

*ESTUDIO EXPLORATORIO SOBRE LA ENSEÑANZA DE CONTENIDOS
GEOMÉTRICOS Y DE MEDICIÓN EN SECUNDARIA.*

Sergio Pérez y Gregoria Guillén.

Departamento de Didáctica de la Matemática, Universitat de València. España.

Resumen. En este trabajo presentamos resultados referentes a la enseñanza de contenidos geométricos y de medición del currículum de la ESO en la Comunidad Valenciana. Éstos se han obtenido tomando como ámbito de estudio profesores de Secundaria de esta Comunidad y utilizando una encuesta como técnica de obtención de datos. Se aporta información sobre aquéllos que los profesores han impartido o impartirían en sus clases, sobre los que no han impartido o no impartirían y sobre los contenidos a los que se asigna mayor o menor importancia. Analizamos también las razones expresadas por los profesores para explicar sus respuestas. Asimismo contemplando resultados obtenidos de las respuestas a diferentes preguntas de la encuesta, exponemos conclusiones extraídas en el estudio realizado.

Abstract. In this study we are reporting results about the teaching of geometry and measuring contents of the curriculum of Compulsory Secondary School in the Valencian Community. These have been obtained by means of a survey taking as scope of study teachers of Secondary School of this Community. This study brings information about the subjects that the teachers have given or would give in their classes, the subjects they have not given or would not give and the contents to which main or minor importance is assigned. We also analyze the reasons expressed by the teachers to explain their answers. Furthermore, taking on account the results obtained from the answers to different questions of the survey, we expound conclusions extracted in the study carried out.

PRESENTACIÓN

Diferentes autores han subrayado que la geometría ayuda a los estudiantes a desarrollar la visualización, el pensamiento crítico, la intuición, el razonamiento inductivo y deductivo,... (por ejemplo, De Villiers, 1997; Guillén, 1997; Jones, 2002). Consideran muy importante que al enseñar la geometría se muestre esta materia como actividad en vez de cómo un producto acabado y que en la enseñanza se presenten diversas oportunidades para posibilitar que los estudiantes logren un buen conocimiento de los diferentes contenidos geométricos, desarrollen su nivel de razonamiento y resuelvan problemas de la vida real. Asimismo, el currículum actual de la Enseñanza Secundaria Obligatoria (ESO) sugiere que se preste atención al proceso de trabajar la realidad a través de ideas y conceptos matemáticos, debiéndose realizar dicho trabajo a partir del contexto, creando esquemas, fórmulas, descubriendo relaciones y regularidades, hallando semejanzas con otros problemas... y trabajando entonces matemáticamente hallar soluciones y propuestas que necesariamente deben volverse a proyectar en la realidad para analizar su validez y significado. Sin embargo, como subrayan los autores mencionados, en la enseñanza de la geometría se tiende a informar a los alumnos de las propiedades asociadas con figuras planas o las formas sólidas, requiriéndolos a aprender propiedades y a completar los ejercicios que muestran que ellos han aprendido los hechos. Ahora bien, aunque esta manera de enseñar geometría se puede constatar en diferentes clases, no hay estudios estructurados que permitan caracterizar de manera más precisa los procesos de enseñanza y aprendizaje en este nivel educativo y en este dominio concreto de las matemáticas (la geometría y/o medición). El trabajo que presentamos aquí pretende empezar a matizar estos procesos de enseñanza. Forma parte

de un estudio exploratorio más amplio (Pérez, 2006) en el que, siguiendo la investigación realizada con maestros de Primaria (Guillén y Figueras, 2004), pero tomando como ámbito de estudio profesores de Secundaria, nos propusimos obtener información sobre la situación actual de la enseñanza de la geometría en la ESO utilizando una encuesta como técnica de obtención de datos. Comenzamos delimitando qué es lo característico en dichos procesos de que lo que se está enseñando y aprendiendo se incluye en geometría y/o medición; y continuamos con un estudio experimental relacionado con creencias y concepciones de profesores de Secundaria de la Comunidad Valenciana en relación con la enseñanza y aprendizaje de la geometría en la ESO. Como subrayan Moreno y Azcárate (2003), investigar con profesores de matemáticas permite obtener información sobre la metodología dominante en la enseñanza, los contenidos que se enseñan y la práctica docente. Asimismo Llinares (1996) indica que es necesario obtener información sobre el conocimiento, concepciones, creencias y procesos de pensamiento de los profesores para comprender los procesos de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas en las aulas. En Pérez y Guillén (2007) presentamos resultados relativos a creencias sobre la geometría y su enseñanza en este nivel educativo, sobre relaciones y conexiones que se establecen de la geometría con otros bloques temáticos del currículum, sobre contenidos de diferentes bloques temáticos del currículum de la ESO que se priorizaron en la enseñanza que se impartió y los recursos que se usaron para ello, así como sobre las dificultades que se considera que enfrentan algunos estudiantes en el aprendizaje de la materia y de los errores que se pueden reflejar. En las páginas que siguen se hace referencia a la parte del estudio que consideró las siguientes hipótesis previas: i) los profesores no enseñan toda la geometría que hay en el currículum de la ESO, ii) hay contenidos geométricos del currículum de la ESO para el que los profesores tienen dificultades, iii) los profesores apenas prestan atención a la geometría del espacio. En esta parte del estudio se intentó caracterizar los contenidos concretos de los bloques temáticos de geometría y de medición del currículum de la ESO que los profesores expresaron como que: i) impartían o no en sus clases; ii) impartirían o no en una situación ideal en la que se dispusiera de tiempo para explicar todos los contenidos; iii) consideraban de mayor o menor importancia. También pretendía caracterizar las razones que se dieron para explicar las respuestas. Como conclusiones del trabajo, partiendo de los datos obtenidos en este reporte y de otros descritos en el trabajo publicado, se dan breves pinceladas de las conclusiones de nuestro estudio.

REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA. MARCO DE REFERENCIA

En Pérez y Guillén (2007) se explica brevemente nuestro marco de referencia y en el apartado de la metodología se mencionan investigaciones sobre creencias y concepciones de los profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje que se analizaron en la primera etapa de nuestro estudio, y que permitieron diseñar los ítems de la encuesta que dieron lugar a los resultados que se describen en ese trabajo. En relación con el trabajo que presentamos aquí, cabe señalar de nuevo los estudios realizados con maestros en ejercicio en los que se obtuvo información sobre la situación actual de la enseñanza de la geometría en algunas escuelas de Primaria mexicanas (Guillén y Figueras, 2004; Guillén et al., 2006). Las hipótesis previas de nuestro estudio relacionadas con la problemática que contemplamos aquí, que indicamos en la presentación, y la parte del instrumento diseñado para la toma de datos (encuesta) se readaptaron de los propuestos en estos trabajos. En el proceso de elaboración de la encuesta, que describimos en el apartado siguiente, los contenidos geométricos

curriculares de la ESO de la Comunidad Valenciana (GV, 2002) de hechos, procedimientos, conceptos, etc. los reorganizamos también como: a) conceptos geométricos, b) procesos matemáticos (analizar, describir, clasificar, generalizar, etc.) y c) relaciones entre contenidos geométricos. Puede notarse que los bloques de contenidos reflejan esta organización.

Otros estudios que han fundamentado el diseño de los ítems de la encuesta que dan lugar a los resultados que presentamos aquí (ítems 16, 17 y 18) centran la atención en investigaciones sobre los procesos matemáticos y/o el establecimiento de relaciones o se refieren a la medición. Entre los primeros se han considerado los que analizan los procesos matemáticos de describir y clasificar involucrándolos con las ideas de los conceptos geométricos que se tratan (De Villiers, 1997; Guillén, 1991, 2004, 2005), subrayan la multitud de relaciones que existen entre los conceptos geométricos (por ejemplo, Guillén, 1991), o prestan atención a las dificultades que conlleva la enseñanza/aprendizaje dando sugerencias para la instrucción (Guillén, 1997). En relación con la medición se han tenido en cuenta trabajos realizados en Educación Matemática dirigidos hacia la enseñanza (Del Olmo et al., 1989) e investigaciones sobre medición (Carpenter et al., 1980; Corberán, 1996; Freudenthal, 1983; Perrin-Glorian, 1992; Ramalho y Correia 1995; Sáiz, 2002; Tierney et al., 1990) que aportan información sobre diferentes aproximaciones al área y el volumen, sobre dificultades y/o errores y dan sugerencias para la instrucción.

METODOLOGÍA

Como ya se indicó en Pérez y Guillén (2007), el trabajo se ha desarrollado en tres etapas. En las dos primeras se hizo una revisión bibliográfica que permitió elaborar una encuesta que se reelaboró al considerar los datos de un estudio experimental con 7 profesores. Los resultados que presentamos en el apartado siguiente se obtuvieron en el estudio desarrollado en la tercera etapa.

La encuesta utilizada consta de cuatro secciones. En el trabajo mencionado se describen cuestiones de las secciones 1, 2 y 4. Aquí nos centramos en los ítems 16, 17 y 18 de la sección 3, denominada “El profesor y el currículum de geometría”.

Para diseñar el ítem 16 se agruparon los contenidos geométricos del currículum de la ESO en 4 bloques, denominados: descripción de las formas de 3, 2 y 1 dimensiones (bloque I), clasificación de formas geométricas de tres y dos dimensiones bajo distintos criterios (bloque II), representación de cuerpos geométricos y figuras planas mediante diversos procedimientos (bloque III) y medición de perímetros, áreas y volúmenes (bloque IV). El cuadro I del anexo I muestra los contenidos incluidos en el bloque II. El ítem 16 se planteó como se muestra en el anexo II: primero una cuestión como la del cuadro I y después, para cada contenido de cada bloque, una cuestión como en el cuadro II.

