

## UNA APROXIMACIÓN AL TRABAJO CON NIÑOS ESPECIALMENTE DOTADOS EN MATEMÁTICAS

P. Reyes-Santander, A. Karg

Universidad de Augsburg, Alemania.

### RESUMEN

*Este estudio se centra en el diseño e implementación de tareas que permitan a los futuros profesores identificar el talento matemático de los alumnos, al mismo tiempo que potencian en ellos su desarrollo. El trabajo fue realizado con estudiantes de entre 7 y 11 años, que participaron en cursos extraordinarios de matemática. La tarea se basó en la teoría de situaciones de Brousseau, con algunos conceptos de combinatoria y con movimientos en el espacio. En su desarrollo se utilizó material concreto como medio facilitador hacia la abstracción. Los futuros profesores debían observar la actividad de los alumnos y registrar todos los acontecimientos que, bajo su perspectiva, intervenían en la resolución de la tarea. En los resultados mostramos la potencialidad del trabajo desarrollado, cuáles fueron las características más destacadas que se potenciaron en los alumnos y cuáles fueron las identificadas por los futuros profesores.*

### ABSTRACT

*This study focuses on the development and implementation of tasks that permit future teachers to identify the mathematical talents of the students and nurture their talents. This study looked at students aged 7 to 11 who participated in special mathematics courses. An activity involving some combination concepts and with movements in space was developed based on Brousseau's theory of situations. In the development of this task, concrete materials were used to facilitate abstraction. The teacher candidates had to observe the students in action and were asked to record all events which, in their opinion, affected the task solving process. The results highlight the potential of the developed work to improve the skills of the students and the knowledge of future teachers.*

---

Reyes-Santander, P., Karg A. (2009). Una aproximación al trabajo con niños especialmente dotados en matemáticas. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 403-414). Santander: SEIEM.

## INTRODUCCIÓN

En los últimos años, son numerosos los países que se han interesado a nivel institucional por la problemática que conlleva la atención a niños especialmente dotados en matemáticas. En concreto, el Ministerio de Educación e Investigación del Estado Alemán fomenta la atención a ese colectivo y pone un especial énfasis en que se proporcionen alternativas curriculares y materiales específicos que permitan una atención diversificada (BMBF: Bundesminister für Bildung und Forschung, 2002). Una de las propuestas del Ministerio de Educación de la región de Bavaria es incluir esta temática dentro de los programas de la formación de profesores (BSMUK: Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus). En otros países como España se han puesto en marcha proyectos como el ESTALMAT, promocionados por la RSME y desarrollados por investigadores como Miguel de Guzmán, con el objetivo de detectar alumnos con un talento precoz hacia las matemáticas (Callejo, 2002).

Algunas de las respuestas educativas para los niños con talento son habitualmente, la aceleración, agrupamiento, atención individualizada, grupos de aprendizaje fuera del aula y grupos flexibles donde los alumnos se agrupan por habilidades específicas en un área concreta (Benavides 2004). Según Martínez-Otero (2004) el enriquecimiento es hasta ahora el mejor modelo de refuerzo, pero éste se debe llevar a cabo dentro de la sala de clase y con una diferenciación especial por parte del profesor. Sin embargo, en una clase heterogénea esa diferenciación presenta dificultades para el docente, que tiende a preocuparse mayormente por los estudiantes de bajo rendimiento, lo que en ocasiones impide atender adecuadamente a los alumnos de alta capacidad intelectual (Del Caño, 2006). Guzmán añade además que: “La dificultad es grande para una clase como las que se dan en nuestro entorno; falta de preparación de muchos de nuestros profesores” (citado por Callejo, 2004, pag. 136).

En este contexto, algunos investigadores de departamentos universitarios (en concreto, el de didáctica de la universidad de Augsburg) nos hemos planteado un doble objetivo:

- diseñar, analizar e implementar tareas de enriquecimiento matemático que pongan de manifiesto algunas características especiales que poseen estos alumnos,
- involucrar a los futuros profesores en lo que se supone la identificación de cualidades ligadas al talento matemático de los alumnos.

Adoptando una perspectiva situada (Brown, 1989) pensamos el hecho de que si los futuros profesores se implican en este tipo de experiencias, esto podría contribuir a generar un conocimiento útil para su futuro trabajo profesional.

A continuación, en el apartado siguiente nos aproximaremos a lo que entendemos en nuestro estudio por talento matemático. Posteriormente nos ocuparemos del diseño de la tarea y de los aspectos metodológicos. Terminaremos con los resultados y unas conclusiones e implicaciones para futuros estudios.

