

CÓMO ESTUDIANTES PARA MAESTRO INTERPRETAN SOLUCIONES DE ALUMNOS DE PRIMARIA A PROBLEMAS DE DIVISIÓN CON RESTO

HOW PRE-SERVICE TEACHERS INTERPRET PRIMARY SCHOOL STUDENTS' ANSWERS TO QUOTITIVE DIVISION WORD PROBLEMS

Márquez, M., Callejo, M. L., Fernández, C.

Departamento de Innovación y Formación Didáctica

Universidad de Alicante

Resumen. *El objetivo de este estudio es caracterizar cómo estudiantes para maestro (EPM) analizan e interpretan soluciones dadas por alumnos de 6º curso de Primaria a problemas de división-medida en los que es preciso interpretar el resto de la división. Los resultados muestran que algunos EPM que no resolvieron correctamente los problemas, supieron interpretar las soluciones dadas por los estudiantes de Primaria y que, en general, los EPM valoraron más las soluciones basadas en la división que las soluciones basadas en otros métodos alternativos.*

Palabras Claves: Problemas de división medida, conocimiento del profesor

Abstract. *The focus of this study is to characterize how pre-service teachers analyze and interpret six grade primary school students' answers to quotitive division word problems. Results show that some students who did not solve problems correctly were able to interpret primary school students' answers correctly. Related to the interpretation of primary school students' answers, pre-service teachers grade better the division than other alternative methods.*

Key Words: Quotitive whole number division problems, teachers' knowledge

INTRODUCCIÓN

Un gran número de las investigaciones sobre problemas de estructura multiplicativa (Castro, 2008; Vergnaud, 2004) han prestado especial atención a problemas de división-medida con magnitudes discretas (en estos problemas hay que hacer agrupamientos de los elementos de un conjunto dado en subconjuntos con igual número de elementos) en los que es preciso interpretar el significado del resto de una división entera en el contexto del problema. Algunas investigaciones han mostrado que muchos estudiantes responden a este tipo de problemas haciendo cálculos sin atender a la relación entre el contexto del problema y el significado de las operaciones (Carpenter, Lindquist, Matthews y Silver, 1983).

Por otro lado, aunque el procedimiento más empleado en los problemas de división-medida suele ser la división y la respuesta más frecuente el cociente de esta división,

con o sin decimales, también se han identificado otros procedimientos alternativos. Silver, Shapiro y Deutsch (1993) obtuvieron en sus investigaciones que los estudiantes que usaban una estrategia alternativa como sumas o restas repetidas o una multiplicación tuvieron un nivel de éxito mayor que los que utilizaron la división, pues aunque estos métodos son de difícil aplicación cuando los datos del problema son números grandes, son más intuitivos para relacionar los cálculos con la situación descrita en el problema.

En relación a los problemas de estructura multiplicativa los resultados de las investigaciones constatan algunas debilidades en el conocimiento profesional de los profesores. Ball (1990) mostró que el conocimiento sobre la división de los profesores en formación de Primaria y Secundaria estaba más basado en la memorización de algoritmos que en la comprensión conceptual. Campbell (1996) mostró que los estudiantes para maestro (EPM) tenían dificultad para resolver tareas que exigían una adecuada comprensión de los conceptos básicos relacionados con el uso del “teorema de la división”, es decir, la igualdad que relaciona los términos de la división (dividendo = divisor \times cociente + resto), pues no fueron capaces de aplicar conocimientos relativos a la relación entre los términos de la división a nuevas situaciones. Kaasila, Pehkonen y Hellinen (2010) mostraron que en algunas situaciones los EPM no fueron capaces de calcular el resto de una división o de relacionar diferentes operaciones. Verschaffel, De Corte y Borghart (1997) mostraron la tendencia de los EPM a excluir conocimiento del mundo real para resolver problemas en los que era necesario interpretar el resto de la división, así como en interpretar las soluciones de los alumnos a estos problemas.

