PROYECTO DE INVESTIGACIÓN
MEMORIA FINAL

"MEJORA DEL RENDIMIENTO EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON ALUMNOS DE EDUCACIÓN PRIMARIA"

Coordinadora: Apolonia Pinteño Gómez
Colegio de Educación Primaria Jaime Balmes. Cádiz

MEMORIA FINAL DEL TRABAJO EXPERIMENTAL CON ALUMNOS DE CUARTO Y QUINTO DE EDUCACIÓN PRIMARIA. COLEGIO PÚBLICO "JAIME BALMES" DE CÁDIZ.

"MEJORA DEL RENDIMIENTO EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON ALUMNOS DE EDUCACIÓN PRIMARIA"

1. INTRODUCCIÓN.

Cuando se evalúan los resultados escolares en el área de Matemáticas en general y en resolución de problemas en particular, se comprueba que lejos de ser satisfactorios son francamente mejorables. Stonewater (1989:197, citado por Martínez Montero 2000), señala resultados muy mediocres en resolución de problemas de dos operaciones en EE.UU: "Resultados de la *Fourth National Assesment of Educational Progress* (NAEP) indican que los rendimientos matemáticos de los estudiantes de la escuela elemental y media de este país son alarmantemente pobres. Por ejemplo, los resultados de la NAEP indican que alrededor del setenta por ciento de los alumnos de tercer grado no pueden resolver correctamente un problema que tenga dos o más pasos". En España existen escasos datos fiables, pero un ejemplo de ello lo obtenemos en los *Indicadores de Resultados Educativos* (INCE, 2000a) que hacen referencia a un estudio de 1995; en el área de Matemáticas y para el alumnado de 12 años (alumnado que cursa 6º de Educación Primaria), la media del porcentaje de aciertos es del 50% del total de la prueba. Clasificando los resultados en bajos, medios y altos, los datos son:

- Rendimiento Bajo: 27%
- Rendimiento Medio: 47%
- Rendimiento Alto: 26%

En esa misma publicación (INCE, 2000a), se hace referencia a otra prueba realizada al alumnado de 16 años (alumnado que cursa 2º BUP; 4º ESO; 2º FP-I; 2º REM) en un estudio que se hizo en 1997. Los resultados se presentan a partir de una escala de 0 a 500 siendo la media 250. Los porcentajes de acierto en el total de la prueba son:

- Rendimiento menor a 251: 38%
- Rendimiento entre 251 - 300: 39%
- Rendimiento mayor a 300: 23%

La prueba es muy exhaustiva y mide 11 habilidades o competencias entre las que figura la resolución de problemas de todo tipo.

No obstante, en estos resultados no se ofrecen datos concretos sobre la ejecución del alumnado exclusivamente en solución de problemas. Donde sí se ofrecen estos datos de manera clara es en la *Evaluación de la Educación Primaria* (INCE, 2000b). Es un estudio correspondiente a 1999 donde se aportan datos referentes a los resultados del alumnado de 6º Primaria en una prueba de matemáticas. El objetivo es conocer la capacidad de razonamiento matemático de los alumnos a través del conocimiento de conceptos, uso de procedimientos y resolución de problemas. Como resultado global, reseñar que el porcentaje medio de aciertos es de 54%. El porcentaje medio de aciertos para los chicos es de 56% y el de las chicas es de 53%. La diferencia es significativa.Los resultados por niveles de competencia se muestran en la Tabla 1.

Competencias	% medio de aciertos
Conocimientos conceptuales	56
Procedimientos y estrategias	60
Resolución de problemas	47

Tabla 1. Resultados de las competencias matemáticas del alumnado de 6º Primaria (INCE, 2000b).

Por tanto, la solución de problemas es, con diferencia, la competencia que peores resultados obtiene en este estudio.

Podemos afirmar que el aumento de las demandas de habilidades matemáticas de la sociedad actual no es correspondido por un dominio creciente de los conocimientos y habilidades matemáticas por parte de los alumnos (Gómez-Granell, 1994) y no hay acuerdo a la hora de identificar las causas de esta situación. La repuesta educativa que debe darse a esta situación pasa por la mejora de la calidad de la enseñanza de las matemáticas y es aquí donde se planteó la colaboración entre el profesorado de Educación Primaria y el profesorado Universitario, en este caso entre profesores de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Cádiz y un grupo de maestras del Colegio Público "Jaime Balmes" de Cádiz.

2. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN.

En un sentido amplio, las metas y objetivos que nos propusimos tenían la pretensión de lograr una mejora sustancial de los procesos de enseñanza-aprendizaje en el área de Matemáticas. Los objetivos más específicos fueron:

1. Diseñar, elaborar y aplicar programas de intervención para cada uno de los tres Ciclos de Educación Primaria. Fundamentalmente en la resolución de problemas aritméticos.

2. Conocer las dificultades que presentan los alumnos de Educación Primaria en los procesos de resolución de problemas.

3. Diseñar, elaborar y aplicar programas específicos para alumnos con dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas.

