

GÉNESIS Y DESARROLLO DE UN PROBLEMA DIDÁCTICO: EL PAPEL DE LA MODELIZACIÓN MATEMÁTICA EN LA ENSEÑANZA UNIVERSITARIA DE LAS CCEE

Barquero, B. (1), **Bosch, M.** (2), **Gascón, J.** (1)

Universidad Autónoma de Barcelona (1), *Universidad Ramón Llull* (2)

Resumen

Partiremos del problema docente de la enseñanza de las matemáticas para las Ciencias Experimentales (CCEE) relativo a la dificultad para integrar de forma “normalizada” la actividad de modelización matemática en las instituciones de enseñanza universitaria. Utilizaremos la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) para formular dicho problema como un problema de investigación didáctica relacionado con el fenómeno de la desarticulación escolar del currículum y con la pérdida de sentido de la matemática enseñada, enfatizando sus dimensiones epistemológica y ecológica.

Abstract

This paper focuses on the study of the problem of the university teaching of mathematical modelling for the Nature Sciences degrees. It can be firstly summarized by the enormous difficulties of university institutions to integrate mathematical modelling practices in a "normalized" way. Using the Anthropological Theory of the Didactic (ATD), we will be able to formulate the didactical problem related to the university contents desarticulation and to the loss of sense of the school mathematics, emphasizing its epistemological and ecological dimensions.

Palabras claves: Problemática didáctica; Modelización matemática; Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD); Ecología; Recorridos de Estudio e Investigación (REI).

Key words: Didactic problem; Mathematical modelling; Anthropological Theory of the Didactic (ATD); Ecology; Study and Research Courses (SRC).

Punto de partida: la problemática docente en torno a la enseñanza de las matemáticas en CCEE

En el origen de muchos de los problemas de investigación en Didáctica de las Matemáticas se encuentra alguna “dificultad” que afecta al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Cuando estas dificultades se convierten en objetos de investigación, la forma de interpretarlas, el tipo de “entidades” que se toman en consideración para describirlas y el dominio empírico que se considera como “unidad mínima” de análisis, dependen fuertemente del marco teórico escogido, lo que provoca la emergencia de problemas distintos y, muchas veces, “incommensurables”. Es por ello que la *formulación del problema de investigación* representa un primer paso esencial y una de las contribuciones principales de toda investigación.

Si consideramos como *problemática docente* (Gascón, 1999) el conjunto de cuestiones y problemas que se presentan a los profesores y que se pueden formular utilizando las nociones e ideas dominantes en la cultura de la institución docente considerada, entonces estos problemas no deben considerarse como dificultades personales que afectarían de manera variada a los distintos profesores, en función de sus características individuales y de su personalidad. Son, como indican Chevallard y Cirade (2006), *problemas de la profesión* – aquí de la profesión de profesor universitario – que deben abordarse y resolverse de forma colectiva. En particular, deben distinguirse de las cuestiones que integrarán nuestra *problemática de investigación*, que como tal se formulará dentro de un marco teórico concreto – en nuestro caso, la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) – y que pueden llegar a distanciarse bastante de los problemas de la profesión que le dan origen. Dicho distanciamiento no es más que una necesidad metodológica que consideramos inevitable para poder abordar y resolver con eficacia las complejas cuestiones que surgen en la *problemática docente*.

PROBLEMA DOCENTE DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN CCEE

¿Qué tipo de matemáticas se deben enseñar a los estudiantes de Ciencias Experimentales y cómo deben ser enseñadas?

Frente a esta *problemática docente* encontramos una *primera respuesta* que podemos considerar la respuesta espontánea de “la enseñanza tradicional” de las matemáticas para CCEE. Dicha respuesta se puede resumir como un proceso que consta de dos etapas: primero, se enseñan unos conocimientos elementales que, como tales, se dan a los estudiantes como instrumentos “ya construidos” sin especi-

ficar con claridad ni su origen, ni su razón de ser, ni su ámbito de aplicación para que, posteriormente, éstos puedan aprender a “utilizarlos” o, mejor, a “aplicarlos” a las situaciones problemáticas con las que se puedan encontrar.

Esta primera respuesta espontánea de la enseñanza tradicional universitaria crea serias dificultades ligadas a la *pérdida de sentido* y a la *desarticulación* de los contenidos matemáticos escolares.

