes (por hallarse en todas las experiencias de este tipo) son: “moderador”, quien modera la asamblea; “secretario”, quien lee las notas; “delegado”, que representa al grupo en la gestión del centro. Además de estos tres, suele haber una buena cantidad de otros en función de las necesidades y del aula, cargos que suelen desempeñarse por parejas o tríos: macetas, pizarra, adornos de clase, mantenimiento o arreglo de desperfectos de clase, servicios, cuidado del patio, etc.

Su desempeño es rotativo; conviene que la periodicidad sea mensual al objeto de que haya posibilidad de participación para todos.

La asamblea

Llegado el momento de la asamblea, el maestro cede su posición privilegiada (mesa del profesor) al secretario y al moderador. Se abandona la ubicación de cada cual en el aula y se colocan de modo informal, pero que facilite la comunicación, es decir, en forma circular, aproximadamente. No es necesario que sea en corro. Se anota el “orden del día” en la pizarra, que será el siguiente: *felicitaciones, críticas, propuestas, otros y cargos*. Con el término “otros” se designan intervenciones que se quieren expresar, pero

²³ En otras experiencias similares existe el *Panel de expresión*. El *panel* no es otra cosa que unos folios expuestos en el tablero de corcho del aula o en cualquier otro lugar, donde cada cual puede ir escribiendo a lo largo de la semana lo que desee. Su contenido se leerá y debatirá en el momento de la asamblea. La versión más extendida de *panel* es la que clasifica el contenido en tres folios o apartados:

- uno para felicitar a alguien o expresar satisfacción o gratitud por algo, y que suele denominarse con el rótulo FELICITO;

- otro para expresar quejas o críticas a compañeros y profesores: CRITICO;

-y un tercero para deseos y propuestas: PROPONGO

que no se encuentran en las notas escritas, o bien que surgen en la dinámica de la asamblea.

El rito habitual es como sigue: el secretario lee la nota, la persona o personas afectadas intervienen; quien la escribió replica si lo cree necesario. Si es una propuesta hay que consensuar una respuesta o votar una decisión, que habrá de ser cumplida por el grupo.

Desde luego, no es fácil asimilar el rito: primero, prestar atención a quien se está expresando y, a continuación, replicar con una argumentación coherente. Como tampoco es fácil, influidos por ciertos programas televisivos o algunos entornos familiares, acostumbrarse a levantar la mano pidiendo la palabra al moderador y esperar el turno. Tampoco resulta fácil para ciertas personas hablar sin insultar o despreciar, lo que pone de manifiesto que es de todo punto necesario asimilar una norma en el grupo: se puede expresar en la asamblea todo lo que se quiera, siempre que no sea de modo ofensivo, humillante o amenazador para otros. En este sentido, aunque la autoridad del maestro queda diluida en el contexto, a veces se hace imprescindible intervenir imponiéndose para impedir que ciertas conductas individuales malogren el ambiente.

Y es que la asamblea es un contexto en donde el aprendizaje de valores como respeto mutuo, tolerancia y cooperación se percibe como esencial; en donde la educación moral se convierte en magma invisible, pues enjuiciar hechos, conductas, propuestas, ideas contribuye a formar ese marco ético de carácter democrático antes mencionado. La intervención del maestro es decisiva y muy influyente en la configuración de la educación moral, en la promoción de conductas positivas, en el apoyo a determinadas propuestas, en la orientación de la dinámica del grupo, etc. Pero siempre que ceda el protagonismo a los miembros del grupo.

Quien lea estas líneas quizá piense que la asamblea es una situación muy seria, destinada sólo a resolver “problemas” o a tratar temas “importantes”. Sí y no. **Sí** porque en ella se tratan ese tipo de asuntos, pero también **no** porque la asamblea es un momento de expansión, de libertad y, por tanto, de divertimento, es decir, de estar juntos sin el necesario corsé que impone la dinámica de una clase de cualquier asignatura. Por ello afloran las emociones y las ideas de todo tipo. Y así, en su desarrollo, se mezclan las felicitaciones a “fulanita porque es mi amiga”, “porque se porta muy bien conmigo”, “porque es su cumpleaños”, con críticas rotundas; se combinan momentos de tensión - “fulanito me ha dicho que me va a pegar cuando salgamos de clase”, “critico a tal porque me ha escupido”- con otros de expresión de afectos: “¿Qué digo?: que estoy contento”, “felicitó a tal. Él sabe porqué”. En ese sentido, el humor, la broma y la imaginación son tan beneficiosos como la seriedad en el respeto a las normas de convivencia. La dinámica abierta favorece que se crucen propuestas “serias” como “pedir al director un espejo para el baño”, “que nos dejen comer el bocadillo antes”, “que los niños se echen desodorante”,..., con otras quizá más importantes que las “serias” como “hacer una excursión al campo”, a “Sierra Nevada”, a “Isla Mágica”,...o como “ir al cine”. Y el grupo decide ir al cine y vamos, previo consentimiento familiar. Ir al cine no es otra cosa que una excusa para estar juntos, lejos de la vigilancia paterna, aunque para ello hayan de soportar la presencia del maestro, quien procura ser poco visible.

El desarrollo de las asambleas va mejorando con el tiempo, a medida que el grupo se va sintiendo libre, a gusto, y le ven funcionalidad: de expresión, de relación, de organización para la resolución de algún problema, etc. De las primeras, que suelen ser muy largas, se va evolucionando a asambleas cortas y eficaces. Es entonces cuando queda tiempo para otras cosas. ¿Cuáles? Debates, juegos y actividades tendentes unas a

favorecer la expresión y la comunicación relacional; otras, a desarrollar la identidad personal, la subjetividad, tema éste vital en esta edad.

Con ello quiero decir que el tiempo de tutoría no es sólo *asamblea*. Tras los primeros meses, hay tiempo en “tutoría” para hacer otras actividades no típicas de asamblea, como las mencionadas en el párrafo anterior. Por citar algunas:

- Juegos: el de “Andalucía”, el del “asesino”, mímica de personajes, ...
- Actividades para el fomento de la identidad: describirse a sí mismo por escrito de modo anónimo y los demás, leída la descripción, han de averiguar quién es; describir quién seré y qué haré a los 22 años; pruebas de personalidad y comentarios, etc.
- Debates sobre temas vivos que algún/os preparan (los padres, los anticonceptivos, para qué estudiar, qué hacer después de la ESO, ...). Y, ocasionalmente, sobre puntos que introduce y expone el maestro: la mentira, la responsabilidad, el esfuerzo diario, la intimidad, la superación de sí mismo,

Es cierto que no todos los alumnos captan el sentido que tiene la práctica de este tipo de “tutoría”, y también es verdad que, a pesar de todo, hay siempre alguien que, por diversas razones, no acaba de acomodarse al ambiente, no es capaz de asimilar los ritos y los valores que lo sustentan. Aun con ello, es indudable el gran valor educativo que este enfoque tiene en cuanto al cultivo de aprendizajes que, tal y como está la actual estructura de la ESO, no tienen cabida en ninguna “asignatura”, pero que son fundamentales para la socialización y la formación personal de los escolares.

Las familias

La otra faceta de la tutoría es la relación con las familias. El contacto permanente con ellas hace que conozcan el funcionamiento interno del aula, qué se hace y con qué finalidades, y, consecuentemente, salvo raras excepciones, colaboren con el maestro.

Por costumbre, aparte de la reunión general de principios de curso, con cada familia hay dos ocasiones seguras de intercambio al trimestre: uno a lo largo del mismo y otro al final, cuando llega el momento de recoger las calificaciones. Con algunas familias se hace necesario tener intercambios más a menudo.

