Proyecto seleccionado en la convocatoria de ayudas para Proyectos de Temática Educativa para el curso 2010-2011, del departamento de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Aragón

Memoria

XX Olimpiada Matemática Aragonesa en 2º ESO

Organiza:
Sociedad Aragonesa "Pedro Sánchez Ciruelo"
de Profesores de Matemáticas

Coordinador: Salvador Renieblas Chamarro

Autores - Diseño, elaboración y ejecución:
Mª Pilar Cavero Castillo, Alberto Elduque Palomo, Josep Rochera Gaya, Daniel Sierra Ruíz, Julio Sancho Rocher y José María Sorando Muzás.

Tribunal de la Final: Florencio Villarroya Bullido, Eva Cid Castro, José María Gairín, Fernando Aznar Donoso, Esther García Giménez y Pablo Sánchez Velilla.

Desarrollo de las fases Semifinal y Final: 30 profesores colaboradores.

A. PROYECTO PRESENTADO A LA CONVOCATORIA

A.1. Datos de identificación.

A.1.1 Título del Proyecto: Olimpiada Matemática Aragonesa en 2º ESO.

A.1.2. Datos de la Entidad:

Sociedad Aragonesa "Pedro Sánchez Ciruelo" de Profesores de Matemáticas
Dirección postal: ICE de la Universidad de Zaragoza
C/ Pedro Cerbuna 12
50009 Zaragoza
Sitio web: http://sites.google.com/site/sapmciruelos/
E – mail: sapmciruelos@gmail.com
Teléfonos: 657 090 617 (Coordinador de la Olimpiada)
697 290 903 (Presidente de la Sociedad)

A.1.3 Coordinador: Salvador Renieblas Chamarro

Organización: Daniel Sierra, José María Sorando, Mª Pilar Cavero, Julio Sancho, Josep Rochera, Alberto Elduque, Florencio Villarroya, Ana Pola, Eva Cid, José María Gairín, Carlos Pina, Gregorio Villalba, Fernando De La Cueva, Pablo Sánchez, Concha Pastor, Pedro Latorre, Reyes Mensat, Rafael Escolano, Palmira Rubio de Francia y Javier Gracia.

Participantes: Profesorado que imparte Matemáticas en 2º ESO en todos los centros educativos de Aragón que se inscriban en la Fase Previa.

A.1.4. Etapa educativa y centros donde se va a desarrollar el proyecto y actividad:

2º ESO. Actividad abierta a todos los centros educativos de Aragón. La lista se concreta en la Fase Previa de inscripciones. En 2010 fueron casi un centenar de centros.

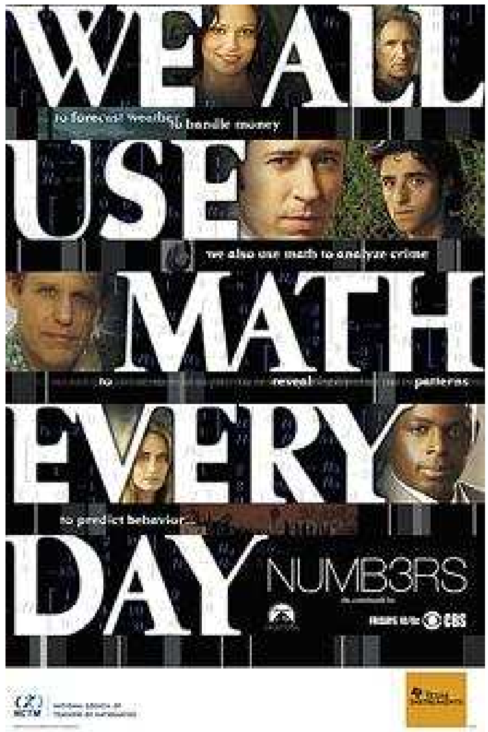
A.1.5. Tema del proyecto: Resolución de Problemas en Matemáticas.

A.2. Diseño del proyecto y actividad.

A.2.1. Planteamiento y justificación

Tras 19 ediciones, la Olimpiada Matemática Aragonesa en 2º ESO es una cita anual consolidada, que llega a todas las comarcas de Aragón y ha calado hondo en sus centros educativos, cuyos profesores animan y preparan a los alumnos durante el curso con vistas a la esperada cita de mayo, albergando el sueño de llegar a la Final Nacional.

RESOLVER PROBLEMAS, EDUCACIÓN PARA LA VIDA



El principal legado que puede dejar a los ciudadanos la educación matemática es la capacidad para resolver problemas. Afrontar problemas de todo tipo es algo inherente a nuestra vida personal y social. Como dice el profesor Ángel Ramírez, *"La felicidad no consiste en carecer de problemas, sino en ser capaces de resolverlos"*. Las capacidades asociadas a esa actividad (análisis, representación, modularización, diseño y desarrollo de estrategias, revisión de errores y depuración) son educadas por las Matemáticas y dotan al individuo de recursos mentales que podrá aplicar en cualquier ámbito de su vida.

Así es reconocido por el famoso Informe PISA, referente internacional para la evaluación de los sistemas educativos en los países de la ODCE. Dice: *"La competencia matemática es la aptitud de un individuo para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, alcanzar razonamientos bien fundados y utilizar y participar en las matemáticas en función de las necesidades de su vida como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo"*.

Esa alta consideración de la resolución de problemas está también presente en la *Recomendación del Parlamento Europeo y del Consejo sobre las competencias clave para el aprendizaje permanente* (18/12/2006) y orienta el *Curriculo Educativo de la Comunidad de Aragón* (Orden de 5/5/2007).

La Olimpiada Matemática Aragonesa es un concurso de resolución de problemas en un ámbito lúdico y motivador donde los escolares pueden desarrollar esa capacidad.

20 AÑOS DE OLIMPIADA

Empezaba su andadura la Olimpiada en 1989, dirigida a los escolares de 8º EGB. Hasta 1995, la organización estuvo a cargo del Instituto de Ciencias de la Educación (ICE) de la Universidad de Zaragoza, en colaboración con la Sociedad Aragonesa "Pedro Sánchez Ciruelo" de Profesores de Matemáticas (SAPM). Desde entonces es ésta la organizadora, siendo el ICE organismo colaborador junto con el apoyo de las Direcciones Provinciales del MEC, en las tres provincias aragonesas, la Facultad de Educación y los Departamentos de Matemáticas y de Matemática Aplicada de la Universidad de Zaragoza. El patrocinio, en estas últimas ediciones ha correspondido al Departamento de Educación y Cultura del Gobierno de Aragón.

La Olimpiada Matemática se ha celebrado anualmente. Los cambios de la nueva ordenación educativa de la LOGSE hicieron que los escolares de 12-13 años fueran ahora alumnos de 2º ESO, cambio que también llegó a la denominación de la Olimpiada. La XIX edición se celebró en mayo de 2010.

Hay una Fase Previa de trabajo sobre resolución de problemas en los centros educativos, donde se perfilan quiénes serán los participantes en la Olimpiada. Para facilitarla, en ediciones pasadas, la SAPM publicó cuadernillos de problemas que han recibido una excelente acogida por parte del profesorado. En la actualidad esa labor se realiza desde la web de la SAPM:

http://sites.google.com/site/olimpiadamatematicaaragonesa/

En la Fase Previa participan varios miles de alumnos.

En la Fase Semifinal, centros educativos de las capitales y principales localidades aragonesas, colaboran como sedes, lo que permite que la Olimpiada llegue a todos los rincones de nuestra comunidad. En la Semifinal de 2010 fueron 700 los participantes de casi un centenar de centros y 12 las sedes de la Semifinal repartidas por todo Aragón (Alcorisa, Alcañiz, Calatayud, Ejea de los Caballeros, Fraga, Huesca, La Almunia de Doña Godina, Monreal del Campo, Sabiñánigo, Tarazona, Teruel y Zaragoza). La Olimpiada Matemática posiblemente sea el certamen escolar con mayor arraigo y extensión en Aragón.

Todos los participantes en esta fase reciben una camiseta conmemorativa y un diploma. Tanto en la Fase Semifinal, como en la Fase Final, se proponen dos sesiones de una hora de duración con tres ejercicios en cada una de ellas.

Cada año, llegan a la Fase Final 100 alumnos, garantizándose la presencia de representantes de cada sede. Familias y profesores se desplazan hasta el ICE de la Universidad de Zaragoza para acompañar a los alumnos finalistas, orgullosos de participar en el evento. En el descanso a mitad de la mañana, mientras toman el almuerzo dispuesto por la Organización, comentan vivamente las soluciones a los problemas propuestos, en un ambiente cordial y deportivo. Cada finalista recibe como obsequio una calculadora científica.

La corrección de las pruebas es inmediata y tan sólo media hora después de su finalización se celebra la ceremonia de entrega de premios.

La entrega de premios se celebra en el Aula Magna de la Facultad de Ciencias en un acto que presiden autoridades educativas de la Comunidad de Aragón y de la Universidad de Zaragoza. El recinto, lleno de alumnos, profesores y familias es el marco excepcional para un acto brillante que deja un recuerdo duradero y positivo: de la mano del esfuerzo intelectual y de las Matemáticas se pueden vivir experiencias intensas y gratificantes.

Se proclaman ocho premiados que reciben un obsequio y el punto culminante llega con la lectura de los **tres representantes aragoneses que acudirán a la Olimpiada Matemática Nacional**, organizada cada año por una Sociedad de Profesores de Matemáticas (la Sociedad Gallega AGAPEMA la organizará en Vigo en 2011).

A lo largo de todo el proceso, la Organización hace gestiones para que la Olimpiada tenga un adecuado eco informativo en los medios, buscando a la par motivación del alumnado y pedagogía social, poniendo en valor el esfuerzo y la actividad intelectual.

Premiados de la XIX Olimpiada

Olimpiada Matemática Nacional 2010 – Palma de Mallorca

A.2.2. Objetivos y contenidos que se pretenden:

- Contribuir a la adquisición de la Competencia Matemática en los alumnos participantes, centrada en la capacidad de resolver problemas. Al mismo tiempo, otras competencias implicadas en el proceso: lectura y expresión, principalmente.
- Conseguir la participación más numerosa posible de alumnado de las comarcas aragonesas, en una actividad integradora.

- Contribuir al desarrollo y mejora de la enseñanza de las Matemáticas, provocando la sensibilización del público en general, y de los alumnos, en particular, hacia esta ciencia tan importante como, a veces, temida.
- Proponer pruebas en las que se fomente el gusto por hacer Matemáticas, por la resolución de problemas, evitando que la dificultad de convierta en sinónimo de rechazo, que sea un desafío para la mente, y como tal sean tomadas como un juego, un juego intelectual.
- Divulgar, no solo las pruebas propuestas, sino también algunas de las soluciones más audaces o ingeniosas de los propios participantes, con el objeto de ofrecer un material de apoyo en el aula para el profesorado de Matemáticas.
- Tratar de evitar, en lo posible, los aspectos negativos que presentan los concursos en los que la meta exclusiva es la consecución de un premio, y en especial, la rivalidad entre los diferentes centros educativos, poniendo el mayor énfasis en los aspectos lúdicos, formadores y creativos.

Contenidos:

Estrategias de resolución de problemas: Recuentos. Explorar casos. Razonamiento por simetría. Razonamiento regresivo. Observación de regularidades. Representación gráfica. Inducción. Contraejemplos. Simbolización. Comprobación de conjeturas. Experimentación. Analogía. Reducción al absurdo. Razonar desde el caso más desfavorable. Modularización.

Aritmética: Divisibilidad y números enteros. Sistemas de numeración decimal y sexagesimal. Fracciones. Proporcionalidad y porcentajes. Medida. Lenguaje algebraico. Ecuaciones.

Geometría: Ángulos. Polígonos. Teorema de Pitágoras. Semejanza. Cuerpos geométricos. Área. Volumen.

Funciones. Estadística.

A.2.3. Plan de trabajo y metodología

PLAN DE TRABAJO	
19 de Noviembre de 2010	Reunión de la Junta Directiva. Aprobación del proyecto y del dossier de la XX Olimpiada Matemática Aragonesa en 2º E.S.O.
Del 24 al 31 de enero 2011	Comunicación de las bases de la Olimpiada a los centros educativos mediante el correo electrónico. Envío de un resumen de la convocatoria para su publicación en páginas web dependientes del Departamento de Educación.

