

TENDENCIAS ACTUALES EN INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICAS Y AFECTO

Gómez-Chacón, I.M^a.

Universidad Complutense

Resumen

En esta ponencia se presenta una síntesis de investigaciones realizadas en Matemáticas y afecto, especialmente, en éstas dos últimas décadas. Se describe el estado de la cuestión respecto al desarrollo de marcos teóricos y metodológicos y a propuestas de programas de actualización didáctica para profesores y alumnos, dando prioridad a cuestiones abiertas que pueden plantear investigaciones futuras. Se ponen de relieve aspectos a repensar y a avanzar en este campo de investigación referidos: a conceptualización, a la interacción cognición y afecto en los procesos de pensamiento matemático, a identidad y afecto en el contexto del desarrollo profesional del profesor y a propuestas de articulación entre teoría y práctica que hagan posible que esta temática llegue de forma operativa al aula.

Abstract

In this presentation we introduce a summary of researches that have been done on Mathematics and affect, in particular during the last two decades. The situation of the matter is described regarding the development of theoretical and methodological frameworks and proposals of educational update programmes for teachers and students, giving priority to open questions that can arise from future researches. We highlight certain aspects that we need to think about again in order to progress in this field of investigation. These aspects are referred to: the conceptualization, the interaction between cognition and affection in the mathematical thinking processes, the identity and affect within the context of professional development of the teacher, and proposals of coordination of the theory and the practice that allow this subject matter to get to the classroom in an operating way.

Palabras claves: investigación en afecto y matemáticas, cognición y afecto, emociones, actitudes, creencias, identidad y afecto, programas de intervención en dimensión emocional marcos teóricos y metodológicos en afecto y matemáticas

Key words: Mathematics and affect research; cognition and affect; emotions, attitudes, beliefs, identity and affect, programme of intervention in emotional dimension, theoretical and methodological frameworks in affect and mathematics

Introducción

En estos últimos años se han incrementado los estudios sobre afecto y aprendizaje matemático tratando de impulsar un desarrollo a tres niveles: a nivel teórico, a nivel de los datos empíricos y a nivel de las prácticas didácticas (véase foros de investigación o grupos temáticos en CERME 3, PME28, ICME-11; PME34). De forma más precisa se podría decir que se articulan en los siguientes ejes:

- Desarrollo de marcos teóricos para estudio del afecto en Educación Matemática.
- Estudio de las interacciones entre varias dimensiones de afecto y sus relaciones con el pensamiento matemático, la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.
- Propuestas metodológicas de investigación en afecto y sobre el papel de los factores afectivos, en particular en el uso de metodologías cuantitativas y cualitativas (entrevistas; métodos etnográficos, etc.)
- Desarrollo de programas de actualización didáctica para profesores y alumnos.

Esta ponencia tratará de describir el estado de la cuestión de estos ejes, dando prioridad a cuestiones abiertas que pueden plantear investigaciones futuras. Para ello procederemos de la siguiente forma: en primer lugar pondremos de relieve dónde se sitúa algunos puntos de complejidad del tema, pasaremos seguidamente a presentar algunas de las investigaciones realizadas y por último se precisaran algunas perspectivas de futuro.

Aceptando la complejidad del tema

En primer lugar explicitar nuestro reconocimiento por los avances realizados en el tema desde 1992 -en el que McLeod lo presenta como un tema monográfico del *Handbook Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (Grows, 1992)-; a partir del cual se han introducido nuevos conceptos y nuevas formulaciones, que a su vez han estimulado la investigación. En la década actual la conceptualización en afecto y pensamiento matemático está marcada por dos características esenciales. Una es el intento de consolidar un marco teórico satisfactorio para su interpretación y la otra es el desarrollo de instrumentos de medición y otras herramientas metodológicas que permitan la incorporación en los currículos de formación de estudiantes y de profesores (ver e.g, Evans, Hannula, Philippou y Zan, 2003, Hannula et.al., 2004).

Al tratar de abordar de forma precisa y rigurosa estas temáticas de investigación se ha puesto de manifiesto varios elementos de complejidad: la delimitación de descriptores básicos, la estructuración de marcos teóricos y la articulación entre teoría y práctica.

Respecto a los descriptores básicos se aceptan cuatro categorías de afecto: emociones; actitudes; creencias; y, valores/éticos y morales. McLeod (1992) identificó tres de estos conceptos: creencias, actitudes y emociones, estableciendo distinciones entre ellos. Describe las emociones como más intensas y menos estables, y las creencias como menos intensa y más estables; situando las actitudes entre ambas dimensiones. Más tarde Lafortune y St. Pierre (1994) and DeBellis y Goldin (1997), añaden un cuarto elemento, los valores.

La mayoría de las investigaciones en afecto han utilizado estos conceptos, aunque teniendo en cuenta distintos marcos de referencia y en muchos casos sin llegar a un consenso en la definición (por ejemplo algunos estudios sobre discusión de estos conceptos son Hart, 1989; Furighetti y Pehkonen, 2002; Törner, 2002; Di Martino y Zan, 2001; McLeod y McLeod, 2002).

A la necesidad de marcos teóricos se han dado varios tipos de respuesta, un ejemplo son las aportadas en el Research Forum sobre 'Affect in mathematics education: exploring theoretical frameworks', en el PME 2004 (Hannula et al., 2004). En él se presentaron cuatro marcos teóricos, en los que el afecto se puede tratar: 1. como un sistema de representación, 2. como un elemento regulador de la dinámica del "yo", de la "identidad", 3. desde la perspectiva socio-constructivista, 4. o como una forma de encarnación del aprendizaje (embodied).

Principalmente estos marcos teóricos se articulan para el estudio de las emociones en el desarrollo del aprendizaje en el aula. En la comunidad científica se considera necesario avanzar en describir los mecanismos emocionales y cómo actúan en el discurso de aula y en los procesos de enseñanza aprendizaje. Ahora bien esta labor no está exenta de dificultades. Según algunos autores, el hecho que se dé un desarrollo lento radica en que no se le ha concedido el mismo estatus que a lo cognitivo (Donaldson 1996: 342) o también, puede ser debido a la dificultad real para explorar este objeto de estudio utilizando metodologías de investigación convencionales (Evans et al, 2003).