3. BASES TEÓRICO-PRÁCTICAS DE LA INVESTIGACIÓN.

La enseñanza a través de la resolución de problemas es actualmente el método más evocado para poner en práctica el principio general de aprendizaje activo. Un hecho comúnmente aceptado es que la adquisición y transferencia de las habilidades de resolución de problemas constituye uno de los objetivos fundamentales de la escolarización en general, y de la educación de las matemáticas en particular. En Estados Unidos, por ejemplo, el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas ha establecido en su "Agenda for Action", que "la resolución de problemas debe ser el núcleo de las matemáticas escolares" (NCTM, 2000).

El párrafo 243 del Informe Cockroft (1985) señala en su punto quinto que la enseñanza de las Matemáticas debe considerar la "resolución de problemas, incluyendo la aplicación de las mismas situaciones de la vida diaria". También el párrafo 249 insiste en la resolución de problemas: (249) "La resolución de problemas es consustancial a las matemáticas. Las matemáticas sólo son útiles en la medida en que puedan aplicarse a una situación concreta; precisamente la aplicación a las diversas situaciones posibles es lo que se denomina "resolución de problemas". En todo caso, antes de resolver estos problemas, es preciso traducirlos a los términos matemáticos apropiados. Este paso, primero y esencial, plantea serias dificultades a numerosos alumnos, hecho que con frecuencia se pasa por alto. El profesor ha de ayudar a los alumnos a entender, en cada etapa del curso, cómo deben aplicar los conceptos y destrezas que estén aprendiendo y cómo han de hacer uso de los mismos en la resolución de problemas. Estos problemas, por su parte, han de guardar relación con la aplicación de las matemáticas a las situaciones cotidianas de la experiencia de los alumnos y a otras situaciones menos familiares. Muchos alumnos necesitarán mucho tiempo de discusión y trabajo oral, antes de poder abordar por escrito los problemas más sencillos". (pág. 90).

El mismo informe persiste en la importancia que para la formación Matemática tiene el desarrollo de estrategias heurísticas: (323) : "El desarrollo de estrategias generales dirigidas a la resolución de problemas y a la investigación puede iniciarse ya en los años de primaria. Por consiguiente, hay que dar a los alumnos la oportunidad de familiarizarse con los procesos que cabe emplear en este tipo de trabajo. Uno de ellos consiste en hacer una representación gráfica o diagramática de la situación que se investiga...". (pág. 117).

Por último, el Informe Cockroft admite la escasez de conocimientos sobre cómo se desarrollan los procesos de resolución: (324)"No se conoce bien el modo como se desarrollan estos procesos, y tampoco existen materiales adecuados a disposición de los profesores. Es evidente la necesidad de estudiar más a fondo las actividades espontáneas de resolución de problemas por parte de los niños y la posibilidad de enseñar estrategias y procesos conducentes a dicho fin. Parece comprobado que, si no se les permite abordar problemas de un nivel adecuado a sus conocimientos. de modo que un esfuerzo concentrado se vea coronado por el éxito, sus capacidades de resolución de problemas no se desarrollan de forma satisfactoria". (pág.117).

En Educación Primaria se proponen las siguientes herramientas estratégicas:

Existen algunas propuestas de herramientas heurísticas para la Educación Primaria. Calvo et al. (1994) realizan unas sugerencias de secuencias de heurístico en los tres ciclos de Educación Primaria. Se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2

Posible secuencia de los heurísticos de resolución de problemas.		
Primer Ciclo	Segundo Ciclo	Tercer Ciclo
1. Ensayo y error 2. Análisis de posibilidades 3. Representaciones gráficas: dibujos que impliquen acciones, uso de simbolismos inventados por el alumnado 4. Recogida de datos en tablas 5. Búsqueda de regularidades 6. Utilizar modelos físicos	1. Ensayo y error 2. Análisis de posibilidades 3. Representaciones gráficas mediante flechas, dibujos geométricos,... 4. Recogida de datos en tablas 5. Búsqueda de regularidades 6. Realizar conjeturas 7. Utilizar modelos físicos 8. Utilizar modelos gráficos 9. Problemas afines.	1. Ensayo y error 2. Análisis de posibilidades 3. Particularizaciones 4. Gráficos: esquemas 5. Recogida de datos en tablas 6. Elaboración de tablas. 7. Búsqueda de regularidades 8. Realizar conjeturas 9. Utilizar modelos físicos 10. Utilizar modelos gráficos 11. Problemas afines. 12. Subproblemas 13. Subobjetivos recurrentes.

Tabla 2. Propuesta de heurísticos en cada uno de los ciclos de la Educación Primaria.