Con los ítems 17 y 18 se pretendía que los profesores ampliaran las respuestas dadas a partir del ítem 16. Contenían 16 y 11 cuestiones referidas a procesos matemáticos o a contenidos de medición respectivamente. En los cuadros I y II del anexo III se muestran ejemplos de algunas cuestiones que se incluían en estos ítems.

La encuesta se administró a 19 profesores de Secundaria que quisieron colaborar para que realizáramos el trabajo. Los resultados los obtuvimos de sus respuestas a la encuesta, comentarios y entrevistas personales.

Para registrar las respuestas de los profesores al ítem 16, siguiendo a Guillén y Figueras (2004), se establecieron categorías, denominadas: I – Curso. II – Contenido. III – Materiales. IV – Dominio. V – Alumnos. VI – Tiempo. VII – Gusto. VIII – Clase. IX – Sin señalar razones. Para cada categoría se establecieron también subcategorías y clases.

Para registrar las respuestas de los ítems 17 y 18 diseñamos “plantillas” para cada cuestión. Por ejemplo, la plantilla correspondiente a la pregunta 17.1 indicada en el anexo III se construía como se muestra en el anexo IV. Se distinguía que se hiciera referencia a los elementos que componen los poliedros (caras, vértices y aristas), a otro tipo de elementos análogos a los de las figuras planas (ángulos, diagonales, altura, generatriz, etc.) o a elementos que reflejaban que se hacía un análisis local (centrando la atención en parte de las caras, orden de vértices, etc.) o global (se tiene en cuenta el poliedro como un todo; por ejemplo, secciones que dividen a un poliedro en dos partes iguales, planos de simetría, etc.).

RESULTADOS

Dada la brevedad de este informe sólo indicaremos algunos resultados, agrupados según las problemáticas tratadas en nuestro estudio que indicamos en la presentación.

1. Contenidos que se imparten o se impartirían

El gráfico I muestra el número de profesores que han expresado que en la actualidad han impartido o que impartirían en una situación ideal los diferentes contenidos curriculares de los bloques III y IV. Estos gráficos junto con otros análogos para los bloques I y II permiten visualizar las observaciones que indicamos a continuación.

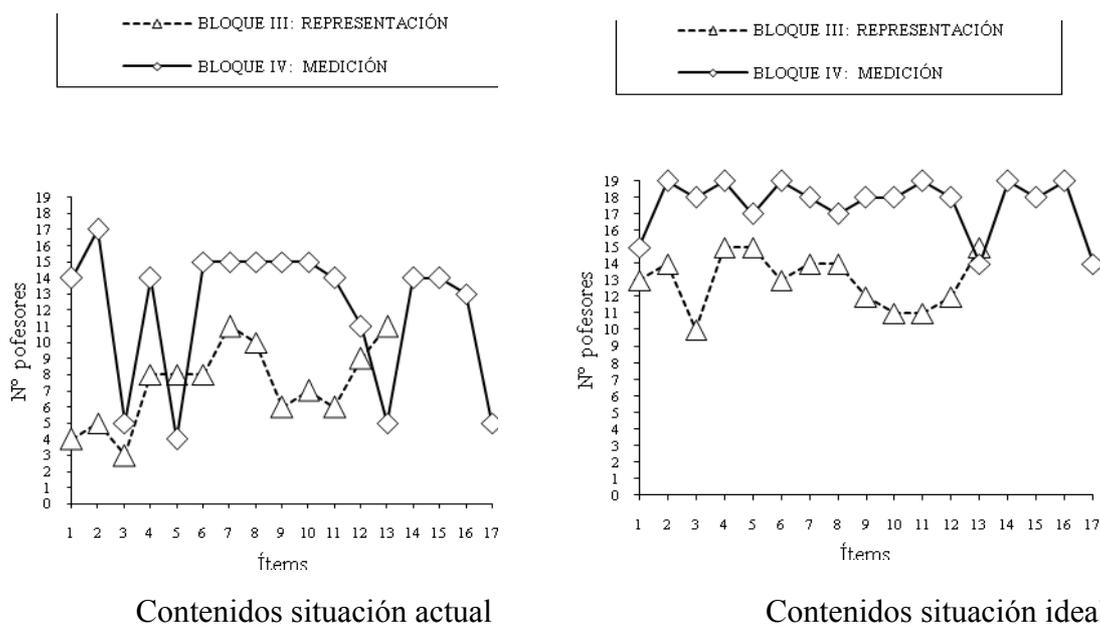


Gráfico I

Los contenidos de medición son los más impartidos y los que más se impartirían. Le siguen los de descripción, después los de clasificación y, por último, los de representación. En la situación ideal aumenta el número de profesores que impartirían los contenidos de todos los bloques.

