

INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN GEOMÉTRICA. CIERTAS CUESTIONES PENDIENTES

MOISÉS CORIAT

*Departamento de Didáctica de la Matemática
Universidad de Granada*

1. INTRODUCCIÓN

Este trabajo es una «réplica» (¿comentario?) a otros tres que menciono, en orden alfabético de autores:

- (A) Enrique de la Torre. La geometría en la formación inicial de profesores de Primaria.
- (B) M^a Lluïsa Fiol. La investigación del aprendizaje de la geometría en la Educación Primaria.
- (C) Jesús Murillo. Un entorno de aprendizaje interactivo para la enseñanza de la geometría en la ESO: Actividades con CABRI.

A lo largo de la réplica, cuando escribo «de la Torre», «Fiol» o «Murillo», casi siempre me refiero, respectivamente, a los trabajos (A), (B) o (C) y casi nunca a las personas en concreto.

Dichos trabajos, al igual que esta réplica, han sido preparados para su exposición pública y posterior discusión en el III Simposio de la SEIEM, que se celebra en Valladolid (septiembre, 1999).

Se dio un plazo a los tres autores para preparar la primera versión de sus respectivos trabajos. Esta réplica, también con un lógico plazo límite, remite a las versiones que he manejado.

Para elaborar los comentarios, he adoptado la siguiente estrategia:

(1^º) Las primeras lecturas de cada texto han sido (por imposición propia) decididamente favorables al contenido que me iba encontrando; progresivamente, me he ido «alejando», para buscar puntos comunes entre las tres comunicaciones y puntos de crítica.

Esto me ha ayudado a poner cada trabajo en un contexto de «diálogo imaginario», evitando lecturas demasiado sesgadas por mis propios intereses (éstos se pondrán de manifiesto, pero de manera explícita).

(2ª) Las discrepancias con los autores que merece la pena mencionar en esta réplica no son (no deben ser) «bilaterales» (autor/a - replicador), sino globales (o generalizables, en lo posible) al conjunto de las tres comunicaciones; si esto no es posible, se mencionarán sólo para establecer contrastes entre los autores.

Esto evita el peligro de entender la «réplica» como un conjunto de tres conversaciones, todas conmigo, y ayuda a mantener un cierto nivel de discusión no personalizada. Si fuera necesario o conveniente, entraríamos en tales niveles de discrepancias personales, pero al menos estaríamos advertidos del cambio de nivel.

La propia réplica se compone de dos apartados.

El Apartado 2, «Breve descripción de los trabajos», incluye, de manera sucinta, una serie de puntos que, a mi entender, los autores consideran esenciales; no se trata de un resumen, sino más bien del producto (parcial) de esas «lecturas favorables» indicadas en (1ª).

El Apartado 3, «Qué encuentro en común», incluye, no sólo las ideas que los autores consideran en sus trabajos y que resultan ser aproximadamente comunes (si nos atenemos a una literalidad o, al menos, a una interpretación), sino también las que ninguno de ellos considera. Es en esta segunda parte donde mis propias expectativas juegan su papel, al permitirme «anotar» omisiones (comunes) que considero pertinentes.

Por ejemplo, me hubiera gustado ver un análisis del currículo; Murillo, que no menciona el término currículo (salvo en la bibliografía), usa las variables básicas a la hora de valorar la innovación realizada; Fiol hace dos menciones, una, avisando que «la confluencia del investigador con el currículum y con la escuela es también muy compleja» y otra, más especulativa, sobre la posibilidad de hacer dicho análisis curricular, y de la Torre lo usa en cuatro ocasiones, con cierta polisemia, en las que pone de manifiesto que, aunque haga análisis curriculares, el análisis curricular no parece ser una herramienta de trabajo, tampoco para él, en este trabajo.

El estilo de la réplica, cercano al telegráfico, tiene muchos inconvenientes, pero constituye, espero, una buena ayuda para mantener el discurso en tamaños manejables.

Agradezco a los tres autores la confianza depositada al enviarme sus primeras versiones.

2. BREVE DESCRIPCIÓN DE LOS TRES TRABAJOS

Para hacer un resumen de los trabajos se necesitaría mucho espacio. Este apartado no puede hacer justicia de todas las ideas desplegadas por los autores. El Cuadro 1 indica los descriptores que he utilizado y cómo, a mi entender, se hallan en los tres trabajos.