La enseñanza por resolución de problemas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces. Pero lo que tradicionalmente se ha venido haciendo por una buena parte de los profesores se puede resumir en las siguientes fases: 1. Exposición de contenidos. 2. Ejemplos. 3. Ejercicios sencillos. 4. Ejercicios más complicados. 5. ¿problema? La forma de presentación de un tema matemático basada en el espíritu de la resolución de problemas debería proceder más o menos del siguiente modo (De Guzmán, 2000): 1.Propuesta de la situación problema de la que surge el tema (basada en la historia, aplicaciones, modelos, juegos...). 2. Manipulación autónoma por los alumnos. 3. Familiarización con la situación y sus dificultades. 4. Elaboración de estrategias posibles. 5. Ensayos diversos por los alumnos. 6.

Herramientas elaboradas a lo largo de la historia (contenidos motivados). 7. Elección de estrategias. 8. Ataque y resolución de los problemas. 9. Generalización. 10. Nuevos problemas.

En todo el proceso el eje principal ha de ser la propia actividad dirigida con tino por el profesor, colocando al alumno en situación de participar, sin aniquilar el placer de ir descubriendo por sí mismo lo que los grandes matemáticos han logrado con tanto esfuerzo.

A la luz de estos planteamientos se considera la resolución activa de problemas como el método más conveniente de aprender matemáticas y se propone que los problemas seleccionados en la escuela se extraigan de situaciones que partan de la realidad de los alumnos. También se especifica que la dificultad que pueda suponer para los alumnos la resolución de problemas radica, en general, en unos planteamientos metodológicos inadecuados y en la falta de motivación.

4. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA O CUESTIÓN A INVESTIGAR Y FORMULACIÓN DE POSIBLES HIPÓTESIS.

Aunque enunciamos una serie de hipótesis, nos decantamos por la formulación de hipótesis en el transcurso del desarrollo de la investigación por los cambios y reajustes realizados en la recolocación de efectivos en el profesorado de educación Primaria. Consideramos necesaria esta flexibilidad metodológica que ha ido encaminada a conseguir el objetivo de la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje en el área de Matemáticas.

1. La aplicación de un modelo de resolución de problemas en la enseñanza de las Matemáticas mejorará el rendimiento general en este Área de Contenido y proporcionará una serie de estrategias heurísticas que serán eficaces para que los alumnos sean activos constructores de su propio aprendizaje.

2. La discusión de alternativas metodológicas y el diseño de actividades facilitarán la toma de conciencia de los profesores sobre las limitaciones de las orientaciones didácticas tradicionales.

3. Con el trabajo de seguimiento y asesoramiento continuo a lo largo de toda la investigación los profesores se implicarán en una proceso de investigación y análisis de los modelos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.

5. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN.

Método

Participantes

El estudio se ha llevado a cabo con 16 niños y niñas de Educación Primaria del Colegio Público Jaime Balmes de Cádiz. Estos niños cursaban Cuarto de E. Primaria al inicio de la investigación y han finalizado Quinto al terminar la misma. La edad media del grupo al empezar este estudio era de 9 años y 8 meses. El nivel socioeconómico es medio-bajo.

Material

El material utilizado en esta investigación se puede clasificar en dos grandes apartados: (1) Baterías de Problemas Aritméticos Elementales Verbales (PAEVSO). Formas A y B, (Aguilar, 1996). (2) Programa Instruccional en Resolución de Problemas Aritméticos Elementales Verbales de una Sola Operación que consta de 25 sesiones. Existe un Manual para el alumno y un manual para la maestra y el maestro. Este material fue enviado a la Consejería el 28 de Junio de 2001.

Las Baterías (PAEVSO) han sido elaboradas para tomar la medida de la Variable Dependiente. Se ha realizado siguiendo dos formas paralelas (A y B). La Forma A es la aplicada antes de la intervención (aplicada en el segundo trimestre del Curso 1999-2000) con el programa instruccional y la Forma B tras la intervención (aplicada en Junio de 2001). Cada forma contiene 62 problemas; 31 con números grandes y 31 con números pequeños (Ver el Anexo 1). Los ejercicios son Problemas Aritméticos Elementales Verbales de una Sola Operación y se distribuyen en problemas de Cambio (6 con números grandes y 6 con números pequeños), Combinación (2 con números grandes y 2 con números pequeños), Comparación (6 con números grandes y 6 con números pequeños), Igualación (6 con números pequeños y 6 con números grandes), Isomorfismo de Medidas 3 con números grandes y 3 con números pequeños), Escalares Grandes (3 con números grandes y 3 con números pequeños), Escalares Pequeños (3 con números grandes y 3 con números pequeños) y Producto Cartesiano (2 con números grandes y 2 con números pequeños).

Los ítemes de estas pruebas paralelas se han construido teniendo presentes las siguientes variables: promedios de las palabras de los problemas, complejidad gramatical, tipos de proposiciones de asignación y relacionales, etc.