Las dificultades que tienen los investigadores y profesores, que intentan desarrollar un constructo teórico sobre cuáles son las influencias afectivas en el contexto de la clase, son verdaderamente reales. Algunas de las razones que surgen, si nos centramos en la emoción, son los siguientes:

- Las emociones son difíciles de identificar y de evidenciar, incluso para la persona que las experimenta.
- Las emociones forman parte de una construcción social. La forma como la persona se comporta, lo que ella siente y lo que ella dice, depende no solo de las características de la persona sino de la situación en la que se encuentra.

- Las relaciones existentes entre las emociones y los factores culturales son difíciles de delimitar. En los estudios que abordan estos aspectos se busca indagar si el origen de ciertos comportamientos es emocional o cultural, y a menudo es imposible tener certeza. Para ello, a veces, se recurre a explicaciones y terminología médica y/o sociológica (Damasio, 2001; Schloeglmann, 2003) como espacios de respuesta. No obstante, aunque estas aproximaciones están desvelando indicadores interesantes, encontrar una perspectiva integrada y coherente no es nada fácil.

Dar respuesta a estas dificultades nos invita a pensar cómo resolverlas y apuntar elementos que favorezcan investigaciones de este tipo. Estudios que tengan en cuenta estos marcos conceptuales existentes, pero que precisen como incorporar la emoción en la dinámica del discurso y del contexto social de enseñanza aprendizaje, dando una respuesta a la dinámica de transacción entre individuo y contexto social.

Otro de los elementos de complejidad del tema es el que planteamos en nuestra ponencia en el ICME-11: articulación entre teoría y práctica. Es de reseñar que a la vez que crece el desarrollo teórico, crece la tensión entre práctica y teoría. La reacción de Vinner en el Research Forum del PME-28 es bastante crítica, señalando que corremos el riesgo de desarrollar teorías que no son útiles para la práctica:

“(...) if a theory (...) does not explain or predict more than what we know intuitively, then it is quite superfluous. It serves mainly the researches who invented it and others who develop it at the theoretical level to the extend of giant dimensions, but fail to tie it again to the real world” (Hannula et al., 2004, p. 127).

La reacción de Vinner indica el riesgo de que estas teorías no ayuden a explicar los fenómenos o que los investigadores y los profesores usen unas interpretaciones tan complejas que al final nos alejen del objeto de discusión real y que lo que se investiga no sea eficaz para transformar la práctica.

Algunas respuestas que otros colegas (Di Martino y Zan (2003)) o nosotros mismos desde las investigaciones (Gómez-Chacón, 2008) que realizamos hemos dado para superar estas deficiencias están basadas en the Design-Based Research Collaborative.

Algunas tipologías de investigaciones realizadas

En este apartado señalaremos algunas de las investigaciones realizadas considerando como elemento de clasificación los descriptores básicos. No pretendemos ser exhaustivos indicando todas las posibles referencias, pero sí trataremos de visibilizar algunas de las realizadas en nuestro país.

Actitudes

Desde hace bastante tiempo, las actitudes hacia la matemática han sido un punto central en las investigaciones sobre aspectos de género en el aprendizaje de las matemáticas (Fennema y Sherman, 1976; Forgasz y Leder, 1996), constatándose que es un factor clave en las diferencias observadas en el rendimiento entre los estudiantes. En estos últimos años se ha puesto énfasis en el desarrollo de métodos de investigación en actitudes (Leder y Forgasz, 2006). En particular, un punto de interés ha sido la medición de algunas dimensiones de autoconcepto (Bandura, 1997; Malmivuori, 2001), la clarificación conceptual (Di Martino y Zan, 2003; Ruffell et al., 1998) y el desarrollo en el ámbito universitario (Galbraith y Haines, 2000); Gómez-Chacón y Haines, 2008; Liston y Odonoghue, 2008).

En España en la línea de actitudes podemos encontrar bastantes trabajos. Por ejemplo, estudios realizados con estudiantes de primaria o de secundaria como los de Gairín (1990); Gimenez (1997); Hernández y Gómez-Chacón (1997); Hidalgo, Maroto y Palacios (2004); Cubillo y Ortega (2002); Gil et al. (2006); Muñoz y Mato (2006); Sarabia (2006) o en ámbito universitario como Galbraith y Haines (2000); Gómez-Chacón y Haines (2008). En ellos se estudian las relaciones existentes entre las actitudes de alumnado y el aprendizaje matemático, precisándose factores curriculares, personales, y de contexto socio-cultural y familiar que están relacionados con las actitudes hacia las matemáticas.

También, en el ámbito de formación de maestros y profesorado futuro de secundaria encontramos estudios descriptivos sobre actitudes, focalizando en distintos aspectos: las matemáticas como objeto de estudio, papel en la sociedad y en las ciencias, uso sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y proponiendo algunos instrumentos de medida sobre concepciones, creencias y actitudes hacia las Matemáticas de los alumnos que acceden a la Diplomatura de Magisterio (Camacho, Hernández y Socas, 1995; Hernández, Palarea y Socas, 2001).

Asimismo, en esta misma línea de actitudes y profesores en formación se han realizado estudios sobre contenidos concretos, por ejemplo Estrada (2002) analiza las actitudes sobre estadística elemental, precisando componentes y la importancia en los procesos de enseñanza/aprendizaje de esta disciplina.

Hacemos notar que aunque el estudio de las *actitudes hacia la Matemática* se viene desarrollando desde hace largo tiempo el estudio de las *actitudes matemáticas* ha tenido un despliegue menor. Ya Aiken y Aiken (1969) sugirieron dos categorías clásicas: actitudes hacia la ciencia (cuando el objeto de la actitud es la propia ciencia) y actitudes científicas (si el objeto de la actitud son los procesos y actividades de la ciencia, esto es, la epistemología científica), asumidas después por distintos autores en el ámbito de la Matemática (Callejo, 1994; Hart, 1989; NCTM, 1989; Hernández y Gómez-Chacón, 1997; Gómez-Chacón, 2009) como actitudes hacia la Matemática y actitudes matemáticas.

