

Una revisión al Diseño Curricular Nacional de Educación Básica Regular del Perú en el nivel secundario y del área de matemática

A review of National Curriculum design in basic education in Peru at secondary level in the area of Mathematics

Marcos Augusto Zapata Esteves

Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Piura - Perú.

(Fecha de recepción 16-06-2006)

(Fecha de aceptación 28-09-2006)

Una escuela es como una constante expectativa abierta a lo imprevisible, y es una forma de trabajar en una permanente situación de conciencia de qué y del para qué.

Isabel Agüera

Resumen

Este documento busca hacer una revisión del Diseño Curricular Nacional de Educación Básica Regular del Perú en el área de matemática. Se tratará de comprender e interpretar los fundamentos psicopedagógicos del currículo y se analizarán las orientaciones metodológicas del área: la finalidad, la construcción del pensamiento lógico matemático, los logros de aprendizaje por ciclo, las capacidades del área, los contenidos, los aprendizajes esperados y la propuesta de evaluación.

Palabras claves: actitudes, capacidades, destrezas, habilidades, ejes curriculares, resolución de problemas, razonamiento y demostración, comunicación matemática, aprendizaje, contenidos, estrategias cognitivas, aprendizajes esperados, evaluación, indicadores de evaluación.

Summary

This document searches for make a revision of the National Curricular Design of Basic Education Regulate of the Peruvian in the area of mathematical. We will be tried to understand and interpret the foundations psychopedagogy of the curriculum and we will be analyzed the orientation methodologicals of the area: the finality, the construction of the thought mathematical logical, the achievements of learning for cycle, the capacities of the area, the contents the prospective learnings and the proposal of the evaluation.

Key Words: attitudes, capacities, dexterities, axes curriculares, resolution of problems, reasoning and demonstration, mathematical communication, learning, teaching, contents, strategies cognitives, prospective learnings, evaluation, indicators of evaluation.

1. Educación peruana: fines y características

1.1.- Introducción

Las nuevas reformas educativas llevadas a cabo en Perú; tiene como uno de sus objetivos la transformación del Diseño Curricular Nacional de Educación Básica Regular (DCN). Actualmente, la comunidad educativa peruana pre-

senta un diseño curricular en proceso de articulación, teniendo como fines: el desarrollo personal, la ciudadanía, los cambios en una sociedad del conocimiento y el mundo del trabajo. Al finalizar la Educación Básica Regular y respetando la diversidad humana, se espera que los alumnos sean personas que presenten actitudes que son mencionadas en el cuadro Nro 1

Cuadro 1. Actitudes que deben presentar los alumnos al finalizar la Educación Básica Regular.

- Éticas y morales	- Democráticas	- Creativas
- Sensibles y solidarias	- Trascendentes	- Comunicativas
- Críticas y reflexivas	- Organizadas	- Proactivas
- Empáticas y tolerantes	- Flexibles	- Resolutivas
- Investigadoras e informadas	- Cooperativas	- Autónomas
(MED, 2005)		

El DCN peruano tiene una **orientación cognitiva** ya que busca el desarrollo de capacidades para cada una de las áreas. Se propone una nueva concepción de la enseñanza donde el profesor pasa de ser transmisor del conocimiento a ser mediador en el proceso de aprendizaje

con “una enseñanza estratégica que es una enseñanza adecuada a las necesidades del sujeto que aprende” (MED, 2004b, p. 8). El diseño curricular orienta al profesor para cumplir las funciones de informador, motivador, orientador, retador y desestabilizador; se hace un

llamado para que dejen atrás una serie de prácticas tradicionales de enseñanza. Se pide desterrar el copiado, las instrucciones memorizadas y la repetición donde no existe reflexión y dificultan el desarrollo de capacidades como la del pensamiento crítico.