## UN MARCO PARA APROXIMARNOS AL TALENTO MATEMÁTICO

Según Huáman (2006), el talento es una posibilidad de logro, es decir, una potencialidad inherente a todo ser humano y que se desarrolla en cualquier momento de la vida, considerando que las potencialidades de todo ser humano son educables y no algo fijo e inmutable. Este mismo autor establece diferencias entre las diferentes

potencialidades humanas: Precocidad, Talento y Superdotación, que guardan en algunos casos un alto grado de correspondencia, aunque en otros no. El Talento y la Superdotación, son denominados ambos como altas capacidades, que emergen y crecen evolutivamente. Las características cualitativas que identifican más claramente el Talento y la Superdotación en los alumnos con capacidades son, entre otras:

- Dominio de amplios campos del conocimiento. (Incluido el dominio de un amplio vocabulario).
- Persistencia y perseverancia en actividades que le motivan y de generación metacognitiva.
- Los productos o resultados de la actividad son originales o innovadores.
- Pueden generar con el transcurrir del tiempo cambios paradigmáticos de alguna disciplina.
- Capacidad de generar ideas creativas, avanzadas y abstractas.
- Conocimiento, rendimiento e involucración en temas de interés personal (rendir en el sentido de rendir en el trabajo, son fructíferos en temas de interés personal)
- Comprensión de ideas complejas en profundidad.
- Capacidad de inferir y conectar conceptos, dando saltos mentales.
- Independencia y profundidad en los procesos cognitivos.
- Preferencia por el aprendizaje autodirigido
- Capacidad de captar y manipular información.

La terminología capacidad aquí utilizada, según Heller & Ziegler (2007, pag. 142), hace referencia a todas las capacidades cognitivas mostradas tanto en la solución de problemas generales como en campos específicos, como por ejemplo, arte, ciencias exactas, ciencias naturales y ciencias humanas.

En nuestro caso, para aproximarnos a un modelo de Talento matemático consideramos en particular las siguientes características:

- Dominio de campos del conocimiento Matemático (Geométrico, algebraico, numérico).
- Persistencia y perseverancia en actividades de la matemática que le motivan y de generación metacognitiva.
- Los productos o resultados de la actividad matemática son originales o innovadores.
- Capacidad de generar ideas creativas, avanzadas y abstractas en matemática.
- Conocimiento, rendimiento e involucración en temas matemáticos.
- Comprensión de ideas complejas de la matemática en profundidad.
- Independencia y profundidad en los procesos cognitivos, en particular en cuanto a la inferencia y conexión de concepto.
- Capacidad de captar y manipular información matemática.

Estas características articulan el marco que utilizamos en este estudio y nos permiten aproximarnos a las particularidades de los alumnos especialmente dotados para las matemáticas. Otros modelos, como por ejemplo, los modelos de Mönks (Mönks, 2005) y el modelo de München para superdotados (Heller, 2007), incluyen los elementos de inteligencia matemática y creatividad matemática, junto con elementos sociales, psicomotores, clima familiar o características del medio que les rodea, que no tratamos en este estudio, ya que nos centramos prioritariamente en la tarea (no en los sujetos propiamente dichos), poniendo el énfasis en todo aquello que puede ser observable a través de ella en una clase de matemática que sea susceptible de ser identificado por los futuros profesores en la identificación del talento de sus alumnos.

## EL DISEÑO DE LA TAREA

Las primeras preguntas que nos planteamos en el diseño estuvieron relacionadas, por un lado, con consideración en los alumnos especialmente dotados en cuanto al contenido, en particular: ¿Cuáles son los contenidos matemáticos que se podrían abordar? y, por otro, en cuanto a la forma de considerar ese contenido en las aulas: ¿Qué tarea podría ser adecuada para trabajar junto con estos alumnos de talento especial, de manera que no pierdan el interés por la matemática, tengan resultados inmediatos para evitar la frustración y se pueda identificar el potencial que estos tienen? (Mönks, 2005).

La primera pregunta fue fácil de abordar. El que estos estudiantes sean en general muy curiosos (C. Schenz, 2007 y Martínez-Otero, 2004), muestren persistencia y perseverancia en actividades de la matemática que les motivan (Martínez-Otero, 2004) nos llevó a considerar un elemento novedoso para estos alumnos, que está incluyéndose recientemente en el programa de la escuela básica alemana, como lo es la combinatoria. Junto a ello, elegimos los movimientos en el espacio de una figura, que separa el total de las soluciones en clases de equivalencias, es decir, la acción de grupo sobre un conjunto. Este último elemento está en cierta medida ligado con la formación de los profesores en relación con las matemáticas, ya que es uno de los contenidos que se enseñan en la universidad y al parecer no son nuevamente “utilizados” por los profesores en sus clases de matemática. Estos dos temas fueron considerados en combinación con las 4 partes de la teoría de situaciones de Brosseau (1987, 2004): la acción, formulación, validación e institucionalización. Además, en el diseño de la tarea consideramos tres puntos claves por los cuales debería transitar cualquier alumno cuando esta en el proceso de adquirir algún conocimiento, a saber: observar, hacer alguna hipótesis o refutar alguna conjetura y descartarlas experimentalmente (Soto, 2005).