Febrero de 2011	Inscripción de los centros (hasta el 25 de febrero) y comunicación de los coordinadores de centro a la organización. Los centros que deseen participar deberán inscribirse mediante un formulario que encontrarán en la página web http://sites.google.com/site/olimpiadamatematicaaragonesa/Home/formulario-de-inscripcion En este formulario deberán hacer constar los datos de la persona que coordinará la Olimpiada Matemática en el centro. La Comisión Organizadora se pondrá en contacto con los coordinadores para ofrecerles su colaboración en la organización de la primera fase.
18 febrero de 2011[1]	Constitución del Tribunal. El Tribunal será nombrado por la Comisión Organizadora y su misión fundamental será velar por el buen desarrollo de las pruebas, establecer el orden de clasificación de los participantes y elaborar las actas de la Olimpiada. Reunión de la Comisión Organizadora para revisar y poner al día los comunicados a los centros sobre: - Recordar el plazo de inscripción (se acaba el 4 de marzo) - Explicar las distintas modalidades de participación en la primera fase. - Solicitar la participación del profesorado, tanto para la propuesta de problemas como para las tareas de organización de las semifinales. - Elaboración y distribución de un comunicado de prensa con un resumen de la convocatoria.
Marzo de 2011	En los centros inscritos se desarrolla la primera fase. En la página web de la Olimpiada http://sites.google.com/site/olimpiadamatematicaaragonesa se publicarán los problemas de la primera fase en las modalidades para las Pruebas en Grupo y trabajo en el aula. Para la modalidad de Concurso de Ingenio, la Comisión Organizadora hará llegar a los coordinadores de los centros interesados en esta modalidad los documentos necesarios (hojas de inscripción de los alumnos, plantillas de participantes, hojas con los problemas, posibles soluciones, etc.
Hasta el 22 de marzo de 2011	Los coordinadores de los centros comunican mediante un formulario que encontraran en la página web de la Olimpiada, los alumnos que se presentarán a las pruebas de la siguiente fase (Semifinal).
1 de abril de 2011*	Reunión de la Comisión Organizadora para: - Determinar las sedes de la fase semifinal atendiendo al número de alumnos, al profesorado colaborador y a la minimización de los desplazamientos - Organización de la Fase Semifinal en cada sede. - Redacción de la convocatoria pública - Elaboración de las pruebas - Preparación y envió del material a las distintas sedes - Comunicado de prensa con la convocatoria de la Semifinal y sus sedes
9 de abril de 2011	Pruebas semifinales en las distintas sedes que se determinen

[1] Las fechas de las reuniones de la Comisión Organizadora y del Tribunal son orientativas

27 abril de 2011*	Sesión del Tribunal : Proclamación de los finalistas Reunión de la Comisión Organizadora: - Publicación en la web y comunicación a los centros de la lista de los participantes que pasan a la siguiente fase (finalistas). - Convocatoria de la fase final. - Selección de los problemas de la fase final. - Organización de la prueba y del acto de clausura y entrega de premios.
5 mayo de 2011*	Reunión de la Comisión Organizadora: preparación de la Final. Comunicado de prensa con la convocatoria de la Final y del Acto de Clausura.
12 -13 de mayo*	Reunión de la Comisión Organizadora: Revisión de los pormenores de la prueba, distribución de los participantes en las distintas aulas, listas, carteles… Últimos detalles del acto de clausura y entrega de premios.
14 mayo de 2011	Prueba Final. Corrección de la prueba. Sesión del Tribunal : Proclamación de los mejores clasificados y de los representantes de Aragón a la Olimpiada Matemática Nacional. Redacción y firma del acta. Acto de clausura y entrega de premios.
Hasta el 22 de junio	Preparación para la Olimpiada Matemática Nacional
25 a 29 junio de 2011	VIGO – Participación en la Olimpíada Matemática Nacional

La metodología:

Debemos fomentar en los alumnos la capacidad de aprender a aprender. Uno de los vehículos más asequibles para llevar a los alumnos a esta habilidad, es la resolución de problemas. El objetivo final de que el alumno aprenda a resolver problemas es que adquiera el hábito de plantearlos y resolverlos como forma de aprender a enfrentarse a situaciones nuevas, analizarlas y decidir. La participación en la Olimpiada puede estimular en las aulas la introducción de pequeños cambios en la metodología docente para obligar al alumno a interpretar un papel más activo en su proceso de aprendizaje mediante la resolución de problemas. Son experiencias innovadoras que demuestran desde la práctica que es posible promover un aprendizaje activo del estudiante.

A.2.4. Duración y fases previstas

Esta actividad se desarrollará a lo largo del segundo y tercer trimestre del curso, según el calendario ya detallado en el Plan de Trabajo (apdo. 2.3). A continuación se explica detalladamente el contenido de cada fase:

* Las fechas concretas de las reuniones de la Comisión Organizadora y del Tribunal son orientativas

PRIMERA FASE

a) La primera fase se realizará en el propio centro.

b) Cada centro presentará para la prueba semifinal a los alumnos que considere oportuno.

c) Cada centro deberá rellenar un formulario con los datos del centro, así como los formularios correspondientes a cada uno de los alumnos que pasen a la semifinal.

d) Para facilitar la elección de los alumnos que pasarán a la semifinal, la organización pone a disposición de los centros dos modalidades de selección:

I. **Prueba en grupo.** Los participantes de esta fase lo harán en grupos.

- Δ Un grupo estará formado por **3 o 4 alumnos**. El grupo deberá ser estable durante todo el desarrollo de esta fase. No hay limitación en el número de grupos de un mismo centro que deseen participar. Todos los participantes recibirán un diploma acreditativo de haber participado en la actividad. Cada grupo deberá intentar resolver 3 problemas que se colgarán en la web de la Sociedad.
- Δ Cada grupo deberá elaborar un informe con la resolución de cada uno de los 3 problemas en el que hará constar, a parte de los datos identificativos de los miembros del grupo, las estrategias, experimentaciones, reflexiones, cálculos, verificaciones, … que hayan llevado a cabo durante el proceso de resolución. Este informe estará claramente explicado y tendrá una presentación cuidadosa y pulcra.
- Δ El Departamento de Matemáticas elegirá los mejores trabajos y sus autores pasarán a la siguiente fase.

II. **Concurso de ingenio**. Los participantes en esta fase lo harán de forma individual

- Δ El concurso consistirá en resolver un conjunto de problemas que el Departamento de Matemáticas del centro propondrá diariamente a lo largo de una semana.
- Δ Los alumnos inscritos deberán recoger el problema el lunes, a la hora y el lugar que se determine.
- Δ Las respuestas a los problemas deben devolverse al día siguiente, en la misma hoja debidamente cumplimentada, tanto si se han resuelto como si no. Este proceso se repetirá durante toda la semana.
- Δ Cada problema estará enunciado en una hoja doblada y grapada. En la parte de fuera se deberá escribir el nombre, los apellidos y el curso. En el interior estará el problema y un espacio reservado para su resolución y respuesta.
- Δ Los problemas se deberán entregar puntualmente cada día para poder seguir participando, tanto si se han resuelto como si no (si no se sabe la respuesta también se debe entregar la hoja debidamente cumplimentada)
- Δ En la resolución de los problemas se valorará:

  - La claridad y el orden lógico.
  - Las explicaciones y los razonamientos.

- La utilización de las matemáticas en la resolución.

- Si la respuesta es o no correcta.

Δ La resolución de los problemas deberá hacerse a mano, con bolígrafo y con letra clara, sin tachaduras ni faltas de ortografía.

Δ Las respuestas deberán ser originales y se excluirá cualquier copia. Si se detecta cualquier irregularidad, se descalificará automáticamente al alumno.

Δ Todos los participantes recibirán un diploma acreditativo de haber participado en la actividad.

Δ Los mejores clasificados de cada centro, pasarán a la siguiente fase.

Δ La Sociedad facilitará a los centros que lo deseen el material para llevar a cabo esta modalidad de selección.

e) Para los centros que no se acojan a ninguna de estas modalidades, la Sociedad pondrá a su disposición un conjunto de problemas para que puedan trabajarlos con los alumnos.

SEMIFINAL

a) La Prueba Semifinal tendrá lugar el sábado, día 9 de abril de 2011, en las sedes y horario que se anunciarán oportunamente.

b) Se establecerán sedes en las capitales de provincia y en otras localidades con un buen número de participantes, procurando en lo posible evitar viajes

c) La Comisión Organizadora elegirá para cada sede un representante que velará por el normal desarrollo de las pruebas.

d) Los desplazamientos a la sede de la semifinal correrá a cargo de los participantes.

e) Cualquiera de los profesores de Matemáticas de los distintos Centros podrá aportar cuestiones o problemas para su inclusión en la prueba.

f) La Comisión Organizadora diseñará el contenido de la prueba semifinal.

g) Sólo podrán realizar la prueba aquellos alumnos que se hayan presentado antes de que sean repartidos los ejercicios.

h) La prueba consistirá en la resolución de varios problemas o ejercicios de Matemáticas a resolver individualmente por los participantes y estará dividida en dos partes.

i) Se permitirá la utilización de instrumentos de dibujo y calculadora que, en su caso, deberán aportar los alumnos.

j) La Comisión Organizadora designará un Tribunal único que se encargará de la evaluación de los trabajos realizados y proclamará los alumnos clasificados para la fase final.

k) El número de alumnos seleccionados para la prueba final se hará de forma proporcional al número de participantes en cada sede, no excediendo en su totalidad de 100.

l) Los resultados de las pruebas se comunicarán oportunamente a cada uno de los centros participantes.

m) Ni el Tribunal ni la Comisión Organizadora harán público el centro al que pertenezcan los participantes.

FINAL

a) La Final tendrá lugar el sábado, día 14 de mayo de 2011, en Zaragoza. El lugar y hora se anunciarán oportunamente.

b) Los desplazamientos a la sede de la final correrán a cargo de los participantes.

c) Cualquiera de los profesores de Matemáticas de los distintos Centros podrá aportar cuestiones o problemas, en la forma que determine la Comisión Organizadora, para su inclusión en la prueba.

d) La Comisión Organizadora diseñará el contenido de la prueba final.

e) Sólo podrán realizar la prueba aquellos alumnos que se hayan presentado antes de que sean repartidos los ejercicios.

f) La prueba consistirá en la resolución de varios problemas de Matemáticas a resolver individualmente por los participantes y estará dividida en dos partes

g) Se permitirá la utilización de instrumentos de dibujo y calculadora que, en su caso, deberán aportar los alumnos.

h) Cualquiera de los profesores de Matemáticas de los distintos Centros podrá estar presente durante la realización de la prueba y colaborar en la corrección de la misma en la forma que determine la Comisión Organizadora.

i) La Comisión Organizadora designará un Tribunal único que se encargará de la evaluación de los trabajos realizados, proclamará los alumnos premiados en la XX OMA y los tres representantes de Aragón en la XXII OM. No se hará público el centro al que pertenezcan.

ENTREGA DE PREMIOS y CLAUSURA.

Este acto se celebrará en el Aula Magna de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Zaragoza y tendrá lugar el día de la fase final. Consistirá en la proclamación y entrega de los premios especiales a los ganadores, y la designación de los tres representantes de Aragón en la XXII Olimpiada Nacional.

B. DESARROLLO

B.1. Descripción de las actividades desarrolladas.

FASE PREVIA

A comienzos de enero se hizo pública la Convocatoria de la XX Olimpiada Matemática Aragonesa en 2º ESO (ver Anexo).

Del 31 enero al 25 de febrero se realizó la inscripción de centros, que finalmente alcanzó el número de 76.

Del 3 de febrero al 21 de marzo se fueron publicando en al web de la Olimpiada enunciados de problemas con que los alumnos podían prepararla (ver Anexo). Esto permitió una amplia participación de alumnos en los centros, animados por sus profesores. Se recibieron soluciones de alumnos por correo electrónico, de las cuales algunas fueron publicadas en la web por su acierto y originalidad (ver Anexo). Esta Fase Previa en los centros permitió que en cada uno de ellos se fueran decantando las inscripciones para la Semifinal.

Del 28 de febrero al 2 de marzo se realizó la inscripción de alumnos para la Semifinal: 652 en total.

SEMIFINAL

El 9 de abril se celebró la Semifinal en 11 sedes, distribuidas por la geografía aragonesa:

Alcorisa: *IES Damián Forment.* Alumnado de Alcorisa y de Calanda

Alcañiz: *IES Bajo Aragón.* Alumnado de Alcañiz

Ejea de los Caballeros: *IES Reyes Católicos.* Alumnado de Ejea de los Caballeros

Fraga: *IES Ramón J. Sender.* Alumnado de Fraga

Huesca: *IES Ramón y Cajal.* Alumnado de Huesca.

