

## AVANCES DE UN EXPERIMENTO DE ENSEÑANZA SOBRE LA RAZÓN Y LA PROPORCIONALIDAD CON FUTUROS MAESTROS DE PRIMARIA

## ADVANCE ON A TEACHING EXPERIMENT IN REGARD TO RATIO AND PROPORTIONALITY WITH PROSPECTIVE ELEMENTARY SCHOOL TEACHERS

Valverde Soto, A. G., Castro Martínez, E.

Universidad de Granada

**Resumen.** *El propósito de la comunicación es presentar avances de un experimento de enseñanza sobre el desarrollo del conocimiento del profesor diseñado con un doble propósito de estudiar las nociones iniciales que manifiestan los futuros maestros de primaria sobre algunos componentes de la razón y la proporcionalidad así como promover la comprensión de los mismos. Se enmarca dentro de un proyecto de investigación orientado a estudiar la contribución del experimento en el proceso de desarrollo de la competencia matemática de futuros maestros de primaria. Describimos su realización y presentamos resultados que se derivan del análisis retrospectivo de una de las sesiones de experimentación.*

**Palabras claves:** Competencia matemática, Futuros maestros de primaria, Experimentos de enseñanza, Proporcionalidad, Razón.

### Abstract

*The purpose of this report is to present advances of a teaching experiment on the knowledge teacher development (Teacher Development Experiment, TDE); it has been designed according two objectives: to study the notions that future elementary school teachers show about some components of ratio and proportionality as well as to promote comprehension regarding such mathematical topics. This experiment is framed within a research project dedicated to study the contribution of this experiment in the development process of prospective elementary school teacher's mathematical literacy. We describe the experiment and present results that are derived from the retrospective analysis of one experimentation session.*

**Keywords:** Mathematical literacy, Proportionality, Prospective elementary school teachers, Ratio, Teaching experiments.

El cambio en la educación superior derivado de la adopción del EEES<sup>82</sup> ha supuesto un reto en lo referente a la creación, puesta en práctica y evaluación de experiencias de formación que se adapten a los programas de titulaciones y asignaturas basadas en el

---

<sup>82</sup> Espacio Europeo de Educación Superior.

desarrollo de competencias. En el ámbito de la formación de maestros de primaria cabe destacar la relevancia de diseñar e incluir experiencias de aprendizaje que promuevan la adquisición de la competencia matemática (Rico y Lupiáñez, 2008). No obstante reconocemos que el desarrollo de esta competencia constituye una tarea compleja de abordar. De aquí consideramos que la investigación, ha de proporcionar indicios de calidad de materiales que contribuyan a la adquisición de la competencia matemática de los profesores en formación, así como de formas de trabajar y de evaluar. Esta situación suscitó nuestro interés por realizar un experimento de enseñanza enfocado en el estudio de algunos contenidos asociados a las nociones de razón y proporcionalidad y de desarrollarlo bajo el marco curricular propuesto en el estudio PISA (OCDE, 2004).

La investigación realizada consiste en un *experimento sobre el desarrollo del conocimiento del profesor* (Teacher Development Experiment, TDE, Simon, 2000)<sup>83</sup>, enmarcado dentro del paradigma *investigación de diseño* (*design research*). Dicho paradigma persigue comprender y mejorar la realidad educativa a través de la consideración de contextos naturales en toda su complejidad y del desarrollo y análisis paralelo de un diseño instruccional específico.

