

PERSPECTIVA DE LA INVESTIGACIÓN DEL “GRUPO DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS COMO DISCIPLINA CIENTÍFICA”

LUISA RUIZ

Universidad de Jaén

PILAR ORÚS

Universidad Jaume I de Castellón

JUAN D. GODINO

Universidad de Granada

JOSEP GASCÓN

Universitat Autònoma de Barcelona

RESUMEN

En este trabajo se sintetizan las actividades de investigación realizadas por el grupo «Didáctica de las Matemáticas como Disciplina Científica» (DMDC) de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM). Se incluyen las actividades previas del Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de las Matemáticas (SIIDM), dado que éste debe ser considerado como el germen de dicho grupo. La perspectiva histórica adoptada se complementa con la exposición de los presupuestos básicos subyacentes a la gran mayoría de investigaciones llevadas a cabo por los miembros del grupo y concluye con la descripción de una agenda de investigación, actualmente en marcha, concretada en varios proyectos específicos y un proyecto coordinado.

1. ANTECEDENTES DEL GRUPO: EL SEMINARIO INTERUNIVERSITARIO SIIDM

El grupo de investigación denominado «Didáctica de las Matemáticas como Disciplina Científica» (DMDC) se constituyó en el seno de la SEIEM en 1998. Sus

actividades deben ser consideradas como una continuación y extensión de las iniciadas en 1991 por el Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de las Matemáticas (SIIDM) formado por unos 30 profesores pertenecientes a 15 universidades. Es por esta razón que la perspectiva que presentamos en este trabajo abarca un periodo que se inicia en noviembre de 1991, fecha de constitución del SIIDM. El grupo DMDC se propone potenciar las actividades del SIIDM y coordinarlas con los objetivos de la SEIEM y de los restantes grupos de investigación de dicha Sociedad.

1.1. OBJETIVOS INICIALES DEL SIIDM

Los objetivos formulados inicialmente por el SIIDM y asumidos por el grupo DMDC son los siguientes:

- (a) Estudiar los trabajos relevantes sobre los fundamentos teóricos de la didáctica de las matemáticas, teniendo en cuenta las distintas aportaciones de otras disciplinas: matemáticas, epistemología, semiótica, pedagogía, psicología y sociología.
- (b) Analizar y confrontar las nociones básicas de las teorías de los campos conceptuales, de las situaciones didácticas, antropológica y de las funciones semióticas.
- (c) Aplicar dichas teorías a problemas específicos de investigación didáctica. Estudiar la eficacia respectiva de cada una de ellas para identificar (y, en su caso, explicar) los fenómenos didácticos emergentes así como para producir recursos didácticos tanto en el ámbito curricular como en el de la formación del profesorado de matemáticas.
- (d) Identificar los elementos básicos de una aproximación integradora de los distintos enfoques que permita formular una agenda de investigación coherente y productiva en didáctica de las matemáticas.

1.2. CONSTITUCIÓN Y ESTRUCTURA DEL GRUPO DMDC

En el momento de constitución del grupo DMDC manifestaron su deseo de formar parte del mismo 14 miembros de la SEIEM. El grupo se estructura en diferentes subgrupos que tienen su sede en las diversas universidades a las que pertenecen los miembros del grupo y que constituyen las células básicas de trabajo. Cada uno de estos subgrupos tiene sus propios proyectos (con frecuencia parcialmente compartidos por otros subgrupos) y sus propias sesiones periódicas de trabajo. Existen, asimismo, seminarios en los que participan miembros de dos o más de dichos subgrupos, además de las Jornadas SIIDM anuales en las que participan todos los miembros del grupo junto a los investigadores que lo deseen.

Recientemente se ha ido delimitando un proyecto de investigación común, compartido por todos los subgrupos, que permite coordinar muchos de los proyectos parciales desarrollados por éstos.

