

CONOCIMIENTO SOBRE ORIENTACIÓN ESPACIAL EN ESTUDIANTES DE E.S.O.

Torres, J.M., Climent, N.

Universidad de Huelva

Resumen

El presente trabajo se centra en el estudio del conocimiento sobre la orientación espacial de alumnos de 1º y 4º de ESO. En esta comunicación presentamos los resultados relativos a uno de los subbloques de contenidos abordados: la representación plana de entornos. Comparamos las respuestas de alumnos de ambos cursos de un mismo centro educativo a las mismas cuestiones. Los resultados muestran diferencias significativas entre ambos grupos y ponen de relieve cómo algunas dificultades de los alumnos (por ejemplo, respecto del concepto de plano) dependen de las características del entorno a representar.

Abstract

This work focus on the knowledge about spatial orientation of 1st and 4th secondary school pupils. We show here the results related to one of the contents: the interpretation and bi-dimensional representation of environments. We compare the pupils' answers (pupils of both courses of a Secondary School) to the same questions. The results show significant differences between both groups and highlight how pupils' difficulties are dependent on the characteristics of the environment to be represented.

Palabras clave: Orientación espacial, conocimiento de los alumnos, secundaria, representación plana.

Key words: Spatial orientation, student's knowledge, secondary, plane representation.

Introducción

A la comprensión del espacio se le atribuye una vital importancia para el desarrollo de la capacidad intelectual del individuo. Este trabajo se centra en la Orientación Espacial como contenido del currículo matemático de ESO. De inicio se nos plantean dos dificultades: no existe una base teórica de referencia (Arrieta, 2003) y son escasas las investigaciones que de alguna manera se acercan al tratamiento de la Orientación Espacial.

Los contenidos matemáticos relacionados con la capacidad espacial han sido tratados deficitariamente durante años, llegando casi a desaparecer en la E.G.B. en las décadas de los sesenta y setenta. Hay que llegar a los años ochenta para que se le dé una mayor importancia al desarrollo de habilidades espaciales tales como la visualización matemática. Es a partir de entonces cuando se observa un mayor interés por el desarrollo de la capacidad espacial cuando se habla de una Geometría más intuitiva y práctica (Arrieta, 2003).

A partir de ese momento nos encontramos referencias importantes que respaldan la inclusión del estudio de la Geometría de una, dos y tres dimensiones en variedad de situaciones en el currículum (NCTM, 1989), o donde se sugiere que la enseñanza de las matemáticas en la escuela debe prestar más atención a la comprensión de objetos geométricos y sus relaciones y al uso de la geometría en la resolución de problemas, y menos atención a la memorización de vocabulario, hechos y relaciones geométricas (NCTM, 2000).

Además, desde el propio Ministerio de Educación (REAL DECRETO 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria, p. 677-773), en la elaboración del currículo oficial se hace hincapié en el tratamiento del estudio y aprendizaje de la Geometría como oportunidad para conectar al alumnado con su entorno y como posibilidad para mejorar la visión espacial del mismo.

Este artículo se enmarca dentro de un trabajo final de Máster acerca del conocimiento de los alumnos sobre la Orientación Espacial (en adelante OE). El origen e ideas principales de dicho trabajo se encuentran en el desarrollo de un proyecto de investigación educativa (PIE¹) llevado a cabo por un grupo de docentes de distintos niveles educativos afines a la especialidad.

El foco principal en el que se centró el trabajo de Máster fue en conocer qué saben los alumnos sobre estos contenidos al inicio y al final de la ESO, qué dificultades se observan en el desarrollo de los conocimientos y qué avance se observa en el alumnado de 4º respecto del de 1º de ESO.

¹ “Conocimiento del profesor para la enseñanza de las matemáticas. Contribución de la metodología de resolución de problemas y las TIC” (PIV_036-08).

En el presente artículo nos centramos en exponer con detalles las cuestiones planteadas en dicho foco principal pero centrando nuestra atención en el bloque de contenidos referido a los modelos de representación de la realidad: planos, croquis y maquetas.

Marco Teórico

Son numerosos los estudios en los que se deja claro tanto la importancia de la capacidad espacial en la Educación Matemática (Bishop, 1980, 1989; Clements y Battista, 1992; Clements, 1998; Gutiérrez, 1998; Owens y Outhred, 2006), como la relación entre capacidad espacial y matemáticas (Tartre, 1990).