Estos modos de categorizar las actitudes van reclamando el establecimiento de taxonomías para clasificar todos los objetos potenciales de las actitudes relacionadas con las matemáticas; para ello, parece necesario construir una base mayor sobre cognición y emoción y la interacción entre ambos. Éste es un campo en el que se ha avanzado en estos últimos años en matemáticas (Goldin, 2000; Gómez-Chacón, 2000; Hannula, 2002). En recientes trabajos hemos explorado y analizado fenómenos cognitivos-emocionales que producen comportamientos que tradicionalmente se caracterizan como actitud matemática en el aprendizaje con GeoGebra (Gómez-Chacón, en prensa).

Creencias

Otro descriptor clave en el dominio afectivo son las creencias, aunque hay autores que en sus investigaciones se han referido a ellas como elementos puramente cognitivos. De la literatura más reciente sobre creencias, destacamos dos revisiones críticas y síntesis de investigaciones: la de Leder, Pehkonen y Töner (2002) y la de Muis (2004). En ellas se han puesto de manifiesto tres necesidades:

- determinar las dimensiones constitutivas de los sistemas de creencias de los estudiantes para la constitución de un marco conceptual,
- describir las relaciones entre las creencias de los estudiantes y su comportamiento en el aprendizaje, y
- desarrollar estudios que profundicen en estilos instruccionales que favorecen un cambio de creencias.

Son abundantes las investigaciones realizadas sobre creencias, a modo de ejemplo señalamos algunos: estudios que tratan de aportar una caracterización más explícita del concepto (Törner y Pehkonen 1996; Pehkonen y Pietilä, 2003 y Goldin, Roesken y Törner, 2009) o identifican elementos de la naturaleza de las creencias (Llinares, 2002) o estudios sobre creencias y resolución de problemas (Vila y Callejo, 2004) o estudios sobre creencias y contexto social –aspectos relacionados con el contexto escolar en el que se proponen y resuelven problemas– (Gómez-Chacón, 1995, 1998 y 2006) o estudios sobre los modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y la enseñanza de profesores de matemáticas (Carrillo, 1998; Barrantes y Blanco, 2006).

Las urgencias planteadas en investigaciones más recientes tratan sobre la elaboración de un marco unificador para los estudios de creencias en estudiantes, buscando una comprensión mejor de las interacciones en los sistemas de creencias (De Corte y Op't Eynde, 2002). Estos autores señalan, como elementos constitutivos para el análisis de la naturaleza y la estructura del sistema de creencias, el contexto social, el yo (*self*) y el objeto.

Este marco teórico, apoyado en una perspectiva socio-constructivista, se está considerando en estudios comparativos internacionales sobre creencias (Andrews et. al., 2007; Gómez-Chacón, Op't Eynde y De Corte, 2006a). En este último estudio, realizado por nosotros, se describió la estructura y la naturaleza de los sistemas de creencias de un grupo de estudiantes de Secundaria en España y en Bélgica (Flandes) elicitadas a través de un cuestionario diseñado para este fin desde un enfoque sistémico. El cuestionario Mathematics-Related Beliefs Questionnaire (MRBQ) mide cuatro dimensiones de sistema de creencias en matemáticas: creencias sobre el papel y el funcionamiento del profesor, creencias sobre el significado y la competencia en Matemáticas, creencias sobre la matemática como actividad social, creencias sobre las matemáticas como un dominio de excelencia. Identificamos relaciones entre creencias, género, rendimiento y opción de estudio elegida por los estudiantes.

Para el caso de la población española ampliamos la investigación (Gómez-Chacón, Op't Eynde y De Corte, 2006b), profundizando a través de un estudio de casos en las relaciones existentes entre el rol y el funcionamiento del profesor y el estilo instructivo en clase y las creencias de los estudiantes. De una parte hubo coincidencias con estudios realizado por Op't Eynde y De Corte (2003) con estudiantes belgas, al aplicar el mismo instrumento, pero se reveló limitativo para dimensiones de "afecto global". En este estudio se puso de manifiesto que los estudiantes percibían las dimensiones cognitiva, motivadora y afectiva que los profesores utilizan en su estilo de enseñanza en el aula. No obstante, en algunos casos se detectó que el funcionamiento de su profesor, el estilo instruccional en el aula, no tienen la consiguiente repercusión en sus creencias y en su comportamiento en clase. En dos de los colegios estudiados, los profesores suministran de forma explícita información y estructuran las experiencias de aula en una contrasocialización en creencias positivas. Sin embargo, parece que ésta no forma parte de la base de lo que los estudiantes creen de las matemáticas y en sus dimensiones de meta-afecto.

Emociones

También, una dirección interesante de estudio ha sido *afecto y resolución de problemas* (e.g., McLeod y Adams, 1989). La observación de estudiantes en tareas de resolución de problemas pone de manifiesto que sus reacciones no se pueden explicar sólo desde lo cognitivo, planteando el estudio de una categoría de afecto: la emoción. En el inicio de las investigaciones se toma como marco teórico la teoría cognitiva de Mandler (Mandler, 1989) sobre la construcción de la emoción. Después se ha producido una evolución hacia teorías socio-constructivistas y socio-culturales (Gómez-Chacón, 2004).

Encontramos distintos estudios que tratan de analizar en profundidad algunas emociones específicas que más actúan en la resolución de problemas (Gómez-Chacón, 2000a y b; Gil, Blanco y Guerrero, 2006; Sarabia, 2006; Harskamp y

Suhre, 2007, Blanco, Guerrero, Caballero, Brígido y Mellado, 2010). Y de forma específica se focaliza en la interacción cognición –emoción en distintos procesos cognitivos—. Por ejemplo, Araujo, Giménez, y Rosich (2006) estudia la relación entre reacciones emocionales y procesos demostrativos en la formación inicial docente, concluyendo que la calidad de una demostración está asociada a la creencia que uno tiene respecto a la misma.