Román (1994) en referencia al DCN señala: “*los programas de entrenamiento en procesos cognitivos tratan de entrenar una serie de actividades, estrategias y procesos cognitivos básicos y simples, tales como observar, recordar, seriar, clasificar, razonar inductiva y deductivamente, solución de problemas sencillos de la vida ordinaria...*” (Román, 1994, p. 258)

En el DCN peruano se proponen cuatro ejes curriculares que el profesor deberá trabajar transversalmente para obtener en los alumnos una formación integradora. Estos son:

Aprender a ser (trascendencia, identidad, autonomía).

Aprender a vivir juntos (convivencia ciudadanía conciencia ambiental).

Aprender a aprender (aprendizaje permanente y autónomo).

Aprender a Hacer (cultura emprendedora y productiva).

(MED, 2005)

De acuerdo al informe presentado a la **UNESCO**¹ (1996) por la comisión Internacional sobre la educación para el siglo XXI presidida por Jacques Delors y que lleva por nombre *La Educación Encierra un Tesoro*, sugieren que para poder llegar a alcanzar la misión y objetivos educativos, la educación deberá estar estructurada en torno a cuatro

aprendizajes fundamentales. Estos aprendizajes están propuestos en el DCN como **ejes curriculares**. Se observa que existe una estrecha relación entre los ejes curriculares y los objetivos de la educación peruana porque sintetizan estas intenciones.

1.2- Concepción del aprendizaje

El modelo educativo propuesto en el DCN de Educación Secundaria Peruana, postula que los alumnos lleguen a dominar los procesos para producir el conocimiento y no obtenerlo como un fin en sí mismo. Se basa en una filosofía donde su principal interés es el proceso del aprendizaje y no el de obtener un aprendizaje en particular, como es el conocimiento, MED (2004b) se encuentra estructurado mediante capacidades, que están organizadas de acuerdo a un nivel de complejidad. Así tenemos, unas capacidades fundamentales o macro, capacidades básicas o de área y unas capacidades específicas, simples o mínimas que son procesos internos como: identificar, analizar, comparar,... De acuerdo a estas afirmaciones estamos frente a la concepción de un aprendizaje cognitivo. Gallego afirma que “*aprender cognitivamente es un proceso; proceso en el que se plantearán a los alumnos cuestiones que impliquen comparar, diferenciar, buscar semejanzas para que logren asociar e integrar las nuevas ideas, los nuevos temas, con los ya adquiridos*” (Gallego, 2002, p. 16).

Ahora queda hacernos la siguiente pregunta *¿Cómo debemos usar la información que nos brindan los contenidos del área?* La respuesta podemos obtenerla en la *Guía para el Desarrollo de*

Capacidades que nos dice que los alumnos deben usar los contenidos como medios para aprender a desarrollar y manejar sus capacidades. Para el profesor es de vital importancia desarrollar en sus alumnos las capacidades cognitivas y metacognitivas que les permitan *poder aprender y seguir aprendiendo*, ya que vivimos en un mundo en que la información y el conocimiento son abundantes y se vuelven obsoletos en corto tiempo.

Para fundamentar esta afirmación recurrimos a Beltrán que dice: *“El primer problema, referente al dilema de si enseñar estrategias o contenidos, merece algunas consideraciones generales. En primer lugar, muchos profesores se centran únicamente en el contenido de las materias curriculares porque piensan que es el único cometido que cae dentro de su responsabilidad. Creen, además, que los buenos estudiantes desarrollan estrategias cognitivas adecuadas sin necesidad de ser instruidos para ello. Otros profesores enseñan estas estrategias pero no comparten con sus estudiantes el conocimiento sobre el funcionamiento de la mente humana o sobre la necesidad de las estrategias para el aprendizaje académico. Y este es un factor motivacional importante. Hay otros profesores que creen en el valor de la enseñanza de las estrategias pero las enseñan aisladamente, sin conectarlas a la comprensión del contenido. La nota común de todos estos profesores es la creencia de que los estudiantes desarrollarán y aplicarán por sí mismos las estrategias adecuadas a las materias del aprendizaje sin una enseñanza adicional. La investigación, sin embargo, señala que hay que enseñar ambas*

cosas, contenidos y estrategias”. (Beltrán, 1993, p. 348).