La mayoría de estos estudios se centran en cómo los EPM resuelven problemas relacionados con la división y no en cómo analizan, interpretan y valoran las soluciones dadas por alumnos de Primaria a este tipo de problemas, siendo ésta última una tarea profesional del futuro maestro (Llinares y Krainer, 2006). Nuestro estudio tiene como objetivo caracterizar cómo estudiantes para maestro (EPM) analizan e interpretan soluciones dadas por alumnos de 6º curso de Primaria (11-12 años) a problemas de división-medida en los que es preciso interpretar el resto de la división, en las que emplean el algoritmo de la división y otros métodos alternativos.

MÉTODO

Los participantes del estudio fueron 84 EPM que cursaban el primer año de la titulación de “Maestro de Primaria” y que no habían recibido ninguna instrucción específica relacionada con los problemas de estructura multiplicativa.

Estos EPM respondieron a dos cuestionarios. El Cuestionario 1 estaba formado por 4 problemas de división-medida de diferentes características que fueron seleccionados y modificados de otras investigaciones (Callejo y Vila, 2009; Verschaffel et al., 1997) y que pueden ser resueltos mediante una división o por otros métodos alternativos. De ellos *Farolas* y *Albergue* presentan características comunes pues las magnitudes son discretas y hay que añadir una unidad al cociente de la división para responder a la pregunta. En los otros dos problemas las magnitudes son continuas; en *Pasteles* es preciso interpretar el significado de la fracción que resulta de dividir un entero por una fracción para responder cuánto sobra; en *Cuerdas* hay que hacer consideraciones de tipo realista y añadir una unidad al cociente. En esta comunicación presentamos los resultados obtenidos para los problemas *Farolas* y *Albergue* (Figura 1).

Cómo estudiantes para maestro interpretan soluciones de alumnos de primaria a problemas de división con resto

<p>Farolas. Para celebrar el quinto centenario de su pueblo, el alcalde decidió pintar de diferentes colores las farolas de la calle principal. Las tres primeras las pintó de rojo, las tres siguientes de verde, las tres siguientes de azul, y así sucesivamente, sin repetir colores. Si se pintaron 35 farolas, ¿cuántos colores diferentes necesitó?</p>
<p>Albergue. 103 estudiantes están en un albergue. Las mesas del comedor tienen 20 asientos y hay 15 mesas. Si van completando las mesas sin dejar asientos libres, ¿cuántas mesas ocuparán?</p>

Figura 1. Problemas *Farolas* y *Albergue*

El Cuestionario 2 estaba formado por 4 soluciones de estudiantes de Primaria a cada uno de los problemas. Para diseñarlo, el Cuestionario 1 fue resuelto por estudiantes de 6° curso de Primaria. La Figura 2 muestra las soluciones seleccionadas del problema *Albergue*. Las soluciones A y D se basan en el procedimiento de la división presentando la solución A un error técnico. Las soluciones B y C se basan en el método de sumas o restas repetidas (métodos alternativos) conteniendo la solución C un error técnico.

<p>Solución A</p> $\begin{array}{r} 103 \overline{) 20} \\ 00 \underline{5} \end{array}$ <p>$5 \times 15 \text{ km} = 75$</p> <p style="text-align: right;">Ocupan 5 mesas</p>	<p>Solución B</p> $\begin{array}{r} 20 \\ + 20 \\ \hline 40 \\ + 20 \\ \hline 60 \\ + 20 \\ \hline 80 \\ + 20 \\ \hline 100 \\ + 3 \\ \hline 103 \end{array}$ <p style="text-align: right;">Ocupan 6 mesas</p>
<p>Solución C</p> $\begin{array}{r} 103 \rightarrow \text{"Estudiantes"} \\ - 20 \\ \hline 083 \\ - 20 \\ \hline 63 \\ - 20 \\ \hline 43 \\ - 20 \\ \hline 03 \end{array}$ <p style="text-align: right;">Necesitan 5 mesas</p>	<p>Solución D</p> $\begin{array}{r} 103 \overline{) 20} \\ 03 \underline{5} \end{array}$ <p>$5 + 1 = 6$</p> <p style="text-align: right;">Son 6 mesas</p>

Figura 2. Soluciones que fueron seleccionadas en el problema *Albergue*

En el problema *Farolas*, dos de las soluciones seleccionadas utilizaban una división (una de ellas con un error debido a la no interpretación del resto) y las otras dos se basaban en estrategias alternativas (una de ellas con un error técnico).