La media de entrevistas por semana viene a estar entre dos y tres. ¿Contenido? La evolución de su hijo/a en cada asignatura, (pues cada profesor del equipo escribe en una hoja-informe un breve comentario relativo a su área), aspectos generales de su conducta en el centro, posibles problemas y la estrategia de colaboración conjunta.

No me cabe la menor duda de que sin el apoyo familiar nuestro trabajo como educadores sería, además de más difícil, bastante defectuoso y, por otra parte, carente de proyección. Y, por supuesto, sin el apoyo de las familias el proyecto *Aprender a ser a través de la educación matemática* no se hubiera podido realizar con el mismo nivel de éxito.²⁴

²⁴ La redacción de este epígrafe está basado en el artículo *El tiempo de tutoría: un espacio de libertad*, publicado por *Aula de innovación educativa*, nº 125, octubre, 2003

6.- LOS TRES NÚCLEOS DE INVESTIGACIÓN

Además de la opción de conjunto - *Aprender a ser a través de la educación matemática* como enfoque de enseñanza- el proyecto ha contemplado el seguimiento de tres puntos de especial significación:

- . La polémica “uso de la calculadora – desarrollo del cálculo”
- . Modalidades del *Plan de trabajo*
- . La evaluación flexible y compartida

Comentaremos los resultados obtenidos y las valoraciones actuales sobre su desarrollo

1.- CALCULADORA

En la redacción original del proyecto se contemplaba como uno de los objetivos “indagar formas de aunar en el trabajo diario el uso de la calculadora con el cálculo escrito y/o mental”. Y ya en la formulación primera se tenía en cuenta que “La calculadora científica es una buena herramienta de trabajo, pero su uso precisa que no frene el desarrollo del cálculo ni escrito ni mental”.

Pues bien la experimentación durante estos dos años ha girado en torno a ese planteamiento: cómo hacer para integrar la calculadora en el aula de modo que su uso favorezca el aprendizaje y promueva el desarrollo del cálculo. En este planteamiento se partía de una toma de posición no comprobada, de un, quizá, prejuicio, a saber: que el uso continuado y sistemático de la calculadora frena el desarrollo del aprendizaje del cálculo.

Bien, hay que decir que esa es una afirmación excesiva. El conjunto de destrezas que conforman lo que entendemos por “cálculo” (cálculo no escrito, cálculo escrito, cálculo digital) es demasiado complejo como para afirmar que en su totalidad progresa o no progresa debido al uso o no uso de la máquina.

Hoy, después de dos años de tanteos y sus correspondientes evaluaciones he de decir que soy más prudente al comentar las consecuencias negativas o positivas que acarrea el uso de la calculadora. Estoy cada vez más convencido de que es un útil necesario, y que en esa necesidad radica su peligro. Veamos cómo ha ido el proceso a lo largo de estos dos cursos y, a continuación, comentaremos algunas conclusiones.

Primer año: curso 2001 – 2002

Durante los primeros meses del curso, convencido de las consecuencias positivas que el uso habitual y continuado de la calculadora en clase acarrearía, fue usada prácticamente a diario para todo trabajo que hubiera que hacer en ambos grupos del curso 1º. El que el maestro no sólo permitiera su uso sino que lo alentara era novedoso

para los alumnos, de modo que se convirtió en normal el que casi todos los niños tuvieran su máquina sobre la mesa y la utilizaran en todo momento.

Tras unas sesiones dedicadas a conocerla (operaciones, memoria, modos, ...) estuvo siendo utilizada en clase de las dos formas siguientes:

- Una, como herramienta para resolver los cálculos en la ejecución de las tareas habituales.
- Otra, como herramienta para investigar algunas curiosidades o propiedades a tenor de los contenidos que trabajamos: divisibilidad, enteros, fracciones, decimales,.....

Se fueron acostumbrando a su utilización y echaban mano de ella para todo. Hay que destacar que la máquina atrae la atención y suscita tanteos e indagaciones: es, al principio, motivadora.

Pasadas las primeras semanas comencé a observar ciertos síntomas inquietantes. Por ejemplo: me llamaba la atención el que en numerosas ocasiones bastantes niños/as no fueran conscientes de los errores que cometían al calcular. Es decir, no controlaban a la máquina. No estimaban si el resultado que les ofrecía en el visor podría ser correcto. Este hecho me condujo a pensar que la costumbre de trabajar con la máquina lleva a tener fe excesiva en los resultados que te devuelve en el visor.

Junto a este hecho pude constatar como, a medida que avanzaba el curso, iban dependiendo cada vez más de la máquina para hacer cualquier cálculo. Incluso alumnos de buen nivel acudían a la máquina para cálculos muy simples. En general, con el uso habitual de la máquina habían venido olvidando las técnicas de cálculo aprendidas con anterioridad: técnicas de cálculo escrito (algoritmos), incluso técnicas sencillas de cálculo mental. Algunos, incluso, habían olvidado tablas de multiplicar. Es más, acostumbrados ya al uso de la máquina, había quien se molestaba porque yo le pidiera que lo calculara mentalmente. “Para qué me voy a calentar la cabeza—decía. Cojo la calculadora”.

Estos hechos me hicieron ver que el uso cotidiano de la calculadora aporta importantes ventajas (rapidez en la ejecución de los cálculos, ayuda a quienes están poco dotados, seguridad, etc.), pero, junto a ellas, existe un grave peligro: la no ejercitación de técnicas de cálculo escrito y/o no escrito comporta anquilosamiento en el desarrollo de competencias calculatorias y paralización en el aprendizaje del cálculo. En efecto, el desarrollo de destrezas calculatorias se alcanza con la práctica, con la ejercitación motivada. Si esa práctica no existe porque es suplantada por el uso habitual de la máquina, lo que se consigue es retroceder en habilidades de cálculo ya sean escritas, ya a nivel solamente mental.

Pasado el ecuador del curso decidí restringir el uso de la calculadora y asignarle un papel secundario y puntual: sólo cuando los cálculos a hacer fueran demasiado dificultosos.

Con la experiencia de este primer año puse en cuestión la urgencia del uso de la calculadora. Pero, también, me convencí de que no por ello habría de ser desterrada del aula. ¿Es un útil tan necesario y beneficioso para el aprendizaje matemático en este Ciclo como argumentan algunos defensores? Creo que no se trata de responder si o no absolutamente, sino que más bien de lo que se trata es de encontrar una forma adecuada en su utilización.

Segundo año: 2002 - 2003

A la luz de la experiencia anterior, el segundo año comencé por plantearme cuál es realmente el objetivo en la parcela del área de la matemática ceñida a la enseñanza del cálculo.

El hecho conocido de que un buen porcentaje de alumnos terminen el Ciclo con unas competencias calculatorias muy bajas y, por otra parte, los bajos resultados obtenidos en ese campo con el alumnado de 1º, me llevó durante el curso siguiente a poner especial atención en el trabajo sobre cálculo.

Mas tomar decisiones no es fácil. En qué medida es conveniente que los aprendices hayan de dedicar grandes esfuerzos al cálculo de papel y lápiz. Hoy, cuando el cálculo de papel y lápiz está desapareciendo con gran rapidez de la vida cotidiana, cuando hay campos operacionales que no tienen ya ninguna existencia social (es el caso de las operaciones con fracciones o la raíz cuadrada) o cuando otros están en alza, como es el caso de los porcentajes, cabe preguntarse si la escuela ha de hacerse eco de ello o continuar enquistada en sus tradicionales “cuentas”.

En efecto, la evolución social y el desarrollo tecnológico nos vienen a indicar que la enseñanza de la matemática en general, y del cálculo en particular, puede y debe caminar por otros derroteros. Por caminos que favorezcan el aprendizaje de una matemática válida para nuestra época. Pero introducir la calculadora como herramienta habitual puede inducir inseguridades acerca del rendimiento, acerca del desarrollo del cálculo, como pude conocer bien el curso pasado.