Las características básicas de los experimentos de enseñanza han sido recogidas por Molina, Castro, Molina y Castro (2011) entre las que destacamos: (a) el proceso de investigación tiene lugar a través de ciclos continuos de puesta en práctica, análisis y rediseño, (b) el equipo de investigadores estudia el desarrollo del conocimiento a la vez que lo promueve, (c) estos experimentos consisten en una secuencia de episodios de enseñanza en los que intervienen investigadores, docentes y alumnos, (d) se da una ruptura de la diferenciación entre docente e investigador, motivada por el propósito de los investigadores de experimentar de primera mano el aprendizaje y razonamiento de los alumnos. La metodología TDE conlleva dos niveles de análisis de datos: los análisis continuos que ocurren entre las sesiones y el análisis retrospectivo que se enfoca en el conjunto total de las sesiones, con este último se pretende desarrollar un modelo explicativo de la evolución del conocimiento matemático del profesor en formación o en activo (Simon, 2000). Como parte de la naturaleza de este tipo de estudios se tiene que más allá de crear un diseño que resulte efectivo para algún aprendizaje, lo que se persigue es describir cómo funciona el diseño instruccional propuesto y sugerir formas en las cuales puede ser adaptado a nuevas circunstancias. En la ejecución de los experimentos de enseñanza han de seguirse tres fases: I. Preparación del experimento, II. Experimentación y, III. Análisis retrospectivo de los datos. Adelante describimos cada fase de nuestro experimento.

## **UN EXPERIMENTO DE ENSEÑANZA SOBRE LA RAZÓN Y PROPORCIONALIDAD**

Nuestro experimento se sitúa en el marco curricular basado en la noción de competencia matemática propuesto en el estudio PISA (OCDE, 2004). Siguiendo esta propuesta elegimos los contenidos de la razón y la proporcionalidad porque ambos están asociados a múltiples situaciones cotidianas, permitiendo acercar la matemática a la vida. Además

---

<sup>83</sup> Según Simon (2000) el desarrollo del conocimiento del profesor (Teacher Development) se refiere a los cambios en los conocimientos, creencias, disposiciones y habilidades que sustentan la capacidad de implementar exitosamente los principios de las reformas de la educación matemática.

## Avances de un experimento de enseñanza sobre la razón y la proporcionalidad con futuros maestros de primaria

la proporcionalidad impregna al currículo de matemáticas de primaria, secundaria e incluso en niveles superiores, mantiene múltiples relaciones con otros conceptos matemáticos y conexiones con otras áreas de conocimiento.

El objetivo de nuestro experimento ha sido recoger información, en un contexto natural de formación, relativa al aprendizaje y razonamiento que manifiestan futuros maestros de primaria en relación con distintos componentes de la razón y la proporcionalidad cuando resuelven tareas en un ambiente de trabajo colaborativo. Este propósito subyace al fin último del experimento que es elaborar un modelo explicativo del desarrollo del conocimiento matemático de estos estudiantes en relación con los contenidos matemáticos anteriores.

Los participantes del experimento han sido dos grupos (G1 y G2) de alumnos que cursaron la asignatura Matemáticas y su Didáctica<sup>84</sup> de la Diplomatura en Educación Primaria, durante el curso académico 2009-2010 de la Universidad de Granada. En el G1 estaban inscritos 136 estudiantes y en el G2, 74 estudiantes, en cada grupo y sesión se formaron distintos equipos de trabajo. En esta comunicación nos centramos en presentar parte de los resultados relativos al análisis retrospectivo de la 1ª sesión con el grupo G1 y específicamente en relación con el objetivo 1 de investigación para esta sesión, en la que participaron 13 equipos de trabajo conformados, en su mayoría, por 4 o menos estudiantes.

### Fases

Describimos las cuatro fases seguidas en nuestro trabajo que coinciden con las asociadas a esta metodología de investigación

#### *I. Preparación del Experimento*

En la preparación del experimento se realizó: (a) el análisis de contenido, cognitivo y de instrucción<sup>85</sup> de la razón y la proporcionalidad (Gómez, 2009; Lupiáñez y Rico, 2008), (b) estudio y elección de dinámica de aula, (c) delineación de una trayectoria hipotética del aprendizaje, (d) concreción escrita del diseño, de la secuencia de intervenciones en el aula y de su temporalización, (e) negociación con los profesores de la asignatura y, (f) el registro de las decisiones tomadas en el proceso anterior y su justificación. Destacamos que tras la negociación inicial con los profesores encargados de la asignatura se acordó que ellos no trabajarían con los estudiantes previamente los contenidos de razón y proporcionalidad, y que la puesta en práctica del experimento estaría a cargo de una de las investigadoras con la colaboración de los profesores.