A pesar su importancia indudable, los referentes teóricos relacionados con algunos aspectos de la capacidad espacial son escasos, entre otras cosas, y según apuntan Lohman et al. (1987), los investigadores tienen dificultades a la hora de ponerse de acuerdo en este tipo de conceptos básicos (capacidad espacial, visualización, orientación espacial, relaciones espaciales, pensamiento espacial...).

Así, en Carroll (1993) se analizan factores relacionados con la capacidad espacial sin que en los correspondientes a la percepción visual (ni en ningún otro) figure la orientación espacial. Además se señala que las pruebas o tests no lo distinguen de la visualización o de las relaciones espaciales. Sin embargo otros estudios (Guay y McDaniel, 1977; Tartre, 1990) diferencian teóricamente los dos factores. La visualización se entiende como la aptitud para manipular objetos mentalmente (el objeto es manipulado por el sujeto), mientras que la orientación espacial sería la aptitud para imaginar un objeto desde otra perspectiva (el sujeto cambia de posición respecto al objeto).

En este trabajo entenderemos por orientación espacial la capacidad de un individuo para situarse en el espacio y moverse (real o imaginariamente) en él.

La comprensión del espacio ha sido y es un objetivo de la educación. En mayor o menor medida ha estado presente en los diferentes currículos de los sistemas educativos. Un referente clásico en este campo son los estudios de Piaget, para quien la percepción del espacio está condicionada por las características del pensamiento del individuo y en cuya comprensión puede interferir en sus inicios la comprensión del esquema corporal.

El enfoque del conocimiento ambiental, por su parte, aborda el conocimiento del espacio desde una perspectiva fundamentada en la interacción del individuo con su entorno específico. Su objetivo es comprender cómo se construye el conocimiento que el sujeto tiene del espacio en el cual se desarrolla (espacios concretos y cotidianos).

Hemos considerado (siguiendo el trabajo del PIE) 4 categorías principales para el análisis de la comprensión del espacio, referidos respectivamente a la localización de objetos, al concepto de escala, a la representación de desplazamientos y a los modelos de representación de la realidad (planos, mapas, croquis y maquetas). Dentro de cada categoría (C1-C4) hemos considerado (en el instrumento de análisis de la información) las siguientes subcategorías:

C1.- Elementos de referencia en la localización espacial de objetos.

C1.1. Sistemas de ejes de coordenadas cartesianos (numéricos o alfanuméricos).

C1.2. Sistema convencional de orientación mediante los puntos cardinales.

C1.3. Coordenadas geográficas: Latitud y Longitud. Sistema de ejes de coordenadas geográficas.

C1.4. Coordenadas polares: Rumbo y longitud.

C2.- De la proporción a la escala. Elementos de referencia respecto de la medida de objetos al pasar de la realidad a una representación de la misma.

C2.1. Medidas de longitud.

C2.2. Escala numérica.

C2.3. Escala gráfica.

C3.- Interpretación -Representación de desplazamientos (recorridos o itinerarios).

C3.1. Interpretación de desplazamientos (recorridos o itinerarios).

C3.2. Representación de desplazamientos (recorridos o itinerarios).

C4. Modelos de representación de la realidad: planos, croquis, maquetas.

C4.1. Interpretación de planos y mapas.

C4.2. Representación plana de entornos.

En el área de las Ciencias Sociales se asume que un instrumento indispensable para la conceptualización del espacio es el mapa, pues supone la representación gráfica del mismo y ayuda a su comprensión. La realización y comprensión de mapas supone el dominio de la escala, de la representación plana de objetos tridimensionales, de la semejanza entre objetos, de la situación relativa de unos objetos respecto de otros, y del uso de símbolos para comunicar el significado de lo representado.

Dada la imposibilidad de mostrar aquí, por razones de espacio, los resultados relativos a las 4 categorías, hemos elegido en esta comunicación centrarnos en los resultados relativos a la categoría C4, por su carácter sintético respecto de la comprensión de otros contenidos. Además, por la limitación señalada, nos hemos ceñido a la subcategoría C4.2, por tener más interés el contraste de resultados entre ambos cursos. En este trabajo se expondrá la comparativa entre los resultados de 1º y 4º curso.