Los contenidos específicos más impartidos son los referentes a reconocer y describir las figuras planas y del espacio, la utilización de la unidad de medida, calcular cuantitativamente el perímetro de las figuras planas, su área y el área de formas del espacio, el volumen de estas últimas, y la utilización de fórmulas para calcular áreas y volúmenes. Sobre la clasificación se aborda especialmente la clasificación de los

triángulos y de los ángulos, y sobre la representación se destaca dibujar ángulos, triángulos y figuras a escala.

Los poliedros que se consideran son los prismas (10/13)¹⁴, los poliedros regulares (9/13) y las pirámides (8/13); y los cuerpos de revolución, el cilindro (11/12), cono (9/12) y la esfera (7/12). En relación con las propiedades y relaciones que se consideraban, las respuestas fueron muy pobres y reflejaban que algunos profesores no se expresaban con precisión. A la clasificación de los sólidos apenas se le presta atención. Sólo 10 profesores respondieron a la cuestión, 5 clasificaron en función del polígono de la base, y los otros 5 sólo nombraron familias que se podían establecer con clasificaciones-particiones¹⁵ siguiendo criterios visuales (Guillén, 1991).

Con la geometría plana la situación mejora un poco en cuanto que se trabajan más los contenidos geométricos. Pero a la hora de expresar propiedades y/o relaciones, se usó terminología del espacio para nombrar elementos de los polígonos, y se expresaron elementos en cuestiones en las que se pedía que se indicaran propiedades y/o relaciones. Mayoritariamente se clasifican los ángulos según su amplitud o posición (7 profesores), los triángulos atendiendo a la medida de sus lados o considerando la magnitud de los ángulos (10), los cuadriláteros según el paralelismo e igualdad de los lados (8) y los polígonos atendiendo al número de lados (8).

Para las representaciones físicas, menos de la mitad de los profesores encuestados (42%) expresó que las utilizaba al enseñar geometría.

Sólo 4 profesores indicaron que introducían el volumen usando fórmulas y otros 4 experimentalmente. La mayoría trabaja el cálculo utilizando fórmulas (14); sólo 6 indicaron que lo hacían llevando a cabo comparación de volúmenes de sólidos. Para hallar el perímetro, área o volumen se utilizan las unidades del Sistema Internacional (SI), reflejando un conocimiento similar de las unidades de las tres magnitudes. Parece además que no se trabajan las relaciones entre estas magnitudes.

En todos los bloques hay contenidos que impartirían algunos profesores en sus clases, considerándose que “no son de su curso” sino de un curso posterior o anterior. La asignación de los contenidos a los cursos en los que se impartía fue siempre coherente con los cursos en los que asociaban dificultades o errores al contenido correspondiente, cuyos resultados se discuten en Pérez y Guillén (2007). Los contenidos de los bloques I a IV se imparten en 1º a 3º. En el primer ciclo de la ESO apenas se presta atención a la geometría de los sólidos, sólo a la geometría plana, y en ambos ciclos se presta mucha atención a los problemas de operar (calcular). La geometría del espacio se trata en 3º; ahora bien, sólo aparecen dificultades y errores conceptuales ligados a ella y relativas a la descripción de sólidos. Ningún profesor hizo referencia a la clasificación de sólidos porque no se suele impartir.

2. Contenidos a los que se les asigna mayor o menor importancia

Los datos obtenidos, algunos se muestran en el gráfico II, han llevado a establecer que:
– La mayoría de los profesores consideran imprescindibles o importantes los contenidos sobre: i) reconocimiento y descripción de las figuras planas (ítems 3, 4 y 5 del bloque I) ii) clasificación de las figuras planas (ítems 3, 4, 5 y 6 del bloque II), iii) cómo dibujar líneas (paralelas, perpendiculares y mediatriz) con instrumentos de dibujos, ángulos y

¹⁴ La fracción indica el número de profesores que han nombrado lo citado respecto del número de profesores que expresan que han impartido ese contenido.

¹⁵ Por clasificación-partición queremos decir la clasificación de un conjunto de conceptos de tal manera que se establecen subconjuntos que son disjuntos unos de otros.

figuras a escala, iv) cómo usar y expresar las mediciones con la unidades de medida y v) determinar cuantitativamente el perímetro, el área y el volumen de las figuras planas y espaciales, principalmente usando fórmulas.

– Los contenidos de los bloques I, II y IV para los que un número considerable de profesores (indicado entre paréntesis) marcan como que “se pueden dejar de estudiar” han sido: I.8 Relacionar los distintos elementos del plano (6 profesores). II.1 Clasificar los sólidos (4). II.2 Clasificar los prismas y las pirámides (6). IV.3, IV.5 y IV.13 Calcular cualitativamente perímetros, áreas y volúmenes usando los procedimientos de estimación y comparación (7, 7, 10). La opción ha sido ampliamente seleccionada (por más de 5 profesores) en todos los contenidos del bloque III a excepción de aquellos especificados en iii) en el párrafo anterior.