PRIMERA REFORMULACIÓN DEL PROBLEMA DOCENTE DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN CCEE

¿Cómo conseguir que los conocimientos matemáticos que se enseñan en los primeros cursos universitarios de CCEE no se reduzcan a un conjunto desarticulado de conceptos y técnicas carentes de sentido, sino que aparezcan de manera funcional como herramientas para dar respuesta a cuestiones problemáticas dentro de las CCEE?

Frente a esta problemática, se podría suponer que las facultades de CCEE forman un entorno institucional mucho más favorable que, por ejemplo, la enseñanza obligatoria (primaria y secundaria). Así lo encontramos descrito, en los programas universitarios, como uno de sus objetivos principales. Aunque también se observa que el propósito de integrar la modelización matemática se mantiene como una aspiración utópica que raramente llega a realizarse en la realidad de las aulas.

La respuesta a esta primera reformulación del problema docente consiste en proponer una visión más instrumental de las matemáticas como herramienta de modelización (entendiendo la modelización matemática en el sentido como se interpreta en el ámbito de “modelización y aplicaciones” (Blum, 2002, Blum *et al.*, 2007 y Burkhardt, 2006), integrando así en el proceso de estudio la actividad de modelización matemática y las cuestiones extramatemáticas (de CCEE) que la generan. Ésta es la propuesta que hace la Universidad de Roskilde aportando una respuesta “mixta”: se trata de una organización didáctica formada por dos tipos de cursos (en el caso de las facultades de CCEE, cursos de carácter “tradicional” junto con cursos dedicados a la “modelización matemática”) sin una clara conexión entre ellos. Quedan por lo tanto aspectos del problema sin considerar tal como se pone de manifiesto en la siguiente reformulación del problema:

SEGUNDA REFORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN CCEE

En los primeros cursos universitarios de CCEE, y una vez enseñados los contenidos matemáticos básicos, ¿cómo conseguir que las matemáticas se enseñen como una *herramienta de modelización de situaciones o hechos científicos*, de tal forma que la enseñanza globalmente considerada no se organice en función de los contenidos matemáticos sino de los problemas o proyectos que los estudiantes deben realizar?

La organización didáctica propuesta por la Universidad de Roskilde, si bien constituye un avance muy significativo en relación a la respuesta espontánea de la enseñanza tradicional (especialmente en lo que se refiere a la primera reformulación del problema) sigue presentando muchas limitaciones en relación a la poca conexión y articulación que presentan los distintos tipos de cursos y, sobre todo, debido a las limitaciones funcionales que presenta la modelización matemática tal como se sigue interpretando en esta propuesta.

Mostraremos a continuación que para responder plenamente a las cuestiones que aparecen en esta segunda reformulación deben tomarse en consideración dimensiones del problema que han sido relativamente ignoradas en las formulaciones anteriores del problema.

Ampliación del planteamiento clásico del problema didáctico en torno a la modelización matemática

En muchos de los trabajos que se enmarcan en el ámbito de investigación denominado “modelización y aplicaciones” se utiliza un patrón más o menos explícito de la modelización matemática (por ejemplo, con la noción de “ciclo de modelización” tal como la presentan Blum & Leiß, 2007) pero, a pesar de ello, no se problematizan muchas de las nociones que forman parte de la cultura escolar como, por ejemplo, “aplicaciones”, “problemas aplicados” y “actividades de modelización”, aceptándolas como parte del lenguaje propio del ámbito de investigación.

Cuando el problema del “papel de la modelización en la enseñanza de las matemáticas” se plantea en un ámbito demasiado próximo al *problema docente*, aparecen dos tipos de simplificación abusiva del problema. Cada uno de los cuales consiste en ignorar o evitar una de las dimensiones fundamentales del problema. El primero consiste en evitar la *dimensión epistemológica* del problema (qué son las matemáticas que se enseñan y qué papel desempeña la modelización matemática en ellas) y el segundo en ignorar la *dimensión ecológica* del problema (qué condiciones se requieren para que las actividades de modelización matemática puedan vivir

con normalidad en la escuela). Para tomar en consideración ambas dimensiones llevaremos a cabo una ampliación radical del planteamiento clásico del problema didáctico de la modelización matemática.