En la misma línea Román (1994) señala *“el contenido de los programas de intervención cognitivas es relativo, no es un fin sino un medio para el aprendizaje. Es un mero vehículo para pensar. El fin es la mejora del pensamiento. La materia explícita es enseñar a pensar.”* (Román, 1994, p. 270)

1.3.- Clasificación de los aprendizajes

Estudiamos en este apartado los distintos aprendizajes de la guía de desarrollo de capacidades que son aprendizaje de conocimientos, aprendizaje de capacidades o cognitivo, aprendizaje metacognitivo y actitudes como una forma diferente de aprendizaje.

- **El aprendizaje de conocimientos:** esta orientado a obtener información y está expresado en el currículo en forma de contenidos básicos

- **El aprendizaje de procesos mentales o capacidades (cognitivo)** Es el proceso mediante el cual, la persona llega a adquirir y manejar en forma pertinente, eficiente, eficaz, coherente y lógica capacidades fundamentales tales como: el pensamiento crítico, el pensamiento creativo, la solución de problemas o pensamiento resolutivo y la toma de decisiones o pensamiento ejecutivo.

- **El aprendizaje metacognitivo** se refiere al conocimiento y control de la cognición y de los procesos cognitivos. En particular, está referido al conocimiento que el sujeto tiene de su propio sistema cognitivo (contenidos, capacidades, potencialidades, limitaciones) así

como las funciones reguladoras que tal conocimiento puede ejercer en su actividad.

(MED, 2004b, p. 12, 13, 15).

La definición de actitudes podemos obtenerla de la Guía de evaluación del aprendizaje.

Las actitudes: *Son formas de actuar, demostraciones del sentir y del pensar. Responden a los intereses y motivaciones, y reflejan a la aceptación de normas o recomendaciones. Las actitudes tienen elementos cognitivos, afectivos y conductuales, y son el reflejo de uno o más valores.*

(MED, 2004a, p. 23).

El DCN con estos aprendizajes abarca todos los campos del desarrollo humano y no sólo los exclusivamente intelectuales; porque además de estar presente lo cognitivo esta lo afectivo. Pero existe gran interés en la mejora de las habilidades. Nos están presentando un aprendizaje metacognitivo que ayudará a los alumnos a obtener mejores aprendizajes; porque “conocer los procesos mentales subyacentes en el aprendizaje facilita su desarrollo y su mejora” (Román, 1994, p. 249). Estos tipos de aprendizajes pueden ser desarrollados en los alumnos de forma independiente; pero se busca que el profesor trabaje integrando capacidades y contenidos; porque los alumnos podrán ejercitar y manejar sus propios procesos cognitivos para que puedan alcanzar aprendizajes como el *aprender a pensar* y *aprender a aprender*. MED (2004b)

La Guía de evaluación nos sugiere desarrollar las actitudes de manera transversal en todas las áreas. Estas son:

“Respeto a las normas de convivencia, perseverancia en la tarea, disposición cooperativa y democrática, disposición emprendedora y sentido de organización” (MED 2004a, p. 24).

En el módulo de Orientaciones metodológicas del área de Matemática MED (2006) presenta un apartado que se llama **Actitud frente al error**.

El borrador² es un instrumento que sirve para desaparecer los errores e impedir que el profesor tome conocimientos de ellos. Debemos, por lo tanto, “desaparecer” el borrador de algunas actividades de matemática esto es, aportando el uso exclusivo de lapicero y orientado en cuanto a los procedimientos ante el error, sin hacer borrones para esconder el error, concientizándolos de que es importante detectar el error, no para desaparecerlo, sino para repararlo.

Detectadas las causas el profesor propondrá un conjunto de actividades pertinentes y bien dosificadas, así los alumnos se irán fortaleciendo en su práctica diaria de resolver operaciones elementales y en los contenidos consiguientes.