#### *Planificación de las Sesiones*

Basándonos en información procedente de un estudio previo (Valverde y Castro, 2009), en el análisis de contenido, cognitivo y de instrucción, en la negociación con los profesores colaboradores y de acuerdo con las consideraciones expuestas en el marco

---

<sup>84</sup> Asignatura troncal del plan antiguo de la diplomatura en Educación Primaria, ubicada en el 1º curso y de duración anual. Ha dado lugar a la asignatura Bases Matemáticas para la Educación Primaria en el actual plan de formación del curso 2010-2011.

<sup>85</sup> Tales análisis aportaron los criterios para la selección de las tareas y de la dinámica de aula.

curricular de la asignatura, llegamos a concretar el diseño de la experimentación en 4 sesiones, de las cuales 3 tuvieron una duración de 2 horas y una sesión de 1 hora.

Se recogieron un total de 146 tareas procedentes de investigaciones previas (Alatorre y Figueras, 2005; Fernández, 2001; Fernández y Llinares, 2010; Karplus, Pulos y Stage, 1983; Lamon, 1993; Modestou y Gagatsis, 2007; Noelling, 1980a; Tourniaire y Pulos, 1985, entre otros), de estudios como PISA (OCDE, 2004) o TIMSS (IEA, 2001) y de textos de didáctica de la matemática. Después de la definición de variables<sup>86</sup> se eligieron y planificaron 13 tareas relativas a los siguientes focos de contenido: relaciones entre algunos subconstructos y representaciones de los números racionales, características básicas de la razón, porcentaje, relaciones de proporcionalidad directa e inversa, comparación de razones, escala, relaciones entre longitudes, área y volumen de figuras y objetos semejantes. No obstante indicamos que tras los análisis realizados en medio de las sesiones se aplicaron únicamente 7 tareas.

La programación de las sesiones se describió en términos de: objetivos de investigación para la sesión, expectativas de aprendizaje del estudiante, contenidos instruccionales y un análisis detallado de las tareas que se complementó con el enunciado de conjeturas relativas al posible desempeño de los estudiantes en la resolución de las mismas así como de errores potenciales asociados a la tarea.

Para la primera sesión se enunciaron 8 objetivos de investigación, concretamente, el objetivo 1 de investigación estuvo orientado a conocer las nociones iniciales mostradas por los estudiantes en torno a la noción de razón, fracción y porcentaje así como sobre la relación entre los mismos. Para trabajar los contenidos y expectativas de aprendizaje correspondientes a esta sesión se planearon dos tareas introductorias: (1) “Fracción, razón y porcentaje” que incluye una comparación parte-todo en la que se conocen los datos de cada una de las partes y el total, (2) “Preferencia en el refresco de cola” en la que se muestran afirmaciones relativas a comparaciones entre las dos partes de un todo cuyo dato no se conoce, la razón se representa verbalmente, incluye una situación pública, las cantidades son de una misma magnitud e implica dos razones equivalentes (Anexo 1).

## ***II. Experimentación***

Para llevar a cabo el trabajo de aula se aplicó una adaptación de la metodología ACODESA<sup>87</sup>, de enfoque socio-constructivista y que ha sido utilizada en el estudio de Hitt (2007). Ésta se basa en el aprendizaje colaborativo, el debate científico y la auto-reflexión. Entre las características de esta metodología están: la inclusión de tareas abiertas, complejas que promuevan la reflexión y el debate, el interés por estudiar la evolución en la resolución de la tarea y en general cómo se reelabora un concepto a partir de la experiencia colaborativa. La adaptación realizada de ACODESA condujo a considerar 4 fases: (1) individual, (2) trabajo colaborativo, (3) puesta en común, (4) reconstrucción individual de la tarea fuera de clase. La información se recogió mediante distintos registros: papel, audio y video.