La controversia es importante. J. Martínez Montero (2000) ha sintetizado brillantemente los argumentos a favor y en contra del uso de la calculadora y de la enseñanza de los algoritmos. El tema es muy complejo. Estoy de acuerdo con él cuando afirma:

“El núcleo de la cuestión estriba en que es difícil avanzar en la comprensión de los números y de otros campos matemáticos sin el empleo de los algoritmos, y que es difícil avanzar en la comprensión y el uso de los algoritmos sin el conocimiento del universo de los números. Existe una profunda interacción en la que cada nivel de comprensión abre en el otro campo un vasto dominio de posibilidades” (p. 45)²⁵

Así pues, para el segundo año me propuse una hipótesis a verificar: el uso habitual de la calculadora puede ayudar al aprendizaje por comprensión de conceptos y operaciones si se hace de modo adecuado. ¿Cuál es ese modo? ¿cómo actuar con la máquina para que tal hipótesis se cumpla?. O expresado de otro modo, cómo puede integrarse el uso de la calculadora en el aula de modo que ésta se convierta en un factor de desarrollo del aprendizaje matemático, y no en un freno del mismo.

La opción a experimentar consiste en alternar la práctica del cálculo mental con la del cálculo escrito (“de papel y lápiz”) y la del cálculo digital en ese orden de prioridad. Esa prioridad viene establecida por el hecho constatable de que las competencias que son siempre imprescindibles en todos los ámbitos de la vida humana son las que conlleva el cálculo mental (estimación, redondeo, etc.), y para resolver con exactitud nos acercamos al escrito o al digital.

¿Por qué la práctica del escrito se prioriza frente a la práctica del digital? Porque, creemos, conlleva ejercitación en el cálculo mental. Y es con la práctica continua como se puede avanzar en la adquisición de competencias.

²⁵ MARTÍNEZ MONTERO, J.(2000) : *Una didáctica del cálculo para el siglo XXI*. Barcelona. Cisspraxis. Página 45

¿Cuál es o debería ser realmente el objetivo adecuado? Estoy convencido de que habría de ser el desarrollo de las habilidades de cálculo y la competencia numérica. ¿Cómo afrontar el trabajo sobre ello? Sin duda, lo mejor sería conducir la enseñanza de modo que los alumnos compaginaran el desarrollo de las destrezas en cálculo no escrito/escrito con el uso de la máquina cuando fuere necesario.

Así, adopté como objetivo central el que los alumnos de 1º terminaran el curso habiendo adquirido, al menos, las destrezas calculatorias básicas con naturales y decimales relativas a las cuatro operaciones aritméticas fundamentales. Y esas competencias habrían de ser ejecutadas con máquina y sin ella. Esto es, todos han de ser capaces de resolver situaciones sencillas del tipo de dividir 30 entre 8, multiplicar o dividir cualquier número por la unidad seguida de ceros sin depender de la máquina, restar sin errores, conocer la operatoria con decimales.

¿Qué aspectos trabajar explícitamente? Tres:

- (a) Funcionamiento del sistema (valor de posición, ordenación de números decimales, crecimiento en potencias de 10, etc.).
- (b) Destrezas de cálculo mental y de cálculo.
- (c) La escritura aritmética horizontal (jerarquía de las operaciones, uso de paréntesis, sintaxis, etc.).

En cuanto a las destrezas de cálculo, trabajar tres aspectos en cada operación:

- El algoritmo que traen aprendido de Primaria
- Técnicas de cálculo mental
- Manejo de la calculadora

Y para los del curso 2º (los de 1º del curso anterior) el objetivo era mantener el mismo programa añadiendo la misma exigencia en el cálculo relativo a fracciones y enteros. Esto es, sumar al objetivo de los de 1º los contenidos propios de 2º.

Bien, ¿cómo articular en el día a día tales exigencias?. Dedicando tiempos específicos para cada uno de los tipos de cálculo en el desarrollo de cada núcleo. Así al abordar la jerarquía de las operaciones, la divisibilidad, potencias, etc. la prioridad era siempre para el cálculo mental y sus estrategias. Tras él llegábamos al lápiz y papel cuando mentalmente no nos es posible alcanzar el resultado. Finalmente, acudíamos a la calculadora cuando el objetivo era resolver cálculos de gran tamaño o bien la detección de regularidades, propiedades, etc.

El control de lo planificado se lleva mediante una tabla como la que se muestra en la ilustración. En ella se iba consignando cuándo uno/a dominaba alguno de los contenidos escritos en la cabecera. una tabla la tabla siguiente ya fuera una de las cuatro operaciones o bien el cálculo por la unidad seguida de ceros. Quien dominaba todas era tachado de la lista.²⁶

El cálculo es muy importante. El propio alumnado es consciente de su importancia y de su utilidad. Por ello llegué con cada grupo a un “acuerdo”²⁷

²⁶ Tengo que reconocer que, a pesar de mis esfuerzos, tuve seis casos (mas uno diagnosticado de educación especial) que terminaron el curso segundo y no fui capaz de que lograran adquirir las destrezas mínimas planificadas.

²⁷ En este caso hablar de “acuerdo” viene ser un eufemismo con el que denominar una imposición mía, del maestro, pues para bastantes alumnos la ejecución de los cálculos les resulta difícil y tienden a lo fácil: usar inmediatamente la calculadora.

consistente en que todos los integrantes del aula (alumnado de 1º y de 2º) tenían que dominar la ejecución de las cuatro operaciones elementales con naturales y decimales, algunas competencias de cálculo mental y dominar la calculadora para resolver cálculos de los temas estudiados: enteros, potencias, raíces, fracciones, ...

PROGRESOS EN EL CÁLCULO

	Oper. con NATURALES				Competen. numérica				DECIMALES				MÁQUINA			
	+	-	x	:					+	-	x	:				
Estefanía CAPARRÓS																
Julio LÓPEZ C.																
Curro LÓPEZ DE M																
Melodía LÓPEZ R.																
Mª Pili LUQUE																
Javier MÁRQUEZ																
Tomás MÁRQUEZ																
Ángel MARTÍN																
Nahuel MARTÍNEZ																
Antonio MEDINA																
Reyes MOREIRA																
José MORENO																
Carlos MOYA																
Tamara MUÑOZ																
Ignacio NEISS																
Lucas NETZELL																
Sheila PEREA																
Adam PORTILLO																
M. Borja RAYA																
Juan RODRÍGUEZ																
Estrella RODRÍGUEZ																
Carlos ROMERO																
Mrian RUIZ																
Ant. Marina SÁNCHEZ																
Nerea SANTAELLA																
Miguel SEGADO																
Mª Sol SUIFFET																
Ana TELLEZ																
Natalia VERTEDOR																

Poco a poco, en todos los grupos de este segundo año (dos de 2º y uno de 1º) se fue convergiendo en unas normas de uso de la máquina para el cálculo. Son las siguientes:

- 1.- Cada alumno/a tiene calculadora científica y ha de aprender a manejarla. El profesor tiene varias que presta a quien se ha dejado olvidada la suya.
- 2.- Pero cada uno de los núcleos temáticos que abordamos en los Planes de Trabajo lo tratamos sin máquina. Así pues, el cálculo que se exige es el mental y/o escrito.
- 3.- ¿Cuándo hacer uso de la calculadora?. En tres tipos de situaciones:

(a)- De forma puntual a lo largo del desarrollo del tema que se esté trabajando, con objeto de conocer algún aspecto concreto. En ese caso, se usa cuando lo indica el profesor y bajo sus indicaciones precisas.