Sin embargo, el régimen de tareas diarias deberá ser cumplido sin disculpas como: yo no sabía, yo no conseguí, yo trabajo, yo ayudo en mi casa, no tuve tiempo, etc. Si un estudiante no realiza su tarea, deberá cumplir con ella de todas maneras.

(MED, 2006, p. 56)

Analizando el enunciado nos damos cuenta que es una recomendación o una estrategia que ayudará al profesor y a los alumnos a mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje. Si bien es cierto que

existen de manera explícita actitudes transversales no encontramos en el DCN actitudes referentes al área de matemática que son importantes para el desarrollo de la capacidad de resolución de problemas. Aunque al trabajar esta capacidad con los alumnos pueda desarrollar por sí misma "... *actitudes de perseverancia y curiosidad, y confianza en situaciones no rutinarias que les serán útiles fuera de la clase.*" (MED, 2006, p. 24).

Para Román (1994) "*Las capacidades y los valores son comunes a todas las áreas y asignaturas y a todas las edades, en cambio es necesario ajustar las destrezas y las actitudes.*" (Román, 1994, p. 87).

1.4- La capacidad como manifestación del aprendizaje

Antes de describir las características de cada una de las capacidades daremos a conocer como se definen y que función cumplen en el DCN.

Las Capacidades son potencialidades inherentes a la persona y que procura desarrollar a lo largo de su vida. Son macrohabilidades generales, talentos o condiciones especiales de la persona, fundamentalmente de naturaleza mental, que le permiten tener un mejor desempeño o actuación en la vida cotidiana. Las capacidades están asociadas a los procesos cognitivos y socio-afectivos y

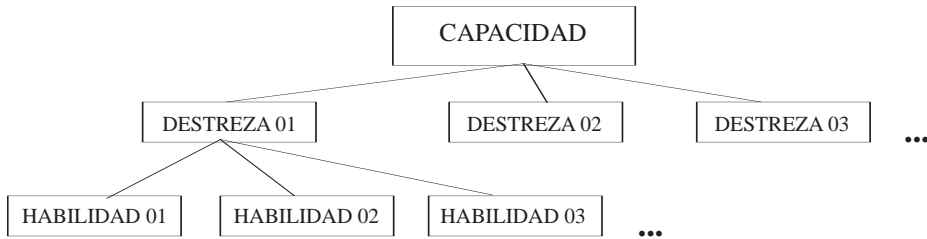
garantizan la formación integral de la persona.

Una capacidad es la utilización eficiente y eficaz de procesos, estrategias y procedimientos.

(MED, 2004b, p. 14, 15)

De acuerdo a la definición se aprecia que las capacidades están relacionadas con las habilidades cognitivas que poseen las personas y "*son herramientas muy potentes, son los instrumentos del pensar.*" (Gallego, 2002, p. 16). De acuerdo a esta definición podemos decir que los alumnos deberán adquirir habilidades cognitivas para desarrollar el pensamiento. Román (1994) hace una diferencia entre capacidades, destrezas y habilidades y las define de la siguiente manera: "*Entendemos por destreza: una habilidad específica para... que utiliza o puede utilizar un aprendizaje para aprender. Las destrezas surgen al descomponer las capacidades en sus elementos. Pero si descomponemos una destreza en sus elementos parciales surgen las habilidades. Entendemos por habilidad un componente o paso mental estático potencial. Un conjunto de habilidades constituye una destreza:*" (Román, 1994, p. 86). En el esquema Nro 1 se observa la clasificación que realiza Román (1994) entre una capacidad, destreza y habilidad.