La Almunia de Doña Godina: *IES Cabañas.* Alumnado de La Almunia, de Épila y de Daroca

Monreal del Campo: *IES Salvador Victoria.* Alumnado de Monreal del Campo

Sabiñánigo: *IES San Alberto Magno.* Alumnado de Sabiñánigo y de Biescas

Tarazona: *IES Tubalcaín.* Alumnado de Tarazona

Teruel: *IES Francés de Aranda.* Alumnado de Teruel y Albarracín

Zaragoza: *IES Miguel Catalán.* Alumnado de Zaragoza y de todas aquellas localidades no asignadas a ninguna de las sedes anteriores. En esta sede, dada la gran concentración de alumnos y profesores acompañantes, se habilitó para éstos un "Rincón del Profesor". En dicho "rincón" se disponía de revistas profesionales, café de media mañana y un taller de juegos de estrategia. Fue una enriquecedora ocasión de encuentro entre docentes, donde compartir experiencias y vincularles todavía más a la Olimpiada.

Cada alumno recibió un diploma y un recortable-portalápices conmemorativos de la Olimpiada.

En los Anexos: Cartel, Convocatoria, Problemas y Soluciones a los problemas.

FINAL

A mediados de abril se hizo pública la lista de los 101 alumnos, procedentes de 32 centros, clasificados para la Final (ver Anexo).

La Final se celebró el 14 de mayo en el Edificio de Matemáticas de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Zaragoza.

En esta ocasión se realizó un amplio reportaje fotográfico que se puede ver en la web de la Olimpiada (http://sites.google.com/site/olimpiadamatematicaaragonesa/). Con tal motivo, tratándose de menores de edad, se solicitó a sus padres, tutores o representantes legales, la oportuna autorización para la realización y publicación de fotos (ver Anexo).

Cada alumno recibió en el descanso un bocadillo y refresco; a la salida, una calculadora (gentileza de CASIO), un libro de problemas (gentileza de la RSME), un pin del IUMA y un diploma.

La Final tuvo el ya clásico ambiente de expectación, con los alumnos arropados por familias y profesores que les esperaban a la salida de las pruebas. Ambiente que alcanzó su más alta cota en el Acto de Entrega de Premios, realzado por el imponente marco del Aula Magna de la Facultad de Ciencias.

En dicho acto se proclamaron los 8 premiados, quienes recibieron un obsequio y diploma; y, entre ellos, los 3 representantes de Aragón en la Olimpiada Nacional, a celebrar a finales de junio en Vigo.

En los días posteriores, la prensa se hizo eco de la Olimpiada (ver Anexos).

También en los Anexos: Convocatoria, Problemas, Soluciones a los problemas y Acta.

C. MEMORIA

C.1. Características generales y particulares del contexto en que se ha desarrollado el Proyecto.

El contexto general de la XX Olimpiada Matemática Aragonesa en 2º ESO es la tradición de un certamen ya consolidado a lo largo de 22 años. Los centros, los profesores y los alumnos avisados por éstos, desde comienzo de curso esperan la convocatoria y preguntan con impaciencia por ella.

Asimismo, como ya quedó expresado, el contexto geográfico abarca toda la Comunidad Autónoma de Aragón.

En lo curricular, la actividad de resolución de problemas, en la cual se centran todas las fases de la Olimpiada, se inscribe en la línea del desarrollo de competencias que inspira el actual sistema educativo.

C.2. Consecución de los objetivos del Proyecto.

C.2.1 Propuestos inicialmente.

Como ya se indicaba en el apartado A.2.2, los objetivos propuestos eran:

- Contribuir a la adquisición de la Competencia Matemática en los alumnos participantes, centrada en la capacidad de resolver problemas. Al mismo tiempo, otras competencias implicadas en el proceso: lectura y expresión, principalmente.
- Conseguir la participación más numerosa posible de alumnado de las comarcas aragonesas, en una actividad integradora.
- Contribuir al desarrollo y mejora de la enseñanza de las Matemáticas, provocando la sensibilización del público en general, y de los alumnos, en particular, hacia esta ciencia tan importante como, a veces, temida.
- Proponer pruebas en las que se fomente el gusto por hacer Matemáticas, por la resolución de problemas, evitando que la dificultad de convierta en sinónimo de rechazo, que sea un desafío para la mente, y como tal sean tomadas como un juego, un juego intelectual.
- Divulgar, no solo las pruebas propuestas, sino también algunas de las soluciones más audaces o ingeniosas de los propios participantes, con el objeto de ofrecer un material de apoyo en el aula para el profesorado de Matemáticas.
- Tratar de evitar, en lo posible, los aspectos negativos que presentan los concursos en los que la meta exclusiva es la consecución de un premio, y en especial, la rivalidad entre los diferentes centros educativos, poniendo el mayor énfasis en los aspectos lúdicos, formadores y creativos.

C.2.2. Alcanzados al finalizar el Proyecto.

De la anterior relación de objetivos, podemos asegurar que se han alcanzado satisfactoriamente aquellos de más fácil cuantificación: los relativos a participación y difusión.

Los objetivos más ambiciosos son los relativos al estímulo y desarrollo de capacidades del alumnado, así como la mejora de la estima por las Matemáticas, por parte de aquel, a la vez que por los centros, las familias y la sociedad. En este ámbito, tan difícil de evaluar para una actividad de alcance limitado, creemos haber hecho, un año más, una valiosa aportación.

C.3. Cambios realizados en el Proyecto a lo largo de su puesta en marcha en cuanto a:

C.3.1. Objetivos:

No ha habido cambios.

C.3.2. Metodología.

No ha habido cambios.

C.3.3. Organización.

No ha habido cambios.

C.3.4. Calendario.

No ha habido cambios.

C.4. Síntesis del proceso de evaluación utilizado a lo largo del Proyecto.

Los aspectos evaluados, los instrumentos utilizados y los datos obtenidos han sido:

- Participación del alumnado y los centros:

  Miles de alumnos en la Fase Previa.

  652 alumnos de 76 centros en la Semifinal.

  101 alumnos de 32 centros en la Final.

- Repercusión en los centros y en el alumnado:

  Abundantes consultas por e-mail.

  Soluciones de problemas enviadas por alumnos en la Fase Previa.

  Testimonios del profesorado y de las familias, recogidos en la Semifinal y Final, que nos hablan de la actitud positiva con que se recibe la Olimpiada.

- Eco social:

  Crónicas de prensa (ver Anexos). En este apartado cabe decir que se realizaron múltiples gestiones con los medios (prensa, radio y televisión), que finalmente no recibieron en todos los casos la atención que deseábamos.

- Mejora de la valoración y las capacidades:

Como ya se dijo, la dispersión geográfica de la Fase Previa, así como la limitación temporal de las fases Semifinal y Final, no permiten una evaluación fundamentada de estos grandes objetivos. Simplemente constatamos haber contribuido a su logro.

C.5. Conclusiones.

C.5.1. Logros del Proyecto.

Un primer logro es la continuidad. Aunque haya relevos generacionales de profesores en la Organización y en los centros participantes, es alentador constatar que esta actividad supera las dos décadas, lo cual deja claro que no responde a una moda pasajera sino a una necesidad en la Enseñaza de las Matemáticas: crear contextos lúdicos y estimulantes del talento.

Otro logro es la participación. En algunos casos, con un plus de mérito, al tener que desplazarse los participantes a su cabecera de comarca en la semifinal y a Zaragoza en la Final, lo cual muestra que dicha participación nace de un verdadero interés y no de inercias escolares. En este apartado cabe decir que se ha conseguido, a través de la colaboración solicitada al profesorado, que el número de participantes efectivos en la Semifinal sea muy próximo al de inscritos inicialmente. En anteriores ediciones había un considerable número de "inscripciones en falso" que provocaba un gasto innecesario en copias, diplomas, etc.

El logro más ambicioso, en cuyo camino estamos, es la apertura de horizontes matemáticos. Una apertura en doble sentido: de imagen y de capacidades.

Por una parte, varios miles de alumnos, cientos de padres y decenas de profesores han conocido, con el estímulo de la Olimpiada, un rostro de las Matemáticas alejado de los tópicos antipáticos y prejuicios tan difundidos en teleseries y publicidad: un rostro interesante, lúdico y motivador.

Por otra parte, los alumnos con gusto por las Matemáticas, que no son exactamente los más dotados (recordemos que la participación es abierta), han encontrado una ocasión de expresarlo y desarrollarlo sin recibir por ello reacciones de extrañeza sino, al contrario, de ánimo, valoración y reconocimiento.

C.5.2. Incidencia en los centros docentes.

La Olimpiada desencadena en las aulas procesos de trabajo en la resolución de problemas. Estos difícilmente pueden ser documentados, aunque en algún caso el blog de aula deja constancia. Por ejemplo, la actividad de "El Problema de la semana" en 2º ESO del IES Elaios, se articulaba con la Olimpiada como estímulo:

http://mateselaios2.blogspot.com/search/label/Problema%20de%20la%20semana

También nos consta que, una vez conocida la lista de finalistas primero y de premiados más tarde, en los centros de dichos alumnos la noticia se recibe con orgullo, siendo felicitados y dados a conocer. Todo ello supone un contexto positivo de valoración del talento y el esfuerzo, donde pasan a formar parte de la cultura colectiva hechos y valores como que "se puede dedicar el tiempo libre a hacer Matemáticas" o que "resolver problemas y pensar puede ser divertido".

Convocatoria tras convocatoria, se crea un lazo en el tiempo. Los centros que participan un año es casi seguro que participarán en los siguientes.

C.6. Listado de materiales.

Se incluyen los ficheros PDF en dos carpetas adjuntas a esta Memoria, según se indicaba en la convocatoria:

Anexos para publicación.-

1 Problemas de las 19 ediciones anteriores.

2 Problemas de Preparación.

3 Soluciones de los problemas de Preparación.

4 Problemas de la Semifinal.

5 Soluciones de los problemas de la Semifinal.

6 Problemas de la Final.

7 Soluciones de los problemas de la Final.

Otros anexos.-

A Bases.

B Cartel Semifinal.

C Convocatoria Semifinal.

D Finalistas.

E Convocatoria Final.

F Autorización paterna.

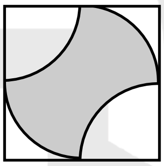
G Acta Final.

H Heraldo de Aragón.

I Diario del Altoaragón.

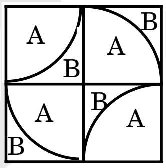
Problema 11.1 Mosaico

En el dibujo aparece una pieza que se encuentra en los mosaicos de la Alhambra. Ya sabes que estas piezas se forman a partir de polígonos regulares que rellenan el plano, siendo iguales en superficie a los polígonos de los que proceden. Averigua el perímetro y el área de la figura que aparece sombreada.



Solución

La figura está formada por 4 piezas iguales del tipo A y otras 4 también iguales del tipo B.



La figura sombreada está formada por 2 del tipo A y 2 del tipo B, luego su área será igual a la mitad del área del cuadrado inicial: $\frac{64}{2} = 32$ cm^2.

Cada arco de los que limitan la figura es un cuadrante de circunferencia, luego los cuatro arcos forman una circunferencia de radio $\frac{8}{2} = 4$ cm.

El perímetro valdrá: $2\pi \cdot 4 = 8\pi\,\text{cm} \cong 25{,}13$ cm.

Problema 11.2 Teclado trucado

La hermana pequeña de Dani ha cambiado la clave de la calculadora nueva que tiene su hermano, sin decirle nada.

Las claves originales y las nuevas son las que se muestran en los siguientes dibujos:

Claves originales

7	8	9
4	5	6
1	2	3
	0	

Claves cambiadas

2	1	0
5	4	3
8	7	6
	9	

Así pues, si Dani presiona la tecla en la que hay un 4, el número que entra realmente en la calculadora es un 5 que, por otra parte, es lo que aparece en la pantalla. Sin darse cuenta de este desmadre, Dani mete en la calculadora un número primo p de dos dígitos, y otro número primo q de un dígito (utilizando lo que él ve, claro) y ordena sumarlos. Sorprendentemente, la respuesta que aparece es ¡la respuesta correcta!

¿Sabrías decir qué dos números primos p y q introdujo Dani en su calculadora?

Solución

Fijándonos en las dos claves, los números correspondientes a la misma tecla suman 9, por lo que si se introduce el número 10x+y en la calculadora con las claves cambiadas, aparecería el número $10(9-x)+(9-y)=99-(10x+y)$.

Si sumamos un número z de una cifra, sería $9-z$; se debe cumplir que

$$99-(10x+y)+9-z=10x+y+z \quad \Rightarrow \quad 10x+y+z=54$$

Siendo ambos números primos, los casos posibles son:

$$z=1 \quad \Rightarrow \quad 10x+y=53$$
$$z=7 \quad \Rightarrow \quad 10x+y=47$$

Problema 11.3 Pago exacto y puntual

Un hombre tomó una posada por treinta días, por el precio de un denario cada día. Este huésped no tenía dinero, sino cinco piezas de plata, que entre todas ellas valían treinta denarios. Con estas piezas pagaba cada día la posada y no le quedaba debiendo nada a la posadera, ni ella a él.