No hay una clara distinción que permita concluir sobre el ciclo en que imparte clase el profesor que elige esta opción. Sólo en algunos contenidos de medición se nota una elección especial por profesores de 2º ciclo. Se observa también que cuando un profesor marca esta opción para un contenido, indica también que no lo ha impartido.

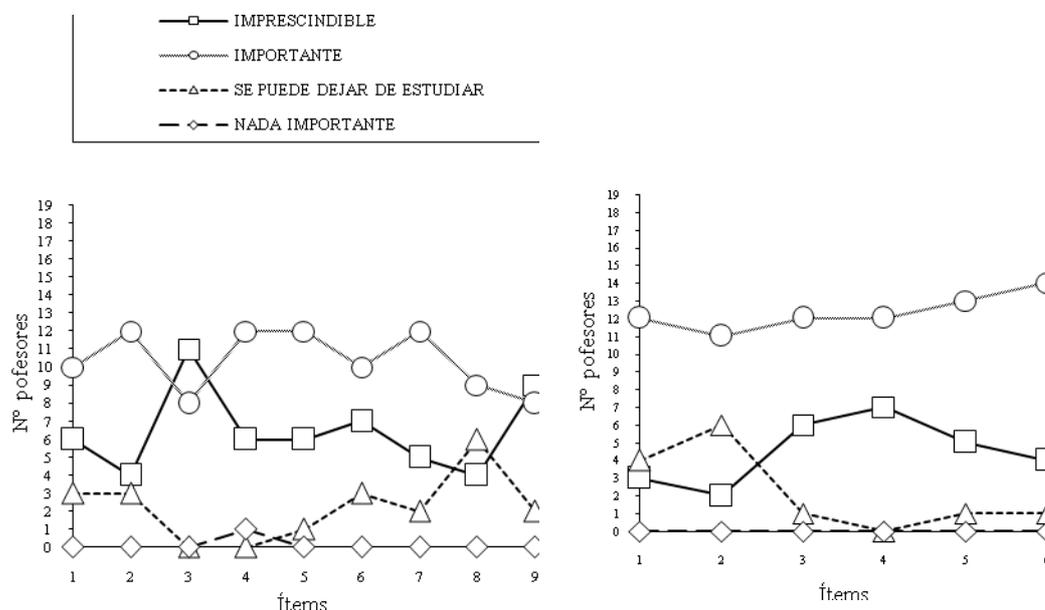


Gráfico II: Consideración de los contenidos de los bloques I y II

3. Sobre las explicaciones de las respuestas

Las dos razones más mencionadas en los contenidos de todos los bloques para explicar por qué se imparte el contenido correspondiente han sido: “desarrolla capacidades para el alumno” y “se necesita para otros contenidos”. Le siguen, “les gusta a los alumnos” y “está en el programa”. Para contenidos del bloque I se han indicado también “porque se dominan” o porque “los deben conocer los alumnos”.

Para explicar por qué no se ha impartido, se han elegido ampliamente “la falta de tiempo” y que “no es un contenido de su curso”. Si se asocia al curso que se imparte, se ha elegido la primera razón. En la situación ideal, la segunda razón fue la más

seleccionada y en muchos casos se complementa indicando que son del bachillerato o de otra asignatura.

Dada la brevedad del informe, sólo vamos a mencionar otras razones que indicaron varios profesores para contenidos que se habían marcado como que “se pueden dejar de estudiar”. “El contenido no me gusta, no es de mi agrado” se marcó por algún profesor para cada uno de estos contenidos. Por ejemplo, lo hicieron 3 de estos profesores que impartían clase en primer y segundo ciclo para los contenidos II.1 y II.2 (véase el anexo I). “La falta de material por parte del profesor” se seleccionó también en contenidos referentes a las figuras del espacio (4 profesores). Y “que no se tiene dominio” o “que se necesita formación” en relación con la construcción o representación de los sólidos (3), o con la construcción o dibujo de figuras planas a partir de alguno de sus elementos y las relaciones entre ellos (4). La falta de formación se explica para algunos contenidos comentando que “los libros de texto no suelen trabajarlos”, razón que se apunta especialmente para los contenidos del bloque III (sobre construcción y dibujo de formas). Otra razón que indicaron era que “son difíciles para mis alumnos”.