(b)- O bien al final del mismo –caso de las operaciones con fracciones, de las operaciones con enteros o de la radicación- a fin de:

.Aprender a hacerlas con la máquina.

.Dar la posibilidad a los menos dotados de que puedan resolver los problemas y ejercicios acudiendo a la calculadora.

(c)- En determinadas sesiones de trabajo en las que el uso de la misma es fundamental, o es objeto de conocimiento. Por ejemplo, con los alumnos de 2º en potenciación o radicación elevadas, en investigaciones sobre los decimales o en trabajos de estadística.²⁸

(4)- De ese modo cada aprendiz se enfrenta al trabajo en matemáticas con sus propios medios (cálculo mental, algoritmos escritos) y depende de sí mismo.

(5) En el cuaderno de trabajo se deja un margen (casi todos prefieren el derecho) para la ejecución de los algoritmos necesarios en la resolución de ejercicios y problemas. Así pues, la exigencia fundamental del maestro al resolver un problema es que se vea de modo claro y expresado en lenguaje aritmético (escritura horizontal) la operación u operaciones realizadas. Y, junto a ello, las “cuentas” necesarias (Véase una ilustración en el ANEXO de ilustraciones)

La máquina, pues, está presente en el aula. En multitud de ocasiones se acude a ella. Sin embargo, cuando se está trabajando matemáticas en alguno de los tipos de sesiones apuntados, se hace sin máquina.

Valoración

Al finalizar este segundo curso la valoración es positiva. La opción a seguir no es otra que la prevista al inicio de curso y que, aunque no tan matizada, GÓMEZ ALFONSO, B.(1999) expresa con estas palabras:

“Una enseñanza integradora del cálculo, que no separe el mental del escrito y la calculadora en una perspectiva de cálculo variado. Esta perspectiva parece ser una tendencia actual en los currícula de diferentes países. En este sentido, se postula enseñar las estrategias de cálculo mental de modo integrado con las del cálculo escrito. (...)”²⁹

Pero creo que queda bastante por hacer. Hay un porcentaje de alumnos que no llegan a dominar los cálculos básicos. Esto es, bastantes niños no completaban la tabla de seguimiento antes expuesta. Para ese alumnado incapaz de dominar el cálculo elemental ya sea mental, ya sea escrito viene muy bien la calculadora. Para ellos/as hacer uso de la máquina es un alivio y les permite poder resolver ejercicios y problemas que de otro modo les resulta excesivamente difícil o definitivamente imposible.

²⁸ La mayoría de los materiales utilizados en estas sesiones han sido composiciones fotocopiadas de ciertos libros de texto que le dedican algún espacio a actividades con calculadora. De gran utilidad me ha sido *Taller de matemáticas con calculadoras*, de A. Martín, R. Hernández y L. Rey, publicado por Ediciones Trea, Gijón, 1998

²⁹ GOMEZ ALFONSO, B.(1999): “El futuro del cálculo”. En UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas, nº 22, 1999, pag. 25

En ese sentido la máquina es una herramienta idónea para las aulas de composición muy heterogénea, como es el caso de las nuestras.

Un último punto a destacar. El dar importancia al aprendizaje del cálculo, al menos el elemental, se traduce en tiempo que se le dedica en el día a día del aula. Pero en los programas propios de la ESO ese cálculo se da ya por dominado . De modo que el grueso del trabajo versa –debería versar- sobre nuevos temas o ampliaciones de los mismos: divisibilidad, operatoria con enteros, etc. Si parte del tiempo y de los esfuerzos se los lleva el cálculo elemental, se resiente el desarrollo de los programas propios del Primer Ciclo.

2.- EL PLAN DE TRABAJO

El segundo de los núcleos de investigación adicional se centraba, como se decía en la formulación primera del proyecto, en ensayar y valorar, “la virtualidad del Plan de Trabajo como útil de planificación en orden a adecuar la enseñanza a la diversidad dentro del aula. Las diferencias que surjan entre los dos grupos en lo que al aprovechamiento de esa herramienta se refiere serán objeto de seguimiento y registro.”

Ante todo hay que resaltar el hecho de que tanto la filosofía subyacente como su práctica concreta y continuada sufren una seria contradicción. Esa contradicción radica en exigir voluntariedad dentro de la obligatoriedad. Expresado de otra forma, ¿cómo puede ser asumido un trabajo con voluntariedad, motivación personal, etc. dentro de un contexto de asistencia obligada y de trabajo al que sus protagonistas se sienten ineludiblemente forzados por la generación adulta?

El Plan de Trabajo, en su orientación original (Freinet y los movimientos de Escuela Moderna)³⁰ viene a organizar la actividad basándose en propuestas de los alumnos, con la finalidad de ensamblar el trabajo en el aula con los intereses de sus hacedores, con sus motivaciones profundas, con sus deseos de saber,... Con esta herramienta se persigue implicar a cada sujeto en la planificación de la actividad que ejecutará sobre algún contenido que está interesado en adquirir y dominar, que él mismo propone y, consecuentemente, se compromete a alcanzar. Pero hay que tener en cuenta que el Plan de Trabajo nace como útil didáctico en una época en la que aun no se conocía la extensión de la obligatoriedad escolar. Es más, nace en una época en la que la escuela era vista como espacio de desarrollo humano y cultural, como centro en el que se impartían unos saberes imprescindibles para el medro personal y social. Y los saberes escolares eran, igualmente, altamente valorados.

La escuela de nuestros días no tiene la valoración social de épocas anteriores; se le asignan otras funciones (la primera: la de recogida y guarda de niños y niñas en un entorno protegido durante varias horas al día) ; los saberes impartidos obtienen una valoración diversa, etc. Y, por encima de todo eso, es obligatoria. Los alumnos no pueden no asistir ni son libres de elegir los contenidos a aprender ni al profesorado que se los ha de impartir.

Esas son, entre otras, las razones que desnaturalizan la original, pero aparente naturalidad del Plan de Trabajo. Cuando, para comenzar la elaboración conjunta del Plan de T., el profesor pregunta qué elegimos, a qué nos vamos a dedicar, alguien propone algo, qué tema preferís, etc. está haciendo explícita una situación contradictoria, está haciendo visible una de las muchas contradicciones que sufren las pedagogías que pretenden desarrollar su actividad basándose en los verdaderos intereses de los alumnos. Pues hay que decir que, en general, el alumnado del Primer Ciclo de

³⁰ La denominación “Escuela Moderna” fue adoptado por todos los movimientos de origen freinetiano simultaneando el rótulo Escuela Moderna con el de Escuela Popular. Los movimientos se federaron formando la FIMEN (Federación Internacional de Movimientos de Escuela Moderna) constituida en Nantes (Francia) en 1957. Una de sus señas de identidad la expresaba Freinet en ese congreso con estas palabras: “nosotros somos esencialmente combatientes de pensamiento libre, de la democracia y de la paz, y deseamos unir, por encima de las fronteras, a todos los buenos obreros de esta generosa causa”. Ver MOVIMIENTO COOPERATIVO DE ESCUELA POPULAR (1979): La Escuela Moderna en España. Granada. Zero – ZYX.

Esta cita pretende ilustrar el término y aclarar que, aunque tengan muchos puntos en común, no se refiere a la barcelonesa Escuela Moderna de Ferrer i Guardia

ESO, esto es, de 12-14 años, tiene unas motivaciones, unos intereses, unas ilusiones bastante alejadas de las que las exigencias escolares le fuerzan a asumir. Y si, de modo esporádico puede verse motivado, seducido por alguna propuesta atractiva que el profesor le ofrece, tal motivación es efímera por cuanto para satisfacerla ha de esforzarse a lo largo de varios días y, al final, dar cuenta de dicho esfuerzo exponiendo determinados aprendizajes en la prueba evaluadora o examen (que es obligatorio).