¿Puedes decir cuántos denarios valía cada pieza y cómo se pagaba con ellas?

Solución

Una de las piezas ha de ser de 1 denario, con la que se pagaría el primer día.

Para pagar el segundo día usaríamos otra pieza de 2 denarios y nos devolvería la de 1 denario, con la que pagaríamos el tercer día, y la posadera tendría 3 denarios.

El cuarto día pagamos con una pieza de 4 denarios y devuelve las dos de 1 y 2 denarios.

Seguiríamos pagando con la de 1, después la de 2 y devuelven 1, y así sucesivamente.

El octavo día pagaríamos con una de 8 denarios y nos devuelven las de 1, 2 y 4. Así podría pagar hasta el día 15.

El día 16 paga con una de 15 y le devuelven las de 2, 4 y 8, y así sucesivamente.

En resumen, las piezas deben ser de 1, 2, 4, 8 y 15 denarios.

Problema 11.4 Haciendo marcas

Éste es un juego para dos jugadores en un tablero cuadrado con número fijo de filas y de columnas. El juego comienza en la esquina inferior izquierda, donde el primer jugador pone su marca. En cada turno uno de los dos jugadores puede poner su marca en un cuadrado directamente encima, a la derecha o diagonalmente encima y a la derecha de la última marca hecha por su oponente. El juego continúa de esta forma, y gana el jugador que consiga poner su marca en la esquina superior derecha. Encuentra una estrategia ganadora.

Solución

Tablero 2x2

	2
1	

Gana el segundo.

Tablero 3x3

1e	2d	1d
2e	2D	2e
1	2d	1d

El jugador segundo tiene 3 opciones: 2e (encima), 2D (diagonal) y 2d (derecha).

Si 2e $\Rightarrow$ 1e y obliga a 2d, ganando 1 (figura).

Si 2D $\Rightarrow$ caso 2x2, 1 juega como segundo y gana (figura).

Si 2d $\Rightarrow$ 1d y obliga a 2e, luego gana 1 (figura).

Tablero 4x4

	2D		
1			

Segundo jugador elige 2D, convirtiendo el tablero en 3x3 y, por consiguiente, gana. (Hace el papel de 1 en 3x3).

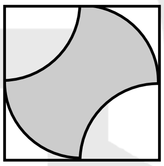
Si continuamos de la misma manera se observa:
Primer jugador gana siempre en tableros impares.
Segundo jugador gana siempre en tableros pares.

Problema 11.5 Las medianas

Probar que las medianas de un triángulo dividen a éste en seis triángulos de igual área.

Problema 11.1 Mosaico

En el dibujo aparece una pieza que se encuentra en los mosaicos de la Alhambra. Ya sabes que estas piezas se forman a partir de polígonos regulares que rellenan el plano, siendo iguales en superficie a los polígonos de los que proceden. Averigua el perímetro y el área de la figura que aparece sombreada.


8 cm

Solución de Pablo Peribáñez

IES Elaios (Zaragoza) [prof. Carmen Ríos]

PERÍMETRO

El perímetro se puede hallar fácilmente, como podemos ver, si partimos la figura en cuarto partes por el centro del cuadrado, cada trozo de la figura lo podemos poner de manera que formen un círculo de 4 cm. de radio. Como cada lado es un cuarto de círculo y cada uno mide 4cm. podemos saber que la figura tiene de perímetro 16cm. (4x4=16)

ÁREA

El área se puede hallar, porque si partimos la figura en cuarto partes como hemos hecho con el perímetro, podemos ver que si ponemos las piezas de la figura ordenada, de tal forma que podemos ocupar justo la mitad del cuadrado. Entonces con hallar el área del cuadrado y dividirlo entre dos, conseguimos el área de la figura ((8x8)/2=32)

Corrección del propio Pablo Peribáñez

La primera respuesta está mal porque en el perímetro, en vez de calcularlo con el sistema (2 x número pi x radio), puse que cada trozo media 4cm., y ese fué el error

Solución de Eduardo de Lorenzo

Jesús María-El Salvador(Zaragoza) [prof. Ana Perez]

El perímetro está formado por 4 cuartos de circunferencia, es decir, una circunferencia entera. El perímetro es 2xπxr=2x3,14x4=25,12cm.

Para calcular el área hay que calcular:
Área del cuadrado=L^2=64
Área del círculo completo=πxr^2=3,14x16=50,24
(Área cuadrado-área círculo)/2=(64-50,24)/2=13,76/2=6,88
Esto sirve para saber qué área ocupan las esquinas sup. derecha e inf. izquierda.
El área de las otras dos esquinas es igual a la mitad del área del círculo, es decir:
50,24/2=25,12.
Ahora solo hay que restar estas dos cantidades al área del cuadrado:
64-6,88-25,12=32.

Problema 11.2 Teclado trucado

La hermana pequeña de Dani ha cambiado la clave de la calculadora nueva que tiene su hermano, sin decirle nada.

Las claves originales y las nuevas son las que se muestran en los siguientes dibujos:

Claves originales

7	8	9
4	5	6
1	2	3
	0	

Claves cambiadas

2	1	0
5	4	3
8	7	6
	9	

Así pues, si Dani presiona la tecla en la que hay un 4, el número que entra realmente en la calculadora es un 5 que, por otra parte, es lo que aparece en la pantalla. Sin darse cuenta de este desmadre, Dani mete en la calculadora un número primo p de dos dígitos, y otro número primo q de un dígito (utilizando lo que él ve, claro) y ordena sumarlos. Sorprendentemente, la respuesta que aparece es ¡la respuesta correcta!

¿Sabrías decir qué dos números primos p y q introdujo Dani en su calculadora?

Solución de Pablo Peribáñez

IES Elaios (Zaragoza) [prof. Carmen Ríos]

Cada número de la tabla original, en la tabla trucada, equivale a nueve menos un número de la tabla original.
Entonces, podemos saber que p (el primer número primo de dos dígitos), tiene que ser menor y próximo a 50, y por tanto, p es 47. Solución: p=47.
Para hallar el número q (el segundo número primo de un dígito), tenemos que buscar un número que sumado con p dé más del equivalente de p en la otra calculadora (que es 52), pero tiene que ser un número que, con su equivalente en la otra calculadora, haga que 47 y 52, sumados con sus respectivos números, dé la misma cifra. Solución: q=7 (porque su equivalente es 2, y si sumamos 47+7 y 52+2, nos dá el mismo resultado)

Solución de Eduardo de Lorenzo

Jesús María-El Salvador(Zaragoza) [prof. Ana Perez]

Para resolver este problema he ido probando diferentes combinaciones. Para acortar se puede pensar que la segunda cifra del número p no puede ser ninguno de estos números ya que el número p no sería primo: 0-2-4-5-6-8.
Partiendo de ahí se empieza a probar. Los números que más se acercan son el 51 y su correspondiente el 48. La diferencia entre ambos es 3, por lo que la diferencia entre el número que pulse Dani y el que aparezca en pantalla debe de ser 3 también. Las combinaciones entre el número que pulsa Dani y el que aparece pueden ser: 0 y 9-1 y 8...es decir números que suman 9. Si la diferencia de los números que queremos es 3, estos números solo pueden ser el 6 y el 3. Se verifica que: 51+3=48+6=54

Solución de Andrés Ibáñez

Jesús María-El Salvador(Zaragoza) [prof. Ana Perez]

La propiedad de las claves cambiadas en la calculadora es que cualquier número de las claves originales y su correspondiente de las claves cambiadas suman siempre 9.

El número primo q de un dígito en las correspondientes claves cambiadas es:

$q' = 9 - q$

Y el de dos dígitos:

$p' = 99 - p$

Como $p + q = p' + q'$ podemos sacar la siguiente deducción:

$p + q = 99 - p + 9 - q$

$2p + 2q = 108$

$p + q = 54$

$p = 54 - q$

Como q es un número primo de una cifra solo puede ser: 2, 3, 5 o 7 (ya que el 1 no se considera número primo por convenio).

La única solución posible es:

$q = 7$, $p = 47$ (ya que es la única en la que p es primo además de 1, pero como ya se menciona anteriormente, 1 no se considera primo por convenio)

$7 + 47 = 54$ (claves que el ve y teclea), $52 + 2 = 54$ (claves que realmente se introducen).

Solución: Los números son 47 y 7

Solución de Mateo Marcuello

Colegio Sagrado Corazón de Jesús (Zaragoza) [Prof. Ángel Arnedo]

Los numeros son 53 y 1 ya que 53+1=54 y sus correspondientes en la tabla son 46 y 8 que sus suma da 46+8=54.

Solución de Blanca Lázaro

IES Salvador Victoria (Monreal del Campo, Teruel) [Prof. Raquel Vargas]

p números primos de dos dígitos: 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.

q números primos de un dígito: 2, 3, 5, 7.

-Si observamos qué números se han cambiado (por ejemplo el 0 por el 9, o el 5 por el 4), vemos que el mayor se ha cambiado por el menor, y todos cumplen una regla: que en el cambio se corresponden con el mismo orden de números pero escrito al revés (del 9 al 0), por tanto:

-Escogemos un número p cuyos dígitos, originales y cambiados, no tengan mucha diferencia entre unos y otros (por ejemplo 4 y 5, 5 y 4). Probando entre los números del centro (40 – 50), justo el número central, 47, encaja:

$$\left.\begin{array}{ccc} 47 & \rightarrow & 52 \\ + & & + \\ 7 & \rightarrow & 2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 47+7=54 \\ 52+2=54 \end{array}$$

SOLUCIÓN: Marcó los números 47 y 7.

Comentarios de Andrés Ibáñez

Jesús María-El Salvador(Zaragoza) [prof. Ana Perez]

* La solución de Eduardo de Lorenzo es incorrecta, se verifica que los números de las claves originales y los de las claves cambiadas suman lo mismo, pero 51 no es primo: " 51 : 3 = 17 "
* La solución de Mateo Marcuello es discutible ya que 1 no se suele considerar primo por convenio.

El resto de soluciones son totalmente correctas desde mi punto de vista.

Solución de Eduardo Gracia

Colegio Santa María del Pilar Marianistas (Zaragoza) [prof. : Isabel Cortés]

La solución sería la siguiente:
Para resolver el ejercicio propuesto, primero he mirado un número de dos dígitos (p) que contenga un número primo (11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 o 97)
Una vez visto eso busqué en correspondencia al dibujo dos números mencionados anteriormente que estén cercanos, como mucho 9 cifras (puesto que son las que tiene una calculadora).
El resultado fue en la 2ª, 47 y en la 1ª, 52.
En el (q) tendría que ser 2, 3, 5, o 7 y en una calculadora tendía que ser un número alto y en la otra bajo. Al comprobar cada uno (ya que solo son 4) se da el resultado de que el número q, es 7 en la 2ª y 2 en la 1ª.
Con estos datos se realiza la adición y da el resultado siguiente:
47+ 7 = 52 + 2.................................. ¡Los dos dan como resultado 54!

Problema 11.3 Pago exacto y puntual

Un hombre tomó una posada por treinta días, por el precio de un denario cada día. Este huésped no tenía dinero, sino cinco piezas de plata, que entre todas ellas valían treinta denarios. Con estas piezas pagaba cada día la posada y no le quedaba debiendo nada a la posadera, ni ella a él.

¿Puedes decir cuántos denarios valía cada pieza y cómo se pagaba con ellas?

Solución de Andrés Ibáñez

Jesús María-El Salvador(Zaragoza) [prof. Ana Perez]

El valor de las piezas es de 1, 2, 4, 8 y 15 denarios.
Forma de pago (en cada día se indican las piezas que posee la casera en ese momento, en caso de que el día anterior tuviera una pieza que no tiene hoy se entiende que se ha cambiado por las que tiene hoy):
1) 1 2) 2 3) 1, 2 4) 4 5) 4, 1 6) 4, 2 7) 4, 1, 2 8) 8 9) 8, 1 10) 8, 2 11) 8, 1, 2 12) 8, 4 13) 8, 4, 1 14) 8, 4, 2 15) 15 16) 15, 1 (etc.) 30) 15, 8, 4, 2, 1

Solución de Eduardo Gracia

Colegio Santa María del Pilar Marianistas (Zaragoza) [prof. : Isabel Cortés]

La respuesta del problema la he elaborado siendo que no dice que el valor en denarios de las piezas de plata tenga que ser el mismo. Siguiendo esto he elaborado esta línea del tiempo:

1º______________ La primera pieza equivale (eq.) a 1 denario, lo paga y no le debe nada, ni ella a el.
2º______________ La segunda pieza eq. 2 denarios, por lo tanto la posadera, se queda la pieza y le da la del día anterior.