Integración de la modelización matemática en un modelo epistemológico general de las matemáticas

La inclusión de la *dimensión epistemológica* en el problema de la modelización matemática requiere llevar a cabo un análisis epistemológico riguroso y preciso de la “modelización matemática”, lo que requerirá situarla dentro de un *modelo epistemológico general de la actividad matemática*. Situándonos explícitamente en el ámbito de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), proponemos describir los procesos de modelización como procesos de reconstrucción y articulación de organizaciones matemáticas de complejidad creciente (puntuales, locales, regionales) que necesariamente tienen que partir de cuestiones problemáticas que se plantea una comunidad de estudio y para las que esta comunidad requiere respuestas (García, 2005). En realidad, estas cuestiones constituyen la “razón de ser” de la construcción de las organizaciones matemáticas que va a ser necesario (re)construir. En consecuencia, la modelización matemática así interpretada constituye un *instrumento de articulación de la actividad matemática escolar* y requiere de manera totalmente imprescindible considerar la modelización *intramatemática* como un caso particular muy importante de modelización matemática.

Desde el punto de vista de la TAD *la modelización matemática* debe formar parte integrante de cualquier *proceso de estudio de las matemáticas* puesto que la actividad de modelización se considera como sinónimo de actividad matemática *funcional* en contraposición a la actividad matemática *formal*.

Ampliación del espacio institucional tradicionalmente reservado a la didáctica de las matemáticas: la dimensión ecológica del problema

Algunos de los trabajos del dominio de investigación “modelización y aplicaciones” toman en consideración ciertas dimensiones del problema que se originan más allá del estrecho ámbito del aula. Esto ha llevado últimamente a algunos investigadores a analizar determinadas *restricciones* que pesan sobre la enseñanza de la modelización en los sistemas de enseñanza y que designan como “contra argumentos” (Blum, 1991), “dilemas” (Blomhøj & Kjeldsen, 2006), “barreras” (Burkhardt, 2006) o “obstáculos” (Kaiser, 2006). Nuestro punto de vista coincide parcialmente con esta visión pero amplía de una forma radical y sistemática el ámbito en el que se plantea.

Postulamos que todo problema didáctico contiene una dimensión “ecológica” esencial puesto que plantea el problema de las condiciones de “vida” (génesis, de-

sarrollo, relación con otros problemas, desaparición, etc.) y “difusión” de las organizaciones matemáticas y didácticas en las distintas instituciones.

En coherencia con lo anterior, situamos el problema de la modelización matemática en el ámbito de la problemática de la transposición didáctica de la modelización matemática, es decir, en relación al estudio de las transformaciones que sufre la modelización matemática a lo largo del proceso de transposición a las instituciones didácticas.

Tomar en consideración la dimensión ecológica del problema de la modelización matemática significa asumir la existencia de restricciones que, con independencia de la voluntad de los sujetos, inciden sobre la vida institucional de la modelización matemática. Entre dichas restricciones destacamos en primer lugar las transpositivas que aparecen cuando las matemáticas son “manipuladas” y “transformadas” para poder ser enseñadas bajo un conjunto dado de condiciones institucionales, tal como resume el esquema siguiente:



FIGURA 1. ETAPAS EN EL PROCESO DE TRANSPOSICION DIDACTICA

Así, por ejemplo, la transposición puede facilitar la entrada en el sistema de enseñanza de ciertos objetos (los conceptos, modelos y sistemas conceptuales que tengan una existencia clara en la institución sabia) y dificultar la entrada de otros (en particular de los objetos “extramatemáticos” que no tengan una existencia clara en el saber sabio). Pueden aparecer entonces rasgos de *algoritmización de la modelización* que se manifiestan en la tendencia a cerrar las actividades de modelización convirtiéndolas en “resolución de problemas aplicados” relativamente aislados puesto que no suelen dar origen al estudio de un verdadero campo de problemas si estos problemas no están previamente “nombrados” en el saber sabio. Y puede resultar de ello una *pérdida de sentido* de la modelización cuando aparece independientemente de las necesidades de estudiar realmente un sistema, esto es, cuando el sistema modelizado no se toma realmente en serio sino que sólo sirve como “excusa” para llevar a cabo un proceso de modelización cuyo último objetivo sería la construcción de conceptos matemáticos más acordes con el “saber sabio” y sólo artificialmente “motivados”.