2. PRESUPUESTOS BÁSICOS Y LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN DEL GRUPO DMDC

La mayor parte de los miembros del grupo comparten un interés común por el enfoque de investigación iniciado en la década de los 70 y que en ocasiones se ha denominado «didáctica fundamental». En 1986 Guy Brousseau, iniciador indiscutible de este nuevo enfoque, publica en RDM el resumen de su tesis con el título «Fundamentos y métodos de la didáctica de la matemática». En este trabajo Brousseau caracteriza la «epistemología experimental» distinguiéndola del llamado «enfoque clásico». Éste presupone que la actividad cognitiva del sujeto -el que aprende y/o el que enseña- es el factor central para explicar los hechos didácticos considerando, además, que dicha actividad puede ser descrita y explicada de manera relativamente independiente de la relación didáctica y de las matemáticas. La originalidad del nuevo enfoque propuesto por Brousseau consiste en situar las matemáticas como un componente esencial de los fenómenos didácticos, lo que constituye la primera ruptura con el enfoque clásico; la segunda ruptura proviene de la ambición de elaborar una ciencia experimental de estos fenómenos, lo que condujo a explicar los modelos epistemológicos utilizados para contrastarlos con ayuda de los hechos didácticos. En la constitución inicial de este nuevo enfoque, junto a la teoría de las situaciones, jugó un papel muy relevante la teoría de los campos conceptuales propuesta inicialmente por Gerard Vergnaud. Posteriormente han aparecido otros modelos teóricos dentro de este enfoque de investigación que, en principio, pueden entrar en competición con la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) (Brousseau, 1997) y con la Teoría de los Campos Conceptuales (TCC) (Vergnaud, 1991). Se trata de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) (Chevallard, 1985 y 1992; Chevallard, Bosch y Gascón, 1997 y Bosch y Chevallard, 1999) y la Teoría de las Funciones Semióticas (TFS) (Godino y Batanero, 1994 y en prensa). La (in)compatibilidad de estas teorías, así como la posible complementariedad o redundancia de las mismas es un tema difícil, pero esencial. Se trata de definir el «núcleo firme» de un Programa de Investigación (en el sentido de Lakatos) que integre, en la medida de lo posible, los presupuestos básicos de estas teorías.

Consideramos que no es pertinente hablar de una «escuela francesa de didáctica de las matemáticas»: hay grupos en Francia que realizan investigaciones didácticas con orientaciones epistemológicas, cognitivas e instruccionales muy diferentes entre sí. Igualmente se pueden encontrar cada vez más grupos de investigadores de todos los países que asumen los problemas y los supuestos teórico-metodológicos de la línea de investigación iniciada por la TSD.

En el momento actual de desarrollo de la didáctica de las matemáticas no disponemos de un Programa de Investigación claramente definido y suficientemente compartido por la comunidad científica; nos encontramos en un estadio incipiente de desarrollo en que los grupos o equipos de investigación tienen todavía una excesiva dependencia geográfica y personal.

A pesar de lo dicho hasta aquí y de las importantes diferencias existentes entre los diversos modelos teóricos que se están desarrollando, los miembros de nuestro grupo creemos que es posible identificar algunos rasgos comunes entre las cuatro teorías antes citadas. Estas características comunes constituyen los presupuestos básicos mínimos que, provisionalmente, tomamos como postulados respecto al que podríamos denominar enfoque epistemológico en didáctica de las matemáticas:

- Propone modelos epistemológicos explícitos de la actividad matemática como puerta de entrada al estudio de los fenómenos didáctico-matemáticos. O, en otros términos, postula que la actividad matemática institucionalizada debe ser considerada como el objeto primario de investigación de la didáctica.
- Trata de identificar un núcleo de fenómenos y de cuestiones de investigación específicos de la didáctica de las matemáticas, irreductibles a problemas biológicos, lingüísticos, cognitivos, sociológicos o instruccionales.
- Elabora una organización teórica propia coherente con el modelo epistemológico adoptado que permita no sólo «construir» los fenómenos y los problemas didácticos, sino, además, dar cuenta de los aspectos cognitivo e instruccional. La contrastación empírica de estos modelos teóricos posibilitará el estudio «científico» de los fenómenos didácticos.
- De esta manera de interpretar la didáctica de las matemáticas y su objeto de estudio se desprende que las líneas de investigación de los diferentes equipos de trabajo del grupo DMDC no se definan por un contenido matemático específico, sino que se caracterizan utilizando las nociones que proporciona el modelo teórico específico que se pretende desarrollar y aplicar.