Descriptores	Murillo	De la Torre	Fiol
Orientación principal →	Innovación (medios de enseñanza, interacción profesor- alumno)	Consideraciones didácticas	Sugerencias metodológicas (de investigación)
Triángulo →	Profesor de ESO- alumno de ESO- materia	Profesor de universidad - estudiante de Magisterio - materia	Investigador / profesor - estudiante de Magisterio - Maestra
Foco curricular →	Educación Secundaria Obligatoria	Magisterio y Educación Primaria	Magisterio y Educación Primaria
Tipo de trabajo →	Informe	Ensayo	Ensayo

Orientación principal

Intento responder a la pregunta: ¿de qué nos quiere hablar principalmente el autor / la autora? Reconozco que se trata de una elección, ya que los autores «tocan» varias cuestiones. Murillo reprochará al Cuadro 1 que no incluya las redes informáticas o las nuevas tecnologías, De la Torre, la ausencia de las «situaciones» esbozadas con esmero, Fiol, por último, su *esquisse* de Taller / Recerca. Bien, lo admito. Mi excusa es que necesitaba un cierto grado de generalidad; por eso he optado por las etiquetas indicadas en dicho Cuadro.

«Triángulo»

Se trata de un descriptor inducido por las lecturas. Los tres autores mencionan «tres» puntos o personajes a tener en cuenta. Obsérvese el paralelismo entre De la Torre y Murillo y las discrepancias relativas de Fiol. Por supuesto, Fiol se interesa por la geometría pero, en mi opinión, la geometría es un medio privilegiado de conectar, en sus investigaciones, a los tres personajes que menciona. No debe inferirse que De la Torre se abstenga de «proyectar» sus consideraciones a la profesión de Maestro, pero se trata de eso, una proyección, mientras que, para Fiol, se da una imbricación y diría esencial entre Investigador / profesor, estudiante de Magisterio y Maestro o Maestra. Recíprocamente, no cabe pensar que De la Torre o Murillo vean en el Profesor de universidad o de ESO un simple funcionario sin intereses investigadores; estos

intereses son esenciales para sus respectivas innovaciones o consideraciones didácticas. (Murillo también hace una proyección, pero de otro tipo: las necesidades de los actuales alumnos, sea cual sea su profesión futura, tienen que ver con la sociedad de la información.)

Foco curricular

Este descriptor permite precisar de qué geometría querríamos hablar. Aquí sí he tenido en cuenta la proyección, mencionada bajo el anterior descriptor, de De la Torre. Era necesario, porque éste quiere cambiar la enseñanza en las aulas de Educación Primaria a través del cambio en la formación inicial. También conviene mencionar ahora que, si se llevaran las consideraciones de Murillo a sus últimas consecuencias, nos encontraríamos ante una verdadera revolución en las aulas. (Más abajo diré por qué, en mi opinión, sería prematuro extrapolar, a todo el Sistema Escolar, el planteamiento de Murillo.) También es revolucionario el enfoque de Fiol, al considerar íntimamente ligadas las dos prácticas. Mi crítica a estos enfoques se verá al final del comentario.

Tipo de trabajo

Dedicaré pocas palabras a las últimas etiquetas correspondientes del Cuadro 1. No estoy seguro de que el Informe de Murillo sea un Informe de Investigación, porque no se indican los controles realizados. Esto no disminuye en modo alguno el interés del trabajo, sólo explica mi decisión. He dudado mucho antes de escribir que los trabajos de Fiol y De la Torre parecen ensayos; hay muchas consideraciones que llamaría particulares, seguramente avaladas por cientos de referencias, que los autores no han desarrollado; atinadamente, han preferido esbozarlas y, si ha lugar, supongo que lo harán durante las discusiones.

Sinceramente, no encuentro otros descriptores para describir rápidamente estos tres trabajos. Es posible que sea necesario un quinto descriptor, para el cómo. No lo he añadido porque los respectivos desarrollos me han resultado incompatibles. Murillo detalla el cómo, de la red, de las relaciones entre los personajes, en definitiva, lo relata; en cambio, De la Torre y Fiol han optado por algo más genérico, más cercano a la *propuesta* que al relato.

3. QUÉ ENCUENTRO EN COMÚN (PRESENCIAS EXPLÍCITAS, OMISIONES CON RESPECTO A MIS EXPECTATIVAS)

Hay dos ideas explícitamente compartidas por los autores: una es de tipo filosófico y la otra de tipo psicológico.