También, estudios en formación inicial en magisterio (Ortega, 2010) tratan de identificar relaciones entre aspectos emocionales con las destrezas o con las competencias o con las estrategias metacognitivas de las que dispone el alumno de magisterio cuando estudia matemáticas.

En las investigaciones que hemos realizado se ha puesto de manifiesto como *las creencias y las interacciones con los procesos cognitivos en la resolución de problemas* dirigen las respuestas emocionales. La problemática principal de estos estudios ha sido establecer un modelo de análisis que permita identificar y describir relaciones entre cognición y afecto (local y global) y explorar el origen de las reacciones emocionales y la descripción de la evolución de los sujetos. El modelo que planteamos (Gómez-Chacón, 2000a y b) se centra en las dimensiones de *estructura global y local del afecto y en la integrando la dimensión meta-afectiva y meta-cognitiva*. Esta aproximación ha sido reconocida como un marco válido de análisis e investigación (como ejemplo se pueden ver los comentarios de: Abreu (2002), Bauke y otros (2004); Goldin (2001 y 2002), Gómez-Chacón, Op 't Eynde y De Corte, (2006a), Funringhetti y Morselli (2004); McLeod y McLeod (2002)). Y ha sido confirmado en otras investigaciones que nosotros hemos dirigido en España (Gómez-Chacón, 2002; Pinilla, 2000), en Bélgica (Gómez-Chacón y Figueiral, 2004 y 2007), en Brasil y Venezuela, etc. Un aspecto importante es que todos estos estudios fueron llevados a cabo con estudiantes de distintos niveles educativos y en formación de profesores y, siempre, en contextos naturales confirmando resultados anteriores.

Por último, señalar vinculada a las emociones los estudios realizados sobre *ansiedad matemática* (Muñoz y Mato, 2006) y el rol que juega en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Valores

Un investigador interesado en valores en enseñanza de las matemáticas podría tener en cuenta dos principales fuentes de trabajo. La primera fuente lo producido sobre valores en la educación en general, por ejemplo, el estudio clásico sobre taxonomías de Krathwohl, Bloom y Otros (1964). El segundo, es un gran cuerpo de literatura que se remonta más de veinte años producidos por especialistas en educación matemática y que ha sido retomado en esta década con fuerza (Bishop et al, 2001, Clarkson et al, 2000; Chin et al., 2001; Gómez-Chacón, 2005). Los primeros trabajos se centraron principalmente en la manera de examinar y analizar las

creencias y valores y menos en estudiar como actúan en las situaciones de enseñanza y aprendizaje. En la actualidad se estudian los valores en relación a la configuración de las identidades matemáticas y las identidades como profesionales de la matemática (Frade y Gómez-Chacón, 2009).

Perspectivas Futuras

En este último apartado se indicarán algunas cuestiones o líneas abiertas para investigaciones futuras.

Clarificación conceptual

A pesar de todos los esfuerzos realizados, tal como hemos referenciado en el apartado segundo, coincidimos con Sfard cuando afirma: “Finally, the self-sustained “essences” implied in reifying terms such as knowledge, beliefs, and attitudes constitute rather shaky ground for either empirical research or pedagogical practices – a fact of which neither research nor teachers seem fully aware” (Sfard, 2008: 56).

Como en toda investigación, la investigación en afecto debe establecer categorías, éstas se basan en sistemas mentales y estos sistemas tienen una influencia crucial en todos los procesos de enseñanza del profesor y del aprendizaje del estudiante. Hasta el momento contamos con numerosos estudios sobre sistemas de creencias en el estudiante y en el profesor y cambios de creencias (p. e. ver Leder, Pehkonen y Törner, 2002 o MAVI Proceedings). Y también, disponemos de algunas cuestiones desarrolladas pertinentes al origen del afecto (Fennema, 1989; Evans, 2000; Gómez-Chacón, 2000a; Schlöglmann, 2008) y con algunos elementos de consenso sobre creencias, actitudes y valores como consecuencia de un proceso evolutivo que involucra las experiencias del individuo a lo largo de toda la vida. Igualmente contamos con consensos sobre la naturaleza de las emociones fundamentadas en los mecanismos mentales que actúan en situaciones y problemas locales, reacciones locales que pueden tener consecuencias a largo término (Goldin, 2000, Gómez-Chacón, 2000). No obstante, a pesar de estas convergencias parece pertinente profundizar en la precisión de estos conceptos por lo que conlleva de clarificación de un marco teórico y de precisión de instrumentos metodológicos.

Interacción cognición afecto

Entendemos la cognición desde dos puntos de vista. Por una parte, consideramos que no se pueden separar los sentimientos de las percepciones, la afectividad del juicio, cuando los sujetos actúan en clase de matemáticas revelan sus concepciones y juicios sobre la educación y la matemática. Y de otra parte, la acción de hacer matemáticas involucra una serie de procesos cognitivos, desarrollando el

pensamiento matemático (procesos que subyacen al pensamiento matemático tales como: particularización, generalización, conjetura, justificación) y el manejo emocional relativo a estos procesos.

Esta última acepción de la cognición está siendo menos trabajada, aunque contamos con algunos estudios (Presmeg y Balderas-Cañas, 2001; Gómez-Chacón, 2000 y en prensa) sería conviene aportar más resultados empíricos sobre estos procesos de pensamiento matemático y las influencias afectivas.

La razón para plantearse estos estudios es discutir *competencias matemáticas y estructuras afectivas en los individuos*. Para ello, consideramos importante tener en cuenta algunos constructos: *el afecto local* (transitorio, en un contexto específico) y *el afecto global* (multi-contextual y más permanente), las nociones de *rutras significativas* (camino, secuencias, enlaces entre los estados emocionales), las configuraciones significativas afectivas, los mecanismos de defensa (estructuras afectivas que sirven de protección al individuo ante experiencias negativas), la dimensión de *metaafecto* y los procesos de cambio en el afecto global que se relacionan con la identidad del individuo.