(Sigue)

3º_____________ Le paga con la del día anterior.
4º_____________ La posadera tiene 2 piezas (eq. 3 denarios), entonces el señor le paga con una pieza eq. a 4 denarios. y le devuelve las 2 piezas anteriores.
5º, 6º y 7º______ Al darle la posadera 2 piezas eq. a 3 denarios, cada día le va pagando aplicando otra vez los dos primeros pasos.
8º_____________ Tiene que usar otra pieza, y la posadera tiene lo eq. a 7 denarios. Al ser así le paga con una eq. a 8 denarios.
7 días más______ Le va pagando hasta el 15º día incluido.
16º y los 14 más_ Teniendo en cuenta que la posadera tiene lo equivalente a 15 denarios, le da la última pieza, eq. a 15 denarios para completarlo. Entonces al darle esta pieza de esa cantidad, pagará el de ese día y le devolverá lo eq. 14 denarios. El resto haciendo cambios como en pasos anteriores.

Las piezas equivalen a:
1º- 1
2º- 2
3º- 4
4º- 8
5º- 15

La fórmula: $1x + 2x + 4x + 8x + 15x= 30x$, siendo x lo equivalente a un denario.

Solución de Pablo Peribáñez

IES Elaios (Zaragoza) [prof. Carmen Ríos]

La solución podría ser que cada pieza de plata sea de diferente tamaño, valiendo diferente cantidad de denarios cada una. Entonces, podemos saber cómo podría pagar los primeros días:
PRIMER DÍA: le dá una pieza que equivale a un denario
SEGUNDO DÍA: Le dá una pieza que equivale a dos denarios y la posadera le devuelve uno.
TERCER DÍA: Le dá una pieza de un denario (el que le había devuelto).
CUARTO DÍA: Le dá una pieza de cuatro denarios y le devuelve una pieza de dos denarios y de un denario.
QUINTO DÍA: Le dá una pieza que equivale a un denario.
SEXTO DÍA: Le dá una pieza que equivale a dos denarios y le devuelve uno.
SÉPTIMO DÍA: Le dá la pieza que equivale a un denario.
OCTAVO DÍA: Le dá una pieza que equivale a ocho denarios y le devuelve las que equivalen a cuatro, dos y un denario.
NOVENO DÍA: Le dá la pieza que equivale a un denario.
DÉCIMO DÍA: Le dá la pieza que equivale a dos denarios y le devuelve uno.
UNDÉCIMO DÍA: Le dá la pieza que equivale a uno.
DUODÉCIMO DÍA: Le dá la pieza que equivale a cuatro y le devuelve la que equivale a uno y a dos denarios.
DECIMOTERCER DÍA: Le dá la pieza que equivale a uno.
DECIMOCUARTO DÍA: Le dá una pieza que equivale a dos y le devuelve uno.
DECIMOQUINTO DÍA: Le dá una pieza que equivale a 15 denarios y le devuelve la que equivale a dos, cuatro y ocho (la de uno no se la devuelve porque ya la tiene).

-Nos hemos dado cuenta de que el hombre le vá dando una pieza nueva cuando se le acaban todas las piezas que tenía hasta ese momento, y le suele dar después una pieza que, al dársela, le devuelva todas las piezas que le ha dado y pueda pagar lo que le corresponde a ese día menos en el día catorce, que en vez de darle la moneda de uno y quedarse sin ninguna, se guarda la de uno y el día quince, le dá una moneda que equivale a 15 denarios (que sumado con la moneda de uno, hace que le pueda devolver todas las piezas).
SOLUCIÓN: Podemos decir que el hombre llevaba cinco piezas, de las cuales, una valía un denario, otra dos denarios, otra cuatro denarios, otra ocho denarios y otra que valía quince denarios.
´-No pongo lo que paga todos los días ya que los demás días sigue haciendo el mismo procedimiento que los días anteriores

Solución de Mateo Marcuello

Colegio Sagrado Corazón de Jesús (Zaragoza) [Prof. Ángel Arnedo]

Este problema lo he resuelto recreando la escena del pago del huésped a la posadera con monedas de papel. Después he hecho una tabla como ésta:

DÍA	MONEDA/S QUE DOY	MONEDA/S QUE ME DEVUELVEN
1	1	-
2	2	1
3	1	-
4	4	1, 2
5	1	-
6	2	1
7	1	-
8	8	1, 2, 4
9	1	-
10	2	1
11	1	-
12	4	1, 2
13	1	-
14	2	1
15	1	-
16	16	1, 2, 4, 8
17	1	-
18	2	1
19	1	-
20	4	1, 2
21	1	-
22	2	1
23	1	-
24	8	1, 2, 4
25	1	-
26	2	1
27	1	-
28	4	1, 2
29	1	-
30	2	1

Al final he deducido que tenía 5 piezas de plata que cada una costaba 1, 2, 4, 8 y 16 denarios respectivamente. Así consigue pagar 1 denario al día y no dejar a deber nada ningún día.

Comentario de Andrés Ibáñez

Jesús María-El Salvador(Zaragoza) [prof. Ana Perez]

La solución de Mateo Marcuello es incorrecta, puede pagar perfectamente todos los días pero las piezas deben sumar 30 denarios: " **1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 31** " , las piezas deben ser las siguientes: " **1 + 2 + 4 + 8 + 15 = 30** " de esta manera puede pagar todos los días y las piezas suman 30 denarios.

Además comentar que el día nº 15 puede pagar de dos formas: con la pieza de 15 denarios, o con las piezas de 1, 2, 4 y 8 denarios.

olimpiada Matemática aragonesa

2.º ESO

9 de abril de 2011

Fase semifinal

Hoja *resumen*

Problema 1 *sumando dígitos*

¿Cuánto suman los primeros 100 dígitos que aparecen después de la coma al hacer 1/7? (1 dividido entre 7)

Problema 2 *rebajas para superar la crisis*

Un comerciante decide bajar los precios de todos los artículos un 20% para mantener las ventas mientras dure la crisis.

Una vez pasada ésta ¿qué tanto por ciento debe aumentar el precio de los artículos para que de nuevo tengan el precio original?

Problema 3 *áreas y perímetros*

La siguiente figura geométrica está formada por segmentos rectilíneos y arcos de circunferencia. Sabiendo que su superficie es de 80 cm^2, averigua cuál es su perímetro.

Problema 4 *fuentes y lógica*

En la plaza de un pueblo cuyos habitantes son muy aficionados a la lógica hay tres fuentes, de las que sólo una es de agua potable, con un cartel cada una en los que están escritas, respectivamente, las siguientes frases: en la de la izquierda «Agua potable», en la del centro «Agua no potable» y, en la de la derecha, «El cartel del centro dice la verdad». Para evitar accidentes, el Ayuntamiento ha colocado un Aviso bien grande en el que se informa de la situación y se dice que, al menos, un cartel es cierto, y, al menos, un cartel es falso. ¿De qué fuente ha de beber un turista sediento que no encuentra en ese momento a nadie en los alrededores?

Problema 5 *perdidos en el espacio*

Un viaje espacial sale de la Tierra a un planeta situado a 2^{20} km. Después de hacer un cuarto de trayecto, la nave pierde el contacto por radio con la Tierra, recuperándolo cuando está a 2^{19} km de ella. ¿Cuántos km recorrió la nave sin contacto por radio?

Problema 6 *en el cumpleaños de Javie pizza*

Javier compra una pizza enorme para celebrar su cumpleaños y la corta en 24 trozos iguales. Ariadna se come 1/6 de la pizza. Lucía se come 1/4 de lo que queda y Laura 1/3 del resto después de que Lucía y Ariadna se han servido. Si Javier se come lo que queda, ¿qué fracción de la pizza se ha comido Javier?

Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas

Soluciones a los problemas

XX olimpiada Matemática aragonesa

2.º ESO

Fase semifinal

9 de abril de 2011

Sedes

IES Damián Forment (Alcorisa)
IES Bajo Aragón (Alcañiz)
IES Reyes Católicos (Ejea de los Caballeros)
IES Ramón J. Sender (Fraga)
IES Ramón y Cajal (Huesca)
IES Cabañas (La Almunia de Doña Godina)
IES Salvador Victoria (Monreal del Campo)
IES San Alberto Magno (Sabiñánigo)
IES Tubalcaín (Tarazona)
IES Francés de Aranda (Teruel)
IES Miguel Catalán (Zaragoza)

Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas

Entidades colaboradoras

GOBIERNO DE ARAGON
Departamento de Educación, Cultura y Deporte

CAI
CAJA INMACULADA

FLAMAGAS División didáctica
www.aulaCASIO.com

Instituto Universitario de Matemáticas y Aplicaciones

Problema 1 *sumando dígitos*

¿Cuánto suman los primeros 100 dígitos que aparecen después de la coma al hacer 1/7? (1 dividido entre 7)

Solución de Mercedes Grima Terrén

Los 100 primeros dígitos que aparecen después de la coma al hacer 1/7 suman 447.

Esa es su suma porque, la división de uno entre siete da $0'\overparen{142857}$, un número décimal periódico, lo que quiere decir que esas 6 cifras se repetirán continuamente.

En los 100 dígitos caben 16 grupos de 6 cifras. Cada grupo sume 27, lo que en total serían 432. Pero además de esos 16 grupos quedan sueltas 4 cifras que son 1-4-2-8, que suman 15.

Entonces 432 que suman los grupos que están enteros mas 15 que suman las 4 cifras que quedan sueltas, sería 447.

$1:7=0'\overparen{142857}$ → 6 cifras que se repetirán continuamente

$100:6=16'\ldots$ → 16 grupos enteros de 6 cifras caben en 100

$1+4+2+8+5+7=27$ suma cada grupo

$$\begin{array}{r} 27 \\ \cdot\,16 \\ \hline 162 \\ 27 \\ \hline 432 \end{array}$$

432 suman entre todos los grupos

$16\cdot 6=96$ cifras están en los grupos

$100-96=4$ cifras quedan sueltas

$1+4+2+8=15$ suman las cifras que quedan sueltas

$432+15=\boxed{447}$ suman los 100 primeros dígitos.

Problema 1 *sumando dígitos*

¿Cuánto suman los primeros 100 dígitos que aparecen después de la coma al hacer 1/7? (1 dividido entre 7)

Solución de Sara Lázaro Cano

1 dividido entre 7, tiene como resultado un número periodo.

$1 : 7 = 0'\overline{142857}$

por lo que ese número se repitirá hasta que el número de decimales sea 100. como es una agrupación de 6 cifras, se dividirá 100 entre 6.

$100 : 6 = 16'6$.

por lo que son 16 agrupaciones de las cifras 142857, y al tener como decimal la división 100 : 6, el número 6.

$10 - 6 = 4$.

tendremos que sumar 16 veces las cifras 142857, más las cuatro primeras que son: 1428.

Para que resulte más sencillo, se multiplica cada cifra por 16 y se suman.

$1 \cdot 16 = 16$
$4 \cdot 16 = 64$
$2 \cdot 16 = 32$
$8 \cdot 16 = 128$
$5 \cdot 16 = 80$
$7 \cdot 16 = 112$

$16 + 64 + 32 + 128 + 80 + 112 = 432$.

y a lo que nos da le sumamos las 4 primeras cifras.

$432 + 1 + 4 + 2 + 8 = 447$. es la suma de los 100 primeros dígitos de la división 1 : 7.

Problema 2 *rebajas para superar la crisis*

Un comerciante decide bajar los precios de todos los artículos un 20% para mantener las ventas mientras dure la crisis.

Una vez pasada ésta ¿qué tanto por ciento debe aumentar el precio de los artículos para que de nuevo tengan el precio original?

Solución de Eva Serrat Claver

Debe aumentar un 25%, ya que uno puede pensar que tiene que ser un 20% porque le quitas y luego le aumentas pero no, es un 25%.

Ejemplo:

$$20\% \text{ de } 8 = \frac{20 \cdot 8}{100} = 1,6$$

$$8 - 1,6 = 6,4$$

No funciona si le vuelves a aumentar un 20%

$$20\% \text{ de } 6,4 = \frac{20 \cdot 6,4}{100} = 1,28$$

$6,4 + 1,28 = 7,68$ No da

Por lo tanto tiene que ser mayor que un 20%. No puede ser un número muy cercano a 30 porque sino nos pasamos y tampoco un número cercano a 20, por lo que es la mitad, 25

$$25\% \text{ de } 6,4 = \frac{25 \cdot 6,4}{100} = 1,6$$

$$6,4 + 1,6 = 8$$

Problema 2 *rebajas para superar la crisis*

Un comerciante decide bajar los precios de todos los artículos un 20% para mantener las ventas mientras dure la crisis.