En nuestro grupo hay equipos que, por las razones que sea, trabajan de manera especial -aunque no exclusiva- en uno de los cuatro modelos teóricos mencionados anteriormente. Caracterizaremos, en primera instancia, la línea de investigación de cada equipo mediante el nombre de la teoría o teorías que utiliza de manera predominante, si bien será necesario, posteriormente, delimitar de manera más precisa la orientación de cada una de las investigaciones.

Algunos miembros del grupo están también interesados en seguir profundizando en el análisis epistemológico de los citados modelos teóricos, en su confrontación mutua y con otras teorías, por lo que habría que reconocer la existencia de una línea de investigación que podríamos describir como línea metadidáctica o, mejor, línea de epistemología de la didáctica de las matemáticas.

Para hacerse cargo de la posible adscripción de los trabajos de los miembros del grupo a cada una de las líneas de investigación citadas, puede consultarse la página web del grupo (<http://www.ugr.es/local/jgodino/si-idm.htm>). En ella aparecen los textos (completos o resumidos) correspondientes a más de 45 contribuciones presentadas y discutidas en las 14 reuniones del SIIDM desde su constitución en 1991. Los documentos se han publicado en 10 Boletines (uno por año de actividad) incorporados a la página web mencionada y, en muchos casos, han dado lugar posteriormente a publicaciones en revistas o presentaciones en congresos.

3. PROYECTOS EN LOS QUE PARTICIPAN MIEMBROS DEL GRUPO DMDC

En la actualidad se están desarrollando varios proyectos de investigación por los diferentes subgrupos así como un proyecto coordinado en el que participan todos ellos. Enumeraremos a continuación los proyectos específicos en que están trabajando los distintos subgrupos. El detalle sobre la orientación, objetivos y estado actual de la investigación de cada uno de dichos proyectos se describe en una versión ampliada de este trabajo recuperable desde la página web citada (<http://www.ugr.es/local/jgodino/si-idm.htm>).

3.1. EQUIPO DE BARCELONA-HUESCA-VIGO (LÍNEA ANTROPOLÓGICA)

Discontinuidades matemáticas y didácticas entre la Secundaria y la Universidad.

Coordinación: M. Bosch; Miembros: P. Bolea, J. Gascón, C. Fonseca y E. Barrabés.

3.2. EQUIPO DE CASTELLÓN (LÍNEA TEORÍA DE LAS SITUACIONES)

La actividad clasificatoria y el tratamiento de datos en la enseñanza obligatoria: Contenido procedimental e instrumento de negociación didáctica.

Coordinación: P. Orús; Miembros: T. Bort, F. Gracia, G. Lorenzo, M^a J. Peris y I. Pitarch.

3.3. EQUIPO DE CÓRDOBA (LÍNEA SEMIÓTICA)

Desarrollo de un sistema de enseñanza y tutoría universitaria (aplicado a la Didáctica de las Matemáticas) por mediación de Internet.

Coordinación: A. Martínez Recio; Miembros: J. Cuesta y A. Rojas.

3.4. EQUIPO DE JAÉN-MADRID (LÍNEA ANTROPOLÓGICA)

Análisis y reconstrucción de organizaciones matemáticas y didácticas. El caso de la proporcionalidad de magnitudes en la Enseñanza Secundaria.

Coordinación: L. Ruíz Higuera; Miembros: F. García y T. Sierra.

3.5. EQUIPO DE JAÉN (LÍNEA MIXTA, DIDÁCTICA DEL ANÁLISIS MATEMÁTICO)

Estudio sobre la enseñanza-aprendizaje de conceptos del análisis matemático en manuales y en estudiantes de Bachillerato LOGSE y de primer curso universitario.

Coordinación: A. Contreras; Miembros: C. Sanchez, M. Ortega, L. Luque y L. Ordoñez.