Identidad y afecto en el contexto del desarrollo profesional del profesor

Esta es una línea de investigación que emerge como prioritaria en estos dos últimos años (ver por ejemplo, Frade y Gómez-Chacón, 2009), poniendo de manifiesto la influencia de la dimensión personal del profesor en la configuración de su identidad profesional. Uno de los foros de investigación del último PME-34 ha tratado de contribuir a cuestiones como las siguientes: ¿Cómo explorar la estructura social del afecto, motivación en relación a la configuración de la identidad profesional? ¿Cómo recoger datos empíricos de tal forma que se muestre a) que el afecto, la emoción y las creencias tienen una estructura común, b) que las dimensiones de afecto y cognición se pueden estudiar a través de la identidad y c) que son de interés para el desarrollo práctico de la formación del profesorado?

Las aportaciones expuestas en este foro han contribuido a una fundamentación teórica mayor de las estructuras individuales de afecto, motivación y creencias –arquetípicas estructuras–; al estudio de la dinámicas sociales que influyen en los procesos de llegar a ser profesor (una aportación fue desde la teorías de Lacan y nuevas subjetividades que permiten describir las dinámicas de identificación del sujeto y otra desde los enfoques semióticos). Y por último, otros investigadores propusieron marcos interpretativos entre lo individual y lo social eficaces para la formación del profesorado (Frade, Roesken, Hannula, Goldin, Toerner, Brown, Meira, Krzywacki y Gómez-Chacón, 2010).

Articulación entre teoría y práctica

Después de estos años de avance conviene plantear propuestas de acercamiento a la práctica. Una opción metodológica que puede facilitar esto es los “Design experiments” o “engineering approach” más directamente concernida con el impacto práctico y con un desarrollo de soluciones cualificadas a problemas prácticos. Coincidimos con Burkhardt y Schoenfeld (2003) cuando afirman que

“the use of existing knowledge in experimental development to produce new or substantially improved materials, devices, products, and processes, including design and construction” (Burkhardt y Schoenfeld, 2003: 5)

y que existen algunas barreras que hay que franquear.

En el ICME-11 planteamos algunas sugerencias de avance mostrando dos ejemplos: uno referido a una actuación en los procesos de resolución de problemas y otra referida a la adaptación de un instrumento para diagnóstico del meta-afecto. Planteamos actividades curriculares que contemplaran la relación cognición-afecto y los aspectos meta-afectivos según el modelo que habíamos planteado en la investigación básica.

Un buen logro en esta línea sería responder a cuestiones tales como: ¿Qué conceptos de los trabajados en investigación básica se podrían seleccionar para hacer operativos en las aulas? ¿Cómo redefinir ideas y materiales ya trabajados en la investigación en afecto para que puedan ser implementados en variedad de contextos y en el currículo a distintos niveles a gran escala?

A modo de epílogo

No vamos a exponer conclusiones. Consideramos que a lo largo del artículo hemos puesto de relieve cuestiones a repensar y avanzar en este campo de investigación en Didáctica de las Matemáticas. Llegados a este punto invitamos al lector o lectora a que se detenga en pensar algunas posibilidades y límites de lo propuesto.

Referencias

- Abreu, G. de (2002) Mathematics Learning in out-of-school contexts: a cultural psychology perspective in English, L. D. *Handbook of International Research in Mathematics Education*. Lawrence Erlbaum: New Jersey, USA. pp-323-353.
- Aiken, R.L. y Aiken, D.R. (1969). Recent research on attitudes concerning science, *Science Education*, 53, 295-305.
- Andrews, P., Diego-Mantecón, J, Vankus, P., Op't Eynde, P. and Conway, P. (2007) Construct consistency in the assessment of students' mathematics-related beliefs: A three-way cross-sectional pilot comparative study, Paper presented to *the 12 biennial conference of the European Association for Research on Learning and Instruction (EARLI)*, Budapest.
- Araujo, J.; Giménez, J. y Rosich, N. (2006). Afectos y demostraciones geométricas en la formación inicial docente. *Enseñanza de las Ciencias*, 24(3), 371-386
- Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: The exercise of control*. New York, Freeman.
- Barrantes, M. y Blanco, L. (2006). A study of perspective primary teachers' conceptions of teaching and learning school geometry. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 411-436.
- Bauke F. Milo, Gerard Seegers A1, Wied A.J.J.M. Ruijsenaars A1, Harriet J. Vermeer (2004). Affective consequences of mathematics instruction for students with special needs, *European Journal of Special Needs Education*, Volume 19, Number 1 / March, 1-21.
- Bishop, A. J., FitzSimons, G. E., Seah, W. T., y Clarkson, P. C. (2001). Do teachers implement their intended values in mathematics classrooms? *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. (Vol. 2, pp. 169-176). Utrecht, The Netherlands.
- Blanco, L. J; Guerrero, E.; Caballero A.; Brígido, M. y Mellado, V. (2010). The Affective Dimension of Learning and Teaching Mathematics and Science. In M. P. Caltone (Ed.). *Handbook of Lifelong Learning Developments*, Nova Science Publishers, Inc. pp. 265-287.
- Burkhardt H. y Schoenfeld A. (2003). Improving educational research: toward a more useful, more influential, and better – funded enterprise. *Educational Researcher*, vol.32, n.9, pp. 3-14.
- Callejo, M.L. (1994). *Un club matemático para la diversidad*. Narcea: Madrid.