La segunda pregunta fue mucho más compleja de abordar. En nuestro caso, consideramos como punto de partida el planteamiento de una pregunta donde los alumnos debían conjeturar, sobre la cantidad de posibilidades existentes, así podríamos observar si están rindiendo (produciendo resultados) en matemática y si están generando ideas avanzadas en matemática, recordemos que el tema de la combinatoria se está recién incluyendo en el programa de educación básica (BSMUK, 2000). Una vez realizada la conjetura, en forma personal, debían empezar el trabajo en grupo y con el material adecuado, probar en forma experimental, visible y accesible, lo que habían conjeturado (Soto, 2005). En particular, incorporamos un material manipulable-visible-armable como lo son los cubos encajables de 1.5cmx1.5cmx1.5cm, parecidos al juego infantil “Lego”, que vienen en distintos colores, lo que nos permitió trabajar la combinatoria y a la vez la acción del grupo de movimientos de un cuadrado (en este caso un cuboide aplanado) sobre el conjunto de todas las combinaciones posibles, de forma visual y tangible. También nos permitió observar la creatividad y originalidad, si ellos eran capaces de encontrar todas las formas distintas que estaban en juego con las reglas dadas.

Todo esto se concretó en la tarea “Muchas Posibilidades”, que contiene elementos de combinatoria y elementos de la Teoría de Grupos, que en el programa está incluida como experiencias del espacio y representaciones espaciales en geometría, a partir de la segunda clase de primaria (BSMUK, 2000). Pensábamos que esta tarea nos permitiría reforzar y chequear la existencia de algunas de las características de los alumnos, como la creatividad, la inferencia y desarrollar la formulación de conjeturas y

la argumentación. La tarea fue dividida en dos partes: el caso del cuboide 2x2 y el caso del cuboide 3x3.

Siguiendo a Brousseau (2004), en cada parte se consideraron los 4 momentos: Momento de la acción, donde las enunciaciones o consignas son claras para los alumnos, la formulación, momento en el cual se produce la confrontación de saberes para validar o no los planteamientos que se desprenden en la discusión. La validación donde el alumno debe establecer la validez de una afirmación. Por último, la institucionalización que en su mayoría, es presentada por el docente como saber cultural que debe estar vinculado con el trabajo realizado anteriormente por los alumnos (en la fase de validación), se establece la relación entre éste saber y las producciones del alumno (Brousseau, 1987).

En cuanto a los estudiantes de pedagogía, se diseñó para ellos una actuación en dos fases. En la fase de recopilación de datos, observando a los alumnos con talento y en la fase final, donde debían resaltar, desde su punto de vista como futuras profesoras, los sucesos mas relevantes vistos en esta actividad, los pro y los contra del trabajo con estos alumnos y si veían posibilidades de realizar tareas de enriquecimiento en un aula normal de matemáticas.

A continuación pasamos a describir cómo se concretó la tarea en nuestro estudio y el procedimiento seguido en el proceso de implementación.

## PROCEDIMIENTO

La estrategia educativa utilizada en este caso es la de enriquecimiento temático, es decir, una orientación dada por un problema complementario, fuera de las horas de clase normal, según la definición dada por Guzmán (Callejo, 2002).

La actividad la realizaron un total de 42 alumnos de entre 7 y 11 años, en una hora y media. Esta cantidad de alumnos estaba dividida de la siguiente forma:

**Grupo 1:** 20 alumnos de entre 8 (solo dos alumnos de esta edad) a 11 años, procedentes de diferentes escuelas e invitados por la Universidad de Augsburg una vez a la semana para realizar actividades preparadas por estudiantes de pedagogía básica. Solo 1 estudiante de este grupo ha realizado un test de inteligencia. El resto es seleccionado, en primera instancia, por la profesora del establecimiento respectivo y en segunda instancia, por la respuesta dada a un problema, que ha sido previamente diseñado por la docente universitaria a cargo del grupo. La selección de estos estudiantes por parte de sus profesoras se basa en el modelo de características para alumnos con sobredotación intelectual (Bardy, 2007, 98-99).