Por consiguiente, hacer que el Plan de Trabajo sea una herramienta con los atributos que otrora la convirtieron en sugerente para didactas y docentes resulta bastante artificioso. Sin embargo, el alumnado, en general, tiene asumida la obligatoriedad de todo el trabajo escolar. Así que, con gran resignación -y apariencia de voluntariedad- suele comprometerse con el cumplimiento de actividades y objetivos que sólo son atractivos para una pequeña parte del grupo de clase.

Expresado ese aspecto importante entremos en otro de orden metodológico que dificulta la asimilación de la autorregulación y el compromiso que conlleva la práctica del P. de T.. La tradición, costumbre o inercia que tienen asumida los alumnos al entrar en Secundaria es la de obedecer a las indicaciones puntuales, a las exigencias que impone el profesor/a determinado en el entorno de la metodología de las lecciones que, como sabemos, es la más extendida.

“Hoy hemos llegado hasta aquí. Para mañana me traéis de casa los ejercicios 17, 18 y 20. Si alguien no los entiende yo se los vuelvo a explicar”. Suelen ser palabras habituales del maestro. Al día siguiente casi todos los niños llegan con los ejercicios realizados. El profesor avanza un poco más en el desarrollo de la lección (explicación – ejercicios) y manda alguna tarea más. La mayoría del alumnado ha crecido sometido a una dinámica a lo largo de varios cursos: la del trabajo dependiente. Se ha habituado a hacer lo que le ordenan, a estudiar para otro. Se ha acostumbrado a no prever, a trabajar sin planificación: simplemente a trabajar los ejercicios o páginas que le mandan. Y si no le mandan entiende que no los tiene que ejecutar.

Cuando llega a Secundaria y entra en la dinámica de *Aprender a ser* se queda algo perdido. No entiende el porqué y el para qué del P. de T. Una cosa sí percibe: que elige (participa en la elección) el asunto sobre el que va a trabajar. Por lo demás, aunque nos marquemos objetivos, establezcamos las páginas, el tiempo, etc. sigue con su trayectoria anterior, sus comportamientos adquiridos: hacer lo que le manden cada día. Y si ve que no hay control o exigencia por parte del maestro, olvida hacer cualquier tarea.

Es una labor lenta la de introducción de la dinámica de trabajo que conlleva esta herramienta. Proyectar, prever el tiempo, autoorganizarse para tener realizado lo planificado para la fecha convenida, son aprendizajes lentos, impedidos por los hábitos anteriormente adquiridos. Son aprendizajes que requieren madurez, responsabilización personal con la formación propia. Son aprendizajes difíciles que precisan de motivación para conseguirlos; motivación, y seguimiento y apoyo por parte de las familias.

Pero a medida que el alumnado va siendo atraído por la dinámica de *Aprender a ser* ... (la alternancia de sesiones, la libertad de expresión, el talante del maestro, ...) el P. de T. se va convirtiendo en fundamental para el desarrollo del trabajo no ya por los aspectos de planificación etc. que conlleva sino porque forma parte de un conjunto de factores: con el P. de T. va la posibilidad de elegir, la exigencia de trabajo más acorde con cada persona, la posibilidad de acabar antes las tareas, la autoevaluación, la posibilidad de decidir sobre el contenido de la prueba evaluadora, la variedad en las actividades de las sesiones de trabajo, ...

En las evaluaciones que he venido haciendo a final de curso acerca de la trayectoria seguida (que más adelante comentaré) una de las preguntas a la clase es “¿Qué opinas del sistema de trabajo organizado con el Plan de Trabajo?”. La valoración es muy positiva por parte de casi toda la clase. “Que así sabes lo que tienes que hacer”, “Está bien para poder organizarte mejor”, etc. son expresiones de los propios afectados.

La forma actual

Pero el Plan de Trabajo ha venido variando hasta encontrar la formulación actual, que parece que es la más útil para cada alumno/a. En el primer año de ensayos solamente tenía cuatro apartados:

- .TEMA o núcleo a estudiar
- .OBJETIVO/S a alcanzar
- .MATERIALES, con anotación de las páginas, el nº de fichas a realizar, etc.
- . TIEMPO, indicando el comienzo y el final

Esos son los apartados que contenía la descripción en el proyecto original. Pero debido a cierto grado de desorientación que sufrían bastantes alumnos/as (o, quizá, debido también a la peculiaridad del libro de texto que utilizamos) introduje y ensayé un apartado que incluyera expresamente qué contenidos y en qué orden. Es el apartado QUÉ ESTUDIAR. Su inclusión parece ser que es de utilidad al actuar de guía en el estudio, en la tarea a realizar. (El ejemplo de Plan expuesto en páginas anteriores – capítulo 3, apartado 5- es de este segundo tipo)

Para concluir. El Plan de Trabajo en su formulación actual se ha convertido en una buena herramienta de planificación para el trabajo personal de cada alumno/a por dos razones:

- Una porque les ayuda a organizarse, les facilita el trabajo
- Otra, porque forma parte de un todo global que es el enfoque de *Aprender a ser a través de la educación matemática*: alternancia de sesiones, autoevaluación, etc.

El P. de T. para el profesor

Por último, decir que para el maestro es también es una buena herramienta pues el P. de T. concentra el programa de actuación con cada grupo de clase. El mejor modo de explotar su utilidad es el que se comenta a continuación.

Una vez establecido y elaborado en clase el P. de T, el maestro toma nota del mismo y prepara en su cuaderno una pequeña planificación de las sesiones a realizar detallando los contenidos de cada una. Y una vez comenzado el desarrollo del P. de T. va realizando un seguimiento diario del mismo, va anotando lo que va haciendo en cada aula e indicando lo que hará para la sesión siguiente. De ese modo el seguimiento sirve no sólo para saber lo que ha hecho y lo que prevé hacer al día siguiente, sino también para reflexionar sobre lo realizado y valorar si la secuencia prevista es o no adecuada, imprimiendo los cambios que considera oportunos.

Desde luego, los profesores nos desorientaríamos totalmente si no dispusiéramos de nuestro cuaderno personal en el que llevar el seguimiento de lo que hacemos.

(Ver en el ANEXO de ilustraciones)

3.-LA EVALUACIÓN FLEXIBLE Y COMPARTIDA

“Dime como evalúas y te diré cómo enseñas”, dice el refrán. Y no le falta razón. La forma en que se aborde la evaluación es determinante en todo el proceso, pues viene a ser la clave que cierra el arco de la enseñanza.³¹ Por su importancia se eligió como punto de especial atención y, por tanto, de investigación.

¿Qué dificultades tiene su aplicación? ¿Cómo ha ido evolucionando su puesta en práctica? ¿Qué insuficiencias se le observan? ¿Qué efectos tiene para la clase actuar en base al principio de equidad “Pedir de cada uno según sus posibilidades”? Comentemos cada uno de esos aspectos.

La evaluación flexible y compartida es una actividad compleja y, además, una modalidad de evaluación que tarda tiempo en ser asimilada por los afectados. Es compleja porque no se reduce al esquema simple y común del examen seguido de la calificación. No. Y tarda tiempo en ser asimilada por los alumnos porque descansa en otra filosofía, en otra forma de entender el trabajo escolar y las relaciones de poder en el aula.

Pues bien, a pesar de que posee diferencias muy ostensibles con la evaluación tradicional -por ejemplo: no hay examen (aunque la *prueba evaluadora* es similar), la clase propone las preguntas, cada cual se autocalifica, etc.) los niños suelen asociar, al principio, esta forma de evaluar a que practican en otras asignaturas o han venido practicando con anterioridad.