El conjunto de condiciones y restricciones transpositivas que influyen sobre la manera en que un determinado contenido matemático puede ser enseñado en una institución docente se sitúan en niveles muy diferentes de especificidad. Chevillard (2002) propone una *escala o jerarquía de niveles de codeterminación* entre las organizaciones matemáticas escolares y las correspondientes organizaciones didácticas que consiste en una escala que se estructura mediante una sucesión de niveles desde los más genéricos – de la escuela a la sociedad y la civilización –, hasta los más específicos – de las cuestiones a las áreas y sectores. Esta escala de codeterminación didáctica constituye un marco de referencia para situar y analizar el conjunto de condiciones que condicionan la “vida” y el desarrollo de las prácticas de modelización matemática.

Formulación del problema didáctico de la enseñanza de la modelización matemática en el ámbito de la TAD

El problema de investigación didáctica que planteamos a continuación incorpora de manera esencial las dimensiones epistemológica y ecológica que previamente hemos introducido:

EL PROBLEMA DIDÁCTICO DE LA MODELIZACIÓN MATEMÁTICA

(a) ¿Qué *condiciones* se requieren y qué *restricciones* dificultan o impiden que las organizaciones matemáticas se enseñen, aprendan, estudien y utilicen como herramientas de modelización en los actuales sistemas de enseñanza de las matemáticas para CCEE?

(b) ¿En qué nivel de la *escala de codeterminación matemático-didáctica* aparecen estas restricciones y en qué nivel deberíamos situarnos para poder considerarlas como condiciones “modificables”?

(c) ¿Qué tipo de *organizaciones didácticas* posibilitarían una integración global (más allá de una experimentación local) de la modelización matemática (interpretada como la TAD propone) en los citados sistemas de enseñanza? ¿Cuál es la *ecología* de estas organizaciones didácticas?

A modo de conclusión: la ecología de la modelización matemática en la docencia universitaria de CCEE

Para empezar a responder al problema didáctico planteado hemos llevado a cabo un estudio empírico muy amplio con ayuda del cual hemos ido caracterizando el modelo didáctico y el modelo epistemológico dominantes en la institución universitaria de los que se desprenden las primeras restricciones sobre la vida de la modelización matemática en las instituciones universitarias.

Para responder a estas restricciones, hemos propuesto, diseñado e implementado un nuevo dispositivo didáctico, los *Recorridos de Estudio e Investigación* (REI) introducidos por Chevallard (2004, 2005 y 2006). Este nuevo dispositivo didáctico apuesta por la introducción de una nueva epistemología escolar que reemplaza el paradigma escolar de la “monumentalización” de los saberes por un paradigma de cuestionamiento del mundo.

En nuestra investigación se muestra cómo un currículo oficial tradicional (como el de las matemáticas para un primer curso universitario de CCEE) puede “recubrirse” mediante un pequeño conjunto de REIs generados por cuestiones relativas al *estudio de la dinámica de poblaciones*. En concreto, nuestro estudio corresponde a la puesta en práctica de tres REIs en cada uno de los cuales hemos considerado poblaciones con generaciones separadas o mezcladas y evolución en tiempo discreto o continuo. Estos REIs han sido experimentados durante cuatro cursos académicos, del 2005/06 al 2008/09, con estudiantes de primer curso de matemáticas de ingeniería técnica industrial (especialidad en química industrial) de la Universitat Autònoma de Barcelona.

La implantación de los REIs bajo condiciones controladas por la investigación pone de manifiesto algunas de las principales restricciones didácticas ligadas al *contrato didáctico* imperante y a la *organización tradicional* de la matemática universitaria, lo que nos ha permitido dar una primera aproximación a la “ecología de los REIs”. Reconocemos el carácter local de las experimentaciones realizadas y, por lo tanto, no pretendemos que esta modificación se pueda “generalizar” sin chocar con nuevas y fuertes restricciones.