El Programa Instruccional diseñado tiene un componente referido a una heurística general y componentes de entrenamiento en las diversas categorías de problemas (excepto los Escalares Grandes y Pequeños). En la elaboración del Programa Instruccional se han introducido variables que pueden influir en la resolución de un problema. En este estudio hemos considerado las siguientes variables al construir el programa de entrenamiento: A. Aspectos manipulativos, gráficos y simbólicos: utilización de material manipulativo, diagramas gráficos similares a los usados por Willis y Fuson (1988) y algoritmo que resuelve el problema. B. Utilización de números pequeños: el mismo problema que se presenta con números grandes es presentado con números pequeños (las operaciones que se realizan con los datos nunca pasan de 20). C. Presentar los problemas con cambios en la secuencia de la aparición de los números. D. Presentar problemas con la proposición interrogativa al final del enunciado o comprendiendo todo el texto del problema. E. Realizar reescritura del enunciado del problema para aumentar su comprensión: son ayudas textuales consistentes en reformular el problema para que sea más comprensible. El programa introductorio de heurística general incide en los cuatro pasos de Polya (1957) sobre la resolución de problemas. Los problemas que en el pretest obtenían un bajo índice de dificultad (<0. 25)no fueron entrenados.

Variables

La Variable Independiente en este estudio es el "Programa Instruccional en Resolución de Problemas Aritméticos Elementales Verbales de una Sola Operación (PIRPAEVSO)".

Las Variables Dependientes se extraen de los resultados de las Formas A y B de las baterías de PAEVSO, y es:

- Rendimiento en cada categoría semántica y tipos de los distintos Problemas con números grandes y pequeños: problemas de Estructura Aditiva (Combinación, Cambio, Comparación e Igualación) y problemas de Estructura Multiplicativa (Isomorfismo de Medidas, Producto Cartesiano, Escalares Grandes y Escalares Pequeños).

Estas variables dependientes se han medido por el número de soluciones correctas. Cada problema ha sido puntuado con 0 y 1. En los problemas con números grandes se considera acierto cuando el sujeto señala claramente la operación que resuelve el problema. En los problemas planteados con números grandes se ofrece en la hoja de respuesta la combinación de los datos que aparecen en el problema con las cuatro operaciones básicas: adición, substracción, multiplicación y división. En los problemas con números pequeños se considera acierto cuando el alumno escribe la cantidad que resuelve correctamente el problema (resultado final) o bien, cuando expresa la operación que lo resuelve, independientemente de que el cálculo realizado sea erróneo.

Procedimiento

En primer lugar se realizó la evaluación del dominio de los Problemas Aritméticos Elementales Verbales de una sola operación el total de los sujetos de la muestra (N= 16). El instrumento utilizado fue la forma A de la Batería de PAEVSO. El orden de aplicación de los problemas se hizo totalmente al azar, con las distintas categorías semánticas y tipos de problemas (con números grandes o pequeños) entremezclados.

Las sesiones fueron aplicadas de forma colectiva a lo largo de los trimestres Segundo y Tercero del Curso 1999-2000 y en el curso 2000-2001.

Cualquier sesión sigue este esquema general de trabajo:

a. Introducción por parte del instructor con los componentes manipulativos.

b. Explicación de los componentes gráficos y simbólicos.

c. Realización por parte de los sujetos de los demás problemas (En las hojas de las lecciones o sesiones de trabajo). Esta tarea es realizada individualmente, en parejas o en pequeños grupos de cuatro/tres alumnos que es como están agrupados en el aula. El trabajo en pequeño grupo o en parejas procede de forma que se consiga el mayor número de interacciones entre los sujetos.

d. Corrección de la tarea. Cuando la mayoría del grupo ha terminado el trabajo, se realiza la corrección. Esta suele ser colectiva, siendo guiada por la maestra. Se discuten las soluciones aportadas por los alumnos, se crea conflicto cognitivo en el caso de soluciones divergentes entre el alumnado. Se hace especial hincapié en la comprobación de la solución volviendo a leerse la pregunta del problema y comprobando si la solución aportada se corresponde con lo pedido. Se ha tenido especial cuidado en el tratamiento los errores cometidos por los alumnos, cuidando de considerarlos como algo natural en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

En la evaluación final postest se ha aplicado la forma B paralela de la Batería de Problemas Aritméticos Verbales (Junio de 2001) en las mismas condiciones que en el Pretest.

5. RESULTADOS.

Hemos podido conocer si la aplicación del Programa Instruccional en Resolución de Problemas Aritméticos Elementales Verbales de una Sola Operación a un grupo de alumnos muestra resultados sensiblemente superiores en las puntuaciones finales, respecto a las iniciales en las diversas categorías semánticas de problemas.

En las Tablas 3 y 4 se muestran las comparaciones mediante la prueba de decisión estadística de t-Student para las puntuaciones obtenidas en el pretest (primera aplicación) y en el postest (segunda aplicación) en el grupo considerado en este estudio.