1.- En primer lugar, el conocimiento lo consideran en su precariedad. Si se me permitiera parafrasear a Eisner (1992), diría que ninguno de los autores separa los valores de los hechos, que no abrazan el monismo metodológico, que no se apoyan en un enfoque fundacionalista del conocimiento, que ninguno declara poseer una concepción particular del significado, que no consideran las alegaciones éticas como carentes de significado, que no creen en la ciencia como única fuente de conocimiento, que ninguno pretende explicar la «realidad» apelando a leyes universales y que no hacen de la medición la quintaesencia a cuyo través la realidad, sea lo que fuere, puede ser representada. Lo que pretenden, y sigo con la paráfrasis, es aportar ideas, sugerencias, posibilidades. Dar indicaciones, no prescripciones. No parecen comprometidos en el descubrimiento de leyes «mecanicistas» o de organizadas prescripciones sobre «lo que funciona». Me apresuro a añadir que comparto totalmente esta manera de entender la investigación en educación matemática.

2.- En segundo lugar, se declaran de algún modo constructivistas. Posiblemente, los cuatro discrepamos en el grado en que nos sentimos inclinados hacia el constructivismo. En efecto, cuando se dice que cada alumno (cada ser humano) construye su propio conocimiento, estamos diciendo trivialidades. ¿Cómo podría ser de otro modo? El conocimiento no forma parte de nuestra dotación genética (sólo, en su caso, la *capacidad*¹ para conocer). Incluso el profesor más «transmisivo» tiene evidencias de que hay diferencias individuales entre sus alumnos... a pesar de que él «dispense» el mismo discurso estructurado para todos ellos.

Lo que nuestros autores pretenden es «capturar» fenómenos globales de aprendizaje que, teniendo en cuenta las diferencias individuales, permitan a la mayoría de sus alumnos una construcción del conocimiento interiormente enriquecedora y exteriormente compartida. Murillo pone de manifiesto lo difícil que resulta acercarse al «ideal» (?) de un aprendizaje prácticamente individualizado a través de medios informáticos más o menos poderosos y de relaciones de afectividad y liderazgo bien estructuradas. De la Torre exige condiciones para la auto-estima (él dice confianza en uno mismo) y para afrontar (no necesariamente con éxito) situaciones matemáticas cotidianas. Fiol, atribuyendo el rol de aprendiz también al investigador / profesor, se acerca al desafío vygotskiano (alejándose parcialmente del constructivismo para reconocer una componente social en el aprendizaje):

¹ Humildemente reconozco mi ignorancia: no sé qué significa "capacidad" en abstracto.

(...) «la instrucción y el desarrollo no coinciden de forma directa, sino que constituyen dos procesos que se hallan en unas relaciones mutuas muy complejas. *La instrucción únicamente es válida cuando precede al desarrollo. Entonces despierta y engendra toda una serie de funciones que se hallaban en estado de maduración y permanecían en la zona de desarrollo próximo.* En eso consiste precisamente el papel principal de la instrucción en el desarrollo. En eso se diferencia la instrucción del niño del adiestramiento de los animales. En eso se diferencia la instrucción del niño, cuyo objetivo consiste en el desarrollo multilateral, de la enseñanza de los hábitos especializados, técnicos (escribir a máquina, montar en bicicleta), que no ejercen ninguna influencia importante en el desarrollo. El aspecto formal de cada una de las asignaturas de la escuela radica en la esfera en que se realiza y se cumple la influencia de la instrucción en el desarrollo. La instrucción sería totalmente inútil si sólo pudiera utilizar lo que ya ha madurado en el desarrollo, si no constituyese ella misma una fuente de desarrollo, una fuente de aparición de algo nuevo.

Por eso la instrucción resulta verdaderamente fructífera cuando se lleva a cabo dentro de los límites del período que determina la zona de desarrollo próximo.» (Vygotski, 1993; 243.)

Esta extensa cita de Vygotski me parece pertinente porque ayuda a colocar en su sitio al profesor. Si ha de investigar en el aula, su tarea consiste en encontrar esas situaciones instructivas que preceden al desarrollo individual, lo cual nos empuja hacia el constructivismo.

3.- Esperaba encontrar más cosas en común, cosas que tenía en mi cabeza antes de leer los trabajos, cosas que, en cierto modo, también tienen que ver con el asunto que hoy nos reúne: una idea de la geometría, un análisis curricular de la geometría, incluyendo su relación con otros núcleos curriculares (como el álgebra, los números o la estadística) y una detallada conexión entre la investigación y la enseñanza (al menos, una lista de problemas de investigación). Quizá se trate de cuestiones triviales, pero me preocupan. Por eso voy a recorrerlas rápidamente (a veces, también conjuntamente). Presento mis más sinceras disculpas si, en algún momento, el estilo resulta algo provocativo.