- Camacho, M., Hernández, J. y Socas, M.M. (1995). Concepciones y actitudes de futuros profesores de secundaria hacia la Matemática y su enseñanza: un estudio descriptivo. En Blanco, L.J. y Mellado, V.: *La formación del profesorado de ciencias y matemáticas en España y Portugal*. Servicio de Publicaciones Diputación Provincial de Badajoz. 81-97.
- Carrillo, J. (1998). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza Metodología de la investigación y relaciones*. Servicio de Publicaciones. Universidad de Huelva.
- Chin, C.; Leu, Y. C. and Lin, F. L. (2001) Pedagogical values, mathematics teaching, and teacher education: case studies of two experienced teachers. (In F. L. Lin & T. J. Cooney (Eds.), *Making sense of mathematics teacher education*. (pp. 247-269). Dordrecht, The Netherlands: Kluwers.
- Clarkson P., Bishop A., FitzSimons G. and Seah, W.T. (2000). Challenges and Constraints in Researching Values. Paper presented at *the conference of the Mathematics Education Research Group of Australia 2000*.
- Cubillo, C. y Ortega, T. (2002). Influencia de un modelo didáctico en la opinión/actitud de los alumnos hacia las matemáticas. UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas, 31, 57-72.
- Damasio, A. (2001). *El error de Descartes. La razón de las emociones*. Planeta.
- De Bellis, V. A. y Goldin, G. A. (1997). The affective domain in mathematical problem-solving. In: Pekkonen, E. (Ed.) *Proceedings of the PME 21, Vol. 2*, 209 - 216.
- De Corte, E., OP'T Eynd, P. y Verschaffel, L. (2002). Framing students' mathematics-related beliefs: A quest for conceptual clarity and a comprehensive categorization, en Leder, G.C., Pehkonen, E. y Törner, G. (eds.). *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?*, pp. 13-38. Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers.
- De Corte, E., OP'T Eynd, P. y Verschaffel, L. (2002). Knowing what to believe: The relevance of students' mathematics beliefs for mathematics education, en Hofer, B.K. y Pintrich, P.R. (eds.). *Personal epistemology: The psychology of beliefs about knowledge and knowing*, pp. 297-320. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Di Martino y Zan (2003). What does 'positive' attitudes really mean?, in Pateman N., Dougherty B. & Zilliox, J. (Eds) *Proceedings of the 2003 Joint Meeting of PME and PME-NA*, vol. 4, 451-458.

- Di Martino, P. y Zan, R. (2001). Attitude toward mathematics: some theoretical issues. In: van den Heuvel-Panhuizen, M. (Ed.) *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics*, University of Utrecht, Utrecht, 2001/3, 209 – 216.
- Donalson, M. (1996). Humanly Possible: Education and the Scope of Mind, In Olson, D.R. and Torrance, N. (eds.), 1996, *The Handbook of Education and Human Development: New Models of Learning, Teaching and Schooling*, Cambridge MA, Blackwell.
- Estrada, A. (2002). Actitudes hacia la Estadística e instrumentos de evaluación, en *Actas de las Jornadas Europeas d' Estadística*, Palma de Mallorca, Instituto Balear de Estadística, pp. 369-384.
- Evans, J. (2000). *Adults' Mathematical Thinking and Emotions*. London, Routledge Falmer.
- Evans, J., Hannula; M., Philippou, G.; Zan, R. (2003). Thematic working group 2: Affect and Mathematical Thinking, In M: A. Mariotti (ed.) *Proceedings of CERME 3: Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education* 28 February – 3 March 2003 in Bellaria, Italy. Published on the web: <http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/>
- Fennema, E. (1989). The Study of Affect and Mathematics: A Proposal Generic Model for Research. In: McLeod, D.B./Adams, V.M. (Eds.) *Affect and mathematical problema solving: A new perspective*. New York, Springer, 205-219.
- Fennema E. y Sherman J. (1976). Fennema-Sherman Mathematics Attitude Scales, *Catalogue of Selected Documents in Psychology*, 6. 324-326.
- Forgasz, H. J. y Leder, G.C. (1996). Mathematics classrooms, gender and affect. *Mathematics Education Research Journal*, 8(2), 153 – 173.
- Frade, C., y Gómez-Chacón, I. M^a (2009). Researching Identity and Affect in Mathematics Education. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, y C. Sakonidis (Eds.), *Proc. of the 33rd Conference of the IGPME* (Vol. 1, p. 376). Thessaloniki, Greece: PME.
- Frade, C. Roesken, B. Hannula, M. Goldin, G. Toerner, G.; Brown, T. Meira, L. Krzywacki, H. y Gómez-Chacón, I. M^a (2010). Identity and affect in the context of teachers' professional development. In *Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 1, Belo Horizonte, Brazil: PME.

- Furinghetti, F. y Pehkonen, E. (2002). Rethinking Characterizations of Beliefs. En: G. C. Leder, E. Pehkonen & Günter Törner (2002): *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* Dordrecht/ Boston/ London. Kluwer Academic Publishers. 39 – 57.
- Furinghetti, F. y Morselli, F. (2004). Between affect and cognition proving at university level. *28 Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME28th) Proceeding*, p: III-369-376, Vol. Bergen University, 14-18 de Julio, Norway.
- Gairín, J. (1990). *Las actitudes en educación. Un estudio sobre Educación Matemática*. Barcelona: Boixareu Universitaria.
- Galbraith, P. and Haines, C. (2000). *Mathematics-computing Attitudes Scales*. Monographs in Continuing Education. City University London.
- Gil, N.; Blanco, L. J. y Guerrero, E. (2006). The affective domain in mathematics learning. *International Electronic Journal of Mathematics Education (IEJME)*, 1(1), 16 – 32. October 2006. <http://www.iejme.com/>.
- Giménez, J. (1997). Nunca es tarde para mejorar las actitudes: el caso de las fracciones, *UNO Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 13, 63-80.
- Goldin, G. A. (1998). Representational systems, learning and Problem Solving. *Journal of Mathematical Behavior*, 17 (2), 137-165.
- Goldin, G.A. (2000). Affective Pathways and Representations in Mathematical Problem Solving. *Mathematical Thinking and Learning*, 17(2), 209-219.
- Goldin, G. (2002). *Affect, Meta-Affect, and Mathematical Belief Structures*, En Leder, G.; Pehkonen, E. y Törner, G. (Eds), *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* (pp. 59-73) Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Goldin, G. y English, L. (2001). “Discussion Group Imagery and Affect in Mathematical Learning”, en *25 PME (Psychology of Mathematics Education)*, Utrecht.
- Goldin, G. A., Roesken, B. & Toerner, G. (2009). Beliefs – No longer a hidden variable in mathematics teaching and learning processes. En J. Maass & W. Schlöglmann (Eds.), *Beliefs and Attitudes in Mathematics Education: New Research Results* (pp. 1-18). Rotterdam: Sense Publishers.
- Gómez-Chacón, I. M^a (1995). ‘Mathematics in the “Centro-Taller”: Looking for the connections between the affective issues and the cultural influences in the mathematical learning’, A paper presented at the *19th Annual Meeting of International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)*, in *Booklet Cultural aspects in the Learning of Mathematics, Some current developments. PME19, Recife*, pp. 33–46.