Los EPM respondieron el Cuestionario 1 resolviendo los 4 problemas y 15 días más tarde respondieron al Cuestionario 2 donde debían puntuar las soluciones de los alumnos de Primaria con un 0, 0.5 o 1 justificándolas. Los EPM dispusieron de 50 minutos para responder cada uno de los cuestionarios, y se les explicó el objetivo del estudio y la forma de responder.

Las respuestas de los EPM al Cuestionario 1 fueron analizadas y clasificadas como correctas, regulares o incorrectas en cada uno de los problemas. Se clasificaron como correctas cuando los EPM realizaban una división e interpretaban el resto o cuando utilizaban otros métodos alternativos correctos, como regulares cuando los EPM realizaban una división e indicaban “lo que sobra” pero sin darle una interpretación adecuada y como incorrectas cuando no tenían en cuenta el resto de la división o la respuesta no tenía sentido. La Figura 3 muestra un ejemplo de cada una de las respuestas en el problema *Albergue*.

	Ejemplo
Respuesta correcta	$\begin{array}{r} 103 \overline{)20} \\ \underline{3} \\ 3 \end{array}$ <p> ③ ⑤ → mesas completas. → sobran 3 alumnos, que deberán sentarse en la 6ª mesa. </p>
Respuesta regular	$\begin{array}{r} 103 \overline{)20} \\ \underline{3} \\ 3 \end{array}$ <p>→ Ocuparon 5 mesas</p> <p>Dividimos los estudiantes entre el número de sillas por cada mesa (20 sillas), completan 8 mesas, pero 3 estudiantes quedan sin sentarse.</p>
Respuesta incorrecta	<p>103 estudiantes</p> <p>15 mesas</p> <p>20 sillas</p> $\begin{array}{r} 103 \overline{)15} \\ \underline{130} \\ 05 \end{array}$ <p>6'9 mesas casi 7</p>

Figura 3. Ejemplos de las respuestas de los EPM al problema *Albergue*

Una vez analizadas y clasificadas las repuestas al Cuestionario 1 y revisadas las puntuaciones y justificaciones dadas a las soluciones de los estudiantes de Primaria en el Cuestionario 2, se estudió el comportamiento global del grupo centrando la atención en la comparación, en cada problema, de las dos soluciones correctas y las dos soluciones que emplean la división. Posteriormente se agruparon los EPM que habían tenido el mismo comportamiento en la puntuación de las soluciones para cada problema. Esta agrupación llevó a identificar perfiles de comportamiento de los EPM, en cada problema, que fueron corroborados mediante la realización de un análisis Clúster.

Cómo estudiantes para maestro interpretan soluciones de alumnos de primaria a problemas de división con resto

RESULTADOS

Presentamos los resultados atendiendo a: (a) el comportamiento de todo el grupo en relación a las puntuaciones dadas a las soluciones con división y a las soluciones correctas y (b) la identificación de distintos perfiles.

a) Estudio del grupo

La Tabla 1 muestra el número de EPM que resolvieron de manera correcta, regular o incorrecta los problemas en el Cuestionario 1 y las puntuaciones dadas por éstos a las soluciones de los alumnos de Primaria en el Cuestionario 2.

Problema	Soluciones EPM	Puntuaciones EPM											
		Solución A			Solución B			Solución C			Solución D		
Farolas	Correcta (64)	21	39	4	0	28	36	59	5	0	30	29	5
	Regular (5)	1	2	2	1	3	1	5	0	0	2	2	1
	Incorrecta (15)	7	4	4	1	8	6	12	2	1	5	5	5
	Total	29	45	10	2	39	43	76	7	1	37	36	11
Albergue	Correcta (62)	0	5	57	38	23	1	3	34	25	51	10	1
	Regular (1)	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0
	Incorrecta (21)	0	0	21	6	12	3	1	8	12	18	3	0
	Total	0	6	78	44	36	4	5	42	37	69	14	1

Tabla 1. Soluciones dadas por los EPM a los problemas (Cuestionario 1) y las puntuaciones dadas a las soluciones de los alumnos de Primaria (Cuestionario 2)