Una idea de la geometría (y un dilema)

Estoy seguro de que no coincidimos en nuestras respectivas ideas de la geometría. Con gran atrevimiento, voy a desafiarlos a que deis, ante las siguientes afirmaciones, una opinión no reducible a «sí..., pero no...»:

- (a) La ciencia de las medidas directas e indirectas.
- (b) El estudio de invariantes por transformaciones.
- (c) El estudio de las posiciones relativas de objetos en un sistema de referencia.

Es cierto: en (a), (b) y (c) hay geometría, pero ésta no se reduce a ninguna de dichas opciones.

Aún hay más: las afirmaciones matemáticas (por tanto, las geométricas) son enunciados conformes a expectativas conceptuales de carácter normativo (axiomáticas y lógicas), en el sentido de Gellner (1994), que no tienen nada que ver con la «realidad». A los matemáticos de hoy no les preocupa especialmente que sus enunciados tengan relación con la naturaleza, aunque es un hecho sorprendente (y no completamente explicado) que muchas teorías físicas, biológicas, económicas, etc., se apoyan precisamente en las matemáticas. La «verdad» de la matemática especializada, idealmente hablando, aspira a ser un axioma o un teorema de un lenguaje formal. Hay aquí una ruptura, básica y esencial, con la «verdad» matemática escolar, que no puede construirse sin referencia a la naturaleza y a normas socialmente reconocidas.

Este dilema admite innumerables ejemplos. Por una parte, el teorema de Pitágoras es una relación entre objetos pensados (normativamente compartidos). Por otra, pretendemos que el teorema de Pitágoras se comprenda recortando astutamente los cuadrados pequeños que se apoyan en el triángulo rectángulo y recomponiendo, a modo de puzzle, el cuadrado más grande. Para resolver el dilema, apelamos a una idea de modelo. Generamos modelos para todo. Incluso modelizamos lo continuo con ayuda de lo discreto. Al menos, cuando dibujamos con papel y lápiz sólo podemos estimar el número de puntos; en cambio, con CABRI, SUPPOSER u otras herramientas informáticas podemos contar el número de puntos - píxeles que constituyen un segmento².

El dilema mencionado, y la búsqueda de respuestas, constituyen para mí una predilección preferente de investigación en educación geométrica.

Necesidad de un análisis curricular

Si descartamos el adiestramiento unilateral (en el sentido indicado por Vygotski, v. arriba), que podría deducirse de lo anterior³, la enseñanza de la geometría tiene que

² Esto no debe entenderse como un rechazo de la herramienta informática, de la que soy partidario entusiasta... y crítico. Las pantallas corrientes están aún más "lejos" del plano que el humilde folio.

³ El razonamiento sería: como las afirmaciones geométricas son de carácter normativo, enseñémoslas normativamente.

afrontar el dilema con todos los que no manejan una axiomática. Tal es el caso de los alumnos de Educación Primaria, de sus actuales y futuros Maestros, de los alumnos de Secundaria y de aquellos de sus actuales o futuros maestros que no hayan estudiado la Licenciatura de Matemáticas o Física.