Una vez pasada ésta ¿qué tanto por ciento debe aumentar el precio de los artículos para que de nuevo tengan el precio original?

Solución de Marina Orts Sanz

1º)

100 € suponemos que valen todos los artículos de la tienda.

$100 - (20\% \text{ de } 100) = 100 - \frac{20 \cdot \cancel{100}}{\cancel{100}} = 100 - 20 =$ [80 € valen los artículos después de la rebaja]

2º) $80€ \xrightarrow{D}$ es el -20% de $100€$

$100€ \longrightarrow$ es el $-x\%$ de $100€$

$80 \cdot x = 100 \cdot 20 \Rightarrow$

$80 \cdot x = 2000 \Rightarrow$

$x = \frac{200\cancel{0}}{8\cancel{0}} \Rightarrow$

$\boxed{x = 25\%}$

3º) Aplicamos el 25% más:

$80 + (25\% \text{ de } 80) = 80 + \frac{25 \cdot 80}{100} = 80 + \frac{20\cancel{00}}{1\cancel{00}} =$

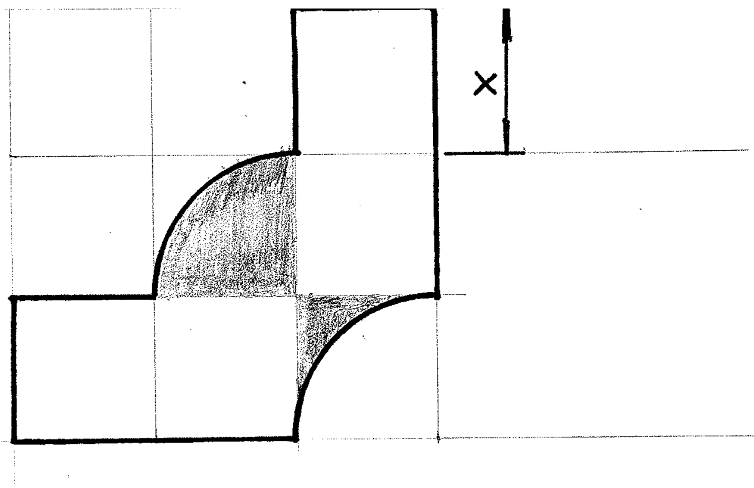
$80 + 20 = 100\%$

Se debe aplicar el 25%

Problema 3 *áreas y perímetros*

La siguiente figura geométrica está formada por segmentos rectilíneos y arcos de circunferencia. Sabiendo que su superficie es de 80 cm^2, averigua cuál es su perímetro.

Solución de Andrés Ibáñez Núñez



Si descomponemos la figura podemos ver que está formada por cuadrados.

El área de la figura está formada por 5 de estos cuadrados. Cuatro de ellos se ven claramente y el quinto se forma ~~pintando~~ sumando las áreas de las zonas pintadas en gris.

Para averiguar x...

$$5x^2 = 80 \text{ cm}^2$$

$$x = \sqrt{\frac{80}{5}} \text{ cm}^2$$

$$x = 4$$

Para averiguar el perímetro sabiendo x...

$$P = 8x + \frac{2\pi x}{2}$$

$$P = 8 \cdot 4 + \frac{2\pi 4}{2} = 32 + 12'56637 =$$

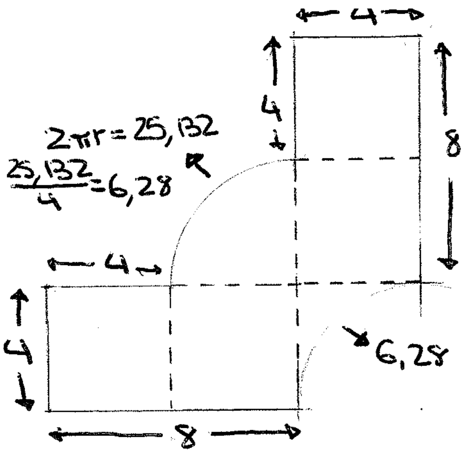
$$= 44'56637$$

El perímetro es de 44'56637 cm aproximadamente.

Problema 3 *áreas y perímetros*

La siguiente figura geométrica está formada por segmentos rectilíneos y arcos de circunferencia. Sabiendo que su superficie es de 80 cm^2, averigua cuál es su perímetro.

Solución de Julia Guerrero Viu



La figura está formada por cinco cuadrados.

Lo que mida el área de uno de los cuadrados (x cm²) multiplicado por 5 será 80 cm².

$\frac{80}{5} = 16$ cm² mide cada cuadrado.

El lado de un cuadrado es de 4 cm. Así que el perímetro será:

$4 + 8 + 4 + 4 + 8 + 4 + 12{,}57 \approx 44{,}57$

R = El perímetro es de aproximadamente 44,57 cm.

Problema 4 *fuentes y lógica*

En la plaza de un pueblo cuyos habitantes son muy aficionados a la lógica hay tres fuentes, de las que sólo una es de agua potable, con un cartel cada una en los que están escritas, respectivamente, las siguientes frases: en la de la izquierda «Agua potable», en la del centro «Agua no potable» y, en la de la derecha, «El cartel del centro dice la verdad». Para evitar accidentes, el Ayuntamiento ha colocado un Aviso bien grande en el que se informa de la situación y se dice que, al menos, un cartel es cierto, y, al menos, un cartel es falso. ¿De qué fuente ha de beber un turista sediento que no encuentra en ese momento a nadie en los alrededores?

Solución de Marta Jiménez Ferrer

La fuente de la que debería beber es la de la derecha. ✓

Debido a que:

A – Fuente izquierda no puede ser porque entonces los 3 carteles son verdaderos, y tiene que haber carteles falsos y verdaderos ✓

B – Fuente central no puede ser porque entonces los 3 carteles serían falsos. y tiene que haber carteles falsos y verdaderos ✓

C – Por lo tanto es la fuente de la derecha ✓ porque los 2 últimos carteles nombrados son verdadero ✓ y el 1º nombrado es falso. ✓

(A) POTABLE LA FUENTE IZQUIERDA

Agua potable – izq. → Es verdadero
Agua no potable – centro → Es verdadero
El cartel del centro dice la verdad – derecha → Es verdadero

} no puede ser

(B) POTABLE LA FUENTE DEL CENTRO

Agua potable — izq → Falso
Agua no potable — centro → falso
El cartel de centro dice la verdad – derecha → falso

} no puede ser

(C) POTABLA LA FUENTE DE LA DERECHA

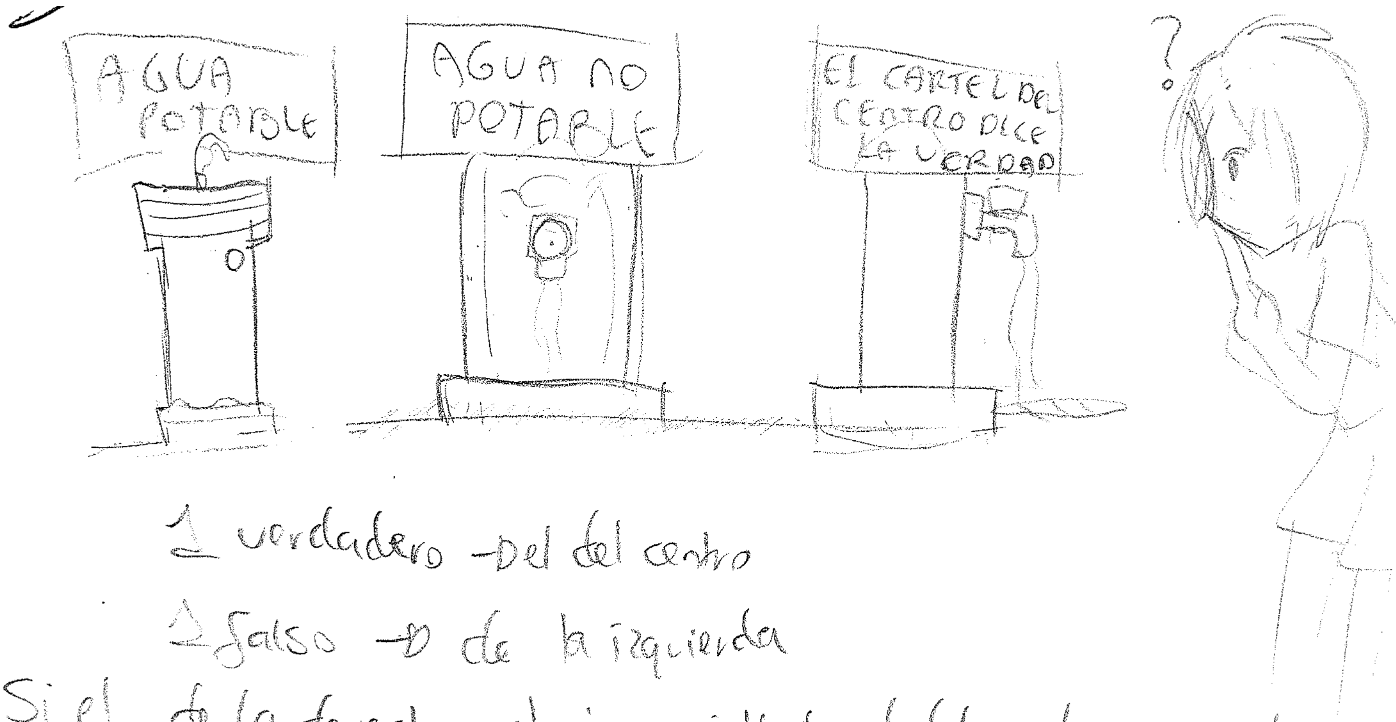
Agua potable — izq → Falso
Agua no " — centro → Verdadero
El cartel del centro dice la verdad – derecha → Veradadero

} es la derecha ✓

Problema 4 *fuentes y lógica*

En la plaza de un pueblo cuyos habitantes son muy aficionados a la lógica hay tres fuentes, de las que sólo una es de agua potable, con un cartel cada una en los que están escritas, respectivamente, las siguientes frases: en la de la izquierda «Agua potable», en la del centro «Agua no potable» y, en la de la derecha, «El cartel del centro dice la verdad». Para evitar accidentes, el Ayuntamiento ha colocado un Aviso bien grande en el que se informa de la situación y se dice que, al menos, un cartel es cierto, y, al menos, un cartel es falso. ¿De qué fuente ha de beber un turista sediento que no encuentra en ese momento a nadie en los alrededores?

Solución de Alba Navarro Francés



1 verdadero - del del centro

1 falso → de la izquierda

Si el de la derecha estuviera mintiendo, el del centro sería el del agua potable, entonces habría dos falsos y dos de agua potable!

En cambio, si el de la derecha está diciendo la verdad, significa que hay dos verdaderos y el falso debe de ser el de la izquierda.

El turista debería de beber del de la derecha.

Problema 5 *perdidos en el espacio*

Un viaje espacial sale de la Tierra a un planeta situado a 2^{20} km. Después de hacer un cuarto de trayecto, la nave pierde el contacto por radio con la Tierra, recuperándolo cuando está a 2^{19} km de ella. ¿Cuántos km recorrió la nave sin contacto por radio?

Solución de Mihail Chindris

$2^{20} = 1048576$ $\quad 2^{19} = 524288.$ $\quad \frac{1}{4} \cdot 1048576 = 262144.$

$524288 - 262144 = \underline{262144 \text{ Km}}$

1º) Se haya los Km del recorrido $(2^{20}) = 1048576$ Km.

2º) Se calcula $\frac{1}{4}$ de $1048576 = \frac{1048576}{4} = 262144$ Km.

En el Km 262144 a perdido la señal. Ahora hay que hayar cuando la recupera : $2^{19} = 524288$ Km.

3º) Hallamos la diferencia: $524288 - 262144 = 262144$ Km. ha recorrido sin contacto por radio.

De otra manera.

1º) $\frac{1}{4}$ de $2^{20} = 2^{20} : 2^2 = 2^{18}$.