El que en los primeros meses asocien esta evaluación a la de otras asignaturas tiene como resultado el que adopten las mismas conductas y consideraciones: algunos tratan de copiarse en la realización de la prueba, otros engañan en la corrección tratando de disimular la corrección; hay quienes se adjudican más nota que la que le corresponde y después, cuando yo le otorgo la mía, argumentan que le he quitado puntos; etc. Bien, esos hechos son indicadores de que no han asimilado la orientación, sentido y funcionalidad de la evaluación flexible y compartida. Lógicamente, si cuando hacemos la prueba, un porcentaje importante de alumnos mantiene ese tipo de comportamientos, eso quiere decir que aun no se ha asimilado el fondo de la cuestión.

La estrategia que se ha revelado más eficaz para que la clase vaya interiorizando el sentido de la evaluación flexible y compartida consiste en aplicar una actuación continuada en la que se combinan tres ingredientes. Por orden de importancia:

*.*El discurso.* La triple intervención del maestro cada vez que se evalúa formalmente (una vez al elaborar las preguntas de la prueba, otra durante los momentos previos a su realización y, otra, al día siguiente cuando se rellena individualmente la tabla de autoevaluación y seguimiento) en el sentido de que se percaten de la importancia de conocerse a sí mismos, de ver la prueba como realmente una prueba para saber en qué fallas, en qué avanzas más, etc. y en base a ello corregir, etc. etc. Es un discurso necesario: el discurso de esforzarse para rendir de acuerdo con las posibilidades de cada cual. Las palabras son muy necesarias para dar forma y significado a aquello que hacemos o pretendemos hacer.

*. *El ritual.* La concatenación de actos, los requisitos y las formas han de conformar un ritual totalmente diferenciado de la evaluación tradicional de los

³¹ La idea de que la evaluación es la clave del arco está desarrollada en ALCALÁ, M.(2002): “Evaluación: la clave del arco en la educación matemática”, en *Evaluación del rendimiento, evaluación del aprendizaje*, Madrid, Akal-Universidad Internacional de Andalucía

exámenes a fin de evitar similitudes y asociaciones innecesarias. Por ello no es conveniente que se coloquen en columnas tipo exámenes de Selectividad u oposiciones, sino que se quedan en sus lugares habituales separando un palmo sus mesas para concentrarse mejor; el maestro no ejerce una vigilancia policial, se puede consultar cualquier duda y el maestro aprovecha la ocasión para enseñar tal o cual aspecto, etc. La única condición es la de la incomunicación personal entre iguales.

*. *El talante del maestro.* El maestro es el actor principal para crear un contexto que haga diferente y diferenciada a la evaluación flexible. ¿Cómo? Manteniendo un talante dialogante, comprensivo y permeable a sugerencias y opiniones. Igualmente elaborando pruebas que se acomoden a las posibilidades de cada uno, adaptando la cuantificación a las posibilidades personales, siendo el maestro más exigente con quienes pueden dar más. Y, por supuesto, haciendo repetidamente explícitas esas prácticas.

Poco a poco va calando la idea de que esta evaluación no es como otras porque, igualmente, la forma de trabajar las matemáticas es diferente. Pasados unos meses van asimilando el trasfondo de la misma. Y, aunque parezca insólito, respetando el rito. Es una satisfacción personal para quien escribe estas líneas que durante la realización de la prueba escrita no necesite estar vigilante o incluso pueda entrar y salir del aula disfrutando de la certeza de que todos están concentrados en lo suyo.

He de decir en defensa de este tipo de evaluación que aunque es más compleja no recarga de trabajo adicional al maestro. Quizá exige algo más que la relativa a los exámenes trimestrales al realizarse como más frecuencia porque está concebida como continua, pero nada más.

Después de estos dos cursos he de concluir que la orientación y la práctica de la *evaluación flexible y compartida* es un gran hallazgo. Y lo es porque se compone de muchos momentos cotidianos, de un rito sencillo y no policial, y de unos materiales simples (pruebas, tabla, panel de equipos). Es más, esta forma de evaluación acerca a alumno y maestro, el afectado/a deja de percibirlo con temor y se hace más permeable a sus sugerencias. En esta evaluación no hay dependencia absoluta de una persona respecto del criterio, muchas veces arbitrario, de otra, como sucede en la evaluación basada en la “objetividad” de los exámenes, sino complicidad.

Ciertamente, si en las demás áreas se siguiera el mismo enfoque de evaluación su asimilación sería más fácil y rápida, pero esa temática desborda las pretensiones de esta MEMORIA.

VI.- VALORACIÓN

En este capítulo se incluye, primero, la valoración que hace del proceso el propio alumnado. Después la valoración que hace el profesorado del centro receptor acerca del alumnado protagonista del proyecto.

Finalmente, unos comentarios personales.

1.-LA OPINIÓN DE LOS Y LAS PROTAGONISTAS

Podríamos titular de “didáctica de creación colectiva” el desarrollo de *Aprender a ser a través de la educación matemática*, pues lo que se hace en el aula está sometido siempre a la crítica de los alumnos y es susceptible de cambio permanentemente. Por una simple razón: porque tener en cuenta la opinión de los/las protagonistas es la mejor forma de construir y practicar una metodología acorde con la idiosincrasia de quienes la viven.

Así pues, al final de cada Plan de T. se comenta cómo ha ido y, si emergen sugerencias, se incluyen y practican. Haya modificaciones o no, una buena forma de mejorar la práctica es reflexionando colectivamente sobre ella.

Además de lo dicho, al final de curso se ha venido dedicando una sesión exclusivamente a la evaluación de aspectos importantes de la experiencia vivida. A cada estudiante se le entrega una hoja con preguntas que atañen a tres campos: evaluación de si mismo, evaluación de las clases de matemáticas y evaluación del maestro. En silencio y de modo incomunicado se pide que todos cumplimenten la hoja con sinceridad. La realización es anónima. Una vez han terminado de cumplimentar, se recogen todas y se va haciendo un cómputo estadístico público de las opiniones expresadas: uno va leyendo las respuestas dadas en cada punto y el maestro va anotándolas en el encerado. Una vez computadas las respuestas a un apartado se establece un pequeño debate. Luego se entra en el cómputo del siguiente.

Se adjunta como ilustración un ejemplar de la ficha de evaluación del segundo año, algo más completa que la del primero. (En el archivo de los materiales del proyecto quedan guardadas todas las hojas de evaluación).

Esta sesión es muy interesante porque salen a flote opiniones, se debate sobre ellas, surgen propuestas para el curso próximo, etc. Y, sobre todo, es interesante porque se reflexiona y debate sobre lo que nos afecta directamente y con posibilidad de mejorarlo.

La valoración que los afectados hacen de las clases de matemáticas es muy positiva, aunque manifestada con expresiones muy diferentes. En una proporción muy alta manifiestan que desearían seguir con el mismo sistema de trabajo. La valoración del maestro –he de decirlo aunque parezca presuntuoso- es, igualmente, muy alta.

Aunque con ciertas variaciones de un grupo a otro, la conclusión de la sesión de evaluación del sistema es alentadora, lo que no significa gloriosa. Siempre hay carencias, insuficiencias o errores para muchos alumnos. Por ejemplo, muchos solicitan que se “explique más” o que “explique mejor”, que practiquen “más juegos”, “cambiar

de libro de texto”,.... Y siempre, al finalizar el curso, queda ese regusto agri dulce de no haber conseguido todo aquello que un pensaba que podría conseguir.