Problema Farolas

Soluciones con división (B y C): Destacamos que de los 64 EPM que resolvieron correctamente el problema, 59 puntuaron con un 1 la solución C (división con interpretación correcta del resto). Sin embargo 5 dieron 0.5 puntos a esta solución; las justificaciones se basaban en que la explicación no les parecía suficiente. Por otro lado, 28 de los 64 dieron 0.5 puntos a B (solución que no interpretaba el resto de la división) justificando que se había utilizado un procedimiento correcto (división). Destacamos también que los 5 EPM que habían resuelto el problema de manera regular y 12 de los 15 EPM que lo habían resuelto incorrectamente puntuaron la solución C con 1, lo que indica que estos EPM no fueron capaces de resolver el problema correctamente pero sí de identificar la solución correcta basada en el método de la división.

Soluciones correctas (C y D): Hubo más estudiantes que puntuaron la solución C como correcta (76 de 84) que la D (alternativa, 37 de 84). Los que puntuaron con 0.5 la D (36 de 85) se basaron en la falta de explicación o de competencia de esta estrategia para un alumno de 6° curso, y los que la puntuaron con un 0 (11 EPM) no entendieron la solución del alumno de Primaria. Por otra parte de los 15 que resolvieron el problema de forma incorrecta, sólo 5 identificaron la solución D como correcta.

Problema Albergue

Soluciones con división (A y D): Destacamos que de los 62 EPM que resolvieron bien el problema *Albergue*, 5 puntuaron la solución A (con error técnico) con 0.5; estos EPM le dieron importancia al hecho de que los alumnos de Primaria habían resuelto el

problema con una división. Además 10 de estos 62 EPM puntuaron la solución D con 0.5 argumentando que los alumnos de Primaria no daban una explicación clara sobre la unidad que se agregó al resultado.

Soluciones correctas (B y D): Por otro lado, la solución B basada en una suma repetida y D basada en una división son ambas correctas. 38 de los 62 EPM puntuaron la solución B con 1 y 51 puntuaron la solución D con 1; 23 de los 62 EPM que puntuaron la solución B con 0.5 aportaron los siguientes argumentos: la falta de justificación en la solución y el hecho de que un alumno de 6° debiera resolver el problema por otro método más competente. Por otra parte de los 21 que dieron una solución incorrecta, 6 identificaron la solución correcta en B y 18 en D.

b) Identificación de perfiles

El análisis de la puntuación dada a las soluciones (Cuestionario 2) teniendo en cuenta las justificaciones, permitió identificar distintos perfiles en cada problema (Tablas 2 y 3). Se observó que la resolución del problema en el Cuestionario 1 no influyó en la definición de estos perfiles ya que estudiantes que resolvían de forma correcta, incorrecta o regular el problema, puntuaban de la misma forma las soluciones de los alumnos de Primaria.

Problema Farolas	Número de EPM que resolvieron el problema correctamente, regular o incorrectamente (Cuestionario 1)			Puntuación soluciones Cuestionario 2			
	Correcta	Regular	Incorrecta	A	B	C	D
F1	9	0	0	0.5	0.5	1	1
F2	9	1	3	1	0.5	1	1
F3	3	0	1	1	0	1	1
F4	6	0	1	0.5	0	1	1
F5	6	0	1	0.5	0.5	1	0.5
F6	13	0	1	0.5	0	1	0.5
F7	5	0	1	1	0	1	0.5

Tabla 14. Perfiles de comportamiento de los estudiantes identificados en el problema Farolas

Problema Albergue	Número de EPM que resolvieron el problema correctamente, regular o incorrectamente (Cuestionario 1)			Puntuación soluciones Cuestionario 2			
	Correcta	Regular	Incorrecta	A	B	C	D
A1	31	0	6	0	1	0.5	1
A2	5	0	0	0	1	0.5	0.5
A3	5	0	2	0	0.5	0.5	0.5
A4	15	0	10	0	0.5	0	1
A5	4	0	0	0.5	1	0.5	1

Tabla 15. Perfiles de comportamiento de los estudiantes identificados en el problema Albergue

Cómo estudiantes para maestro interpretan soluciones de alumnos de primaria a problemas de división con resto

Problema Farolas

Se identifican dos grandes grupos: el formado por los EPM que puntuaron con 1 las soluciones correctas (C y D) y el formado por los EPM que puntuaron mejor la solución correcta con división (C) que la alternativa (D) (Tabla 2). El análisis Clúster agrupó a 60 de los 84 EPM en alguno de estos perfiles.

a) Perfiles de comportamiento de los EPM que puntuaron con 1 las soluciones correctas (C y D):

- F1: Valoraron positivamente el procedimiento seguido por el alumno identificando los errores.