Esquema n° 1. Clasificación de capacidad, destreza y habilidad



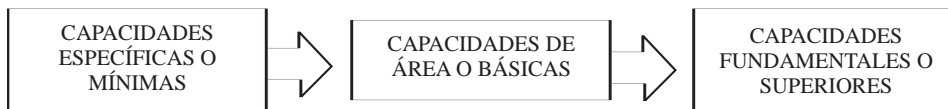
Beltrán (1993) afirma que la enseñanza por medio de capacidades facilita la intervención de los profesores en el proceso del aprendizaje de los alumnos. También dice que las manifestaciones que presentan los alumnos del dominio de la capacidad es un aprendizaje visto desde un enfoque cognitivo y que el aprendizaje con orientación cognitiva, trata de llenar el vacío que existe entre el “input” y el “output”. La enseñanza por este medio pretende identificar, repre-

sentar, y justificar la cadena de procesos o sucesos mentales que se parten desde la motivación y percepción y terminan con la recuperación del material y el “feedback”.

1.5.- Clasificación de capacidades

Las capacidades se encuentran clasificadas en el DCN de acuerdo a su complejidad. Se clasifican en: capacidades fundamentales, de área y específicas. Ver esquema Nro 2

Esquema n° 2. Clasificación de capacidades



MED (2004b) sugiere primero trabajar las capacidades específicas para conseguir las de área; y el manejo de las capacidades de área permitirá desarrollar las capacidades fundamentales.

a).- Capacidades fundamentales

Estas capacidades buscan desarrollar el pensamiento de los alumnos y se definen:

Las capacidades fundamentales, se caracterizan por su alto grado de complejidad y porque están relacionadas con las grandes intencionalidades del currículo. Estas capacidades se desarrollan de manera conectiva y forman redes de pensamiento que procuran el máximo desarrollo de las potencialidades de la persona.

(MED, 2004b, p. 15)

En el currículo identificamos cuatro grandes intencionalidades que son los ejes transversales de todas las áreas en el nivel secundario y se traducen en cuatro capacidades fundamentales: pensamiento creativo, pensamiento crítico, solución de problemas o pensamiento resolutivo y la toma de decisiones o pensamiento ejecutivo. Para desarrollar el pensamiento de los alumnos; los profesores deben estar preparados y poseer estas grandes capacidades. Así por ejemplo, para desarrollar el pensamiento creativo, los profesores deben presentar una disposición favorable y tener unas condiciones intelectuales, físicas y pedagógicas, MED (2004b).

b).- Capacidades Básicas

Las capacidades básicas o de área traducen las intencionalidades de cada una de las áreas en que se encuentra organizado el DCN en el nivel secundario y se definen:

Las capacidades básicas o de área, son enunciados breves que sintetizan los propósitos específicos de las áreas curriculares. Cada área, desde su particularidad y naturaleza, contribuye al fortalecimiento y desarrollo de las capacidades fundamentales de la persona. Las capacidades de área podrían identificarse con el manejo eficiente de destrezas como: la comprensión lectora, el razonamiento y la demostración, el juicio crítico, la indagación y experimentación, etc.

(MED, 2004b, p. 15).

Estas destrezas llevan a los alumnos a analizar datos siguiendo un criterio que puede ser: semántico, espacial, afectivo,... Además, los alumnos que poseen

estas capacidades básicas deberán clasificar, contrastar, agrupar datos concretos y abstractos que pueden ser: representaciones gráficas o simbólicas. Otra de las manifestaciones deben poseer estas capacidades es la de cualificar, categorizar, conceptuar a partir de una abstracción. Por último, podrán establecer relaciones, descubrir patrones, establecer secuencias.

MED (2004b) sugiere seguir el modelo de Beltrán (1993) para la enseñanza de capacidades porque tiene en cuenta todos los aportes de la investigación psicológica cognitiva. El programa de entrenamiento que propone Beltrán (1993) esta compuesto de las siguientes fases: introducción - planteamiento, enseñanza, modelado, práctica guiada, resumen, práctica independiente, generalización - transferencia y evaluación.

c).- Capacidades específicas

Son los procesos cognitivos que debemos activar para desarrollar las capacidades de área. Una capacidad específica se define:

“Capacidades específicas son los procesos internos involucrados en cada una de las capacidades de área. La activación permanente de estos procesos hace que la capacidad de área se desarrolle cada vez mayor hasta llegar al dominio de procedimientos que, en si, constituyen las capacidades fundamentales. Identificar características esenciales, comparar colores y tamaños, elaborar un razonamiento específico, etc, son capacidades específicas.”