- Gómez-Chacón, I. M^a (1998). Creencias y contexto social en matemáticas, *Revista de Didáctica de las matemáticas, UNO, Monográfico El profesor de matemáticas como profesional*, 17, 83- 104.
- Gómez-Chacón, I. M^a (2000a). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Madrid: Narcea.
- Gómez-Chacón, I. M^a (2000b). Affective influences in the knowledge of mathematics, *Educational Studies in Mathematics*, 43: 149-168.
- Gómez-Chacón, I. M^a (2002). Cuestiones afectivas en la Enseñanza de las Matemáticas. Una perspectiva para el profesor (Affective Questions in the teaching of Mathematics. A perspective for the teacher). En L. C. Contreras and L.J. Blanco, *Aportaciones a la formación inicial de maestros en el area de Matematicas: Una mirada a la práctica docente*, Cáceres: Universidad de Extremadura, pp23-58.
- Gómez-Chacón, I. M^a (2004). Investigar las influencias afectivas en el conocimiento de la Matemática. Enfoques e instrumentos. En Luengo, R. (Coord). *Líneas de Investigación en Didáctica de las Matemáticas*. Extremadura: FESPM y Sociedad Extremeña de Educación Matemática “Ventura Reyes Prósper”. pp. 165-202
- Gómez-Chacón, I. M^a (2005). Valores y conocimiento matemático: la belleza matemática, *Diálogo filosófico*, 62, 285- 306.
- Gómez-Chacón, I. M^a. (2008). *Suggesting practical advances in the research on affect in mathematical learning*. In ICME-11, 11th International Congress on Mathematical Education. (<http://tsg.icme11.org/tsg/show/31>).
- Gómez-Chacón, I. M^a. (2009). Actitudes matemáticas: propuestas para la transición de bachillerato a la universidad, *Educación Matemática, Ed. Santillana, México*, pp. 5-32.
- Gómez-Chacón, I. M^a (en prensa). Mathematics attitudes in computerized environments. A proposal using GeoGebra. En L. Bu; R. Schoen; M. Hohenwarter; Z. Lavicza, *Model-centered Learning with GeoGebra: Theory and Practice in Mathematics Education*. Sense Publisher.
- Gómez-Chacón, I. M^a y Figueiral, L. (2004). Emotion and Affect in Mathematical Education. Exploring a Theoretical Framework of Interpretation, *Proceedings 28th International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, PME28 in Bergen, Norway 14 - 18 July*.
- Gómez-Chacón, I. M^a y Haines, C. (2008). Students’ attitudes to mathematics and technology. Comparative study between the United Kingdom and Spain. *En ICME-11, 11th International Congress on Mathematical Education*. (<http://tsg.icme11.org/tsg/show/31>).

- Gómez-Chacón, I. M^a y Figueiral, L. (2007). Identité et facteur affectifs dans l'apprentissage des mathématiques, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, IREM Strasbourg, 12, 117-146.
- Gómez-Chacón, I. M^a; Op't Eynde, P. y De Corte, E. (2006a) Flemish and Spanish high school student's Mathematics-related beliefs systems: a comparative study. *30 Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (PME30th).
- Gómez-Chacón, I. M^a.; Op't Eynde, P, De Corte (2006b). Creencias de los estudiantes de matemáticas, la influencia del contexto de clase, *Enseñanza de las Ciencias*, 24 (3), 309-324
- Grows, D. A. (ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, Macmillan, NCTM New York.
- Hannula M. (2002). Attitude toward mathematics: emotions, expectations and values. *Educational Studies in Mathematics*, 49, 25-46.
- Hannula, M. S., Evans, J, Philippou, G., & Zan, R. (coord.) (2004). Affect in mathematics education – exploring theoretical frameworks. In M. J. Høines & A. B. Fuglestad (eds.) *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Vol 1, 107 – 138. Bergen University College.
- Harskamp, E. y Suhre, C. (2007). Schoenfeld's problem solving theory in a student controlled learning environment. *Computers and Education*, 49, 822–839.
- Hart, L.E. (1989). Describing the Affective Domain. Saying what we Mean. En: McLeod, D.B., & Adams, V.M. (Eds.) *Affect and mathematical problem solving: A new perspective*. New York, Springer, 37-48.
- Hernández, R. y Gómez-Chacón, I. M^a (1997). Las actitudes en educación matemática. Estrategias para el cambio, *Revista de Didáctica de las matemáticas, UNO, Monográfico Actitudes y Matemáticas*, 13, 41- 61.
- Hernández, J., Palarea, M. M.y Socas, M. M. (2001). Análisis de las concepciones, creencias y actitudes hacia las Matemáticas de los alumnos que comienzan la Diplomatura de Maestro. El papel de los materiales didácticos. In M. Socas, M. Camacho & A. Morales (Coords.), *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemática II*. 115-124. La Laguna, España: Universidad de la Laguna.
- Hidalgo, S., Maroto, A. y Palacios, A. (2004). ¿Por qué se rechazan las matemáticas? Análisis evolutivo y multivariante de actitudes relevantes hacia las matemáticas. *Revista de Educación. Ministerio de Educación y Ciencia* n° 334, 75-99.

- Krathwohl, D. R.; Bloom, B. S.; Masia, B. B. (1964). Taxonomy of educational objectives, the classification of educational goals: *Handbook 2: Affective Domain*. (New York: Longman)
- Lafortune, L. y ST-Pierre, L.: 1994, *La pensée et les émotions en mathématiques. Métacognition et affectivité*, Les Editions Logiques, Quebec.
- Leder, G. y Forgasz, H. J. (2006). Affect and mathematics education, in A. Gutiérrez, P. Boero (eds), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*, New York: Sense Publishers, 403-427.
- Leder, G.C., Pehkonen, E. y Töner, G. (eds.) (2002). *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* Holanda: Kluwer Academic Publishers
- Liston, M. y Odonoghue, J. (2008). The influence of affective variables on student's transition to university mathematics, *ICM-11 Proceedings*, Monterrey, Mexico.
- Llinares, S. (2002). Participation and reification in learning to teach: the role of knowledge and beliefs, En G. C. Leder, E. Pehkonen, y G. Törner (Eds.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Malmivuori, M.-L. (2001). *The Dynamics of Affect, Cognition, and Social Environment in the Regulation of Personal Learning Processes: The Case of Mathematics*. Research Report 172, University of Helsinki.
- Mandler, G., (1989). Affect and learning: Causes and consequences of emotional interactions. En D. B. McLeod y V M. Adams (Eds) *Affect and mathematical problem solving: A new perspective*. Springer-Verlag. New York. p. 3-19.
- McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization, En Douglas A. Grows (ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, Macmillan, NCTM New York, pp. 575-596.
- McLeod, D. y Adams, V. M. (eds.) (1989). *Affect and Mathematical Problem Solving: A new perspective* (pp. 245- 258). New York: Springer-Verlang.
- McLeod, D.B. y McLeod, S.H. (2002). Synthesis – Beliefs and Mathematics Education: Implications for Learning, Teaching and Research. En: G. C. Leder, E. Pehkonen, y G. Törner (Eds.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 115 – 126.
- Muis, K.R. (2004). Personal epistemology and mathematics: A critical review and Synthesis of research. *Review of Educational Research*, 74(3), pp. 317-377.

- Muñoz, J. M. y Mato, M. D. (2006). Diseño y validación de un cuestionario para medir las actitudes hacia las matemáticas en alumnos de ESO. *En Revista Galego-Portuguésa de Psicoloxía e Educación* nº 11-12 (Vol.13) Año 10º-2006 p. 413-424.
- N.C.T.M. (1991). *Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática* (NCTM, 1989). Publicado en Castellano por Sociedad Andaluza para la Educación Matemática "THALES".
- OP'T Eynd, P. y De Corte, E. (2002). Accepting emotional complexity: a component systems approach of emotions in the mathematics classroom. Symposium *Motivation and emotion research in education: Theoretical frameworks and methodological issues* at the 2002 Annual Meeting of the American Educational Research Association, April 1-5, 2002 in New Orleans, Louisiana.
- OP'T Eynd, P. y De Corte, E (2003). «Junior High students' mathematics-related beliefs systems: An empirical analysis of their internal and external structure». Comunicación presentada en la *10th Biennial Conference of the European Association for Research on Learning and Instruction*, agosto 26-30, 2003 en Padua.
- Ortega, T. (Coord.) (2010). *El reto de la formación matemática del futuro maestro. Competencias y afectos en el grado de maestro*. Proyectos de Investigación Fundamental no orientada, Ministerio de Educación.
- Pehkonen, E. y Pietilä, A. (2003). On Relationships between beliefs and knowledge in Mathematics Education, CERME 3: *Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education* 28 February - 3 March 2003 in Bellaria, Italy.
- Pinilla, C. (2000). *Influencia de la emoción en los procesos de enseñanza/aprendizaje en Matemáticas a través de la Resolución de Problemas con alumnos de Enseñanza Secundaria*, Treball de Recerca, Universidad Autónoma de Barcelona.
- Presmeg, N. y Balderas-Cañas, P. E. (2001) Visualization and Affect in Nonroutine Problem Solving, *Mathematical Thinking and Learning*, Volume 3, Issue 4, pages 289 – 313.
- Ruffell M., Mason J. & Allen B. (1998). Studying attitude to mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 35, 1-18.
- Sarabia, A. (2006). *Las Actitudes, las Creencias y las Emociones hacia las Matemáticas: Un Estudio Descriptivo en Alumnos de Segundo de la ESO*. Tesis doctoral inédita. Universidad de Navarra.

- Schlöglmann, W. (2003). Can neuroscience help us better understand affective reactions in Mathematics learning? *Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*, 28 February - 3 March, in Bellaria, Italy.
- Schlöglmann, W. (2008). The development of mathematical concepts and the emergence of affect. Appears in: *Proceedings of NORMA 08*.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as Communicating. Human Development, the Growth of Discourses, and Mathematizing*. Cambridge, New York. Cambridge University Press.
- Törner, G. (2002). Mathematical Beliefs – A Search for a Common Ground: Some Theoretical Considerations on Structuring Beliefs, Some Research Questions, and Some Phenomenological Observations. En G. C. Leder, E. Pehkonen, y G. Törner (Eds.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. 73 – 94.
- Törner, G. y Pehkonen, E.: (1996). Literature on mathematical beliefs. *Schriftenreihe des Fachbereichs Mathematik*. Gerhard Mercator Universität. Gesamthochschule Duisburg.
- Vila, A. y Callejo, M. L. (2004). *Matemáticas para aprender a pensar. El papel de las creencias en la resolución de problemas*. Madrid: Narcea.
- Zan, R. y Di Martino, P. (2008). Attitude Towards Mathematics. Overcoming the Positive/Negative Dichotomy. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 197 – 214.