CONCLUSIONES

Considerando y comparando los resultados indicados en el apartado anterior y los señalados en Pérez y Guillén (2007), como conclusiones del trabajo destacamos:

- El estudio realizado muestra una gran coherencia en las respuestas dadas a diferentes preguntas de la encuesta.
- Todas las hipótesis de partida se han constatado. También se han corroborado los resultados indicados en Guillén et al. (2006), obtenidos sobre la enseñanza de la geometría de los sólidos en primaria en algunas escuelas mexicanas.
- Los contenidos de medición se priorizan frente a los relativos a los procesos matemáticos.
- Se da más importancia a la descripción y clasificación de las figuras planas que a las del espacio.
- Los contenidos que se consideran imprescindibles o importantes se imparten si se consideran del curso; y los que “se pueden dejar de estudiar” no se imparten y raramente se impartirían en la situación ideal.
- En ningún curso de la ESO se imparten todos los contenidos geométricos y/o de medición curriculares, especialmente por “la falta de tiempo”.
- Parece que “la falta de tiempo” lleva a que en un curso no se haga una revisión de contenidos de los cursos anteriores. Pero a veces se tratan en un curso contenidos de un curso posterior.
- *No hay uniformidad entre los profesores sobre si a sus alumnos les gusta la geometría o no. Muy pocos expresan que ello es una razón para impartir un contenido geométrico.*
- Muy pocos profesores usan diferentes representaciones físicas al enseñar geometría y desarrollan muy poca actividad matemática a partir de ellas.
- No se suelen utilizar diferentes situaciones o contextos al enseñar geometría, ni en la introducción de conceptos ni en la resolución de problemas. Parece que no se tiene en cuenta la sugerencia del currículum (GV, 2002) sobre que la geometría se ha de enseñar a través de ejemplos tomados de la vida real.
- Los contenidos relativos a los bloques I a IV se asocian a los cursos 1º a 3º. En ambos ciclos se presta mucha atención a los problemas de operar (calcular). En el primer ciclo de la ESO se trata la geometría plana; apenas se presta atención a la geometría de los sólidos. Su estudio, muy pobre, se asocia a 3º.

- La enseñanza de la geometría plana desde los procesos matemáticos y/o desde el establecimiento de las relaciones es muy pobre. Y la situación empeora para la geometría sólida.
- Se presta muy poca atención a la enseñanza de las diferentes representaciones de las formas y a la resolución de problemas de construcción o dibujo de polígonos dados algunos elementos.
- Se tienen dificultades para expresar con fluidez y de manera precisa diferentes propiedades o relaciones entre objetos geométricos. Algunos profesores necesitan formación para algunos contenidos relativos a la representación y/o dibujo de formas.
- Se presta mucha atención a la enseñanza del área a partir de métodos cuantitativos. Ello puede explicar lo que afirman diferentes investigaciones sobre que la mayoría de los alumnos desarrolla casi exclusivamente una concepción numérica del área. Para los estudiantes, el área es un número que se calcula (Corberán, 1996; Perrin-Glorian, 1992; Tierney et al., 1990).
- Se ha corroborado lo que subraya Sáiz (2002) sobre que los profesores se sienten más seguros al estar enseñando volumen, cuando lo hacen a través de acercamientos cuantitativos, siendo la fórmula el procedimiento más frecuente. También se ha constatado, lo que subraya Del Olmo et al. (1989), sobre que apenas se determina el volumen aprovechando regularidades o por estimación.
- No se contemplan sugerencias dadas por investigadores sobre la utilización de unidades no estándar (Del Olmo et al., 1989).
- Aunque la mala comprensión de la “relación” entre los conceptos de área y perímetro y la confusión que entre ellos existe es el resultado más común obtenido a nivel internacional (Carpenter et al., 1980; Freudenthal, 1983; Ramalho y Correia, 1995), no se contemplan las sugerencias dadas por diferentes investigadores (por ejemplo, Corberán, 1996) sobre la conveniencia de trabajar en clase relaciones entre el perímetro, área, volumen.

Las conclusiones del estudio no pueden extrapolarse a todos los profesores de secundaria que enseñan contenidos geométricos y/o de medición, pero sí llevan a plantearnos cuestiones sobre cómo se puede: i) hacer la transferencia de algunos resultados de la investigación en didáctica de la geometría a las clases, ii) favorecer que los profesores de la ESO mejoren su formación para la enseñanza de los contenidos geométricos o de medición en este nivel educativo, iii) incentivar a los profesores para que se sientan motivados para evaluar y usar materiales que se han elaborado teniendo en cuenta resultados de la investigación que muestran la geometría como una materia que permite desarrollar gran actividad matemática y que se puede enseñar desde diferentes puntos de vista.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Carpenter, T.P., Corbitt, M.K., Kepner, H.S., Lindquist, M.M. y Reys, R. (1980). Results of the second NAEP mathematics assessment: secondary school. Mathematics teachers, 73, 329-338.
- Corberán, R.M. (1996). Análisis del concepto de área de superficies planas. Estudio de su comprensión por los estudiantes desde primaria a la universidad (Tesis Doctoral). Valencia: Universitat de València (Publicada en 2002. Col·lecció: Tesis doctorals en Microfitxes. Valencia: Universitat de València).
- Del Olmo, M.A., Moreno, F., y Gil, F. (1989). Superficie y Volumen ¿Algo más que el trabajo con fórmulas? Madrid: Síntesis.

- De Villiers, M.D. (1997). The future of secondary school geometry. *Pythagoras*, 44, 37-54.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: D. Reidel
- GV (2002). Decreto 39 /2002, de 5 de marzo, del Gobierno Valenciano, por el que se modifica el Decreto 47/1992, de 30 de marzo, del Gobierno Valenciano, por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Valenciana. DOGV. 8/03/2002.
- Guillén, G. (1991). *El mundo de los poliedros*. Madrid: Síntesis.
- Guillén, G. (1997). *El modelo de Van Hiele aplicado a la geometría de los sólidos. Observación de procesos de aprendizaje. (Tesis doctoral)*. Valencia: Universitat de València. (Publicada en 1999. Col·lecció: Tesis doctorals en Microfitxes. Valencia: Universitat de València).
- Guillén, G. (2004). El modelo de Van Hiele aplicado a la geometría de los sólidos: Describir, clasificar, definir y demostrar como componentes de la actividad matemática. *Educación Matemática*, 16 (3), 103-125.
- Guillén, G. (2005). Análisis de la clasificación. Una propuesta para abordar la clasificación en el mundo de los sólidos. *Educación Matemática*, 17 (2), 117-152.
- Guillén, G. y Figueras, O. (2004). Estudio exploratorio sobre la enseñanza de la geometría en primaria. Elaboración de una encuesta. En Castro, E. y De la Torre, E. (Eds.) (2004), *Investigación en Educación Matemática. Octavo Simposio de la SEIEM* (pp. 219-228). A Coruña: Universidade da Coruña.
- Guillén, G., Figueras, O. y Corberán, R.M. (2006). Algunos resultados sobre la enseñanza de la geometría en primaria. Un estudio exploratorio. En Aymerich, J.V. y Vives, S.M. (Eds.), *Matemáticas para el siglo XXI* (pp. 215- 224). Castellón: Universitat Jaume I.
- Jones, K. (2002), *Issues in the Teaching and Learning of Geometry*. En Linda Haggarty (Ed), *Aspects of Teaching Secondary Mathematics: perspectives on practice*, (Chapter 8, pp. 121-139). London: Routledge Falmer.
- Llinares, S. (1996). Conocimiento profesional del profesor de matemáticas: conocimiento creencias y contexto en relación a la noción de función. En Ponte, J.P.; Monteiro, C.; Maia, M.; Serrazina, L. y Loureiro, C. (Coord.), *Desenvolvimento Profissional dos Professores de matemática. Que Formação?*, (pp. 47-82). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, Secção de Educação Matemática
- Moreno, M. y Azcárate, C. (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Enseñanza de la Ciencias*, 21 (2), 265-280.
- Pérez, S. (2006). Algunos resultados sobre la enseñanza de la Geometría en la Educación Secundaria Obligatoria. Estudio exploratorio (Trabajo de investigación del Programa de Doctorado). Valencia: Universitat de València.
- Pérez, S. y Guillén, G. (2007). Estudio exploratorio sobre creencias y concepciones de profesores de secundaria en relación con la geometría y su enseñanza. En Bolea, P.; Camacho, M. y Flores, P. (Eds), *Investigación en Educación Matemática*. XI

Simposio de la SEIEM (pp. 295-305). Tenerife: Universidad de La Laguna.

Perrin-Glorian, M.J. (1992). Aires de surfaces planes et nombres decimaux. Questions didactiques liées aux élèves en difficulté aux niveaux CM-6ème. (Thèse de Doctorat D'Etat). Paris: Université Paris 7.

Ramalho, G. y Correia, T. (1995). Analysis of errors and strategies used by 9-year-old Portuguese students in measurement and geometry items. En Meira, L. y Carraher, D. (Eds) (1995), Proceeding of the Nineteenth International Conference for the Psychology for Mathematics Education (Vol. 2, pp. 122-129). Recife, Brazil: Universidade Federal de Pernambuco.

Sáiz, M. (2002). El pensamiento del maestro de Primaria acerca del concepto volumen y de su enseñanza (Tesis Doctoral). México: Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN.

Tierney, C., Boyd, C. y Davis, G. (1990). Prospective primary teachers' conceptions of area. En G. Booker, P. Cobb, T. de Mendicuti (Eds.), Proceeding of the Fourteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 307-315). Oaxtepec, Mexico: Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I. P. N.

ANEXO I

BLOQUE II: CLASIFICAR FORMAS GEOMÉTRICAS DE TRES Y DOS DIMENSIONES BAJO DISTINTOS CRITERIOS

Ítems: II.1 Clasificar los sólidos. II.2 Clasificar los prismas y las pirámides. II.3 Clasificar los ángulos. II.4 Clasificar los triángulos. II.5 Clasificar los cuadriláteros. II.6 Clasificar los polígonos.