Tabla 3

		Grupo: período 4º y 5º.	
		Medias	p
Combinación	CO1 CO1P	.9478/.9913 .0987/1	0.653 0.620
	CO2 CO2P	.4913/.7957 .5000/.8391	**0.002**** **0.020***
Cambio	CA1 CA1P	.8143/.8443 .9565/.9565	1.000 1-000
	CA2 CA2P	.8913/.9348 .9348/.9783	0.342 0.854
	CA3 CA3P	.2174/.5870 .3043/.7826	**0.0001***** **0.0001*****

	CA4 CA4P	.7391/.7391 .8478/.9130	0.345 0.576
	CA5 CA5P	.5459/.7840 .5441/.7840	**0.006**** **0.002****
	CA6 CA6P	.3261/.7391 .6739/.9130	**0.0001***** **0.003****
Comparación	CM1 CM1P	.3913/.8391 .4565/.9261	**0.000***** **0.000*****
	CM2 CM2P	.8304/.8522 .8491/.9043	0.531 0.234
	CM3 CM3P	.6980/.7365 .8043/.9696	0.420 0.569
	CM4 CM4P	.6522/.6957 .7826/.9043	0.564 0.769
	CM5 CM5P	.3696/.8696 .3043/.6304	**0.0001***** **0.001****
	CM6 CM6P	.1522/.6739 .3043/.6087	**0.0001***** **0.005****
Igualación	IG1 IG1P	.3478/.5870 .4565/.7391	**0.010*** **0.001****
	IG2 IG2P	.7826/.8043 .8374/.8574	0.154 0.187
	IG3 IG3P	.6130/.8783 .3826/.8391	**0.010*** **0.0001*****
	IG4 IG4P	.3609/.7565 .2709/.7652	**0.037*** **0.003****
	IG5 IG5P	.8826/.9261 .7348/.9609	**0.010*** **0.019***
	IG6 IG6P	.6459/.884 .8078/.9696	**0.001**** **0.010***

Tabla 3. Comparación Pre-postest de los resultados en Problemas de Estructura Aditiva para el grupo entrenado. Se muestran las medias obtenidas para los problemas planteados con números grandes (CO, CA, CM, IG) y con números pequeños (COP, CAP, CMP, IGP).La probabilidad que se ofrece es para el estadístico "t de Student".

En los problemas de Combinación, nuestros alumnos han mejorado significativamente en los dos problemas de Combinación 2, el planteado con números grandes y el enunciado con números pequeños ($p<0.022$** y $p<0.020$*) que es un problema muy difícil.

El grupo también mejora significativamente en tres de los tipos de problemas de la categoría de Cambio (CA3, $t=-4,11$; $p<0,0001$***; CA5, $t= 2,87$; $p<0,006$** y CA6, $t= -4,54$; p<

0,0001***). Los tres problemas de cambio que han mejorado de manera significativa son considerados dentro del tipo "muy difíciles" (Martínez, 1995; Aguilar, 1996). De nuevo la tendencia que indica que el programa instruccional resulta más útil para aquellos problemas más difíciles de resolver por los alumnos.

En la categoría de Comparación, nuevamente encontramos que la mejora se da de manera significativa los estudiantes. La mejora es significativa en los tres problemas de Comparación que se denominan de lenguaje inconsistente (De Corte; Verschaffel y De Win, 1985), en que el sentido del enunciado plantea una operación contraria a la que lo resuelve en realidad.

En los problemas de Igualación la mejora se presenta significativa en los problemas que se consideraban como muy difíciles (IG1 Grande y Pequeño, IG3 Pequeño e IG4 Grande y Pequeño).

Tabla 4

		Grupo: período de 4º y 5º	
		Medias	p
Isormorfismo de Medidas	IM1 IM1P	.371/.5707 .4154/.5905	**0.010*** **0.044***
	IM2 IM2P	.4396/.9696 .3609/.9296	**0.0001***** **0.0001*****
	IM3 IM3P	.1304/.6565 .1087/.7522	**0.001**** **0.0001*****
Producto Cartesiano	PC1 PC1P	.0217/.6565 .1087/.7633	**0.0001***** **0.0001*****
	PC2 PC2P	.1522/.7822 .0000/.8954	**0.0001***** **0.002****

Tabla 4. Comparación Pre-postest de los resultados en Problemas de Estructura Multiplicativa para el grupo experimental y el grupo control. Se muestran las medias obtenidas para los problemas planteados con números grandes (IM, PC) y con números pequeños (IMP, PCP). .La probabilidad que se ofrece es para el estadístico "t de Student".

Las diferencias son claramente significativas en los problemas de Isomorfismo de Medidasl

En cuanto a los problemas de Producto Cartesiano, el grupo ha mejorado significativamente en los cuatro (PC1, t= -5,42; p< 0,0001***; PC1P, t= -6,75; p<0.0001***; PC2, t= -5,78; p<0,001*** y PC2P, t= -3,31; p<0.002**). Precisemos que este tipo de problemas no se incluye en los libros y cuadernos que actualmente se utilizan en los centros escolares y por tanto son muy ajenos a la experiencia del niño, existe también cierto consenso en considerar estos problemas como muy difíciles.