Nos propusimos entonces seguir con el estudio de restricciones que provienen de los niveles más genéricos de codeterminación matemático-didáctica que nos lleva a explorar terrenos que van mucho más allá del aula y que abarcan la manera cómo la comunidad científica, e incluso la sociedad, considera las matemáticas en relación con las demás ciencias y lo que se entiende por enseñar y aprender (matemáticas y ciencias) en la universidad. Así, en primer lugar, postulamos que la respuesta que prevalece en la cultura universitaria científica se puede caracterizar como *aplicacionista* en el sentido que se establece de entrada una separación rígida entre las matemáticas y las demás ciencias de tal forma que las primeras, una vez construidas, “se aplican” a las segundas sin “contaminarse” por ellas y sin que ello suponga ningún cambio relevante ni para las matemáticas ni para la problemática de las CCEE a cuyo estudio contribuyen. En segundo lugar, mostramos como el modelo docente imperante en la enseñanza universitaria está íntimamente ligado a la pedagogía “monumentalista” (Chevallard, 2009) y que pone de manifiesto la necesaria la introducción de nuevos dispositivos y “gestos” didácticos que hasta ahora permanecían recluidos en el ámbito privado de la investigación y que no tienen una entrada fácil en el contrato didáctico habitual.

Dado el carácter limitado y local de la experimentación que se ha llevado a cabo, es evidente que el estudio del papel de estos nuevos gestos y la creación de dispositivos apropiados para que dichos gestos puedan vivir en las instituciones escolares constituye un problema abierto de gran envergadura que no podemos más que dejar para estudios posteriores.

Referencias

- Blomhøj, M., & Kjeldsen, T. H. (2006). Teaching mathematical modelling through project work - Experiences from an in-service course for upper secondary teachers. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38 (2), 163-177.
- Blum, W. (1991). Applications and modelling in mathematics teaching – a review of arguments and instructional aspects. In Niss, Blum & Huntley (Eds.), *Teaching of mathematical modelling and applications* (pp. 10-29). Chichester: Ellis Horwood.
- Blum, W. (2002). ICMI study 14: Applications and modelling in mathematics education – Discussion document. *Educational Studies in Mathematics*, 51, 149–171.
- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? In Haines, C. *et al.* (Eds), *Mathematical Modelling. Education, Engineering and Economics*. (pp. 222-231). Ellis Horwood, Chichester.
- Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H.-W., & Niss, M. (2007). Modelling and applications in mathematics education: the 14th ICMI study. New ICMI Study Series Volume 10. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 40 (2), 337-340.
- Burkhardt, H. (2006). Modelling in Mathematics Classrooms: reflections on past developments and the future. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38 (2), 178-195.
- Chevallard, Y. (2002). Organiser l'étude : 3. Ecologie & régulation. *Curso dado en la XIe école d'été de didactique des mathématiques (Corps, 21-30 de agosto de 2001)* (pp. 41-56). Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (2004). Vers une didactique de la codisciplinarité. Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire. *Texto preparado para una comunicación en «Journées de didactique comparée»*. Lyon, 3-4 mayo de 2004. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php?id_article=45
- Chevallard, Y. (2005). La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire: transposition didactique des mathématiques et nouvelle épistémologie scolaire. *Conferencia dada en la 3ª «Université d'été Animath», Saint-Flour, 22-27 de Agosto de 2004*. Publicado en *La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire, APMEP*, 239-263.

- Chevallard, Y. (2006). Steps towards a new epistemology in mathematics education. Conferencia plenaria de apertura del 4º congreso de la *European Society for Research in Mathematics Education* (CERME 4), Sant Feliu de Guíxols, 17-21 de Febrero de 2005. Publicado en los *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Universitat Ramon Llull, Barcelona, 2006, 21-30.
- Chevallard, Y. (2009). *La TAD face au professeur de mathématiques*. Toulouse.
- Cirade, G. (2006). *Devenir professeur de mathématiques : entre problèmes de la profession et formation en IUFM. Les mathématiques comme problème professionnel*. Tesis doctoral. Université de Provence.
- García, F. J. (2005). *La modelización como instrumento de articulación de la matemática escolar. De la proporcionalidad a las relaciones funcionales*. Jaén: Tesis Doctoral, Departamento de Didáctica de las Ciencias, Universidad de Jaén.
- Gascón, J. (1999). Fenómenos y problemas en didáctica de las matemáticas. *En Ortega, T. (Editor): Actas del III Simposio de la SEIEM*, (pp. 129-150). Valladolid
- Kaiser, G. (2006). The mathematical beliefs of teachers about applications and modelling. In J. Novotná *et al.* (Eds.), *Mathematics in the centre. Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. (Vol. 3, pp. 393-400). Prague: Charles University.