Metodología

Los informantes en este trabajo son un grupo de 15 alumnos de 4º de ESO de la opción B de Matemáticas y un grupo de 18 alumnos de 1º de ESO, ambos de un mismo centro de E.S.O. de la comarca del Andévalo de Huelva.

Nos parecía interesante centrarnos en el último curso de la ESO para estudiar el grado de adquisición de estos contenidos al finalizar esta etapa. Igualmente, el estudio de los resultados en los alumnos de 1º nos permite ver el posible cambio en la comprensión de principio al final de dicha etapa.

Hemos recogido la información mediante unas pruebas individuales (para 1º y 4º) de respuesta limitada, pues, en la mayoría de los casos, se requiere una respuesta breve y exacta, que debe ser construida por el alumno y que permite un alto grado de objetividad en la corrección. Además en su elaboración se incluyen preguntas con una sola respuesta concreta, sin dejar opción a la respuesta por azar, con contenidos relevantes que indican el conocimiento de los temas. Una de las razones por las que se decidió este tipo de instrumento fue la garantía de obtener nociones conceptuales de cada uno de los participantes, dejando constancia por escrito, y que a su vez fueran fácilmente revisables.

El hecho de pasar las mismas cuestiones del cuestionario individual a cada grupo se basa en la posibilidad de poder contrastar la información de una forma más clara y efectiva. El cuestionario individual aplicado al grupo de 1º constaba de 11 cuestiones y el aplicado al grupo de 4º constaba de 6 cuestiones, extraídas de las 11 anteriores². Básicamente el aporte fundamental para la elaboración de la prueba se encontró en dos documentos que incluyen esta temática en su trabajo desde una perspectiva interdisciplinar. Uno de ellos es el trabajo de Callejo y Llopis (1992), del que se extrajeron 9 de las 11 cuestiones, adaptándose algunas al contexto educativo en el que nos encontrábamos. Las otras dos cuestiones estaban inspiradas en actividades del trabajo de Vilarrasa y Colombo (1988).

² En el cuestionario de 4º se eliminaron 5 cuestiones por considerar que el nivel de competencias que exigían estaban suficientemente consolidados por este nivel. En su lugar se diseñó un cuestionario abierto que se respondió por grupos, en el marco de una actividad en el aula. En este artículo nos ceñimos a las cuestiones que nos permiten establecer la comparativa en la subcategoría C4.2.

Para el caso que nos ocupa, centrado en la subcategoría C4.2. (Representación plana de entornos), las cuestiones que nos permiten extraer información al respecto son la A6, A7 y A8 (de ahí que restrinjamos lo que aquí presentamos a dichas cuestiones, que reproducimos en el apartado de resultados, junto con las respuestas de algunos alumnos).

Tanto en la cuestión A6 como en A7, el interés se centra en la representación plana, en A6 de un entorno conocido como el aula, y en A7 de un entorno figurado tridimensional, teniendo como principal punto de mira la propia comprensión de la noción de plano, así como el respeto de las proporciones, el orden, la ubicación, la dirección y sentido, y el uso de símbolos para los elementos que ocupan dicho entorno. En la cuestión A8 son varios los factores observables, comenzando por la comprensión de la noción de plano, al igual que en A6 y A7, aunque en este caso se trata de algo imaginario inventado por ellos atendiendo a las instrucciones con direcciones cardinales que se proporcionan. Otro de los aspectos importantes ha sido la comprobación de la comprensión y el uso que hacen de la noción de símbolos, cuando éstos no vienen referenciados de ninguna manera.

Para analizar la información, dentro de cada bloque de contenidos se ha creado un cuadro con las distintas categorías, subcategorías e indicadores que se han ido extrayendo de los distintos materiales consultados sobre la OE en ESO, jugando un papel importante las referencias de donde se han extraído las cuestiones que conforman las pruebas realizadas, así como el currículo oficial y el trabajo del Proyecto de Investigación Educativa.

Los contenidos, con las correspondientes categorías, subcategorías e indicadores que se utilizaron como instrumento de análisis, en particular para la subcategoría C4.2. se muestran en la tabla 2 (apartado de resultados).

Para la revisión de las pruebas y con objeto de poder obtener una panorámica visual de todos los posibles resultados encontrados, se creó una tabla (tanto para 1º como para 4º) (tabla 1) de doble entrada en la que aparecía la referencia a cada alumno y a cada una de las cuestiones, y dentro los indicadores correspondientes a las cuestiones, determinados de antemano en cada uno de los bloques de contenidos que se han tenido en cuenta.

Ítem	A6			A7			A8				...
	C4.2.1.1 ³	C4.2.1.2.	C4.2.1.3.	C4.2.2.1.	C4.2.2.2.	C4.2.2.3.	C4.2.3.1.	C4.2.3.2.	C4.2.3.3.	C4.2.3.4.	
Alumno1											
Alumno2											
...											

TABLA 1: TABLA PARA LA RECOGIDA DEL ANÁLISIS DE CADA ALUMNO Y CUESTIÓN

Las posibles respuestas recogidas en la tabla, que de alguna manera indican el grado de consecución o asimilación de cada indicador se ajustaban a los siguientes criterios:

- Si el alumno mostraba de manera correcta lo expresado en el indicador se anotaba un SI.
- Si el alumno no mostraba de manera correcta lo expresado en el indicador se anotaba un NO.
- Como es de suponer, había respuestas que no admitían un SI o un NO rotundo, sino que había que matizar o clarificar esa respuesta. En esos casos, dichas respuestas se acompañaban de un signo * que indicaba que existía un comentario individualizado para esa respuesta tratando de aclarar la decisión tomada.
- Si el alumno no contestaba a algún apartado correspondiente a algún indicador se dejaba ese indicador en blanco.

Resultados

Tras la revisión y análisis de la información, y en lo relativo al bloque que nos ocupa, los resultados en las cuestiones A6, A7 y A8 fueron los siguientes:

³ La descripción de los indicadores C4.2.i.j. (i =1, 2, 3; j= 1, 2, 3, 4) se encuentra en la tabla 2 (apartado de resultados).

Categoría	Subcategoría	Indicador	Resultados 1º	Resultados 4º
C4.2. Representación plana de entornos.	C4.2.1. Representación plana de entornos conocidos (aula) y de los objetos que los ocupan.	C4.2.1.1. Comprende la noción de plano. (A6)	SI (88,9%) NO (11,1%)	SI (100%)
		C4.2.1.2. Respeta el orden, la ubicación y la dirección y sentido de los elementos en la representación. (A6)	SI (16,7%) SI* (55,6%) NO* (22,2%) NO (5,6%)	SI (21,4%) SI* (71,4%) NO (5,6%)
		C4.2.1.3. Utiliza símbolos adecuados para los elementos. (A6)	SI (88,9%) NO* (11,1%)	SI (100%)
	C4.2.2. Representación plana de entornos figurados tridimensionales y de los elementos que los ocupan.	C4.2.2.1. Comprende la noción de plano. (A7)	SI (27,8%) SI* (11,1%). NO* (22,2%) NO (33,3%) NC (5,6%)	SI (50%) NO* (21,4%) NO (14,3%) NC (14,3%)
		C4.2.2.2. Respeta el orden, la ubicación y la dirección y sentido de los elementos en la representación. (A7)	SI (27,8%) SI* (11,1%) NO (55,6%) NC (5,6%)	SI (50%) SI* (14,3%) NO (21,4%) NC (14,3%)
		C4.2.2.3. Utiliza símbolos adecuados para los elementos. (A7)	SI (27,8%) SI* (16,7%) NO (50%) NC (5,6%)	SI (57,1%) SI* (21,4%) NO (7,1%) NC (14,3%)

C4.2.3. Representación plana de entornos imaginarios atendiendo a una descripción escrita usando nociones de puntos cardinales.	C4.2.3.1. Comprende la noción de plano. (A8)	SI (5,6%) SI* (11,1%) NO* (33,3%) NO (38,9%) NC (11,1%)	SI (42,9%) SI* (21,4%) NO (14,3%) NC (21,4%)
	C4.2.3.2. Representa elementos en entornos imaginarios en cuya descripción de la situación se usan los puntos cardinales. (A8)	SI (77,8%) NO* (5,6%) NO (5,6%) NC (11,1%)	SI (78,6%) NC (21,4%)
	C4.2.3.3. Representa elementos en entornos imaginarios en cuya descripción de la situación se usan combinaciones de puntos cardinales. (A8)	SI (16,7%) NO* (16,7%) NO (55,6%) NC (11,1%)	SI (42,9%) SI* (14,3%) NO (14,3%) NC (14,3%)
	C4.2.3.4. Utiliza símbolos adecuados para los elementos. (A8)	SI (16,7%) SI* (38,9%) NO* (16,7%) NO (16,7%) NC (11,1%)	SI (42,9%) NO* (35,7%) NC (14,3%)

TABLA 2: COMPARATIVA DE LOS RESULTADOS DE 1° Y 4° REFERIDOS A LA SUBCATEGORÍA C4.2

En este bloque destacamos lo relativo a la comprensión de la noción de plano y la representación de los elementos que ocupan un determinado entorno.

El grado de confianza en los conocimientos va disminuyendo cada vez que nos alejamos de la realidad cercana y visual. Tanto en 1° como en 4° se observa que

cuando se trata del aula (C4.2.1), la idea que tienen de plano es más acertada que cuando la representación hace referencia a entornos figurados (no conocidos) (C4.2.2) o entornos imaginarios (C4.2.3), donde esa idea no está tan consolidada. En esos casos parece más bien como si tratasen de plasmar una imagen real con una perspectiva tridimensional. Obsérvese la figura 1, donde el alumno (de 1º) aplicó un giro a la imagen para que algunos elementos como calles o vías de ferrocarril coincidieran con líneas horizontales y verticales del área de trabajo.



FIGURA 1 (ALUMNO DE 1º)

En el caso de 4º nos encontramos con casos donde sólo representan los símbolos proporcionados sin llegar a representar otros elementos de la imagen como calles o árboles (Figura 2), y otros donde parece, más bien, que traten de reproducir la imagen en el área de trabajo, incluso usando la perspectiva tridimensional (Figura 3).



FIGURA 2 (ALUMNO DE 4º)

A7.- Representar planos y usar símbolos (I)

Partiendo del dibujo que se muestra a continuación, dibuja el plano de esa localidad. Usa los símbolos que se te dan para colocarlos en el sitio adecuado, localizando la orientación de cada uno.

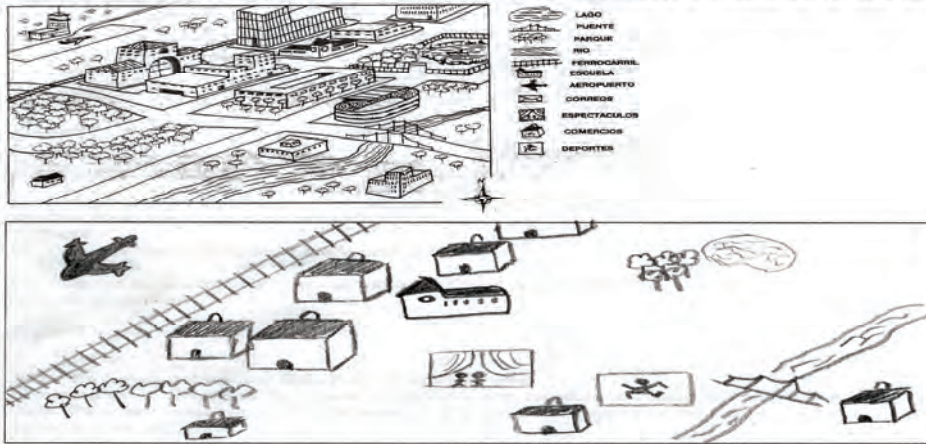


FIGURA 3 (ALUMNO DE 4º)

En los indicadores referentes a los puntos cardinales básicos (C4.2.3.2), no se aprecian dificultades notables. Sí son visibles las dificultades a la hora de trabajar con combinaciones de puntos cardinales (C4.2.3.3) cuando están referidos a elementos ya representados, como se observa en alguna respuesta dada por alumnos de 1º (Figura 4), que, aunque sí parece que ubique correctamente la dirección pedida (Noroeste), lo hace con respecto a referencias fijas. En el caso de 4º, apenas aparecen estas dificultades

A8.- Representar planos y usar símbolos (II)

Dibuja un plano con la siguiente descripción. Utiliza símbolos y pon los puntos cardinales.

- En la zona Este: carretera con la dirección N-S
- Una línea de ferrocarril que atraviesa la carretera
- Un grupo de casas de campo al oeste de la carretera, rodeadas de árboles
- Al noroeste de las casas una zona de colinas y praderas

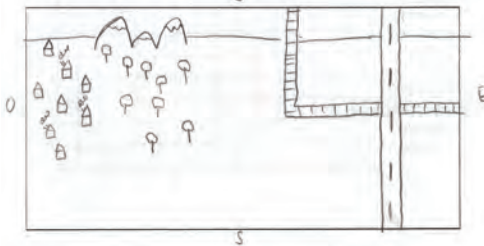


FIGURA 4 (ALUMNO DE 1º)

A8.- Representar planos y usar símbolos (II)

Dibuja un plano con la siguiente descripción. Utiliza símbolos y pon los puntos cardinales.

- En la zona Este: carretera con la dirección N-S
- Una línea de ferrocarril que atraviesa la carretera
- Un grupo de casas de campo al oeste de la carretera, rodeadas de árboles
- Al noroeste de las casas una zona de colinas y praderas



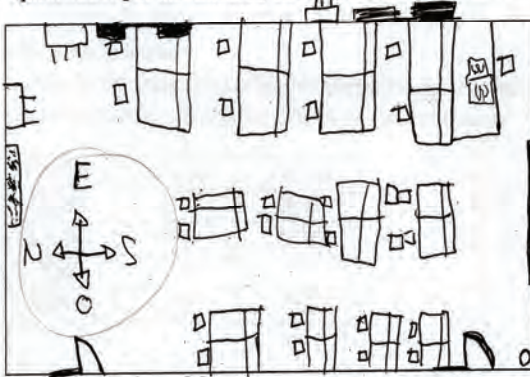
La ordenación y distribución de elementos en una representación plana (C4.2.2.2) parece ser algo que conlleva dificultad hasta el final de la etapa de la E.S.O. Incluso el alumnado de 4º no obtiene resultados muy favorables en este aspecto. Es de destacar el hecho de que haya bastantes alumnos de 1º y también algunos de 4º que no controlen detalles tan significativos en la representación de elementos como pueden ser el sentido de giro de las puertas en el aula o la ubicación y colocación de algunos elementos (mesas)

con respecto a otros (paredes, mesa del profesor). Mostramos a continuación la respuesta dada por dos alumnos de 1º, uno de ellos (Figura 5) que no considera el espacio disponible, no respetando las proporciones de elementos idénticos, y otro (Figura 6) que no asocia las proporciones del aula con las del área de trabajo. En el otro extremo, mostramos la respuesta de un alumno de 4º que respeta el orden y distribución señalados (Figura 7).

A6.- Usar símbolos en los planos

Coloca los símbolos que se dan en el plano delimitado por el rectángulo para que represente de la manera más exacta posible tu aula.

También puedes dibujar otros elementos que no estén representados por los símbolos, en el lugar correspondiente.



- PUPITRE
- ARMARIO
- PUERTA
- VENTANA
- MESA DEL PROFESOR
- PIZARRA
- CORCHO
- SILLA
- Papelerera
- Percha

FIGURA 5 (ALUMNO DE 1º)

A6.- Usar símbolos en los planos

Coloca los símbolos que se dan en el plano delimitado por el rectángulo para que represente de la manera más exacta posible tu aula.

También puedes dibujar otros elementos que no estén representados por los símbolos, en el lugar correspondiente.

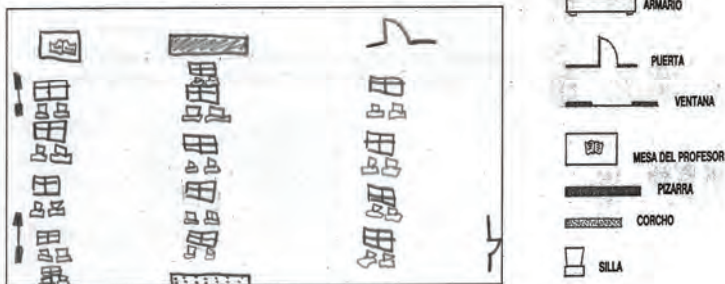


FIGURA 6 (ALUMNO DE 1º)

A6.- Usar símbolos en los planos

Coloca los símbolos que se dan en el plano delimitado por el rectángulo para que represente de la manera más exacta posible tu aula.

También puedes dibujar otros elementos que no estén representados por los símbolos, en el lugar correspondiente.

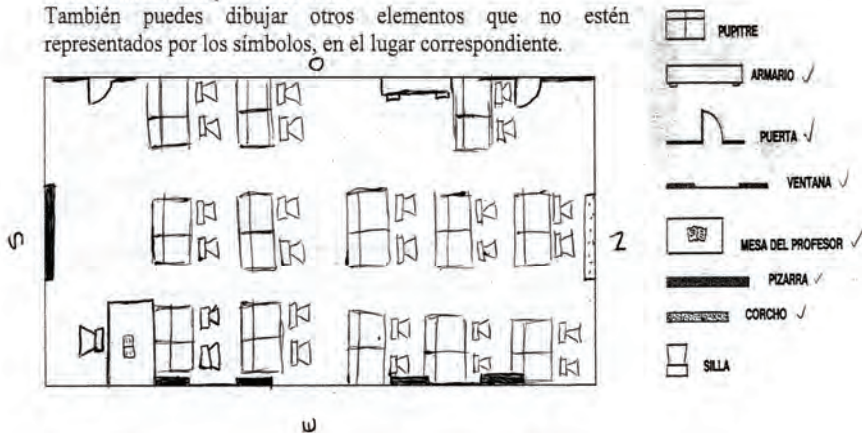


FIGURA 7 (ALUMNO DE 4º)

La simbolización de elementos parece no estar muy consolidada en esta etapa, sigue pareciendo más bien una reproducción de la realidad y no lo identifican a algún tipo de señal que ayude a situar la posición del elemento en el plano.

La simbología en el plano va perdiendo consistencia a la vez que nos vamos alejando de lo cercano y conocido. En el caso del aula (C4.2.1.3) no parece haber dificultades para simbolizar los elementos, en los dos niveles; sin embargo en entornos figurados (C4.2.2.3) , aún sirviéndose de símbolos dados, o en entornos

imaginarios (C4.2.3.4) donde ellos mismos tenían que simbolizar los elementos, se notan dificultades, teniendo mejores resultados en 4º, aunque éstos no son demasiado notables (Figuras 10 y 11).

A7.- Representar planos y usar símbolos (I)

Partiendo del dibujo que se muestra a continuación, dibuja el plano de esa localidad. Usa los símbolos que se te dan para colocarlos en el sitio adecuado, localizando la orientación de cada uno.

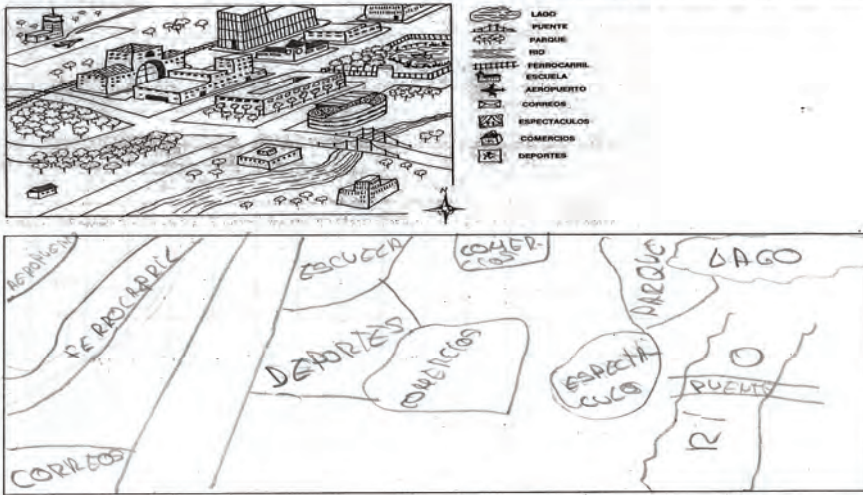


FIGURA 10 (ALUMNO DE 1º)

A7.- Representar planos y usar símbolos (I)

Partiendo del dibujo que se muestra a continuación, dibuja el plano de esa localidad. Usa los símbolos que se te dan para colocarlos en el sitio adecuado, localizando la orientación de cada uno.