EVALUACIÓN DEL CURSO 2002-2003

2º curso

Vamos a evaluar el curso, cómo ha ido. Y vamos a evaluar también el sistema de trabajo y el maestro. Primero contestamos a cada una de las preguntas de esta encuesta y , después, vemos las respuestas en la pizarra y debatimos un poco.

(Responde por detrás, excepto en los apartados de la tabla)

1.- AUTOEVALUACIÓN

- 1.- Estás satisfecho/a con tu trayectoria seguida a lo largo de estos dos cursos.
- 2.- Teniendo en cuenta estas tres cosas -tu comportamiento en clase, tu actitud ante el trabajo y tu aprendizaje- qué nota final te pondrías.
- 3.- Si empezaras ahora de nuevo qué cosas **no** harías y qué cosas **sí** harías
- 4.- Haz un pequeño comentario en cada apartado de esta parte de la *tabla de seguimiento y autoevaluación*.

ma te má ti co	Desarrollo del cálculo	
	Capacidad de de leer el leng. matemát.	
	Capacidad de utilizar el leng. matem.	
	Resolución de Problemas	

2.-EVALUACIÓN DE LAS CLASES DE MATEMÁTICAS

Piensa en cómo han sido las clases de matemáticas a lo largo del curso. Seguramente, al pensar en cómo se dan y qué se hace en ellas encontrarás cosas positivas, otras negativas, etc. . Intenta responder a estas preguntas por detrás.

- A) Qué ha faltado en las clases de matemáticas
- B) Qué ha sobrado
- C) Qué opinas del sistema de trabajo organizado con el *Plan de Trabajo*
- D) Teniendo en cuenta el sistema de trabajo seguido a lo largo del curso, qué nota pondrías a las clases de matemáticas.
- E) Te gustaría seguir el curso que viene con el mismo sistema de trabajo

3.- EVALUACIÓN DEL MAESTRO

- a.- Qué cosas positivas le ves al maestro
- b.- Qué cosas negativas
- c.- Qué nota le pondrías

2.- EL PROFESORADO

¿Ejerce la realización del proyecto alguna influencia duradera en los y las personas que lo han vivido? ¿En qué se nota la influencia del proyecto? ¿Cómo valorar los aprendizajes adquiridos con la experiencia de dos cursos con *Aprender a ser...*? Poder dar respuesta a estos interrogantes es de gran importancia para quien escribe esta MEMORIA, pues si los datos encontrados fueren negativos el fracaso sería además de evidente, desolador.

Pero la realidad es motivadora. Nuestro centro tiene la estructura de un centro de la antigua EGB. Es decir, convivimos Primaria y los antiguos 7º y 8º transformados en Primer Ciclo de la ESO. Por ello nuestros alumnos han de marchar a otro centro una vez terminado el 2º de ESO. Y cuando acceden al IES que le corresponde, el Ben al Jatib, son distribuidos en grupos diferentes de 3º por razones de organización del centro receptor.

Pues bien, ahí en ese nuevo centro se les sigue la pista por medio de los tutores/as respectivos y el orientador.

El mes de mayo pasado, accediendo a una petición mía, el orientador del IES me hizo llegar un pequeño informe realizado por los profesores/as tutores del alumnado de mi tutoría. El informe se había hecho teniendo en cuenta aprendizajes no matemáticos. Se valoraba la integración en el grupo, la realización de las tareas, el respeto a las normas y la solidaridad.

He de decir, que los informes son concluyentes y que la satisfacción personal por los datos contenidos en dichos informes es enorme. Aunque con alguna pequeña excepción, quienes componían la tutoría están a la altura de lo esperado. Pocas cosas hay tan gratificantes para cualquier maestro como recibir informes de este tipo.

En el ANEXO de ilustraciones se adjuntan dichos informes

3.- ALGUNAS ÚLTIMAS CONSIDERACIONES

Evidentemente, el sistema de trabajo de *Aprender a ser a través de la educación matemática*, si bien no es demasiado rupturista con lo habitual en el ámbito escolar, sí que aporta diferencias. Tales diferencias están en la concepción de la matemática a trabajar (la matemática como lenguaje), en la organización de la actividad al desarrollarse bajo la idea de la enseñanza indirecta (alternancia de actividades y agrupamientos, estilo docente), en el grado de participación del alumnado en la toma de decisiones (ideal democrático) y en el enfoque educativo de la vida del aula (comunidad de aprendizaje).

Y además de presentar diferencias con respecto a la enseñanza habitual, su práctica requiere determinadas exigencias específicas, fundamentalmente tres:

.1- Que, progresivamente, los estudiantes se vayan habituando a la nueva forma de hacer: *Plan de trabajo* y actividad personal autónoma en base el mismo, trabajo en grupo, estar en el aula sin necesidad de que el profesor tenga que reprender permanentemente, iniciativa personal. Han de desprenderse de algunas rutinas y comportamientos que crea la metodología bajo la que, por regla general, han venido trabajando en Primaria -la metodología de las lecciones- tales como pasividad, la creencia de que “estar trabajando es estar sentado solo y copiando del libro”, la dependencia pasiva de las órdenes del maestro. Y la concepción mecánica de las matemáticas que provoca el insistente esquema *explicación-ejercicios* sobre el que se ha basado la enseñanza que han recibido durante años: la idea de que hacer matemáticas es “hacer ejercicios y cuentas”.

.2- Que el profesor esté centrado en la preparación, desarrollo y seguimiento del mismo. Preparación de las clases, evaluación y autoevaluación constante de su trabajo, pues el propio maestro ha de preparar y seguir lo trazado en el Plan de Trabajo.

.3- Actitud intencionalmente educativa, procurando un clima relacional amable a la vez que una exigencia del cumplimiento del deber con cercanía y diálogo.

Obviamente, a esas tres hay que unir la necesaria colaboración o, al menos no bloqueo, del equipo docente. Y, por supuesto, el apoyo imprescindible de las familias. En nuestro caso ambos factores han sido favorables.

¿*Aprender a ser a través de la educación matemática* es, como se pretendía, una opción plausible?. Rotundamente sí. Sí aunque, tras la experimentación vivida, queda esa sensación que te indica la pequeñez de todo lo humano, la diferencia entre las grandes ideas y los resultados de la cotidianidad. Ciertamente, cuando se llega al final del camino se tiene la percepción de que aun queda mucho por recorrer, de que, en realidad, no hemos hecho nada más que empezar un itinerario diferente.

Los dos grupos sobre los que se ha actuado muestran un rendimiento académico no menor que otros, han asimilado el trabajo en grupo, una visión diferente de la matemática y, en general, una actitud positiva hacia ella. Por otra parte, el clima relacional es positivo, sobretodo en el grupo en el que se ha llevado la tutoría. El rito necesario para el debate colectivo ha sido adquirido en general, salvo señaladas excepciones.

Pero junto a las metas medianamente conseguidas perduran insatisfacciones que ponen de manifiesto los límites de cualquier proyecto educativo. En efecto, la escuela

es una institución muy condicionada por multitud de factores, lo que provoca que todo intento de mejora sea una aventura y que, por tanto, la consecución de los objetivos pretendidos sea impredecible.

Las insuficiencias y problemas que aquejan a la institución escolar son conocidos: unos estructurales (consecuencias negativas de la obligatoriedad, exceso de información y tamaño de los programas, rigidez del sistema,...), otros contextuales (entornos familiares sin perspectivas escolares, grupos demasiado numerosos, ...) e incluso otros de índole personal. No es este el lugar de hacer una crítica genérica al sistema sino más bien de destacar que, en el caso de *Aprender a ser a través de la educación matemática*, se les ha tenido en cuenta y se les ha hecho frente, habiendo tenido la suerte de contar con cierta libertad de acción y con bastante colaboración para poner en práctica lo planificado.