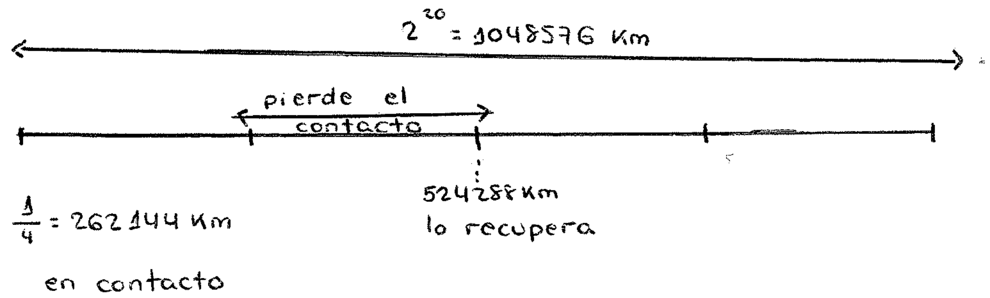
2º) $2^{19} - 2^{18} = 2^{18}$ porque 2^{19} es el doble que 2^{18}.

Entonces $2^{18} = \underline{262144 \text{ Km}}$ sin contacto por radio.

Problema 5 *perdidos en el espacio*

Un viaje espacial sale de la Tierra a un planeta situado a 2^{20} km. Después de hacer un cuarto de trayecto, la nave pierde el contacto por radio con la Tierra, recuperándolo cuando está a 2^{19} km de ella. ¿Cuántos km recorrió la nave sin contacto por radio?

Solución de Marta Saldaña Sancho



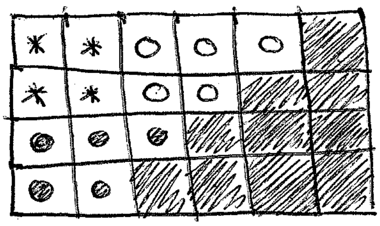
La nave recorrio $\frac{1}{4}$ del trayecto sin contacto, es decir, $\boxed{262144 \text{ km}}$

Problema 6

en el cumpleaños de Javier pizza

Javier compra una pizza enorme para celebrar su cumpleaños y la corta en 24 trozos iguales. Ariadna se come 1/6 de la pizza. Lucía se come 1/4 de lo que queda y Laura 1/3 del resto después de que Lucía y Ariadna se han servido. Si Javier se come lo que queda, ¿qué fracción de la pizza se ha comido Javier?

Solución de Inés Roche Romeo



*. Ariadna come $\frac{1}{6}$ que es igual a $\frac{4}{24}$.

o. Lucio come $\frac{1}{4}$ de lo que queda.
como quedan $\frac{20}{24}$ come $\frac{1}{4}$ parte de ello, así que come $\frac{5}{24}$

• Laura come $\frac{1}{3}$ de todo lo que a sobrado
Como quedan $\frac{15}{24}$ ella come $\frac{5}{24}$

. Javier come todo lo que queda,
Javier come $\frac{10}{24}$.

Problema 6
en el cumpleaños de Javier pizza

Javier compra una pizza enorme para celebrar su cumpleaños y la corta en 24 trozos iguales. Ariadna se come 1/6 de la pizza. Lucía se come 1/4 de lo que queda y Laura 1/3 del resto después de que Lucía y Ariadna se han servido. Si Javier se come lo que queda, ¿qué fracción de la pizza se ha comido Javier?

Solución de Irene Yus López

24 trozos

Ariadna

$\frac{1}{6} \cdot 24 = \frac{24}{6} = 4$ trozos.

$24 - 4 = 20$ trozos quedan.

Lucía

$\frac{1}{4} \cdot 20 = \frac{20}{4} = 5$ trozos.

$20 - 5 = 15$ trozos quedan.

Laura

$\frac{1}{3} \cdot 15 = \frac{15}{3} = 5$ trozos.

$15 - 5 = 10$ trozos quedan.

Javier

Todo lo que queda $= 10$ trozos.

$\frac{10}{24} = \boxed{\frac{5}{12}}$

Javier se ha comido $\frac{5}{12}$ de la pizza.

Primero hallamos lo que ha comido Ariadna, que son 4 trozos. Luego se lo restamos a los 24 trozos y nos quedan 20. Hallamos lo que ha comido Lucía: 5 trozos, y se lo restamos al número de trozos que quedaban, que eran 20, así que ahora quedan 15 trozos. Si Laura se come $\frac{1}{3}$ de 15, se come 5 trozos, así que nos quedan 10 y, como Javier se come todos los trozos que quedan, se come los 10 trozos. Luego hallamos que la fracción es $\frac{10}{24}$, pero la simplificamos y nos queda $\boxed{\frac{5}{12} \text{ de la pizza}}$

olimpiada Matemática aragonesa

2.º ESO

14 de mayo de 2011

Fase final

Hoja resumen

Problema 1 *Trillizos*

Perico, Pepe y Pablo son unos trillizos con esta molesta costumbre: cada vez que se les hace una pregunta, dos de ellos responden diciendo la verdad y el otro miente. Les pregunté cuál de los tres había nacido primero y me contestaron así.

Perico: «Pepe nació primero»

Pepe: «Yo no soy el mayor»

Pablo: «Perico nació primero»

¿Cuál de los tres nació primero?

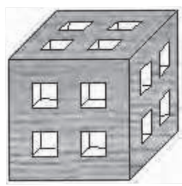
Problema 2 *mermelada de melocotón*

Compramos 10 kg de melocotones de Calanda para hacer mermelada. Al deshuesarlos y pelarlos pierde el 20 % de su peso. Lo que queda se mezcla con la misma cantidad de azúcar y se pone a cocer; durante la cocción la mezcla pierde ¼ de su peso.

¿Cuántos kilos de mermelada se obtienen?

Si queremos obtener 3 kg de mermelada ¿cuántos kilos de melocotón necesitamos?

Problema 3 *gruyère*



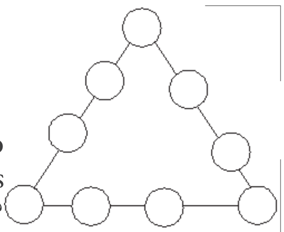
Un escultor decide hacer una escultura en homenaje al queso de Gruyère con la forma de la figura adjunta. Para ello taladra 12 veces, con una broca que realiza agujeros cuadrados de 5 cm. de lado, un cubo de madera de 25 cm. de arista. El escultor decide que éstos estén espaciados regularmente en cada cara. ¿Cuál es el peso de la escultura si la madera empleada tiene una densidad de 0,65 g/cm^3?

Aunque parezca raro, existen taladros que hacen agujeros cuadrados, puedes obtener información en la página web: http://beorgris.wordpress.com/2007/05/31/como-hacer-agujeros-cuadrados/ y ver un vídeo en: http://www.youtube.com/watch?v=9qEhyQfbImY .

Problema 4 *números de tres cifras*

¿Cuántos números de tres cifras hay que cumplen la propiedad de que la suma de la cifra de las centenas y la de las decenas nos den la cifra de las unidades?

Problema 5 *triángulo mágico*



Se trata de colocar en los círculos los números del 1 al 9, de modo que la suma de cada uno de los lados sea 20. Una pista: existen varias soluciones, pero en todas ellas la suma de los vértices es 15. ¿Por qué?

Problema 6 *el paseo del señor Ciruelo*

El señor Ciruelo sale de casa a dar un paseo. Camina hasta llegar a un cruce donde gira a la izquierda un ángulo Â. Sigue caminando otro tramo y vuelve a girar a la izquierda 30 grados menos que la vez anterior. Continúa de nuevo hasta una plaza donde gira en el mismo sentido 30 grados más que la primera vez. Tras caminar otro rato gira por última vez a la izquierda, 50 grados más que en el primer giro. Unos pasos más y llega a su casa. Sabiendo que en el paseo ha descrito un cuadrilátero, ¿Cuál es la medida de cada uno de sus ángulos interiores?

Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas

Solución a los problemas

olimpiada
Matemática
aragonesa

XX

2.º ESO

Fase final

14 de mayo de 2011

Edificio de Matemáticas
Facultad de Ciencias
Universidad de Zaragoza

Sociedad Aragonesa
«Pedro Sánchez Ciruelo»
de Profesores de Matemáticas

Entidades colaboradoras

GOBIERNO DE ARAGON
Departamento de Educación, Cultura y Deporte

CAJA INMACULADA

FLAMAGAS
División didáctica
www.aulaCASIO.com

Instituto Universitario de Matemáticas y Aplicaciones

olimpiada Matemática aragonesa

2.º ESO

14 de mayo de 2011

Fase final

Problema 1 *Trillizos*

Número

Perico, Pepe y Pablo son unos trillizos con esta molesta costumbre: cada vez que se les hace una pregunta, dos de ellos responden diciendo la verdad y el otro miente. Les pregunté cuál de los tres había nacido primero y me contestaron así.

Perico: «Pepe nació primero»

Pepe: «Yo no soy el mayor»

Pablo: «Perico nació primero»

¿Cuál de los tres nació primero?

Solución de Ismael Nieto Alconchel

Si Perico y Pepe se contradicen, uno de los dos tiene que ser el mentiroso.

En cambio, Pablo no contradice a nadie, por lo cual él tiene que decir la verdad. Esto inculpa a Perico como mentiroso diciendo que Pepe nació el primero. La conclusión queda en que Pepe y Pablo son los que dicen la verdad y ~~pe~~ Perico es el mentiroso y el primogénito de los tres hermanos, él es el mayor.

El mayor es Perico

Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas

Problema 1 Trillizos

Número

Perico, Pepe y Pablo son unos trillizos con esta molesta costumbre: cada vez que se les hace una pregunta, dos de ellos responden diciendo la verdad y el otro miente. Les pregunté cuál de los tres había nacido primero y me contestaron así.

Perico: «Pepe nació primero»

Pepe: «Yo no soy el mayor»

Pablo: «Perico nació primero»

¿Cuál de los tres nació primero?

Solución de Jorge García Cabeza

Como dos siempre dicen la verdad comprobamos que posibilidades hay.

Perico y Pepe → no es posible, no tendría sentido

Perico y Pablo → dicen cosas imposibles

Pablo y Pepe → es la única pregunta que queda y tiene sentido que Pablo diga que Perico es el mayor y que Pepe diga que él no es el mayor

Así que, en conclusión, Pablo y Pepe dicen la verdad y Perico miente, como Pablo dice que Perico nació primero y dice la verdad, Perico es el mayor

Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores

olimpiada Matemática aragonesa

2.º ESO

14 de mayo de 2011

Fase final

Problema 2 mermelada de melocotón

Número

Compramos 10 kg de melocotones de Calanda para hacer mermelada. Al deshuesarlos y pelarlos pierde el 20 % de su peso. Lo que queda se mezcla con la misma cantidad de azúcar y se pone a cocer; durante la cocción la mezcla pierde ¼ de su peso.

¿Cuántos kilos de mermelada se obtienen?

Si queremos obtener 3 kg de mermelada ¿cuántos kilos de melocotón necesitamos?

Solución de Marina Orts Sanz

Tenemos 10kg.

1º) Deshuesados y pelados = 10 kg − (20% de 10) = $10 - \frac{20 \cdot 10}{100} = 10 - 2 =$ $\boxed{8\text{ Kg}}$

2º) 8 Kg quedan, se le añade la misma cantidad de azucar, (supongo que se le añade el peso que tiene en azucar,) con lo cual 8Kg de melocotón + 8 Kg de azucar = 16 kg en total.

3º) Al cocinar los pierde $\frac{1}{4}$ de su peso ⇒ $\frac{16}{4}$ ⇒ 4Kg pierde de su peso, quedan: 16 − 4 = 12 Kg de mermelada.

a) Se obtienen $\boxed{\text{12 Kg de mermelada}}$.

En vez de hacer el proceso inverso (más dificil y largo de hacer) hago una regla de tres.

Si 10 kg (melocotones) $\xrightarrow{D}$ 12Kg de mermelada

x kg (melocotones) → 3Kg de mermelada

$\frac{10}{x} = \frac{12}{3} \Rightarrow 10 \cdot 3 = x \cdot 12 \Rightarrow$

$30 = x \cdot 12 \Rightarrow$

$x = \frac{30}{12} \Rightarrow$

$x = 2'5\text{Kg}.$

b) Se necesitan $\boxed{\text{2'5 Kg de melocotones}}$.

Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas

Problema 2 *mermelada de melocotón*

Número

Compramos 10 kg de melocotones de Calanda para hacer mermelada. Al deshuesarlos y pelarlos pierde el 20 % de su peso. Lo que queda se mezcla con la misma cantidad de azúcar y se pone a cocer; durante la cocción la mezcla pierde ¼ de su peso.

¿Cuántos kilos de mermelada se obtienen?

Si queremos obtener 3 kg de mermelada ¿cuántos kilos de melocotón necesitamos?