(MED, 2004b, p. 15).

Afirma Beltrán que es importante identificar los procesos del aprendizaje

para construir modelos, comprenderlos y enseñarlos a los alumnos, con la finalidad de mejorar la calidad del aprendizaje. La definición de capacidades específicas como procesos internos que de forma sistemática nos presentan diversos autores en Beltrán (1993) coinciden que estos procesos son los sucesos internos que pasan por la cabeza de los alumnos mientras aprenden. Desde este enfoque podemos argumentar que el aprendizaje de los alumnos es activo ya que este depende de lo que realice el estudiante es decir, a los procesos que ponga en marcha al aprender y, por tanto, de las estrategias que desarrollan esos procesos.

1.6.- Logros de aprendizaje por ciclos en la Educación Básica Regular

Logros de aprendizaje por ciclo se definen:

Logros de aprendizaje por ciclo
Permiten establecer una secuencia en los aprendizajes que los estudiantes desarrollarán en los siete ciclos de la Educación Básica Regular. Evidencian los propósitos generales que comparten las áreas curriculares de los tres niveles. Constituyen aquellos aprendizajes que se esperan alcancen los estudiantes al término de cada ciclo de la Educación Básica Regular.

MED (2005)

Estos logros de aprendizaje buscan articular los niveles de la educación básica regular asegurando la coherencia pedagógica y curricular; tienen por objetivos la graduación y secuencia, integridad, continuidad de los aprendizajes previstos. Se encuentran redactados en forma de competencias (conjunto de capacidades elementales) compuestas

por contenidos del área, capacidades específicas, y actitudes.

1.7.- Evaluación de los aprendizajes, definición y características

La Guía de Evaluación del Aprendizaje MED (2004a) nos brinda fundamentos muy claros sobre el sentido que tiene la evaluación en el nivel secundario y es definida como “un proceso, a través del cual se observa, recoge y analiza información relevante, respecto del proceso de aprendizaje de los estudiantes, con la finalidad de reflexionar, emitir juicios de valor y tomar decisiones pertinentes y oportunas para optimizarlo.” (MED, 2004a, p. 7).

El concepto de evaluación ha sido estudiado por diversos autores. Así en Lukas y Santiago (2004) se recoge una definición de evaluación como “Proceso ordenado continuo y sistemático de recogida de información cuantitativa y cualitativa, que responde a ciertas exigencias (válida, creíble, dependiente fiable, útil...) obtenida a través de ciertas técnicas e instrumentos, que tras ser cotejada o comparada con criterios establecidos nos permite emitir juicios de valor fundamentados que facilitan la toma de decisiones que afectan al objeto evaluado.” (Lukas y Santiago, 2004, p. 82). Esta definición ratifica la formulada anteriormente.

Para evaluar los aprendizajes de los alumnos los profesores deben elaborar indicadores de logro que verifican a qué nivel el alumno ha desarrollado la capacidad y cuáles son las manifestaciones actitudinales. Estos indicadores son definidos como “enunciados que describen señales o manifestaciones que eviden-

cion con claridad los aprendizajes de los estudiantes respecto a una capacidad o actitud.” (MED, 2004a, p. 25) Se pueden estructurar articulando tres elementos que son las capacidades específicas, los

contenidos básicos y un producto o resultado. Se sugiere elaborar una matriz de evaluación que tiene la estructura que presentamos en el esquema Nro 3

Esquema n° 3. Matriz de doble entrada para formular indicadores

CONTENIDOS		
CAPACIDADES ESPECÍFICAS		

2. Área de Matemática

Después de tener una visión general de los elementos, tendencias del currículo y la organización del mismo ahora pasaremos a identificar los elementos pedagógicos del área.