Por ejemplo un EPM argumentó en la solución A: *“0.5, porque a pesar que la estrategia elegida y el resultado son correctos, se ha equivocado con el conteo repitiendo el número 21”* y en la solución B *“0.5, porque a pesar de que la división está bien realizada, no ha llegado a ver que le sobran dos farolas para pintar, solo ha hecho 11 grupos de 3, por lo que el resultado está mal”*.

- F2: Puntuaron con 1 las soluciones con resultados correctos (A, C y D), independientemente de si había error técnico, y con 0.5 la que no interpreta el significado del resto de la división (B).

En la solución A *“1, ya que está resuelto correctamente porque ha escrito grupos de 3 números y les ha asignado a cada grupo un color distinto”* y en la solución B *“0.5, ha sabido que hay que hacer grupos de tres. Pero no ha tenido en cuenta que el resto no es cero. Por lo tanto para pintar las 2 farolas del resto necesita otro color”*.

- F3: Puntuaron con 1 las soluciones con resultado correcto (A, C y D) y la solución con resultado no correcto con 0, por tanto penalizaron más el hecho de no haber conseguido un resultado correcto.

En la solución A *“0.5, repite 2 veces el número 21, pero consigue llegar a la solución final y la técnica o estrategia no es incorrecta”*. En la B *“0, es incorrecto ya que no tiene en cuenta el resto 2, el cual significaría añadir un color más”*.

- F4: Puntuaron las soluciones correctas con 1 (C y D) y de las soluciones con errores técnicos puntuaron mejor la estrategia alternativa (A) que la de la división (B) ya que el resultado de la estrategia alternativa era correcto.

En la solución A *“0.5 porque a pesar de que el problema está bien planteado, repite una farola para que le den grupos exactos de tres, y el último grupo se tendría que haber quedado con 2 farolas”*. En la solución B *“0 porque no se ha dado cuenta que las 2 farolas restantes (aunque no sean 3) que están pintadas de un nuevo color, por lo que serían 12 colores distintos”*.

b) Perfiles de comportamiento de los EPM que puntuaron mejor la solución correcta con división (C) que la alternativa (solución C con 1 y solución D con 0.5):

- F5: Ante las respuestas con error técnico valoraron más un resultado correcto que el procedimiento aunque penalizaron el hecho de que la estrategia de la enumeración no es competente.

En la solución A “0.5, el resultado es correcto, pero se puede utilizar otra estrategia para resolver en menos tiempo” y en la solución B “0, porque el resultado no es correcto. El planteamiento está bien pero le ha faltado matizar que el resto equivale a otro color y por lo tanto sería 12”.

- F6: Ante las respuestas con error técnico valoraron más un resultado correcto que el procedimiento.

En la solución A “1, está bien resuelto y además ha empleado un esquema donde queda clara la resolución del problema” y en la solución B “0, la solución no es correcta, ya que el cociente hay que agregarle un color más debido a que el resto es mayor que cero”.

- F7: Valoraron por igual el hecho de haber cometido un error técnico y no ser la estrategia competente (A) y el de no haber interpretado el resto en la división (B).

En la solución A “0.5, ha utilizado una técnica larga que si hubiese sido con un número mayor de farolas no lo habría solucionado pero el problema está bien. Aún así, le falta explicar de alguna manera de donde saca el 12, además ha repetido el nº 21 y no le quedaría así de exacto y por lo tanto debería explicar que aunque sobran 2 sin agrupar se necesita otro color más” y en la B “0.5, el problema está bien planteado pero se debería haber dado cuenta que sobran 2 farolas y éstas aunque no formen 3 también han de ser pintadas. Por ello se necesitan 12 colores”. Problema Albergue

Se identificaron 5 perfiles de comportamiento de los estudiantes (el análisis Clúster agrupó a 78 de los 84 EPM en uno de estos perfiles). Estos perfiles son:

- A1: A diferencia del resto, puntuaron las soluciones correctas con un 1 independiente del procedimiento utilizado.

En la solución B “1, es correcto el proceso y la solución. Ha ido agregando las personas hasta conseguir las 103 del enunciado” y en la solución D “1, el proceso y el resultado son correctos, ya que el alumno ha tenido en cuenta que las 3 personas del resto necesitan 1 mesa más”.

- A2: Puntuaron mejor la solución correcta basada en sumas repetidas que la solución basada en la división.

En la solución B “1, el problema resuelto de esta forma es un poco largo y pesado, pero como lo ha resuelto bien y la solución es correcta, le coloco la máxima nota” y para la solución D “0.5, aunque el resultado está bien, no ha explicado por qué le suma un 1 al resultado que le ha dado la división”.

- A3: Puntuaron las dos soluciones correctas con 0.5 por la falta de justificación.

En las soluciones B y D “0.5, considero que ha realizado bien el problema pero debe justificar que 5 son mesas completas y la otra solo está ocupada por 3 alumnos”.

Cómo estudiantes para maestro interpretan soluciones de alumnos de primaria a problemas de división con resto

- A4: Valoraron más la división que la estrategia alternativa.

En la solución B *“0.5, ha sabido resolver correctamente pero no con la estrategia más adecuada”* y en la solución D *“1, ha escogido la estrategia correcta y ha reflexionado sobre el resultado”*.

- A5: Puntuaron la división con error técnico con 0,5. A diferencia de los otros perfiles, estos EPM valoraron el hecho de hacer una división aunque con error técnico (0.5 en A) y sin conocer si sabían o no interpretar un resto distinto de cero.

En la solución A *“0.5, la estrategia es adecuada pero la división no está bien hecha. El resto debería ser 3 en lugar de cero. “5*15km=75” no tiene sentido. Falta sumar una mesa”*.

DISCUSIÓN

El presente estudio se centra en el análisis, interpretación y valoración por parte de EPM de las soluciones de estudiantes de 6° de Primaria (11-12 años) a problemas de división con resto. Estas soluciones se basaban en el algoritmo de la división y en otros métodos alternativos a la división.

En primer lugar, los resultados muestran que un alto porcentaje de EPM resolvió los problemas propuestos correctamente (76,2 % *Farolas* y 73,8 % *Albergue*) y que entre ellos se observa una tendencia a valorar más las soluciones con división que el empleo de otros métodos alternativos, aunque éstos sean correctos, pues valoraron el hecho de realizar una división, aunque no supieran interpretar los datos (solución B de *Farolas*), y por otra parte consideraron que un alumno de 6° curso debería resolver estos problemas por un método más competente que sumas o restas repetidas (soluciones B y C de *Albergue*) o que deberían explicar mejor cómo llegan a la solución (solución D de *Farolas*). Estos comportamientos responden a los perfiles F5, F6 y F7 del problema *Farolas* (27 EPM) y a los perfiles A4 y A5 de *Albergue* (29 EPM). Esto se puede explicar porque a lo largo de la educación Primaria los niños comienzan modelizando o contando de uno en uno, luego cuentan a saltos o usan la adición o sustracción repetida y finalmente aplican la multiplicación y la división (Li y Silver, 2000), por tanto la división sería el procedimiento más adecuado para alumnos de 6° de Primaria.

Sin embargo las investigaciones indican que aunque la estrategia utilizada con más frecuencia por los alumnos de Primaria al resolver este tipo de problemas es la división, éstos tienen más éxito cuando emplean estrategias alternativas a la división porque les ayudan a relacionar los cálculos con la situación descrita en el problema (Silver, Shapiro y Deutsch, 1993). Por ello, en lo que se refiere al conocimiento profesional del profesor de matemáticas, es importante identificar las distintas estrategias de resolución de problemas de estructura multiplicativa, su adecuación y pertinencia a lo largo de la educación Primaria y las ventajas e inconvenientes que presenta resolver los problemas de división-medida con el algoritmo de la división o usando otras estrategias.

En segundo lugar, hemos observado que algunos EPM que no resolvieron un problema correctamente, supieron identificar la solución correcta en el caso de que la estrategia empleada era una división (12 de 15 en *Farolas* y 18 de 21 en *Albergue*) y en menor medida cuando era una estrategia alternativa (5 de 15 en *Farolas* y 6 de 21 en

Albergue). Esto podría interpretarse por no saber establecer un vínculo entre las situaciones y las operaciones matemáticas así como por la atribución de más “corrección” a los métodos formales. Por otra parte, el que EPM que no resolvieron bien el problema pero identificaron correctamente las soluciones puede explicarse por la propia naturaleza de la tarea propuesta en el Cuestionario 2, pues la calificación de tareas se utiliza en el marco de la “enseñanza diagnóstica en matemáticas” (Bell, 1993) en los niveles obligatorios de la enseñanza, ya que es potencialmente útil para provocar lo que Piaget denomina conflicto cognitivo y adecuada para provocar la reflexión y la discusión. En nuestro caso, el análisis de cuatro soluciones a un mismo problema, ha podido ayudar a los EPM a comprenderlo, a discriminar las soluciones correctas de las que no lo son y a identificar los errores cometidos. En este sentido creemos que proponer este tipo de tarea profesional puede ayudar a los EPM a profundizar en el conocimiento profesional, en este caso los diversos métodos de resolución y los tipos de errores. La reflexión y discusión sobre las mismas podría llevar a profundizar en las tipologías de problemas de estructura multiplicativa atendiendo a distintas variables didácticas, a estudiar los niveles de dificultad de los distintos tipos de problemas y a las formas de abordar los errores cometidos por los alumnos de Primaria.

Referencias

- Ball, D.L. (1990). Prospective elementary and secondary teachers' understanding division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(2), 132-144.
- Bell, A. (1993). Some experiments in diagnostic teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 14(1), 115-137.
- Callejo, M. L. y Vila, A. (2009). Approach to mathematical problem solving and students' belief systems: two cases studies. *Educational Studies in Mathematics*, 72, 111-126.
- Campbell, S. (1996). On pre-service teachers' understanding of division with remainder. En L. Puig, y A. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 2, pp. 177-184). Valencia, España: PME.
- Carpenter, T. P., Lindquist, M. M., Matthews, W. y Silver E. A. (1983). Result of the third NAEP Mathematics Assessment: Secondary School. *Mathematics Teacher*, 76(9), 652-659.
- Castro, E. (2008). Resolución de problemas. Ideas, tendencias e influencias en España. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y L. Blanco (Eds.), *Actas del XII Simposio de de la SEIEM* (pp. 113-140). Badajoz: SEIEM.
- Kaasila, R., Pehkonen, E. y Hellinen (2010). Finnish pre-service teachers' and upper secondary students' understanding of division and reasoning strategies used. *Educational Studies in Mathematics*, 73(3), 247-261.
- Li, Y. y Silver, E.A. (2000). Can younger students succeed where older students fail? An examination of third graders' solutions of a division-with-remainder (DWR) problem. *Journal of Mathematical Behavior*, 19(2), 233-246.
- Llinares, S. y Krainer, K. (2006). Mathematics (Student) teacher and teacher educator as learners. En A. Gutiérrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the*

Cómo estudiantes para maestro interpretan soluciones de alumnos de primaria a problemas de división con resto

Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future (pp. 429-459). Rotterdam: Sense Publishers.

- Silver, E.A., Shapiro, L.J. y Deutsch, A. (1993). Sense making and the solution of division problems involving remainders: an examination of middle school students' solution processes and their interpretation of solutions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(2), 117-135.
- Vergnaud, G. (2004). *El niño, las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. México: Trillas.
- Verschaffel, L., De Corte, E. y Bogart, E. (1997). Pre-service teachers' conceptions and beliefs about the role of real-world knowledge in mathematical modelling of school word problems. *Learning and Instruction*, 7(4), 339-359.