---

<sup>86</sup> Variables de las tareas: (a) número y tipo de magnitudes implicadas, (b) representación, (c) tipo de tarea (introdutoria, valor ausente, comparación, ampliación o de escala, porcentaje), (d) tipo de comparación (parte-parte o parte-todo) y (e) tipo de situación (personal, laboral, pública o científica).

<sup>87</sup> Apprentissage Collaboratif, Débat Scientifique y Auto-réflexion.

### III. Análisis Retrospectivo de la 1ª Sesión

En este análisis se procedió a observar los alcances conseguidos tanto de los objetivos de investigación como de las conjeturas planteadas para la primera sesión. Se han buscado evidencias del alcance de los objetivos de investigación para la sesión en dos momentos de la misma: en el trabajo colaborativo y en la puesta en común de la resolución de las tareas. El análisis de las respuestas ha proporcionado interpretaciones y (o) concepciones<sup>88</sup> que los estudiantes muestran en relación con algunos elementos relativos a la razón.

#### Alcance del Objetivo 1 de Investigación<sup>89</sup>

Como se indicó en el apartado relativo a la planificación de las sesiones en la 1ª sesión se trabajaron dos tareas, comentamos resultados procedentes del análisis de las manifestaciones mostradas en la resolución de la tarea 2. Debido a la demanda cognitiva de esta tarea tuvimos la oportunidad de conocer y estudiar, en las producciones de los estudiantes, las nociones iniciales relativas a los siguientes aspectos: (a) Interpretación de la expresión “La razón es de 3 a 2” y (b) Concepciones sobre las propiedades de la razón.

La Tabla 1 recoge las interpretaciones que los estudiantes concedieron a la expresión “La razón es de 3 a 2” y los equipos (codificados con E<sub>i</sub>, i=1,2,...,13) en que se manifestaron; para afirmar que en un equipo se mostró cierta interpretación basta con que alguno de los estudiantes integrantes del mismo la exhibiera. Detallamos las interpretaciones que se mostraron con mayor frecuencia.

Interpretaciones de la Expresión “La Razón es de 3 a 2”												
	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12
IR1	*		*	*			*	*		*		*
IR2	*	*	*			*	*				*	
IR3					*							
IR4									*			

Interpretaciones

IR1: Tres es a dos.

IR2: Tres de cada dos.

IR3: En tres, hay dos y uno.

IR4: Ninguna.

Nota: El equipo E13 no participó en la resolución de la Tarea 2.

Tabla 1. Alcance del Objetivo 1 en la Tarea 2

IR1. Tres es a dos. En este caso los estudiantes hicieron una interpretación adecuada de la expresión, considerando por ejemplo que en un conjunto de 5 elementos, 3 son de un tipo y 2 son de otro tipo. En 7 de los 12 equipos que realizaron la tarea se mostró esta interpretación. Como ejemplo un fragmento del trabajo del equipo E1: “...tres a dos... tres prefieren una y dos prefieren otra... eso es de cada cinco tres quieren una y dos quieren otra, de cada diez seis quieren una y cuatro quieren otra...”

<sup>88</sup> Compartimos la idea expuesta por Hitt (2007) quien expresa que una concepción es un conocimiento que ha sido construido por un individuo, de manera personal o en interacción con pares, y que no es “equivalente” al conocimiento reconocido por una comunidad académica.

<sup>89</sup> Apartado: Planificación de las sesiones.