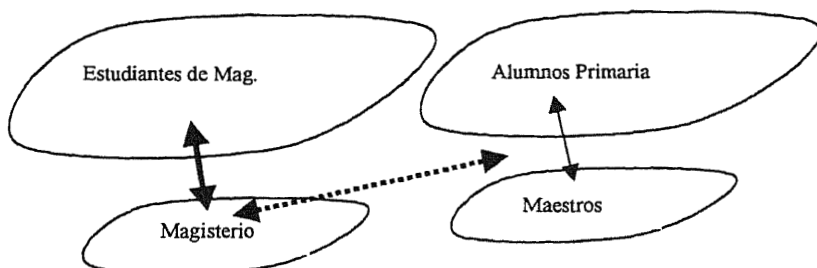
Como la LOGSE y los Decretos (ministeriales y autonómicos) son ahora «datos», los dos niveles en los que a la Investigación le queda una cierta posibilidad de «intervención» son el Centro y el Aula. En el uno, se desarrolla el currículo y en la otra se implementa. Me voy a limitar al «Aula» y, para no ser muy prolijo, limitaré la exposición a un simple ejemplo, que ilustra lo que he entendido cuando De la Torre menciona las situaciones de la vida cotidiana. Supondremos que se dan las condiciones para afrontar el siguiente enunciado: «Enrollo sobre sí mismos dos folios, uno alrededor del lado mayor y el otro alrededor del lado menor. ¿En cuál de los dos «cilindros» cabe más serrín?» Este enunciado se puede (se debe) responder empíricamente, construyendo los cilindros y vertiendo serrín en ellos. En mi opinión, todavía hemos hecho poca geometría: construir modelos de cilindros y comparar cantidades. Podemos especular sobre la manera de reducir o aumentar la diferencia de volúmenes (pensar en juegos de tamaños de los lados), sobre la deseable generalidad del resultado, sobre la conveniencia o no de usar fórmulas... y todas estas cosas forman parte del análisis curricular del enunciado. Yo creo que, aunque se trate de un trabajo ingrato, facilitaría enormemente la conexión entre investigación y práctica, porque dejaría a la Maestra tres decisiones básicas basadas en informaciones que sólo ella controla: la adaptación del enunciado, el momento y la formación previa de los alumnos para proponerlo. He dicho bien «forman parte», porque aún tenemos que estudiar otras componentes (afectivas, por ejemplo)...

¿Y los futuros maestros? Como estudiantes de Magisterio no pueden tomar ahora esas tres decisiones... Por tanto, sus profesores tenemos que hacer el análisis curricular de lo que le propongamos pensando en ellos exclusivamente como alumnos. ¿Quiere esto decir que no podemos pensar en ellos como futuros maestros? Enseguida entramos en esta cuestión.

Investigación

Aquí tengo que volver a comparar lo que dicen los autores. Si la experiencia de Murillo se generalizara de pronto, no habría presupuesto general del Estado que pudiera afrontar su coste, en materiales, formación de profesores e infraestructura. Él mismo reconoce que se trata de una «enseñanza a través de combinación de diversos medios

técnicos, en algunos casos muy sofisticados, que requiere una formación específica de los enseñantes en cuanto a metodología y uso de los recursos tecnológicos». Si «proyectamos», nos encontramos ante dos retos, uno de formación permanente (en su mayoría, los actuales Maestros y Profesores de Secundaria no están acostumbrados a usar sistemáticamente la herramienta informática ni a pensar en el aprendizaje constructivo) y otro de formación inicial. Pero, ¿en qué consiste esta proyección? Si se trata de una idea o descripción de cómo debería ser la enseñanza del Maestro en ejercicio, creo que la manejamos con ligereza, cada investigador propone la suya propia... Por ejemplo, me gusta usar el siguiente dibujo (Coriat, 1999), donde la flecha discontinua representa mi visión de la Educación Primaria.



Dibujo 1

El dibujo se aplica a De la Torre y Fiol (incluso a Murillo, si cambiamos las «patatas» adecuadamente). Sinceramente, no creo que ninguna descripción de «lo que nos gustaría» (incluyendo parte de las propuestas de los autores) se pueda conseguir constructivamente con los currículos actuales de Magisterio. Se puede hacer «algo» por las vías que proponen Fiol o de la Torre, pero lo considero esencialmente insuficiente. Por eso afirmo que la principal tarea de la investigación en educación matemática en España consiste en afrontar y resolver colectivamente esta cuestión: qué currículos de formación inicial, en el caso de que «exista» alguno, permitirán a los alumnos construir un perfil propio de Maestro de manera que, en su futura práctica docente, actúen de un modo constructivo con sus alumnos y desarrollen buenas relaciones de afectividad hacia las personas y hacia el área de Matemáticas. Me atrevo a vaticinar que la respuesta tendrá algo de sorprendente: los mejores currículos de Magisterio serán los que resulten más independientes de proyecciones particulares. Estoy seguro de que no se conseguirá ninguno si no seguimos discutiendo amistosa y profundamente.

BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA

Coriat, M. (1999). El maestro imaginario. En Carrillo y Climent (eds.). Modelos de formación de maestros en Matemáticas. Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones. 163-172.

Eisner, E. W. (1992). Are all causal claims positivistic? A Reply to Francis Schrag. *The Educational Researcher*, 21, 5, 8-9.

Gellner, E. (1994). El arado, la espada y el libro. Barcelona: península.

Vygotski, L.S. (1993). Obras escogidas II. Madrid: Visor.