6. CONCLUSIONES

En primer lugar hay que resaltar las limitaciones de este estudio. Al no existir un grupo de comparación que no haya seguido el programa de entrenamiento, los resultados no pueden establecerse claramente como relaciones causa-efecto. Esta limitación viene determinada por las circunstancias que actualmente inciden en los colegios públicos de la ciudad de Cádiz. En nuestro caso cada año se da una disminución significativa del número de alumnos escolarizados y esto hace difícil seguir una investigación de este tipo. A ello tenemos que unir la dificultad para contar con un grupo de comparación para realizar contrastes antes y después del tratamiento.

No obstante, los resultados obtenidos confirman la eficacia del entrenamiento. En general se han observado diferencias significativas entre las puntuaciones iniciales y finales sobre todo en los problemas que son considerados como difíciles (Martínez, 1995; Aguilar, 1996) dentro de las diversas categorías semánticas de los problemas objeto de estudio. Cabe señalar que el número de diferencias significativas no se da de forma homogénea en todas las categorías y tipos de problemas.

La toma de conciencia por parte del niño de las distintas categorías semánticas de los problemas de estructura aditiva y multiplicativa y de las estrategias utilizadas para resolverlos adecuadamente, pueden ser desarrolladas de forma progresiva. Esto lleva a la consecuencia lógica de que un entrenamiento de este tipo debería abarcar un período más largo sobre todo para generalizar el mantenimiento de las ganancias que se han obtenido.

Se debe evitar que la instrucción que se proporcione no resulte excesivamente compleja y rígida. Resulta difícil acotar cómo un material estructurado puede ayudar a resolver tareas complejas que pueden ser resueltas con procedimientos espontáneos y más sencillos. Nos atrevemos a afirmar que los problemas sencillos y al alcance de la mente infantil no necesitan de "entrenamiento complejo", sino de conexión del maestro con los procedimientos espontáneos que los niños ya traen a la escuela y enriquecer la trasformación de esos procedimientos espontáneos a procedimientos formales.

Conectando con el punto anterior, puede considerarse que la enseñanza de nuevos métodos tiene el peligro de interferir con otros procedimientos que los niños ya poseen. Esto ha ocurrido con algunos de los problemas entrenados en las categorías de Igualación y Comparación.

Todas las consideraciones anteriores nos llevan a señalar la importancia que para la implantación de programas de innovación e investigación se tenga en cuenta las circunstancias concretas del centro o centros en los que se va a llevar a cabo. La experiencia ha sido muy positiva en cuanto a la formación tan enriquecedora que el proyecto ha conseguido. Por una parte, los profesores del ámbito universitario hemos podido constatar en la práctica las dificultades para poner en marcha proyectos de innovación como el que hemos desarrollado. La implicación de las maestras participantes en el proyecto ha sido el factor clave para haber producido la documentación y resultados que hemos conseguido. Lógicamente la continuidad como grupo de trabajo en el Centro de Profesorado de Cádiz nos animará a seguir profundizando en el amplio tópico que representa la resolución de problemas aritméticos.

7. REFERENCIAS

Aguilar, M. (1996) *Diseño y aplicación de un programa instruccional de resolución de problemas aritméticos*. Tesis doctoral. Universidad de Cádiz.

Calvo, C.; Callejo, I.; Fornies, R.; García, A.; Jiménez, M. F. y Vivas. L. (1994) *Didáctica de la Educación Primaria: Área de Matemáticas. Curso de actualización científica y didáctica de Educación Primaria*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.

De Corte, E.; Verschaffel, L. y De Win,L.(1985) Influence of rewording verbal problem on children's problem representations and solution. *Journal of Educational Psychology* , 77, 460-470.

De Guzmán, M. (2000) Enseñanza de la Matemática. En D. Gil Pérez, D. y M. De Guzmán. *Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Tendencias e innovaciones*. PDF. Organización de Estados Iberoamericanos.

Gómez-Granell, C. (1994) Las matemáticas en primera persona. *Cuadernos de Pedagogía*, 221, 17-18.

Informe Cockroft (1987) *Las Matemáticas si cuentan*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.

Instituto Nacional de Calidad y Evaluación (2000a) *Sistema Estatal de Indicadores de la Educación 2000.* Madrid: Centro de Publicaciones del Ministerio de Educación y Cultura.

Instituto Nacional de Calidad y Evaluación(2000b): *Evaluación de la Educación Primaria. Datos básicos de 1999.* Madrid: Centro de Publicaciones del Ministerio de Educación y Cultura.

Martínez Montero, J. (1995) *Los problemas aritméticos elementales verbales de una etapa desde el punto de vista de las categorías semánticas en 3º, 4º y 5º de EGB/Primaria*. Tesis doctoral. Madrid: UNED.

Martínez Montero, J. (2000) *Una nueva didáctica del cálculo para el siglo XXI.* Barcelona: CISSPRAXIS

National Council of Teachers of Mathematics. (2000) *Curriculum and evaluation standars for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Polya, G. (1957) *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Stonewater, J.K. (1989): "Training elementary teachers in problem solving strategies: impact on their atudents´ performance". *PME* 13, vol III. Pp. 197-204.