La experiencia me ha llevado a ciertos convencimientos, si bien provisionales, sobre puntos del *Proyecto*. Tales son:

. *Peculiaridad del conocimiento matemático.* El conocimiento matemático tiene unos rasgos que hacen que su aprendizaje sea peculiar y muy difícil para ciertos aprendices. Es el hecho de ser marcadamente simbólico y operatorio. Requiere desarrollar, entre otras, la capacidad de actuar (razonar, operar) con símbolos (mediadores simbólicos), capacidad con desarrollo muy desigual entre el alumnado. En consecuencia, si la orientación didáctica en el aula es la de la homogeneidad el fracaso en el aprendizaje de un buen porcentaje está asegurado. Pero si se orienta la enseñanza desde la diversidad se requiere un cambio de programas y contenidos, de estilo docente, de tiempos. ¿Es posible llevar a cabo ese cambio dentro de la estructura actual?.

. *La atención a la diversidad.* En grupos que superen los 20 - 22 alumnos, la aplicación de una enseñanza como la descrita en este *Proyecto* resulta poco exitosa en dos aspectos:

+Uno relativo a la atención personal. Aunque el diseño del método es adecuado y el P.de T. es una buena herramienta de planificación que facilita la atención personalizada en ciertos momentos, cuando el grupo es demasiado numeroso esa atención se hace realmente difícil, cuando no imposible. El problema no radica en atender a quienes tienen más nivel (que descuellan por arriba) o a quienes tienen menos capacidad; el problema está en integrar y atender a aquellos alumnos que están fuera del ritmo medio, que no suelen ser capaces de desenvolverse con textos escritos, que necesitan de tutela permanente, que no se autocontrolan suficientemente y precisan un control externo firme, Son los “desafortunados” del sistema. Son precisamente aquellos para los cuales este proyecto pretendía encontrar alguna forma de atenderlos de modo integrado en el aula y no lo ha conseguido. No tengo más remedio que reconocer y explicitar la imposibilidad de organizar el trabajo y la dinámica del aula para atender a esas personas que, por otra parte, son quienes más atención necesitan.

+Otro referido al nivel de rendimiento. En grupos de composición muy diversa y en torno a 30 componentes, este método de trabajo se muestra incapaz de obtener un rendimiento académico general mayor que otros métodos. Aunque *Aprender a ser ...* no es un proyecto centrado en la eficiencia, en el rendimiento exclusivamente, sí es cierto que persigue un más y mejor aprendizaje matemático de su alumnado. No lo consigue. Sin embargo, la dinámica de grupo que genera es por sí misma valiosa,

educativamente hablando, siendo poderosa su influencia en lo que aprendizaje de valores se refiere.

+ La ineptitud del sistema actual. Una enseñanza respetuosa con el principio de adecuación a la diversidad, como es nuestro caso, tiene escasas posibilidades de éxito dentro de la estructura y funcionamiento actual de los centros. Es importante señalar que dentro de la dinámica actual de horarios rígidos, grupos de alumnos cerrados y profesores sin actitud educativa, desarrollar una enseñanza desde la filosofía de la diversidad es imposible a menos que se permitan ciertos cambios o retoques del sistema.

Pero “al andar se hace camino”. A pesar de las insuficiencias y limitaciones, la experiencia de estos años me indica que la articulación metodológica y los presupuestos básicos de *Aprender a ser a través de la educación matemática* son válidos y generalizables, de que constituyen una posible vía de mejora, un camino que puede ser fructífero.

EPÍLOGO: una ventana abierta a la esperanza

Cuando en el epígrafe anterior me he referido a las insuficiencias y problemas que aquejan a la escuela, he hecho mención a un tipo de ellas: las personales. De entre ellas destaca las referidas al profesorado. El profesor/a sabemos que es la piedra angular sobre la que se asienta cualquier enseñanza atractiva, cualquier innovación que pretenda mejorar lo existente, que intente dar respuestas a las demandas actuales.

Pero el docente –en este caso hablo de mi- tiene sus limitaciones, pues no siempre se ajusta ni es capaz de estar a la altura del maestro que quisiera ser. El talante amable, comunicativo y protector que alumnas y alumnos demandan; la organización acertada del trabajo, la preparación de las actividades a realizar en el aula, la necesariamente adecuada explicación, etc., etc., funciones todas ellas que nos competen, no siempre quedan realizadas de modo exitoso. Nuestro trabajo es, más que técnico, relacional. ¿Cómo hacer para motivar a nuestros alumnos/as? ¿Cómo actuar para crear un ambiente tranquilo, cooperativo y respetuoso en clase? ¿Qué decir, hacer y practicar para que asuman su responsabilidad, su destino de ser libres, compañeros de los demás, críticos consigo mismos?.

Ciertamente, el ser humano es complejo, impredecible y misterioso. Por muchos años que se lleve en el oficio; por muchos recursos personales que se vayan acumulando, técnicas de trabajo que se conozcan y experiencia personal que se tenga. En fin, por mucho conocimiento profesional que se posea, siempre, cada día el trabajo en la escuela es una aventura. Ahí esta su grandeza, su peligro y, también, su atractivo.

Mas lo realmente importante es estar ahí, aun a sabiendas de la imperfección e incompletud de nuestro trabajo. La acción educativa es ante todo una labor permanentemente inacabada, incompleta, mejorable. La educación matemática, por tanto, también lo es. Lo sabemos, como también conocemos la mezcla de momentos amables y gratificantes con los sinsabores que nos reporta a diario nuestra labor.

Si ello es así ¿cuáles son los móviles que, a pesar de todo, nos impulsan a la acción, que nos mueven a invertir tiempo y esfuerzos en la búsqueda de una enseñanza mejor? ¿Por qué la indagación en la educación, la voluntad permanente de mejora y cambio?. Creo que todo ello es debido a un norte utópico, a una creencia que actúa como imán: la idea de que la educación –en nuestro caso la educación matemática– puede ayudar al desarrollo de las personas y a mejorar la sociedad en la que vivimos desde criterios de equidad, solidaridad y tolerancia. Colaborando en la formación de niños y jóvenes en esa dirección, colaboramos también en la construcción un mundo mejor.

Es la utopía, la necesaria utopía. Por ello me gustaría acabar esta MEMORIA con un bello poema de Eduardo Galeano que me ha guiado a lo largo de estos años. Se titula *La utopía*.

Ella está en el horizonte.
Me acerco dos pasos y
ella
se aleja dos pasos.
Camino dos pasos y el
horizonte
recorre dos pasos
más.
Por mucho que yo
camine nunca la alcanzaré.

¿Para qué sirve la
utopía?
Para eso, para caminar.

(Eduardo Galeano, *Las palabras andantes*, Siglo XXI)

.....
En La Cala del Moral, a 11 de junio de 2004

Manuel Alcalá Hernández

ANEXO DE ILUSTRACIONES

- 1.- Tres del cuaderno del alumno/a:
 - . Plan de trabajo
 - . Página dedicada al estudio del libro
 - .Página de resolución de problemas
- 2.- Cuaderno del profesor : tabla de seguimiento
3. Evaluación del profesorado receptor

Por dificultades de última hora relativas a escanear o fotocopiar cuadernos de alguno de los componentes de la promoción con la que se desarrolló el proyecto, no se incluyen las tres ilustraciones previstas del cuaderno del alumno. Sólo se adjuntan la relativa al cuaderno de profesor y las de la evaluación del profesorado.

INDICE

Justificación	2
Bases del proyecto	5
Objetivos e hipótesis	26
Metodología: la práctica	28
Resultados	31
Los tres núcleos de investigación	64
Valoración	78