En el seguimiento de este grupo participan aproximadamente 8 estudiantes de pedagogía básica de la Universidad de Augsburg y el grupo de didáctica de la matemática de dicha institución.

**Grupo 2:** 12 alumnos de entre 7-8 años, pertenecientes al colegio de primaria Hans Adlhoch en Augsburg.

**Grupo 3:** 10 alumnos de 9-11 años, pertenecientes al colegio de primaria Hans Adlhoch en Augsburg.

La elección de estos alumnos estuvo a cargo del profesorado del establecimiento y el criterio de elección fue el de características (Bardy, 2007, 98-99), mas el criterio de la nota en matemática.

Con la intención de reforzar a estos alumnos, estos 2 grupos se reúnen una vez por semana, en dicho establecimiento educacional, con la asistencia del departamento de didáctica de la matemática de la Universidad de Augsburg. En el seguimiento de ambos grupos participan una profesora del establecimiento educacional, una estudiante de pedagogía básica y docentes del grupo de didáctica de la matemática de la Universidad de Augsburg.

En cuanto a la implementación de la tarea, en los tres grupos, los alumnos están separados en pequeños grupos de 4 a 5 y la actividad esta dividida en dos partes, y cada parte en los 4 momentos que hemos indicado anteriormente.

En la primera parte del desarrollo de la tarea (el caso sencillo  $2 \times 2$ ), nos planteábamos fundamentalmente familiarizar a los alumnos con la figura y sus movimientos en el espacio y a los estudiantes para profesores con las observaciones; por ello, los alumnos no tenían que realizar un registro escrito y la observación de las estudiantes de pedagogía fue crucial. Dado el espacio disponible para esta comunicación, nos vamos a centrar en la segunda de las tareas, mostrando a continuación un esbozo de lo que fueron las preguntas y de las partes de este trabajo.

#### Parte 2: El cuboide $3 \times 3$

*Acción:* Construcción personal de un cuboide de  $3 \times 3$ , con las mismas reglas dadas en el caso  $2 \times 2$ . El profesor explica como se caracteriza una familia, con un nombre y por sus características físicas, algunos son hermanos y otros son primos. De los cuboides construidos se busca cuales son de la misma familia y que tipo de parentesco tienen. Se pregunta cuántas familias hay y que tan grande puede ser cada familia. Nuevamente dos posibilidades 15 representantes y 108 piezas. En este caso el material concreto ya no es suficiente, es decir, se deben buscar nuevos métodos para encontrar la respuesta y el alumno debe descubrir por sí mismo como debe hacer actuar los 8 movimientos (figuras simétricas o no, solo rotaciones o deberá considerar también las reflexiones) para buscar todas las soluciones.

*Formulación:* Encuentran todos los miembros de la familia, se les entrega en ese momento una hoja de investigación, donde deben escribir antes de empezar a trabajar cual es su conjetura inicial, y para que anoten lo que van descubriendo, pistas o los calculos necesarios.

*Validación:* Se espera que el alumno relacione lo adquirido en el caso  $2 \times 2$ , junto con el paso que ha debido realizar para encontrar todas las posibilidades distintas y que lo utilice en la validación de su propuesta y en la argumentación de la misma. Por ejemplo, utilizando lo que han visto en la Parte 1, se encuentran tres grandes familias, dos de ellas con 6 primos y cada primo con 8 hermanos y la tercera con 3 primos. O bien, se puede hacer el procedimiento anterior, construir las 108 posibilidades y luego separar las que son equivalentes por movimientos en el espacio.

*Institucionalización:* El profesor organiza las exposiciones de cada grupo. En este momento el profesor escribe en la pizarra los resultados y nuevas definiciones, lo relaciona (si hay tiempo) con contenidos anteriores.

## RECOGIDA DE DATOS

Se recogieron todas las anotaciones de los alumnos durante la resolución de la segunda parte de la tarea. Junto a ello, se recogieron las anotaciones de las estudiantes de pedagogía sobre lo que vieron, escucharon y cuales fueron las explicaciones que entre los alumnos se daban, sobre como fue el trabajo grupal y el trabajo personal. En caso de obtener respuestas incorrectas, debían fijarse en como se resolvía entre ellos mismos y como estuvo el paso desde el uso de material concreto hacia la elaboración de la respuesta abstracta. (Se les solicito que no ayudaran a los alumnos y que tampoco ofrecieran consejos)

## ANÁLISIS DE DATOS

Las anotaciones realizadas por los alumnos se analizaron según 5 ítemes: I. Acierto en las conjeturas. II. Encuentran las tres familias. III. Describen como obtener todos los miembros de una familia en forma escrita IV. Buscan y explican nuevas representaciones del cuboide y de los movimientos. V. Logran llegar hasta la última pregunta. En cada uno de estos ítemes se esperaba observar y descubrir una o dos de las características que componen nuestra aproximación a un marco del talento matemático.