Willis, G.B. y Fuson, K.C. (1988). Teaching children to Use Schematic Drawings to Solve Addition and Subtraction Word Problems. *Journal of Educational Psychology*, 80, 2, 192-201

ANEXO 1.

PROBLEMAS DE CAMBIO

1. G. Daniel tiene 156 pesetas. Su padre le da 125. ¿Cuántas pesetas tiene ahora?.
1.P. Tenía 4 pesetas y me dieron 3. ¿Cuántas tengo ahora?.
2. G. Tenía 248 pesetas. Me gasté 115. ¿Cuántas pesetas me quedaron?.
2.P. Daniel tiene 8 pesetas. Se gasta 3. ¿Cuántas pesetas le quedan?.
3. G. Tenía 58 cromos. Después de jugar tenía 97. ¿Cuántos cromos gané?.
3. P. Tenía 4 pesetas. Mi madre me da dinero. Ahora tengo 9 pesetas. ¿Cuántas pesetas me ha dado mi madre?.
4. G.Tenía 153 pesetas. después de comprar caramelos me quedaron 94 pesetas. ¿Cuánto dinero me gasté?.
4. P. Tenía 7 cromos. Después de jugar me quedan 2. ¿Cuántos cromos he perdido?.
5. G. Mi tío me da 125 pesetas. Con las que tengo reúno 217. ¿Cuántas pesetas tenía antes de ver a mi tío?.
5. P. Mi tío me da 4 pesetas. Ahora tengo 7. ¿Cuántas pesetas tenía antes de ver a mi tío?.
6. G. Andrés pierde jugando 43 cromos. Le quedan 72. ¿Cuántos cromos tenía antes de jugar?.
6. P. He perdido jugando 3 cromos. Me quedan 5. ¿Cuántos tenía cuando empecé a jugar?.

PROBLEMAS DE COMPARACIÓN.

1. G. En el colegio hay 264 chicas y 234 chicos. ¿Cuántas chicas hay más que chicos?.
1. P. En una tienda trabajan 5 hombres y 2 mujeres. ¿Cuántos hombres más que mujeres trabajan en esa tienda?.
2. G. En una fábrica trabajan 163 obreros. En otra fábrica trabajan 158. ¿Cuántos obreros menos trabajan en la segunda fábrica?.
2. P. Tengo 5 primos y 2 primas. ¿Cuántas primas menos que primos tengo?.
3. G. La clase de 3º tiene 164 libros. La clase de 2º tiene 32 libros más que la clase de 3º. ¿Cuántos libros tiene la clase de 2º?.
3. P. Tengo 6 pesetas, Mi hermano tiene 3 más que yo. ¿Cuántas pesetas tiene mi hermano?.
4. G. Tengo 262 pesetas. Mi hermano tiene 18 pesetas menos que yo . ¿Cuántas pesetas tiene mi hermano?.
4. P. Juani tiene 6 libros. Ana tiene 2 menos que ella. ¿Cuántos libros tiene Ana?.
5. G. En el colegio hay 264 chicas. Hay 39 niñas más que niños. ¿Cuántos niños hay?.

5. P. Tengo 6 lápices de colores. Tengo 4 más que bolígrafos. ¿Cuántos bolígrafos tengo?.
6. G. En la clase hay 238 lápices de colores. Hay 53 lápices menos que bolígrafos. ¿Cuántos bolígrafos hay?.
6. P. En un equipo hay 3 niñas, y hay 2 niñas menos que niños. ¿Cuántos niños hay en ese equipo?.

PROBLEMAS DE IGUALACION.

1. G. Juan tiene 259 pesetas. Andrés tiene 193 pesetas. ¿Cuántas pesetas más tiene que tener Andrés para tener las mismas que Juan?.
1. P. María tiene 5 cromos. Inés tiene 3. ¿Cuántos cromos más debe tener Inés para que tenga losmismos que María?.
2. G. Inés tiene 162 cromos. María tiene 144. ¿Cuántos cromos tiene que perder Inés para tener los mismos que María?.
2. P. Nicolás tiene 7 pesetas. Roberto tiene 5. ¿Cuántas pesetas se tiene que gastar Nicolás para tener las mismas que Roberto?.
3. G. El Real Madrid ha marcado 89 goles. Si el Zaragoza marcara 22 goles más tendría los mismos que el Real Madrid. ¿Cuántos goles ha marcado el Zaragoza?.
3. P. Rocío tiene 5 chicles. Si a Natalia le dan 2 chicles tiene los mismos que Rocío. ¿Cuántos chicles tiene Natalia?.
4. G. En una tienda de chucherías hay 168 chicles. Si venden 23 caramelos quedan los mismos chicles que caramelos. ¿Cuántos caramelos hay?.
4. P. Hay 5 sillas en el dormitorio. Si del salón quitaran 3 sillas quedarían las mismas que en el dormitorio. ¿Cuántas sillas hay en el salón?.
5. G. Tengo 126 cromos. Si me dan 53 tengo los mismos que Luis. ¿Cuántos cromos tiene Luis?.
5. P. Yo tengo 1 peseta. Si me dieran 3 más tendría las mismas que Lidia. ¿Cuántas pesetas tiene Lidia?.
6. G. Tengo 212 pesetas. Si me gasto 34 me queda el mismo dinero que a Jaime. ¿Cuánto dinero tiene Jaime?.
6. P. Tengo 6 caramelos. Si doy 2 me quedo con los mismos que Luis. ¿Cuántos caramelos tiene Luis?.