Cuadro I

ANEXO II

16. Cada una de las preguntas de este bloque del cuestionario se refiere a un contenido geométrico del currículum de secundaria. Para cada contenido se hacen tres tipos de cuestionamientos, a saber:

- a) Si lo ha impartido en el año escolar que acaba de terminar. En las opciones para las respuestas este aspecto se denomina "Situación actual".
- b) Cómo considera el contenido: Imprescindible, importante, se puede dejar de estudiar, nada importante. En las opciones para las respuestas este aspecto aparece como "Lo considero".
- c) Si lo impartiría suponiendo que tiene una situación ideal en el aula en la cual tiene tiempo suficiente para dar todos los contenidos del curso. En las opciones para las respuestas este aspecto se llama "Situación ideal".

Notas:

Para los cuestionamientos a) y c) puede precisar sus respuestas al elegir una o varias de las opciones que se presentan.

Para los contenidos que implican varias familias o elementos, si sólo ha impartido lo relativo a algunas/os, subraye aquellas/os que ha tratado en clase.

Cuadro I

II.1 Clasificar los sólidos.	
a) Situación actual:	
Lo he impartido: <input type="checkbox"/> Marque con una cruz en qué curso/s lo ha impartido 1° <input type="checkbox"/> 2° <input type="checkbox"/> 3° <input type="checkbox"/> 4° <input type="checkbox"/>	No lo he impartido: <input type="checkbox"/> Marque con una cruz por qué no lo ha impartido: No es de mi agrado: <input type="checkbox"/> No he tenido tiempo: <input type="checkbox"/> No está en los libros de texto: <input type="checkbox"/> No tengo dominio del tema: <input type="checkbox"/> Lo considero difícil para el alumno: <input type="checkbox"/> Otras razones. Indique cuales:
b) Lo considero:	
Imprescindible Importante Se puede dejar de estudiar Nada importante	
c) Situación ideal:	
Lo impartiría: Marque con una cruz en qué curso/s y por qué lo impartiría: 1° <input type="checkbox"/> 2° <input type="checkbox"/> 3° <input type="checkbox"/> 4° <input type="checkbox"/> Porque está en el programa: <input type="checkbox"/> Desarrolla capacidades del alumno: <input type="checkbox"/> Se necesita para otros contenidos: <input type="checkbox"/> Porque le gusta a los alumnos: <input type="checkbox"/> Porque tengo dominio del tema: <input type="checkbox"/> Pero no es de mi agrado: <input type="checkbox"/> Pero no está en los libros de texto: <input type="checkbox"/> Pero necesito formación: <input type="checkbox"/> Otros comentarios. Indique cuales:	No lo impartiría: Marque con una cruz por qué no lo impartiría: No es de mi agrado: <input type="checkbox"/> Lo considero un contenido para bachillerato: <input type="checkbox"/> No está en los libros de texto: <input type="checkbox"/> No tengo dominio del tema: <input type="checkbox"/> No tenemos el material: <input type="checkbox"/> No contamos con apoyo para formarnos: <input type="checkbox"/> Otros comentarios. Indique cuales:

Cuadro II

ANEXO III

<p>17.1- Si ha trabajado en clase la descripción de poliedros, ¿qué elementos ha considerado en su descripción (...)</p> <p>17.10- ¿Qué relaciones ha establecido entre diferentes poliedros y cuerpos de revolución, por ejemplo entre el prisma y el cilindro? (...)</p> <p>17.14- ¿Qué criterios ha utilizado, en la clasificación de los ángulos, triángulos, cuadriláteros, polígonos? (...)</p> <p>17.16- Si ha utilizado representaciones físicas (objetos del entorno, modelos o armazones de sólidos,...) como modelo de fenómenos al explicar la geometría, explique cómo lo ha hecho.</p>

Cuadro III

<p>18.1-Si ha trabajado en clase la introducción del volumen de algunos cuerpos, explique cómo lo ha hecho. (...)</p> <p>18.7- Especifique algunos problemas que haya trabajado en sus clases en los que para resolverlos haya usado conocimientos adquiridos previamente con el estudio del volumen de algunos cuerpos. (...)</p> <p>18.11- En sus clases, ¿ha relacionado el perímetro (área) de una figura plana que se ha obtenido usando una unidad de medida con el/la obtenido/a usando otra? ¿Ha relacionado el área (volumen) de un sólido que se ha obtenido usando una unidad de medida con el obtenido usando otra? Explique sus contestaciones.</p>
--

Cuadro IV

ANEXO IV

Elementos para la descripción de poliedros		
1	Los que los componen	Caras
		Vértices
		Aristas
2	Análogos a los de las figuras planas	Ángulos
		Diagonales
		Altura
		Generatriz
		...
3	Análisis local	Parte de las caras
		Orden de vértices
		...
4	Análisis global	Secciones división poliedro
		Planos de simetría

Plantilla I