3.6. EQUIPO DE MADRID (LÍNEA COGNITIVA Y SEMIÓTICA)

Determinación de invariantes operatorios relativos al campo conceptual de las magnitudes. Representaciones semióticas asociadas.

Coordinación: C. Chamorro; Miembros: F. Vecino, S. Simarro y J.M. Belmonte.

3.7. EQUIPO DE MURCIA (LÍNEA MIXTA)

Matemáticas en la formación del profesorado.

Coordinación: D. Carrillo; Miembro: E. Sánchez.

3.8. EQUIPO DE PAMPLONA (LÍNEA TEORÍA DE LAS SITUACIONES)

Determinación de concepciones y lectura de gráficas cartesianas de funciones.

Coordinación: E. Lacasta; Miembro: J. R. Pascual.

3.9. EQUIPO DE ZARAGOZA (LÍNEA TEORÍA DE LAS SITUACIONES)

E. Cid: Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números negativos.

C. Molina: Diagnóstico de dificultades en matemáticas. Orientación a profesores de alumnos con necesidades educativas especiales (en educación primaria y secundaria).

3.10. PROYECTO COORDINADO (LÍNEA METADIDÁCTICA)

Integración de enfoques de investigación en didáctica de las matemáticas

Coordinación: J. D. Godino; Miembros: el Grupo DMDC.

El carácter relativamente reciente del área de conocimiento «didáctica de la matemática» es una de las causas de que no exista todavía un paradigma de investigación consolidado. En el trabajo de Sierpinska y Lerman (1996) sobre epistemología de las matemáticas y de la educación matemática, podemos observar la gran diversidad de enfoques teóricos que conviven actualmente. En ciertos momentos esta diversidad puede ser inevitable e, incluso, enriquecedora; pero el progreso de la disciplina y la potenciación de sus aplicaciones prácticas exige aunar esfuerzos para identificar un núcleo firme de conceptos y métodos que, a la larga, deberían cristalizar en un verdadero Programa de Investigación, no necesariamente único. Algunos trabajos recientes sugieren avances en esa dirección (Gascón, 1998 y 1999).

A fin de mostrar la importancia, y hasta la necesidad imperiosa, de que la didáctica de las matemáticas alcance este estadio de desarrollo como paso previo al reconocimiento social y cultural de nuestra disciplina y, lo que es más importante, como paso previo a una verdadera incidencia de la investigación didáctica sobre el Sistema de Enseñanza de las Matemáticas, basta pensar en el problema del currículo de matemáticas: «¿Qué matemáticas han de formar parte de la enseñanza obligatoria para todos los ciudadanos? ¿Cómo deben reorganizarse para ser enseñadas?» Éste es un problema crucial que no podremos abordar científicamente hasta que no dispongamos de un Programa de Investigación mínimamente consolidado. Entretanto, las opiniones de presuntos «expertos» en la materia dan a entender claramente que el problema puede abordarse desde el simple «sentido común» y la «experiencia docente».

El origen del problema de investigación que abordamos en este proyecto coordinado se sitúa en el ámbito de la epistemología de la didáctica de las matemáticas. Hasta el momento el problema de la articulación de (algunos de) los diferentes enfoques teóricos sólo ha sido abordado de manera parcial y sin especificar un ámbito concreto desde el que realizar dicha integración. Existen, eso sí, numerosas investigaciones que, sin ninguna pretensión de articulación teórica, utilizan de manera ecléctica dos o más de las teorías citadas anteriormente (como, por ejemplo, TSD y TCC; o bien TSD y TAD).

En este proyecto se pretende iniciar el análisis conjunto de los cuatro modelos teóricos mencionados. Se persigue básicamente clarificar los constructos (primitivos y derivados) y los postulados de cada una de las teorías, analizar sus respectivas potencialidades para el análisis didáctico -en las facetas epistémica, cognitiva e instruccional- y discernir la compatibilidad y complementariedad, o por el contrario, la incompatibilidad y redundancia de las mismas. La finalidad última consiste en identificar los elementos básicos, o núcleo firme, de una aproximación integradora que permita formular una agenda de investigación coherente y productiva para la didáctica de las matemáticas y, en particular, que permita abordar el problema del currículo.