Solución de Daniel Plaza Vas

$100\% - 20\% = 80\%$ queda después del primer paso

$10\text{Kg} \xrightarrow{\text{deshuesados y pelados}} 10 \cdot 0'8 = 8\text{Kg}$

$8\text{kg} \xrightarrow{\text{le añades la misma cantidad de azucar}} 8 \cdot 2 = 16\text{Kg}$ antes de cocer con el azucar ya puesto

$16 \xrightarrow{\text{Pierde } \frac{1}{4} \text{ cociendo}} 16 \cdot \frac{3}{4} = \underline{12\text{ Kg}}$ después de cocer.

Tienes $\underline{12\text{Kg}}$ de mermelada

$x\%$ de $10 = 12$

$$\frac{x}{100} = \frac{12}{10} = 1'2$$

$x = 1'2 \cdot 100 = 120\%$ obtienes de mermelada respecto a la cantidad de melocotones

120% de $x = 3\text{Kg}$

$x = \frac{3 \cdot 100}{120} = \underline{2'5\text{Kg}}$ de melocotones harían falta para hacer 3Kg de mermelada

olimpiada Matemática aragonesa

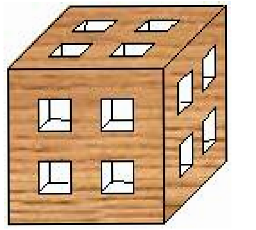
2.º ESO

14 de mayo de 2011

Fase final

Problema 3 *gruyère*

Número



Un escultor decide hacer una escultura en homenaje al queso de Gruyère con la forma de la figura adjunta. Para ello taladra 12 veces, con una broca que realiza agujeros cuadrados de 5 cm. de lado, un cubo de madera de 25 cm. de arista. El escultor decide que éstos estén espaciados regularmente en cada cara. ¿Cuál es el peso de la escultura si la madera empleada tiene una densidad de 0,65 g/cm^3?

Aunque parezca raro, existen taladros que hacen agujeros cuadrados, puedes obtener información en la página web: http://beorgris.wordpress.com/2007/05/31/como-hacer-agujeros-cuadrados/ y ver un vídeo en: http://www.youtube.com/watch?v=9qEhyQfbImY .

Solución de Andrés Baños Lajusticia

Para esto primero calculamos el volumen y peso del cubo sin agujeros.

Vol. cubo $= 25 \cdot 25 \cdot 25 = 25^3 = 15625\ cm^3$
(lado · lado · lado)

Peso cubo $= 15625 \cdot 0,65 = 10156,56$ gramos sin agujeros

Luego calculamos el volumen y peso que quitamos. (como en cada cara hay 4 agujeros de 5·5, es lo mismo que quitar un agujero de 10·10)

Vol. quitado $= 10 \cdot 10 \cdot 25 \cdot 3 - 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 2 = 5500\ cm^3$

(lo que quitamos son prismas de 10·10·25 pero quitamos 3 de ellos y como en el centro coinciden estamos contando el centro tres veces)

Peso quitado $= 5500 \cdot 0,65 = 3575$ gramos

Ahora ya solo queda restar el peso quitado al peso total para saber cuanto pesa la escultura.

$10156,56 - 3575 = 6581,25$ gramos $= 6,58125$ kg pesa la escultura

Sociedad Aragonesa

olimpiada Matemática aragonesa

XX

2.º ESO

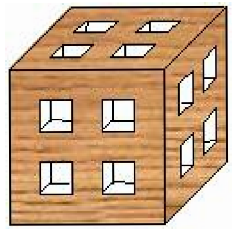
14 de mayo de 2011

Fase final

Problema 3 *gruyère*

Número

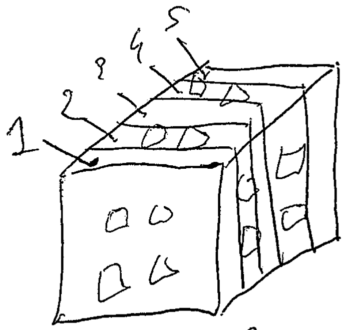
Un escultor decide hacer una escultura en homenaje al queso de Gruyère con la forma de la figura adjunta. Para ello taladra 12 veces, con una broca que realiza agujeros cuadrados de 5 cm. de lado, un cubo de madera de 25 cm. de arista. El escultor decide que éstos estén espaciados regularmente en cada cara. ¿Cuál es el peso de la escultura si la madera empleada tiene una densidad de 0,65 g/cm^3?



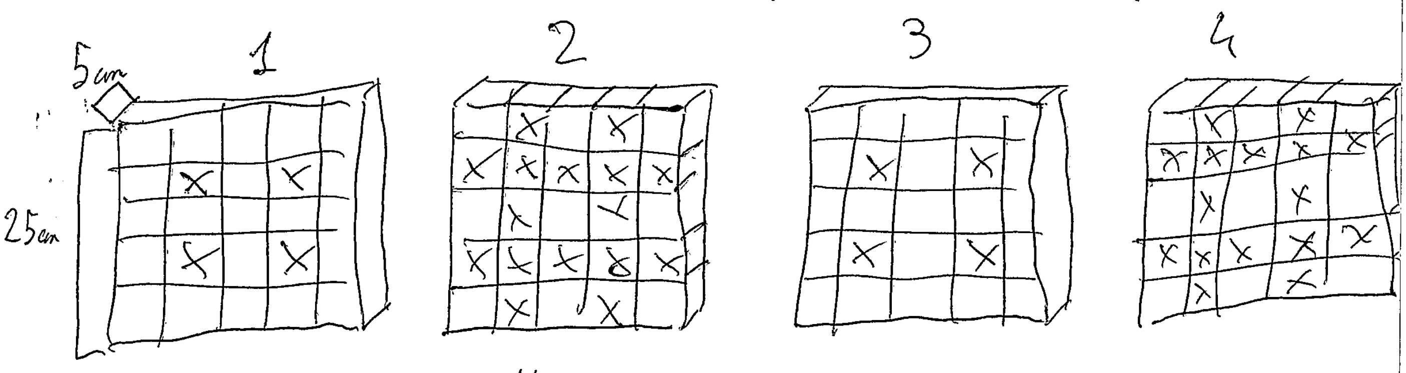
Aunque parezca raro, existen taladros que hacen agujeros cuadrados, puedes obtener información en la página web:
http://beorgris.wordpress.com/2007/05/31/como-hacer-agujeros-cuadrados/
y ver un vídeo en: http://www.youtube.com/watch?v=9qEhyQfbImY .

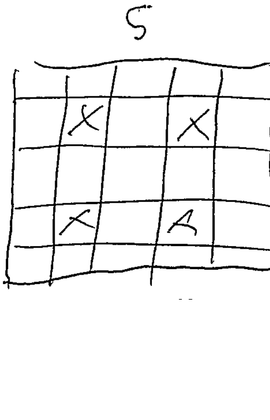
Solución de David Izquierdo Susín

- $25^3 = 15.625$ cm^3 tiene la figura sin agujeros.
- Si seccionamos la figura de la siguiente forma;



observamos los "cubos" de 125 cm^3 que faltan:
(X = cubos taladrados)





- Faltan $4+16+4+16+4 = 44$ cubos de 125 cm^3
- $125 \times 44 = 5.500$ cm^3 hay agujereados
- $15625 - 5.500 = 10.125$ cm^3 tiene la figura
- $10.125 \times 0,65 = 6.581,25$ g pesa la escultura.

Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas

olimpiada Matemática aragonesa XX

2.º ESO

14 de mayo de 2011

Fase final

Problema 4 *números de tres cifras*

Número

¿Cuántos números de tres cifras hay que cumplen la propiedad de que la suma de la cifra de las centenas y la de las decenas nos den la cifra de las unidades?

Solución de Eduardo Sebastián Rodríguez

R) Hay 45 nºs que cumplen las condiciones

Para conocer el resultado, hay que seguir la lógica. En primer lugar, averiguas todos los nºs comprendidos entre ~~999~~ 666 y 999 que cumplen las condiciones. Al realizar esto, se puede sacar una conclusión:

909 808 707
819 718
729

La conclusión es que cuanto menor es ~~la~~ cifra de las centenas, mayor es la cantidad de nºs que cumplen las condiciones, a razón de: C − 1 → Nº de nºs + 1

Con esto, simplemente sumas 1+2+3+4+5+6+7+8+9, los nºs correspondientes a la fórmula de arriba y ya tienes la solución.

Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas

olimpiada Matemática aragonesa XX

2.º ESO

11 de mayo de 2011

Fase final

Problema 4 números de tres cifras

Número

¿Cuántos números de tres cifras hay que cumplen la propiedad de que la suma de la cifra de las centenas y la de las decenas nos den la cifra de las unidades?

Solución de Pilar Utrillas Ibarzo

100 - 199 9 números	200 - 299 8 números	300 - 399 7 números	400 - 499 6 números
500 - 599 5 números	600 - 699 4 números	700 - 799 3 números	800 - 899 2 números
900 - 999 1 número			

Es facil hallarlos: 101 → 1+0 = 1
luego solo tienes que sumar una cifra a las decenas y unidades 101 + 11 = 112 → 1+1 = 2

Ahora suma todos los números que te salen en cada sección de la tabla:

9+8+7+6+5+4+3+2+1 = $\boxed{\text{45 números de tres cifras}}$

Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas

olimpiada Matemática aragonesa

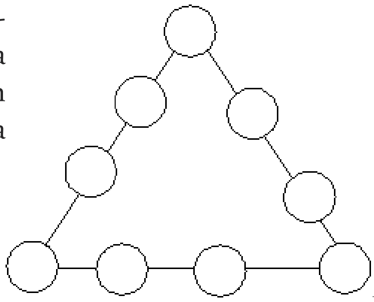
2.º ESO

14 de mayo de 2011
Fase final

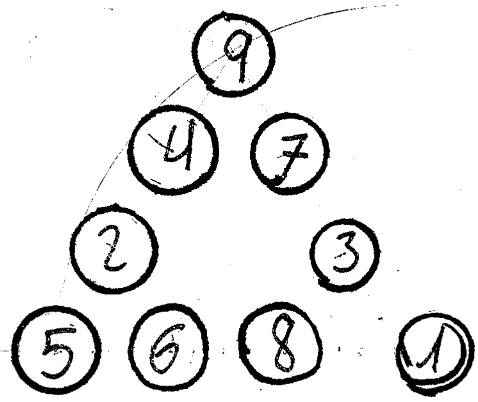
Problema 5 *triángulo mágico*

Número

Se trata de colocar en los círculos los números del 1 al 9, de modo que la suma de cada uno de los lados sea 20. Una pista: existen varias soluciones, pero en todas ellas la suma de los vértices es 15. ¿Por qué?



Solución de Andrés Ibáñez Núñez



Los números del uno al nueve suman ~~siempre~~ 45.
Si de cada lado del triángulo, los dos números centrales siempre deben sumar 30 entre todos los lados:

$45 - 30 = 15$

Por esto los números de los vértices siempre deben sumar ~~10~~ 15.

Pero aún hay más: *

Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas

*

Vamos a llamar "a" a la suma de los números de las esquinas y "b" a la suma del resto de números.

La suma de cada uno de los lados es 20 por tres lados es 60, ~~por eso~~ los números de las esquinas se suman dos veces para hallar 60:

$$\begin{cases} 2a+b=60 \\ a+b=45 \Rightarrow a=45-b \end{cases}$$

$2(45-b)+b=60$

$90-b=60$

$b=30$

$a=15$

Con este sistema se demuestra ~~2~~ que los números de las esquinas suman 15 y el resto de números 30.

olimpiada Matemática aragonesa

2.º ESO

14 de mayo de 2011

Fase final

Problema 6

el paseo del señor Ciruelo

Número

El señor Ciruelo sale de casa a dar un paseo. Camina hasta llegar a un cruce donde gira a la izquierda un ángulo Â. Sigue caminando otro tramo y vuelve a girar a la izquierda 30 grados menos que la vez anterior. Continúa de nuevo hasta una plaza donde gira en el mismo sentido 30 grados más que la primera vez. Tras caminar otro rato gira por última vez a la izquierda, 50 grados más que en el primer giro. Unos pasos más y llega a su casa. Sabiendo que en el paseo ha descrito un cuadrilátero, ¿Cuál es la medida de cada uno de sus ángulos interiores?

Respuesta razonada

No hubo ninguna solución correcta a este problema por parte de los participantes. Solución del tribunal:

$$180 - \hat{A} + 180 - (\hat{A} - 30) + 180 - (\hat{A} + 30) + 180 - (\hat{A} + 50) = 360$$

$$4\hat{A} = 310$$

$$\hat{A} = 77{,}5^{\circ}$$

Luego los ángulos interiores miden:

102,5º; 132,5º ; 72,5º y 52,5º

Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas