

EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS COMO PARTICIPACIÓN EN UNA PRÁCTICA DE UNA COMUNIDAD VIRTUAL

RAFAEL RODRÍGUEZ
JOSEP M.ª FORTUNY

1. SITUACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

El uso de las NTIC en el aprendizaje, da lugar a situaciones sociales de comunicación y a interacciones entre el profesor-tutor y el alumno y entre los propios alumnos alrededor de una actividad o un contenido específico. Con esta perspectiva, centramos nuestra investigación en el estudio de las interacciones que se producen, a partir de unas actividades en un entorno virtual de aprendizaje, sobre la aplicación de la proporcionalidad en la determinación de la medida indirecta. El objetivo de la investigación es analizar los efectos de las interacciones entre los alumnos, que se producen a lo largo del proceso comunicativo, cuando se confrontan sus producciones mediante un *forum*.

En una situación de enseñanza-aprendizaje, las interacciones entre los alumnos y el profesor se producen normalmente en el intercambio cara a cara en conversaciones de forma inmediata, pero en nuestro caso, lo hacemos mediante las palabras escritas. A pesar de que el lenguaje escrito supone normalmente distanciamiento, no ha sido así, gracias al medio tecnológico en que se establecen el conjunto de relaciones de discusión significativa y aprendizaje dialéctico entre los participantes. Esto supone una modificación de la comunicación verbal presencial con un aumento de valor intercomunicativo y de generación de conocimientos y inteligencia colectiva (Lévy, 1994).

En nuestro caso, al analizar las redes conversacionales en el dominio de las realizaciones de actividades matemáticas sobre proporcionalidad y semejanza, tenemos la especificidad temática de considerar la exigencia de la justificación de las propiedades consideradas en las resoluciones. Por esto consideraremos una categoría del análisis del discurso, que llamamos momentos interactivos, como una agrupación de una misma especificidad de interacciones con una tendencia común y consustancial con las actividades matemáticas. De esta manera ampliaremos en un

nivel la jerarquía de Kerbrat-Orecchioni (1994) y nos acercaremos a la noción de módulo interactivo de Vion (1992). Los momentos interactivos nos servirán para identificar los puntos o ejes cruciales en una conversación, que tienen una naturaleza propia y un potencial de cambio o transición específica en los diferentes rangos de habilidades en el desarrollo del conocimiento matemático compartido de los participantes.

En este marco, el medio tecnológico crea un contexto y una mediación en el sentido que expone Hershkowitz (1999), donde se posibilita el proceso comunicativo, en interacción con el propio diseño de un entorno virtual de aprendizaje, como espacios facilitadores de comunicación entre el tutor y los propios alumnos. La utilización del lenguaje como actividad social y vínculo de comunicación permitirá, compartir y regular aprendizajes, tanto, des del tutor, como por parte de los propios alumnos. En esta situación tiene especial importancia el contexto que incorpora el entorno virtual de aprendizaje de la matemática, ofreciendo oportunidades a los alumnos para que puedan expresar sus razonamientos, tanto al tutor como a sus compañeros, con la intencionalidad expresa de dar posibilidades de construir social y personalmente conocimientos.

2. ENTORNO VIRTUAL DE APRENDIZAJE

Esta investigación se sitúa en una clase de 12 alumnos de 2º, de enseñanza secundaria obligatoria (13 años) de una escuela pública de la ciudad de Barcelona. Todos ellos participan del entorno virtual de aprendizaje de la matemática¹, pues su realización está insertada dentro del marco de las clases ordinarias de matemáticas y enmarcada en el diseño curricular del centro. Todos los alumnos habían realizado el tratamiento de la proporcionalidad aritmética en las clases de matemáticas, centrado en la resolución de unos tipos de problemas aritméticos aplicados de proporcionalidad, de manera que todos ellos disponían de unas representaciones en referencia de este contenido. En este artículo nos centraremos en uno de los grupos de tres alumnos, que reúnen los requisitos de una cierta regularidad en cuanto a su asistencia al centro, como también habían manifestado su interés comunicativo y por el uso de las nuevas tecnologías. Los alumnos escogidos en nuestra investigación muestran la capacidad de participar con sus compañeros como la predisposición a la superación de las dificultades que desde el aprendizaje de las matemáticas pueden tener.

Los objetivos que se contemplan en el diseño del entorno virtual de aprendizaje considerado, que de manera significativa están recogidos en desarrollo del conjunto de las actividades propuestas (vea figura 2) son:

- Saber explicar el significado de semejanza y razón: la semejanza y las figuras semejantes.

¹ <http://www.edu365.com/aulanet/intermates/index.htm>

- Reconocer si dos figuras son semejantes; si dos triángulos son semejantes, a partir de los criterios de semejanza.
- Utilizar la semejanza de triángulos para calcular elementos de triángulos para obtener medidas indirectas de longitudes.

El análisis del desarrollo cognitivo que nos permitirá controlar el grado de elaboración del conocimiento generado a partir de la realización de las actividades lo hacemos introduciendo la idea de rango (Fortuny, Gimenez, Alsina, 1994), que nos indica el grado de complejidad de las operaciones mentales implicadas en la realización de una actividad matemática, y que nos permite describir el grado de interconexión entre los conceptos y las estructuras. El rango puede ser considerado como una expresión de la cantidad de calidad progresiva de las redes conceptuales y incluyen diferentes tipos de actividad. La existencia de la variabilidad del rango no indica diferente nivel de dificultad, sino diferente complejidad del proceso mental demandado por la actividad.

3. INSTRUMENTOS DE ANÁLISIS

En la situación de aprendizaje que tiene lugar en el entorno virtual de aprendizaje considerado, los alumnos son animados a participar en la realización y resolución de las actividades planteadas, de manera que se encuentran situados en «un juego complejo de implicaciones, de acciones y retroacciones» (Marc y Picard, 1992). Hay diferentes tipos de diálogos que pueden estimular nuestro pensamiento, como por ejemplo en nuestro caso el intercambio de los mensajes que los alumnos producen en el *forum*, ya que estos intercambios se producen con mensajes escritos y nosotros les damos respuesta en función de la que ha escrito y haciendo posible que todos los participantes tengan la oportunidad de aportar alguna cosa.

En función de las diferentes acciones del análisis del discurso de los participantes sobre la realización de actividades matemáticas, diferenciamos tres tipos de interacciones: disputaria o de discusión, acumulativa y exploratoria, según muestren desacuerdos, produzcan repeticiones o confirmaciones o traten de forma crítica y constructiva las aportaciones de los otros participantes.

En la siguiente tabla resumimos y esquematizamos los tipos de interacciones con sus correspondientes delimitaciones respecto de su influencia.

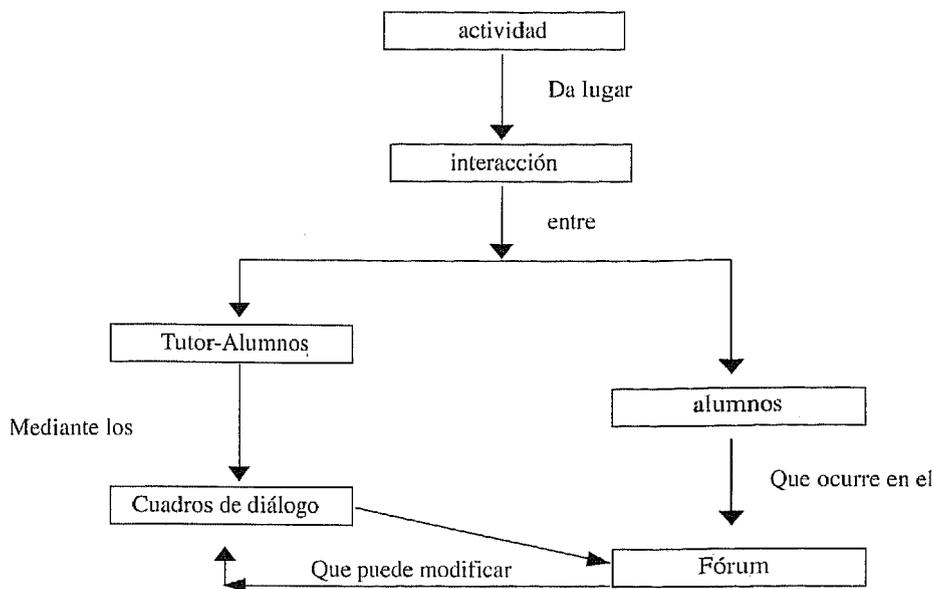
Para realizar el análisis del conjunto de datos registrados en el *forum*², nos centraremos en las situaciones de comunicación que se muestran en la figura 1 y que hacen referencia a la descripción del entorno del aprendizaje.

Encontramos dos situaciones de comunicación diferenciadas, una que tiene una dimensión social asimétrica que responde a la comunicación entre el tutor y el alumno (Rodríguez, 2003), y la otra, entre iguales, que se desarrolla en el *forum*, que aquí analizamos.

² <http://intermat.uab.es/intermates/aaaboard/aaaboard.html>

Tabla 1. *Resumen de los tipos de interacciones y su influencia*

TIPOS DE INTERACCIONES	A NIVEL LINGÜÍSTICO	COMO PENSAMIENTO Y ACCIÓN	CULTURAL	DIMENSIÓN TEMÁTICA
Disputaria o de discusión	Afirmaciones Refutaciones Pocas repeticiones y elaboraciones	Relación competitiva La información no se imparte Se oponen las diferencias de opinión para en vez de compartirlas La actitud es defensiva	Las afirmaciones y/o refutaciones no son explicadas ni justificadas. En referencia al contenido matemático pocas veces se explicita o se tiene en cuenta	Solo se sabe aplicar la semejanza para la determinación de la cuarta proporcional sin ningún razonamiento Habilidades de bajo rango, corresponden a indicadores de baja cualidad del conocimiento
Acumulativa	Repeticiones y elaboraciones	Relaciones implícitas de solidaridad y de confianza Repetición y confirmación de las ideas de las opiniones de los compañeros	Se produce la constitución de los contenidos matemáticos y por tanto la implicación de éstos en sus elaboraciones. Más bien es descripción de las acciones.	Comprobar que dos triángulos rectángulos son semejantes. Cálculo de la longitud desconocida en función de tres longitudes que se pueden medir directamente.
Exploratoria	Refutar ideas Pedir aclaraciones con respuesta Explicaciones Justificaciones	Razonar Observar y considerar los puntos de vista de los participantes Declarar y evaluar explícitamente las propuestas, Acordar / negociar explícitamente	Tiene en cuenta las relaciones, propiedades y contenidos de tipo matemático para dar explicaciones y justificaciones, de manera que se negocien los significados matemáticos, construyendo nuevos significados con relación a las actividades planteadas.	Alta comprensión conceptual de la semejanza, rica en interrelaciones. Corresponden a habilidades de alto rango y a indicadores de calidad de los conocimientos elevados

Figura 1. *Situaciones de comunicación*

4. BENEFICIOS SOCIALES DE LAS CONVERSACIONES APROPIADOS POR LOS PARTICIPANTES

4.1. *Habilidades de la participación en la interacción*

En el análisis del forum (véase figura 2), los alumnos participantes se encuentran centrados en unas interacciones acumulativas, y en determinados momentos interactivos se produce un cambio hacia las exploratorias, de manera que dan explicaciones, justificaciones o piden aclaraciones en función de las intervenciones de sus compañeros, es decir, se está poniendo en juego habilidades de alto rango. Destacamos que las interacciones disputantes no se producen, cosa que valoramos como un beneficio del proceso comunicativo, ya que los alumnos se centran en la resolución de la actividad. Es interesante como las interacciones de mantenimiento permiten favorecer en algunos momentos las regulaciones que los propios alumnos realizan, y permiten también dar coherencia a todo el proceso comunicativo. Otro beneficio es la aportación que el medio tecnológico juega a favor de las interacciones que los alumnos realizan. Esto facilita la apropiación por parte de los alumnos de elementos sobre el contenido matemático; de la participación y del cambio en la forma de participar, elementos que antes no estaban recogidos y que ahora son incorporados en sus interacciones, tal como mostramos en la siguiente tabla.

Tabla 2. *Relación entre momentos y interacciones*

Interacciones	M1	M2	M3	M4	M5	M6
Disputaria						
Acumulativa	Ariadna	Francisco	Natalia	Ariadna	Francisco	Francisco
Mantenimiento			Francisco			
Exploratoria		Francisco	Ariadna			Ariadna

Como consecuencia de la evolución que se produce en el proceso comunicativo, podemos decir que, en función del desarrollo de las actividades y de la participación en el forum, los alumnos mantienen las redes conversacionales más concentradas, haciendo que las réplicas y contrarréplicas se produzcan colaborativamente entre los alumnos a la hora de la resolución de las actividades, tal como se muestra en la figura 2

Si analizamos la evolución de los participantes podemos identificar como muestran diferentes rangos de habilidades y como pasan de las habilidades de rango medio:

- (Act. 2 - Ariadna 12:23:29 5/29/2002 (9)) a las de rango alto: (Te lo explico Natalia - Ariadna 12:30:53 5/29/2002 (4))

En este análisis podemos identificar las tres características que propone Wenger (1998) para definir una comunidad de práctica: en primer lugar los participantes se comprometen a renegociar las diferentes acciones de la resolución de la actividad 2; en segundo lugar, hay un compromiso mutuo y tácito de trabajar colaborativamente en las aportaciones que cada uno de los participantes hace para llegar a la solución de la actividad y en tercer lugar, utilizan un repertorio compartido de recursos como es el propio applet de CabriJava³ y sus escritos que tienen una coherencia respecto del contenido matemático, ya que utilizan la misma terminología.

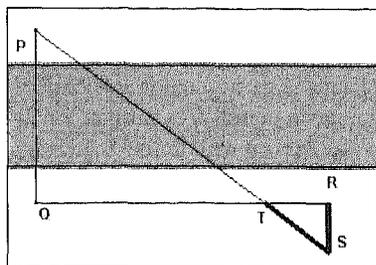
4.2. *La significación de los contenidos matemáticos*

Una vez hemos contemplado los aspectos de la participación en la interacción, consideramos que es importante destacar los aspectos matemáticos que se negocian y se desarrollan por parte de los participantes en la interacción y que dan una significación matemática al discurso que los interactuantes manifiestan en la resolución de la actividad, mostrando de esta manera su evolución a lo largo del proceso. Como hemos visto en el apartado anterior, en el desarrollo de las interacciones los participantes ponen de manifiesto sus significados matemáticos con relación a la actividad, y mientras este se va llevando eficazmente, los participantes van negociando y modificando el significado matemático en cuestión.

³ <http://www.cabri.net/cabrijava/index-f.html>

Figura 2. Beneficios sociales de la red conversacional

Actividad 2

Mueve⁴ los puntos

Un método para determinar la anchura de un obstáculo que no podemos medir directamente, por ejemplo la anchura de un río o de un barranco, es el que ilustra la figura:

Explicad en que consiste el procedimiento y que medidas hace falta tomar.

1. Apretad para hacer vuestra demostración.
2. Apretad para compartir vuestra demostración.

Continuamos con la actividad 2! - **Ariadna** 12:07:05 5/29/2002 (13)

Hemos de continuar haciendo la actividad 2 para ver si podemos llegar a alguna conclusión. De acuerdo?

Si queréis escribir un mensaje hacedlo después de este, Ok?

Continuación de la 2 - **Ariadna** 12:55:19 5/29/2002 (0)

La recta PT es semejante a la recta TS o RS?

Re: ACTIVIDAD 2 - **FRANCISCO** 12:18:41 5/29/2002 (0)

VENGA SI, PERO HEMOS DE INTENTAR RELACIONAR TODAS LAS IDEAS PARA SACAR UNA CONCLUSIÓN, COMO HACERLO? YO ESTOY PENSANDOLO.

Re: Continuamos con la actividad 2! - **FRANCISCO** 12:16:24 5/29/2002 (10)

VALE, PERO TENEMOS QUE COGER TODAS LAS IDEAS Y INTENTAR RELACIONARLAS, VALE?

VENGA, ÁNIMO!

Act. 2 - **Ariadna** 12:23:29 5/29/2002 (9)

He observado que si desplazamos el punto Q hasta la parte de arriba del río (o debajo del punto P) y después el punto T lo muevo hacia la izquierda hasta que el punto S se encuentra en la parte de debajo del río. Lo entendéis? Hacedlo y veréis que el triángulo de la izquierda aún sigue siendo semejante al triángulo de la derecha. Por otra parte, la recta que se ve al final, RS, es la distancia de la anchura del río

Re: Act. 2 - **Natalia** 12:28:15 5/29/2002 (5)

ARIADNA: He hecho esto que dices y entiendo porque lo haces pero no sé como averiguaremos la anchura ya que el lado ampliado cambia de distancia. Puedes explicarlo, por favor?

Te lo explico Natalia- **Ariadna** 12:30:53 5/29/2002 (4)

La recta PQ ha de ser proporcional a la recta RS si son triángulos semejantes.

Re: Te lo explico Natalia - **Natalia** 12:37:28 5/29/2002 (3)

Esto no es lo mismo que el que yo decía, pero al invrés?

Re: Te lo explico Natalia - **Ariadna** 12:41:24 5/29/2002 (2)

Si pero es que no te había entendido. Pero como al invrés?

Re: Te lo explico Natalia - **Natalia** 12:45:09 5/29/2002 (1)

Resolverlo como dices todo, pero sin variar de lado los lados.

para la Natalia - **Ariadna** 12:46:58 5/29/2002 (0)

Ah...

Haz un momento lo que te he dicho, por favor.

Cuando estés avísame. Vale?

⁴ <http://intermat.vab.es/intermates/activitats/40>

En el desarrollo de las interacciones, los participantes explicitan sus significados matemáticos, en relación con cada una de las actividades que se presenten. Se produce una evolución en los significados matemáticos por parte de los participantes, ya que se centran en la identificación de los triángulos rectángulos semejantes, en función del reconocimiento de las amplitudes de los ángulos, pero este criterio no es suficiente y pasan a considerar la medida de las longitudes que se pueden obtener directamente y la relación entre ellas, para obtener de esta manera la distancia de la medida inaccesible. Se evoluciona en la significación de la aplicación de la regla de tres o la proporcionalidad entre estas longitudes. Al finalizar el proceso se produce un cambio en la Ariadna (vease figura 2), facilitado por la manipulación del modelo, por el hecho que presenta una evolución y al mismo tiempo una negociación de los significados con la Natalia para poder obtener la distancia del río, dejando constancia que son semejantes y que PQ y RT tienen que ser proporcionales. Con lo cual, constatamos una evolución en la Ariadna en su significación matemática, tal como muestra la tabla adjunta, ya que en el proceso interactivo que se desarrolla se produce una transformación del estado inicial, donde contempla la medida y la amplitud de los ángulos, y por tanto la identificación de los triángulos rectángulos en función del criterio de los ángulos. En el estadio intermedio 1 considera la necesidad de las distancias, inaccesibles del río y en la relación con esta medida de longitud, cuestiona «la relación de 2», como aportación obtenida en el forum, donde es evidente la comparación entre las diferentes distancias, explicitando por medio de un ejemplo la razón entre estas distancias que, en el estadio final, da el significado matemático en referencia a los triángulos, los cuales son semejantes y, en la medida, son proporcionales.

Tabla 3. *Sobre la evolución del significado matemático de l'Ariadna*

ESTADO INICIAL	Triángulos semejantes Ángulos en común: 90° dos menos de 90°
ESTADIO INTERMEDIO 1	Concreción con datos no señalizados Distancias de los puntos T y R respecto al río
ESTADIO INTERMEDIO 2	Porque la relación es 2?
ESTADIO FINAL	Son semejantes P-Q ha de ser proporcional a la recta R-S si son triángulos semejantes

Se crea un contexto que facilita esta significación matemática, entendida en referencia a un objeto matemático, el teorema de Tales y la semejanza de triángulos, el cual tiene una entidad caracterizada por la aplicación de las propiedades que contemplan este objeto, y del cual los alumnos tienen diferentes referentes, centrándose en la medida de la amplitud de los ángulos. Por tanto el hecho de considerar la forma geométrica, en función de la manipulación que permite el medio, favorecido, en nuestro caso, por una visualización de la actividad, permite cambiar sus referentes para mejorar su significación respecto del objeto, reconociendo no tan siquiera la forma (la medida de la amplitud de los ángulos) sino también incorporando la relación entre las distancias conocidas y la que se desconoce, para acabar llegando a la conclusión de que estos triángulos son proporcionales. Así podemos afirmar que este cambio de significación es debido al medio tecnológico que facilita la manipulación y la materialización de las acciones, como al hecho de poder registrar y estructurar en lenguaje escrito las conversaciones que se producen en el forum, lo cual permite la contrastación y por tanto la mejora de las significaciones matemáticas en referencia al objeto.

5. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

5.1. *Sobre la constitución de comunidades de aprendizaje de las matemáticas*

Los momentos interactivos están vinculados a verdaderas comunidades de aprendizaje, que han sintetizado el grupo de alumnos considerados en esta investigación. La identificación comunitaria se ha caracterizado por asumir objetivos colectivos, a través de la realización de las actividades del entorno virtual de aprendizaje de la matemática, mediante la explicitación, la negociación, la comprensión y la explotación del conocimiento involucrado en estas actividades. Por tanto, se ha creado un contexto en el sentido de Mercer (1995), que se va desarrollando a medida que se produce el proceso de comunicación entre los participantes. Además, podemos asegurar que se han dado las tres características de la práctica que determinan la constitución de una comunidad de aprendizaje, tal como enuncia Wenger (1998), en primer lugar el compromiso mutuo registrado en las interacciones y los momentos interactivos que caracterizan las redes conversacionales del forum; en segundo lugar, la empresa colectiva de hacer aportaciones y replicas para mejorar la resolución de las actividades; y el repertorio compartido por la disponibilidad y el acceso a todos los registros conversacionales de los participantes en la resolución de las actividades.

5.2. *Sobre la visualización de la evolución del conocimiento de la proporcionalidad*

El entorno virtual de aprendizaje de la matemática considerado ha permitido visualizar la evolución del conocimiento, ya que las diferentes intervenciones a lo largo del proceso, quedan recogidas a través de los escritos que los alumnos rein-

corporaron en las replicas y las contrarréplicas que se van llevando a cabo. Así pues, el uso de las NTIC constituye un medio transparente que potencia el trabajo colaborativo, la interactividad entre los propios alumnos y el tutor, y que favorece el proceso de regulación de los aprendizajes, la construcción y la comprensión de conocimiento. La aportación del medio tecnológico como mediador permite una manipulación y una interacción que origina cambios conceptuales y procesales en el rango de habilidades cognitivas de los alumnos, explicitadas en la adquisición progresiva de habilidad de rango superior, tal como se pone de manifiesto en la actividad 2, ya que el apoyo del diseño implementado origina la manipulación de las acciones en la resolución de la actividad, tal como se ha ilustrado en la tabla I. Esto permite una mejora en la significación matemática en lo que hace referencia a la semejanza de triángulos rectángulos, ya que en un principio se hace referencia a la medida de la anchura de los ángulos como criterio de semejanza, pero a continuación, en función de la manipulación que ofrece el medio tecnológico, se considera la proporcionalidad entre las distancias teniendo en cuenta la medida de las longitudes de los lados determinados por los triángulos rectángulos.

5.3. *Sobre la determinación experimental de las distancias y la necesidad de demostración*

La manipulación y la exploración que realizan los alumnos a partir del medio tecnológico propuesto -en concreto en la consideración de l'applet en la actividad 2- juntamente con los dispositivos comunicativos han permitido verbalizar explícitamente las acciones que se realizan en el modelo para obtener de manera experimental la distancia del río, situación importante ya que destaca que los triángulos continúan siendo semejantes, pero sin explicar el porque de esta semejanza. En consecuencia, el medio tecnológico ha posibilitado una mediación en la resolución visual de la actividad. En esta situación de exploración, tal como nos indica Balacheff (1994) *se demuestra la solidez o la consistencia de lo que se ve en la pantalla*. Esta tendencia perceptual es tan fuerte que hasta puede conllevar que los estudiantes lleguen a entender porque es necesario demostrarlo; con lo cual, han llegado a adquirir habilidades de alto rango. Hasta cierto punto, la eficiencia del software ha eliminado la necesidad de demostración, pero en nuestra investigación es importante la verbalización de las acciones que se realizan, de manera que su explicitación no solamente se quede en la exploración visual de las acciones, sino que se trata de dar razones y justificaciones de estas acciones, tal como exponemos en nuestro marco teórico.

5.4. *Sobre la significación de los conceptos de semejanza y de proporcionalidad*

En función del proceso comunicativo que se establece y desde el punto de vista matemático se pone de manifiesto un cambio y una evolución en la significación matemática, de manera que se consideran las significaciones del análisis fenomeno-

lógico de Freudenthal (1983) con relación a los conceptos de razón, proporción y proporcionalidad. En nuestra investigación, esta significación se considera en referencia a los conceptos de semejanza de triángulos y a la proporcionalidad tal como muestra la tabla III, dado que su primer significado matemático se centra en la semejanza desde la interpretación de la medida de la amplitud de los ángulos, criterio de semejanza configurado por la forma geométrica y en desarrollo de la interacción exploratoria, incorporan la medida de la longitud de los lados, las distancias conocidas y la distancia inaccesible, y en consecuencia aprovechando la potencialidad del medio mejora su significación de los conceptos de semejanza y proporcionalidad, en su aplicación a la resolución de l'actividad del entorno de aprendizaje considerado.

Concluimos así que las interacciones son un medio para construir y negociar significados matemáticos y que el aprendizaje lo entendemos como un cambio en la forma de participar y en el contenido de participación en un sistema interactivo.

6. BIBLIOGRAFIA

- Balacheff, N. (1994). *Didactique et intelligence artificielle, Recherches en Didactique des Mathematiques*, Vol. 14, n° 12, 9-42.
- Fortuny, J. M, Gimenez, J. and Alsina C. (1994). Integrated Assessment on Mathematics 12-16. *Educational Studies in Mathematics* 27: 401-412
- Freudenthal H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. D. Reidel, Dordercht
- Hershkowitz, R. and Schwarz, B. (1999). The emergent perspective in rich learning environments: some roles of tools and activities in the construction of sociomathematical norms. *Educational Studies in Mathematics* 39, 149-166.
- Kerbrat-Orecchioni, C. (1990-1994). *Les interactions verbales*. Tomos I, II and III, Armand Colin, Paris.
- Marc, E., Picard, D. (1992). *La interacción social. Cultura, instituciones y comunicación*. Paidós, Barcelona.
- Lévy, P. (1994). *L'intelligence collective - Pour une anthropologie du cyberspace*. París: La Découverte.
- Mercer, N. (1995). *The guided construction of Knowledge. Talk amongst teachers and learner*. Multilingual, Matters Ltd., Clevedon.
- Rodriguez, R. (2003). *L'aprenentatge de les matemàtiques com a participació en una pràctica d'una comunitat virtual*. Doctoral Dissertation. Universitat Autònoma de Barcelona. Unpublished.
- Vion, R. (1992). *La communication verbal. Analyse des interactions*. Hachette, París
- Wenger, E. (1998). *Communities of practice: Learning as a social system*. [en línea]<<http://www.co-i-l.com/coil/knowledge-garden/cop/lss.shtml>>.