IR2. Tres de cada dos. Algunos de los integrantes de seis equipos leyeron la expresión “la razón es de 3 a 2” como “tres de cada dos”. A partir de las manifestaciones de los estudiantes reconocemos distintos matices. Consideramos que existe una diferencia entre las expresiones “tres de cada dos” y “tres por cada dos”, esta última podría interpretarse como que hay tres elementos de un tipo por cada dos elementos de otro tipo, lo que sería análogo a lo expresado en el acercamiento IR1, sin embargo analizando las conversaciones dadas en estos equipos observamos que no dieron muestra de esta posibilidad. La lectura “tres de cada dos” podría deberse a la expresión cotidiana y frecuente en la publicidad o medios de comunicación en general, por ejemplo *3 de cada 5 españoles...*, asociada a la relación parte-todo solo admisible en el caso de que la primera cantidad sea menor que la segunda. En la situación que estudiamos consideramos que una débil reflexión de la frase “*tres de cada dos*” unido al uso frecuente de la relación parte-todo podría ser la causa de esta interpretación. La ejemplificamos con las intervenciones de dos estudiantes (B6 y F6) del equipo E7:

B6: *tres de cada dos niños meriendan Cola Bola...*

F6: *es que no, porque ya estás diciendo otra afirmación diferente a ésta...*

El reconocimiento de que “tres de cada dos” resulta ser una expresión que no tiene sentido se manifestó en el equipo E11. Estos estudiantes mostraron implícitamente esta idea al utilizar la expresión “tres a dos”.

B5: *... a mí me parece que ninguna de las tres... porque si tú coges a una persona... y le dices tres a dos, pues cómo va ser tres a dos, ... cómo van a decirle el total son dos personas, cómo va ser que tres personas si no más que hay dos...*

La Tabla 2 recoge los acercamientos mostrados en cada uno de los equipos, en relación con las propiedades de la razón, posteriormente describimos la concepción representada con el código CP3.

Concepciones Mostradas en Relación con las Propiedades de la Razón											
	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E12
CP1	*	*	*			*	*	*		*	*
CP2						*	*	*			
CP3	*	*	*	*	*	*		*	*	*	*

Concepciones sobre las Propiedades de la Razón

CP1: Equivalencia de Razones

CP2: Diferencia y la Suma de los Elementos de Razones Equivalentes

CP3: Concepción sobre la Suma de Elementos de la Razón.

Nota: El equipo E13 no participó en la resolución de la Tarea 2 y el equipo E11 no manifestó alguna de las concepciones anteriores.

Tabla 2. Alcance del Objetivo 1 en la Tarea 2

CP3. Concepción sobre la Suma de los Elementos de la Razón. Ésta es una concepción particular relacionada con la razón, se refiere a que a partir de los datos de la relación  $a:b$  infieren que el número de elementos del conjunto sobre el que se ha aplicado esa relación es  $a+b$ . Observamos que en diez de los doce equipos se hace presente la concepción señalada. Por ejemplo en el equipo E1:

A1: *el total es cinco*

Avances de un experimento de enseñanza sobre la razón y la proporcionalidad con futuros maestros de primaria

B1: *pero es cinco porque sumas tres más dos, porque aquí no te habla nada de cinco, ¿no?*

A1: *claro, porque te está diciendo que la relación es de tres frente a dos*

Mostramos otro ejemplo procedente de la transcripción del trabajo realizado en el equipo E10:

B12: *pues tenemos, en una de ella tenemos una muestra muy pequeña que serían 5 personas y de ellas 3 prefieren una marca y 2 prefieren otra marca, luego tenemos la segunda afirmación, tenemos una muestra más grande estamos hablando ya de miles de personas y la tercera muestra... lo que sería... la diferencia*

Creemos que la concepción descrita responde a una construcción parcial del concepto (Hitt, 2007) de razón que funciona en algunos contextos o casos particulares pero no en otros. En relación con esta concepción destacamos que:

a. La inferencia mostrada por los estudiantes responde a una visión estática de la razón pues no han logrado reconocer el carácter “variable” de esta noción en la situación de la tarea, ésta es una característica intrínseca al concepto que en términos generales describe una relación entre múltiples pares de cantidades.