Como estrategia metodológica inicial hemos elegido un tema didáctico-matemático sobre el que aplicar las diversas herramientas teóricas. Se trata de la problemática de la medida de magnitudes en la escuela primaria. Hemos seleccionado un artículo (G. y N. Brousseau, 1991) que describe las experiencias, investigaciones y reflexiones sobre el tema de la medida en la escuela elemental.

Dentro de este proyecto se han producido las primeras versiones de cuatro trabajos (elaborados, respectivamente, desde cada una de las cuatro teorías citadas) que se han presentado en las XIV Jornadas SIIDM celebradas en Cangas en abril de 2000 y cuyos textos pueden recuperarse en la página web del grupo.

4. OBSERVACIONES FINALES

El enfoque epistemológico en didáctica de las matemáticas, entendido como hemos descrito en la sección 2 de este trabajo pretende, en primera instancia, poner a punto herramientas conceptuales que ayuden a describir y comprender los problemas relativos a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; por esta razón está llamado a jugar un papel esencial en el desarrollo de la educación matemática. Constatamos, sin embargo, que durante los últimos decenios el enfoque epistemológico ha estado confinado a un ámbito relativamente restringido a nivel internacional, siendo su incidencia en los foros públicos e incluso su influencia en la comunidad científica mucho menor de lo que merecería la calidad y la originalidad de algunos de los trabajos producidos en el marco de dicho enfoque. Creemos, no obstante, que en los últimos años se empiezan a observar síntomas de un acercamiento progresivo entre determinadas teorías

surgidas en el marco del enfoque cognitivo y teorías del enfoque epistemológico (Gascón, 1999).

Consideramos que los trabajos del grupo DMDC de la SEIEM pueden contribuir al análisis crítico de las teorías que se están desarrollando dentro del enfoque epistemológico, así como a su confrontación, difusión y apertura. Este trabajo constituye para nosotros una aventura intelectual apasionante, comparable a los esfuerzos de fundamentación de las matemáticas de la segunda mitad del siglo XIX: el nacimiento y consolidación de una nueva disciplina científica.

REFERENCIAS

- Bosch, M. y Chevallard, Y. (1999). 'La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique', *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(1), 77-124.
- Brousseau G. y Brousseau, N. (1991). 'Le poids d'un récipient. Étude des problèmes du mesurage en CM', *Gran N*, 50, 65-87. [Traducción al español recuperable en <http://www.ugr.es/local/jgodino/si-idm.htm>]
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques 1970-1990* (N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland and V. Warfield, Eds. and Trans.). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*, La Pensée Sauvage: Grenoble.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: Perspectives apportées par une approche anthropologique, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12(1), 73-112.
- Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*, ICE/Horsori: Barcelona.
- Gascón, J. (1998). 'Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica', *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18(1), 7-34.
- Gascón, J. (1999). '«Didactique fondamentale» versus «Advanced Mathematical Thinking»: ¿Dos Programas de Investigación incommensurables?', *Actes de la Xème École d'Été de Didactique des Mathématiques*, Tome II, Editeur: ARDM, pp. 152-170.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). 'Significado institucional y personal de los objetos matemáticos', *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (en prensa). 'Semiotic functions in teaching and learning mathematics', En: M. Anderson, V. Cifarelli, A. Sáenz-Ludlow y A. Vile (Eds.), *Semiotics perspectives in Mathematics Education* [Versión española recuperable en <http://www.ugr.es/local/jgodino>]
- Sierpinska, A. y Lerman, S. (1996). 'Epistemologies of mathematics and mathematics education'. En: A.J.Bishop et al. (eds.), *International Handbook of Mathematics Education*, Dordrecht, HL: Kluwer, A.P, pp. 827-876.
- Vergnaud, G. (1991). 'La théorie des champs conceptuels', *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(2-3), 133-169.