PROBLEMAS DE COMBINACION.

1. G. En el Colegio hay 264 chicas y 234 chicos. ¿Cuántos niños hay en el colegio?.
1. P. En una mesa están sentados 3 chicas y 2 chicos. ¿Cuántos niños hay?.
2. G. En el colegio hay 564 alumnos. 315 de estos alumnos son niñas. ¿Cuántos son niños?.
2. P. Tengo 7 caramelos. 3 son de menta y los demás son de fresa. ¿Cuántos caramelos son de fresa?.

PROBLEMAS DE ISOMORFISMO DE MEDIDAS.

1. G. El colegio va a comprar 150 bolígrafos. Cada bolígrafo cuesta 58 pesetas. ¿Cuánto costarán todos

los bolígrafos?
1. P. 3 niños tienen 2 caramelos cada uno. ¿Cuántos caramelos tienen los 3 juntos?.
2. G. Van a repartir 128 caramelos entre los 32 niños de la clase. Todos los niños reciben el mismo número de caramelos. ¿Cuántos caramelos le dan a cada niño?.
2. P. Se reparten 8 caramelos entre 4 niños. Todos reciben el mismo número de chicles. ¿Cuántos chicles recibe cada niño?.
3. G. Se van a guardar 240 chicles en bolsas. En cada bolsa caben 40 chicles. ¿Cuántas bolsas van a hacer falta?.
3. P. Hay que guardar 6 bolígrafos en bolsas. En cada bolsa se guardan 3 bolígrafos. ¿Cuántas bolsas hacen falta?.

PROBLEMAS DE ESCALARES GRANDES.

1. G. En mi clase caben 30 niños. En el salón del Colegio caben 12 veces más niños. ¿Cauántos niños caben en el salón?.
1. P. En el cristal de una ventana hay 2 moscas. En el otro cristal hay 3 veces más moscas. ¿Cuaántas moscas hay en este cristal?.
2. G. Nacho tiene 123 cromos. Tiene 3 veces más cromos que Victor. ¿Cuántos cromos tiene Victor?.
2. P. En la mesa de la biblioteca se sientan 8 niños. Son 4 veces más que los niños que caben en un pupitre. ¿Cuántos niños se pueden sentar en un pupitre?.
3. G. La entrada del cine cuesta 300 pesetas. Un chupa-chups cuesta 25 pesetas. ¿Cuántas veces más cuesta la entrada del cine que el chupa-chups?.
3. P. Iván tiene 6 dedos abiertos. Borja tiene 2 dedos abiertos. ¿Cuántas veces más dedos abiertos tiene Iván que Borja?.

PROBLEMAS DE ESCALARES PEQUEÑOS.

1. G. En mi clase caben 30 niños, y caben 26 veces menos niños que en el salón del colegio. ¿Cuántos niños caben en el salón?.
1. P. Tengo 2 caramelos, y tengo 3 veces menos caramelos que tú. ¿Cuántos caramelos tienes tú?.
2. G. Nacho tiene 123 cromos. Marcos tiene 3 veces menos cromos que él. ¿Cuántos cromos tiene Marcos?.
2. P. Puri tiene 8 pulseras. Antonia tiene 4 veces menos pulseras que Puri. ¿Cuántas pulseras tiene Antonia?.
3. G. En el patio del Colegio caben 248 niños. En la clase de 3º caben 31 niños. ¿Cuántas veces menos niños caben en la clase de 3º que en el patio?.
3. P. Aurelio tiene 6 pesetas. Pepi tiene 2. ¿Cuántas veces menos pesetas tiene Pepi que Aurelio?.

PROBLEMAS DE PRODUCTO CARTESIANO.

1. G. Una niña tiene 12 faldas y 8 blusas. ¿De cuántas maneras distintas puede combinarlas?.
1. P. Hay 3 niñas y 2 niños. ¿Cuántas parejas distintas puedes formar?.
2. G. Con los niños de la clase se pueden formar 224 parejas distintas de un niños y una niña. Hay en la clase 16 niñas. ¿Cuántos niños hay?.
2. P. Un niños puede combinar sus camisas y pantalones de 6 formas distintas. Tiene 3 camisas. ¿Cuántos pantalones tiene?.