b. La aplicación de esta idea a la razón 17139:11426, de la segunda afirmación de la tarea, puede responder a una sobre-generalización de lo observado y aplicado en la primera afirmación al sumar 3 y 2, esto es que a partir de un caso sencillo extrapolan a otros casos con cantidades mayores. A partir de la concepción se infiere que por un lado se encuestó a 5 personas en total y por otro a 28565 personas, dándose así una contradicción evidente ante la cual algunos estudiantes no reaccionaron.

c. Esta concepción apareció en los razonamientos mostrados en la resolución de toda la tarea por la mayor parte de los estudiantes, o sea se utilizó frecuentemente.

d. Tal concepción podría estar íntimamente asociada con el tipo de magnitud (discreta) y además asumir como conocido el total de encuestados transforma la comparación parte-parte de la tarea en una comparación parte-todo. Esta transformación facilita el razonamiento de las distintas cuestiones implicadas en la tarea ya que se cambia una relación dinámica entre las partes por una relación estática entre las partes y el todo.

e. A partir de lo observado, nos cabe la sospecha de que esta concepción podría constituir un obstáculo epistemológico, debido a que satisface algunas de las características de los mismos (Bachelard, 1976) entre las que reconocemos: (a) la concepción detectada es un conocimiento, (b) funciona en algunos casos pero no en otros, de manera general, (c) se manifiesta aunque su consideración implique contradicciones. Tendríamos que verificar que a pesar de la toma de consciencia de la inexactitud de esta concepción ésta seguiría manifestándose intempestivamente en las producciones de los estudiantes al resolver tareas con las mismas características, y habría además que confirmar una característica trascendental de los obstáculos epistemológicos, y es determinar de qué conocimiento proviene o de cuál contexto matemático frecuente es producto; esta tarea constituye una línea abierta detectada en nuestra investigación.

## CONCLUSIONES

El experimento de enseñanza realizado ha posibilitado explorar una experiencia de enseñanza-aprendizaje alternativa, se ha recogido una extensa cantidad de información contextualizada acerca de la comprensión y negociación de ideas matemáticas asociadas a la razón, a partir de la cual se están elaborando algunos aportes acerca de este dominio de aprendizaje. La observación del primer objetivo nos permitió conocer de qué manera estos estudiantes interpretan una expresión común de las razones como lo es “la razón es de 3 a 2”, además llegamos a detectar una concepción de los estudiantes en relación a la razón que no ha sido expuesta en otras investigaciones, ésta se refiere a que a partir de los elementos de la razón se infiere el total de elementos comparados. Consideramos que esta concepción podría corresponderse con un obstáculo epistemológico no obstante la confirmación de este supuesto requiere de un estudio más a fondo. En los análisis retrospectivos siguientes corresponde observar si en las producciones de los estudiantes, relativas a tareas de sesiones posteriores, tales interpretaciones y concepciones siguieron manifestándose, observar de qué manera o bajo qué otras condiciones se hicieron presentes, con el objetivo de llegar a describir la evolución así como la diversidad de conocimientos asociados a distintos componentes de la razón y la proporcionalidad de estos futuros maestros.

## Agradecimientos

Este trabajo se ha desarrollado en el marco del proyecto de investigación EDU2009-11337 “Modelización y representaciones en educación matemática” del Plan Nacional de Investigación, desarrollo e Innovación 2008-2011 del Ministerio de Ciencia e Innovación de España.

## Referencias

- Alatorre, S., Figueras, O. (2005). A developmental model for proportional reasoning in ratio comparison tasks. *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2, pp. 25-32. Melbourne: PME.
- Bachelard, G. (1976). *La formación del espíritu científico*. Quinta edición. México: Siglo Veintiuno.
- Fernández, A. (2001). *Precursores del razonamiento proporcional un estudio con alumnos de primaria*. Tesis Doctoral. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Valencia. España.
- Fernández, C., Llinares, S. (2010). Evolución de los perfiles de los estudiantes de primaria y secundaria cuando resuelven problemas lineales. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo y T.A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 281-290). Lleida: SEIEM.
- Gómez, P. (2009). Procesos de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 7(1), 471-498.
- Hitt, F. (2007). Utilisation de calculatrices symboliques dans le cadre d'une méthode d'apprentissage collaboratif, de débat scientifique et d'auto-réflexion. En M.