Las anotaciones de los estudiantes de pedagogía se analizaron buscando unidades analógicas que explicaban sucesos observados durante el desarrollo de la tarea; a partir de aquí, identificamos qué características de las incluídas en el modelo de Talento matemático fueron apreciadas.

## RESULTADOS

1. En la primera parte del desarrollo de la tarea se apreciaron respuestas acertadas para la conjetura por parte de los alumnos de los 3 grupos y en la mayoría de los casos argumentaron como lo esperábamos, con la explicación de como actuaban los 8 movimientos en el espacio del cuboide sobre la totalidad de las soluciones.
2. En la segunda parte de dicho desarrollo, que es en la que aquí nos vamos a centrar, la consideración conjunta de las observaciones de los estudiantes para profesores recogidas en sus informes y nuestra información recogida de los trabajos de los alumnos nos permitieron valorar la potencialidad de la tarea y ver lo que a través de su resolución valoraban los estudiantes para profesores. Así, por ejemplo, el informe de la estudiante que observo el grupo 2, comenta la importancia que tuvo el material concreto y agrega que sin esto la actividad para ese grupo no hubiese funcionado, ya que la mayoría de este grupo solo trabajo en la primera parte. Esto es coherente con, lo que se puede observar en la siguiente tabla, que nos muestra además cuales fueron los resultados, en los tres grupos en la segunda parte de la actividad.

Como se puede ver a partir de la tabla de resultados de la parte 2, 24 de 42 alumnos escriben las dos conjeturas planteadas en la tarea correctamente, esto muestra que la tarea nos permitió apreciar que ellos son capaces de inferir y conectar conceptos matemáticos (Huáman, 2006). La diferencia de alumnos entre el ítem I.y II. nos muestra también que la tarea resalto a los alumnos que persisten y perseveran en actividades de la matemática que le motivan.

	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
I. Acierto en las 2 conjeturas	16	0	8
II. Encuentran las tres familias	20	1	9
III. Describen como obtener todos los miembros de una familia en forma escrita	14	4	5
IV. Buscan y explican nuevas representaciones del cuboide y de los movimientos.	14	7	8
V. Logran llegar hasta la última pregunta	14	0	8

Tabla de resultados parte 2: El cuboide 3x3.

El ítem II permitió apreciar la creatividad de 30 de estos estudiantes, casi la totalidad de ellos. En líneas generales, los productos o resultados de su actividad fueron originales o innovadores, aunque creemos que quizás esta característica sería algo normal en una sala de clase ordinaria, puesto que los alumnos tienden a crear figuras nuevas con estas piezas. Lo que con la tarea diseñada fue relevante, fue la constatación de que la conservación de las reglas iniciales fue mantenida por casi la totalidad de los niños, en lo que se identifica la idea de creatividad matemática.

Otra potencialidad de la tarea diseñada fue permitir que los alumnos se adaptaran rápidamente al nuevo vocabulario, por lo que podemos decir que en cierta medida a través de ella los alumnos fueron capaces de acceder a la información matemática entregada, lo que nos permitió apreciar otra de las características de nuestro modelo. Al describir la forma de obtener todos los miembros de una familia, ítem III., los alumnos utilizaron el nuevo vocabulario y la forma de actuar del grupo sobre las soluciones, pero esta vez, 23 de 42 estudiantes usaron este conocimiento, para obtener todas las soluciones, lo que nos lleva a identificar que comprenden ideas de la matemática en profundidad. Notar que 4 de los alumnos del grupo 2, logran este ítem y que la edad de estos fluctúa entre 7 y 9 años. Queremos destacar que en cuanto a escribir las respuestas, observamos que no todos los alumnos están dispuestos a ello, lo que nos indica que en las próximas actividades debemos buscar otras alternativas como medio de expresión-registro, ya que algunos alumnos pueden no dominar aún el campo de la escritura.

El ítem IV permitió controlar si los productos o resultados de su actividad matemática son originales o innovadores, y si en la explicación se generaban ideas creativas, avanzadas y abstractas en matemática, que es una característica del modelo propuesto. De las representaciones que ellos consideraron o crearon, se destacan la de pintar el cuboide en la hoja como cuadrado, ya que ellos logran “traspasar” o recrear un objeto de tres dimensiones (cuboide aplanado) en un objeto de dos dimensiones. Otra característica que apreciamos fue la denominación de las figuras con nombres y trabajar con esos nombres, esto es, les fue suficiente denominar para tener una representación mental del objeto (Vom Hofe, 1995), que los alumnos no construyen todos los objetos que trabajaban con nombres o con figuras como cuadrados, o con puntos de colores.

Asimismo, la tarea posibilitó a través del ítem IV reflejar la persistencia y

perseverancia que tienen estos alumnos al ser enfrentados a situaciones que contienen elementos matemáticos, característica esencial que es considerada por la mayoría de las profesoras para la elección de estos alumnos. Esto se pudo apreciar especialmente, ya que 22 de los alumnos logran llegar hasta la última pregunta y por si esto fuera poco, se hacen nuevas preguntas, como por ejemplo: ¿será siempre así?, con respuestas por parte de ellos mismos: solo cuando es un cuadrado. ¿podemos cambiar las reglas iniciales?, ¿que viene después de  $3 \times 3$ ?, respuesta de ellos mismos:  $4 \times 4$ ,  $5 \times 5$ .

Dentro de las características que nos dejan con más dudas en cuanto a los resultados y creemos que son menos apreciables a través de la tarea tenemos dos: Los productos o resultados de su actividad matemática son originales o innovadores y generan ideas creativas, avanzadas y abstractas en matemática. Aunque en principio se podría haber observado a partir de los resultados del ítem IV, ya que dieron resultados positivos en la mayoría, no podemos afirmar que esta es una característica especial de los alumnos con talento matemático como pudo ser apreciada en nuestro caso.

Un aspecto que se puso de manifiesto fue la forma de trabajar de las niñas en comparación con los niños. Ellas trabajaron esta actividad en forma sistemática y regular, hasta obtener sus resultados; casi ninguna se aventuró a decir algo sin antes haber “construido” lo suficiente. Los niños a su vez fueron aventureros, realizaron el trabajo al azar y muchos empezaron, después de un momento, a construir otros objetos con los cubos armables; aunque esto implicó una distracción por su parte, ellos volvían a las preguntas en forma natural. Precisamente la apreciación de la existencia de diferencias entre niñas y niños fue recogido mayoritariamente en los informes de los estudiantes para profesores

Queremos destacar que el grupo 2 de los estudiantes de entre 7 y 9 años, no realizó mucho de la segunda etapa, pocos lograron hacer algo en el caso del cuboide  $3 \times 3$ , en este caso no nos atrevemos a conjeturar algo, ya que los estudiantes de este grupo son los de más corta edad. Puede ser posible que la combinación construcción-movimiento-representación-numero planteada en la tarea no haya sido lo más adecuado para ellos. Sería interesante hacer una nueva separación de este grupo y ver que es lo que ocurre al plantearles otro tipo de actividades, con iguales temas.

Con respecto a los resultados relacionados con nuestro segundo objetivo, podemos decir que tres aspectos se identificaron mayoritariamente por las estudiantes de pedagogía básica, a saber:

- dominio de los alumnos del campo numérico y geométrico,
- persistencia en actividades de la matemática que le motivan y
- que manipulan información y el vocabulario básico de geometría.

Además en el informe personal de las estudiantes de pedagogía nos permitió apreciar a nosotros, como sus formadores, tres aspectos que surgieron como tema recurrente y que pensamos son relevantes para indicar su aproximación a la identificación del talento matemático a través de la experiencia:

- Una apreciación de las argumentaciones que los alumnos manejan en las discusiones entre ellos en el momento de la formulación.
- Una apreciación de la actitud crítica que los alumnos tienen entre ellos o consigo mismo al momento de equivocarse y corregirse. Característica ya mencionada en Schenz (2007), pero que los estudiantes no pudieron observar en el grupo 2.

- La percepción de los niños de los materiales. El uso de material concreto fue tomado como un hecho lúdico, que les permitió conectar los movimientos con los números y los resultados, pasar de forma “entretenida” a la abstracción.

## DISCUSIÓN

Considerando los resultados obtenidos, podemos decir que es posible a través de la tarea potenciar u observar ciertas características en los alumnos con talento matemático, que es posible observar cuando estas se manifiestan y que lo más importante es que hay muchas otras características que no pudimos observar y que deben ser tenidas en cuenta. Igual que en la experiencia de Guzmán (citado en Callejo, 2002), la apertura de algunos alumnos a los niveles relativamente profundos y más creativos de la matemática actual, nos hace sospechar que un proyecto, con tareas seleccionadas, justificadas según algún modelo de la superdotación matemática, puede ser determinante en algunos de ellos para afianzar una clara vocación para la investigación matemática y contribuir de esta forma al progreso científico y tecnológico mundial.

Sería interesante probar esta actividad en el aula ordinaria. Según Hergartner (2006) esto es posible, cuando el profesor tiene una buena formación pedagógica en talento y en bajo rendimiento. Nosotros agregaríamos que es imprescindible una buena formación didáctica del profesorado. Creemos que los contenidos matemáticos están al alcance de todos los alumnos, respetando por supuesto su propio tiempo de aprendizaje y que seguramente en esta tarea en particular nos sorprenderían todos nuestros alumnos, creemos que el concepto de escuelas inclusivas es primordial para los alumnos con talento. A diferencia de lo que postula Ganser (2008) en relación a que estos alumnos con talento deberían trabajar separados para lograr así una mejor potencialización de las capacidades, pensamos que entre las desventajas que tal sistema parece presentar se cuenta la segregación antinatural a la que los niños se encuentran sometidos (Callejo, 2002). Estamos de acuerdo con la hipótesis de Perera y Valdemoros (2007) que, aunque se refiere solo al concepto de fracciones, pensamos que se puede ampliar a partir de nuestro trabajo a los conceptos de combinatoria y al uso de los movimientos de una figura concreta en el espacio.

Consideramos que el trabajo con material concreto en este tipo de tareas permite en este caso, una mejor aclaración de las argumentaciones dadas por los alumnos y que es imprescindible a esta edad y para todos (y por que no en otras edades también) “tocar” la matemática. El alumno bien dotado en matemática, vería inmediatamente la justificación, sin necesidad de utilizar “siempre” el material concreto, creemos que los alumnos normales necesitarían de este material para sus justificaciones, es decir, los alumnos normales manejan diferentes herramientas que los alumnos con talento y por lo tanto estarían en “desventaja” al momento de argumentar. Pero si esto lo tenemos relativamente previsto y si el profesor de la clase es capaz de utilizar el uso del material como un elemento diferenciador, entonces podemos preparar nuestra clase con anterioridad y priorizar de alguna forma la diversidad en el aula.

En cuanto a la involucración de los futuros profesores en lo que se supone la identificación de cualidades ligadas al talento matemático de los alumnos, podemos decir que los estudiantes participaron activamente en la toma de observaciones y es destacable junto con la apreciación de aspectos ya identificados, que surgieron nuevas y diversas características que no fueron consideradas desde el principio del estudio en

nuestro modelo. Una de las observaciones comentadas con mayor frecuencia por las estudiantes de pedagogía, fue la diferencia en la forma de trabajo de las niñas con respecto a los niños, característica en la diferencia de género, que tampoco estaba dentro de nuestro modelo, porque no pensábamos que esto se pudiera apreciar, sobre todo cuando se realiza un trabajo grupal. Heller (2007) con respecto a este tema dice que las niñas son a veces también en las preferencias específicas de género prejuiciados, agregando que, en la práctica, a menudo el problema de maestros o profesores que no están en condiciones de ver estas situaciones. Lo curioso, es que fueron justamente estas futuras profesoras las que hicieron esta observación, lo que nos puede indicar que depende mucho del tipo de problema y la forma de trabajo el que se pueda detectar con claridad si en una clase tenemos alumnas con talento matemático.

Por último, queremos terminar indicando que este estudio sólo es un primer paso. Pensamos continuar en la elaboración del modelo de talento matemático con actividades enriquecedoras para el trabajo con alumnos talentosos y/o interesados en matemática, que nos permitan poner de manifiesto nuevas características o seguir confirmando las que ya tenemos. Para esto ya contamos con 10 sesiones, 30 alumnos de distintos establecimientos de educación básica de la ciudad de Augsburg en Alemania, que han sido enviados por sus profesoras respectivas, con la participación de 3 estudiantes de pedagogía básicas y con el apoyo del departamento de didáctica de matemática de la Universidad de Augsburg. Este proyecto nos brindará también la posibilidad de que las estudiantes para profesores tengan un trabajo activo con los alumnos con talento matemático, y seguir incidiendo en nuestro objetivo de que los estudiantes sean capaces de actuar como identificadores de las características relacionadas con el talento matemático y de responder a las necesidades educativas asociadas a talento matemático en el aula.

## BIBLIOGRAFÍA

- Akademie für Lehrerfortbildung (1994). *Besonders begabt. Förderung besonders begabter Schülerinnen und Schüler an Grund- und Hauptschule, Realschule und Gymnasium*. Akademiebericht Nr. 255, Dillingen.
- Alemania, (Ministerio de educación y cultura del Estado de Baviera) BSMUK: Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus. *Begabtenförderung, Aus-und Fortbildung Lehrkräfte*. Recuperado el 10 de diciembre de 2008, de <http://www.km.bayern.de/km/aufgaben/begabtenfoerderung/ausbildung/>
- Alemania, (Ministerio de educación y cultura del Estado de Baviera) BSMUK: Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus. (2000). *Lehrplan für die bayerische Grundschule*. Deutschland: Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus.
- Alemania, (Ministerio de educación e investigación del Estado Federal) BMBF: Bundesministerium für Bildung und Forschung (Hrsg.) (2002) *Begabte Kinder finden und fördern. Ratgeber für Eltern und Lehrer* (5. Auflage). Bonn.
- Bardy, P. (2007). *Mathematischen begabte Grundschul Kinder, Diagnostik und Förderung*. München: Spektrum, Elsevier GmbH.
- Brousseau, G (1987). *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. Recherches en Didactiques des Mathématiques, 7/2*. Éditions La pensée Sauvage.
- Brousseau, G. (2004). *Investigaciones en Educación Matemática*. XII Jornadas de

- educación matemática. SOCHIEM, Valparaíso-Chile. [versión electrónica]  
Recuperada el 10 de diciembre de 2008, de:  
[http://www.sochiem.cl/sochiem/documentos/XII/Plenarias/cpl\\_03.pdf](http://www.sochiem.cl/sochiem/documentos/XII/Plenarias/cpl_03.pdf)
- Brown, J. S, Collins, A., & Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational Researcher*, 18 (January-February), 32-42.
- Benavides, M. Maz, A. Castro, E. & Blanco, R. (2004). La educación de niños con talento en Iberoamérica. Publicado por la Oficina Regional de Educación de la UNESCO para América latina y el Caribe, Santiago, Chile.
- Callejo, M. (2004). Un proyecto de Miguel de Guzmán: Identificar y estimular el Talento. *Números*, Oct. N°59, 59-64, ISSN: 02123096
- Callejo, M.L. (1994) Les représentations graphiques dans la résolution de problèmes: Une expérience d'entraînement dans un Club mathématique. *Educational Studies in Mathematics* 27(1), 1- 33.
- Del Caño, M. Elices, J., Palazuelo, M. (2006). El profesor, identificador de necesidades educativas asociadas a alta capacidad intelectual. [versión electrónica]. *Faisca*, v.11, n° 13, 23-47.
- Ganser, B. (2008). *Mathematik. Besonders begabte Kinder individuell fördern*. Donauwörth: Auer.
- Heller, A. Ziegler, A. (2007). *Talentförderung Expertiseentwicklung Leistungsexzellenz*. Berlin: LIT Verlag Dr. W. Hopf.
- Hengartner, E. (2006). *Lernumgebung für Rechenschwache bis Hochbegabte*. Klett und Balmer Verlag, Zug.
- Huamán-Arismendi, L. (2006). *Escuelas inclusivas para estudiantes talentosos y superdotados*. [versión electrónica]. Recuperado el 10 de diciembre de 2008 de: [http://portal.perueduca.edu.pe/basicaespecial/articulos/art03\\_10-03-06.doc](http://portal.perueduca.edu.pe/basicaespecial/articulos/art03_10-03-06.doc)
- Martinez-Otero, V. (2004). *Psicopedagogía de la superdotación*. [versión electrónica]. *Educacion y futuro digital*. Recuperado el 10 de diciembre de 2008 de [http://www.cesdonbosco.com/revista/articulos2004/abril/superdodontados\\_v.pdf](http://www.cesdonbosco.com/revista/articulos2004/abril/superdodontados_v.pdf)
- Mönks, F., Ypenburg I. ((2005). *Unser Kind ist hochbegabt, ein leitfaden für Eltern und Lehrer*. 4. Auflage, Ernst Reinhardt Verlag, München, Basel.
- Perera, P., Valdemoros, M. (2007). Propuesta Didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria. Actas XI Simposio de La SEIEM. San Cristóbal de La Laguna, Tenerife. España.
- Soto-Andrade, J., Mpodozis, J. (2005). Ciencia en la Infancia. En Proyecto OEA sobre Formación de Educadores de Infancia, Fundación Facultad de Ciencias Sociales, U. de Chile. Version electronica de:  
[http://www.alcione.cl/nuevo/index.php?object\\_id=209](http://www.alcione.cl/nuevo/index.php?object_id=209)
- Schenz, C. Weigand, G. (2007). Identifizierung von hochbegabten Schülerinnen und Schülern in der Schule. In: *Karlsruher Pädagogische Beiträge*, Jg 7/07, 24-29.
- Vom Hofe, R. (1995). *Grundvorstellungen mathematischer Inhalte*. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg-Berlin-Oxford.