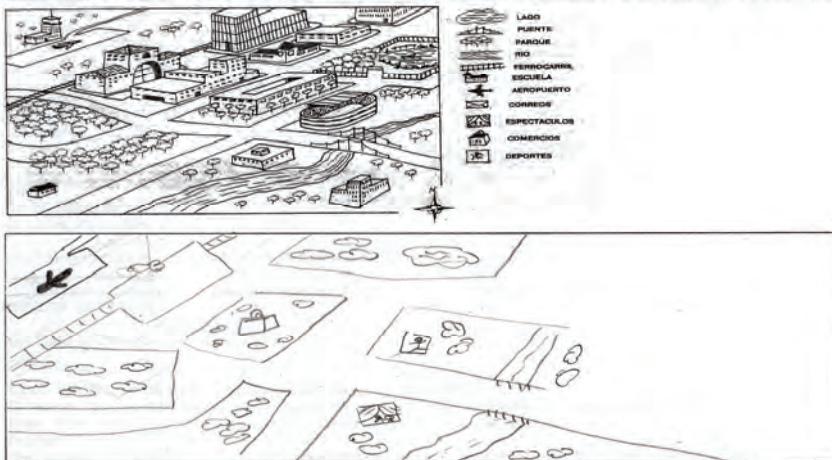


FIGURA 11 (ALUMNO DE 4º)

Conclusiones

Los resultados presentados confirman que, como cabía esperar, la comprensión del espacio en lo que se refiere a la representación plana de entornos es mayor en los alumnos de 4º que en los de 1º de E.S.O. Hemos encontrado diferencias en aspectos concretos, que destacamos en los resultados. Además, en ambos cursos se muestran dificultades en la comprensión de algunos contenidos, como el uso combinado de puntos cardinales.

Sobre la base de las diferencias observadas en 1º y 4º curso, consideramos que, de cara al abordaje de estos contenidos en el aula, sería deseable centrarse en los aspectos que señalamos en la tabla 3.

1º ESO	4º ESO
<p>Comprensión de la noción de plano para entornos reales conocidos y visibles.</p> <p>Representación plana de entornos reales conocidos visibles haciendo uso de una simbología proporcionada.</p> <p>Consideración de la ubicación y orientación de los elementos en la representación con respecto al marco general.</p>	<p>Comprensión de la noción de plano para cualquier tipo de entornos, conocidos o no.</p> <p>Representación plana de cualquier entorno, sin necesidad de referirse a un espacio concreto y sin ningún tipo de guía para la simbología.</p> <p>Consideración de la ubicación y orientación de los elementos en la representación con respecto a los demás elementos representados.</p>

TABLA 3

Referencias

Arrieta, M. (2003). Capacidad espacial y educación Matemática: tres problemas para el futuro de la investigación. *Educación Matemática*, 15 (3), 57–76.

Bishop, A. (1980). Spatial Abilities and Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics*, 11, 257-269.

Bishop, A. (1989). Review of Research on Visualization in Mathematics Education. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(1), 7-16.

Callejo, M. L. y Llopis, C. (1992). *Planos y mapas: Actividades interdisciplinarias para representar el espacio*. Madrid: Narcea, S.A.

- Carroll, J.B. (1993). *Human cognitive abilities: A survey of factor analytic studies*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Clements, D.H. y Battista, M.T. (1992). Geometry and spatial reasoning. En D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: NCTM & Macmillan.
- Clements, M.A. (1998). *Visualization and Mathematics Education*. Barcelona: TIEM.
- Guay, R.B. y McDaniel, E.D. (1977). The Relationship between Mathematics Achievement and Spatial Abilities Among Elementary School Children. *Journal for Research in Mathematics Education*, 8, 211-215.
- Gutiérrez, A. (1998). *Tendencias actuales de investigación en Geometría y Visualización*. Barcelona: TIEM.
- Lohman, D.F. et al. (1987). Dimensions and components of individual differences in spatial abilities. En S.H. Irvine & S.N. News (Eds.). *Intelligence and cognition: Contemporary frames of reference*. Dordrecht, The Netherlands: Martinus Nijhoff.
- NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, Va: NCTM.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Va: NCTM.
- Owens, K. y Outhred, L. (2006). The Complexity of Learning Geometry and Measurement. En A. Gutiérrez y P. Boero (Eds.). *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria, 677-773. (BOE 5-1-2007).
- Tartre, L.A. (1990). Spatial Orientation Skill and Mathematical Problem Solving, *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(3), 216-229.
- Vilarrasa, A. y Colombo, F. (1988). *Ejercicios de exploración y representación del espacio*. Barcelona: Graó.