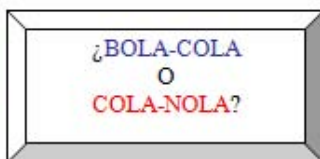


Avances de un experimento de enseñanza sobre la razón y la proporcionalidad con  
futuros maestros de primaria

- Baron, D. Guin y L. Trouche (Eds.), *Environnements informatisés et ressources numériques pour l'apprentissage. Conception et usages, regards croisés* (pp. 65-88). Éditorial Hermes.
- International Association for the Evaluation of Educational Achievement (2001). *TIMSS 1999 Mathematics Items. Released set for eighth grade*. Descargado el 2/07/2009 de [http://timss.bc.edu/timss1999i/pdf/t99math\\_items.pdf](http://timss.bc.edu/timss1999i/pdf/t99math_items.pdf)
- Karplus, R., Pulos, S., Stage, E. (1983). Early adolescent's proportional reasoning on "rate" problems. *Educational Studies in Mathematics*, 14, pp. 219-233.
- Lamon, S. (1993). Ratio and proportion: Connecting and children's thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24, pp. 41-61.
- Lupiáñez, J. L. y Rico, L. (2008). Análisis didáctico y formación inicial de profesores: competencias y capacidades en el aprendizaje de los escolares. *PNA*, 3(1), 35-48.
- Modestou, M., Gagatsis, A. (2007). Students' improper proportional reasoning: A result of the epistemological obstacle of "linearity". *Educational Psychology*, Vol. 27, No. 1, pp. 75-92.
- Molina, M., Castro, E., Molina, J.L., y Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*. 29(1), 75-88.
- Noelting, G. (1980a). The development of proportional reasoning and the ratio concept: Part1. Differentiation of stages. *Educational Studies in Mathematics*, 11, pp. 217-253.
- OCDE (2004). *Marcos teóricos de PISA 2003. Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de Problemas*. Madrid: Ministerio de Educación.
- Simon, M. (2000). Research on the development of mathematics teacher: The teacher development experiment. En A. E. Kelly y R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 335-359). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Tourniaire, F., Pulos, S. (1985). Proportional reasoning: A review of the literature. *Educational Studies in Mathematics*, 16, pp. 181-204.
- Valverde, A. y Castro, E. (2009). Actuaciones de maestros en formación en la resolución de problemas de proporcionalidad directa. En M. J. González, M. T. González y J. Murillo (Eds.), *Actas del XIII Simposio de la SEIEM. Investigación en Educación Matemática* (pp. 523-531). Santander: SEIEM y Universidad de Cantabria.

ANEXO

## Tarea 2: Preferencia en el Refresco de Cola



Las siguientes afirmaciones podrían ser parte de los resultados de una encuesta de preferencia entre la Bola Cola y la Cola Nola:

- *La razón entre quienes prefieren Bola Cola y los que prefieren Cola Nola es de 3 a 2.*
- *El número de personas que prefieren Bola Cola en lugar de Cola Nola están en la razón de 17139 a 11426.*
- *5713 más participantes prefieren Bola Cola en lugar de Cola Nola.*

- a. Decide si las tres afirmaciones anteriores hacen referencia a resultados de la misma encuesta. Explica.
- b. Elige la afirmación que describe más adecuadamente los resultados de la comparación entre Bola Cola y Cola Nola, explica por qué crees que esa afirmación es más pertinente.
- c. Si necesitaras divulgar los resultados en un anuncio publicitario, ¿cuál afirmación podría ser más efectiva? ¿Por qué?
- d. Sugiere otras posibles maneras de comparar los resultados de popularidad de los dos tipos de cola.