2.1.- Área de matemática: definición y propósitos

MED (2006) recopila la definición de matemática de personajes que brindaron valiosos aportes a esta área, a través de la historia como son Descartes, Gauss, Eric T. Bell, C. S. Peirce, David Hilbert y el grupo Bourbaki. Estas definiciones no se adecuan a los propósitos planteados tanto de la educación peruana y del área. Podemos afirmar que con dichos propósitos van de acuerdo con la definición de competencia matemática que nos proporciona el informe Pisa / OCDE³ “... capacidad del individuo para identificar y entender la función que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados y

utilizar y relacionarse con las matemáticas de forma que puedan satisfacer las necesidades de la vida de estos individuos como ciudadanos constructivos, responsables y reflexivos.” (OCDE, 2003, p. 37) Otra de las definiciones que van de acuerdo con los propósitos y objetivos del área nos la da Romberg (1991) que dice: “como un lenguaje, como un tipo especial de estructura lógica, como un conjunto de conocimientos sobre los números y el espacio, como una serie de métodos para extraer conclusiones, como la esencia de nuestro conocimiento del mundo material o como una divertida actividad intelectual.” (Romberg, 1991, p. 326). Este tipo de definición tiene en cuenta tanto las capacidades como los contenidos⁴ propuestos en el área.

Los propósitos del aprendizaje de la matemática en secundaria de acuerdo al MED (2006) son:

- Resolver problemas de la vida cotidiana.

- Aprender a razonar matemáticamente.
- Utilizar la matemática como medio de comunicación.
- Aprender a valorar positivamente la matemática.
- Adquirir confianza en las propias capacidades para hacer matemática.

En Blanco (1991) se recogen estos cinco propósitos que también aparecen en Putnam y otros (1990). Estos propósitos son consecuencia de los objetivos sociales para la educación Matemática que ofrece el NCTM³ (1991), y que se enuncian como:

- Trabajadores que sepan leer y escribir matemáticamente ya que las demandas tecnológicas de la sociedad requerirán cada vez más habilidades y comprensión de las mismas, así como la resolución de problemas complejos. En este aspecto, saber leer y escribir matemáticamente denotaría una capacidad para explorar, conjeturar, razonar lógicamente, y usar una variedad de métodos matemáticos para resolver distintos problemas.

- Aprendizaje para toda la vida, ya que cada vez es más frecuente cambiar de trabajo y la habilidad para la resolución de problemas ayudará para explorar, crear, acomodar a las nuevas condiciones y crear nuevos conocimientos para la nueva vida.

- Oportunidad para todos ya que las matemáticas han llegado a ser un filtro para trabajar y para la participación en nuestra sociedad. Por este motivo deben ser accesibles a todos los estudiantes.

- Ciudadanos informados ya que el incremento de la complejidad y de las

aportaciones de la técnica hace que la participación de los ciudadanos requiera de estos ciertos conocimientos para poder interpretar determinadas informaciones.

(Blanco, 1991, p. 38)

2.2.- Pensamiento lógico-matemático

Ahora nos preguntamos *¿Cuál es la finalidad del área de matemática?* Encontramos esta respuesta en el diseño curricular, en el nivel primario que dice:

Busca el desarrollo del pensamiento lógico-matemático a través de la adquisición de una cultura matemática que proporcione recursos para la vida; esto implica habilidades y destrezas cognitivas para desarrollar aprendizajes más complejos como el aprender a pensar y el aprender a aprender. (...) Este pensamiento se va estructurando desde los primeros años de la vida en forma gradual y sistemática. Nadie nace siendo poseedor del pensamiento matemático.

MED (2005)

Con respecto a la finalidad de esta área Gallego (2002) señala que el gran objetivo de una escuela donde los alumnos son estimulados en el proceso de pensar es la enseñanza del pensamiento matemático.

También, Blanco (1991) interpreta los "Implementing the Standards"⁶ publicados por el NCTM llegando a la conclusión de que una de las dos corrientes de opinión del aprendizaje de las matemáticas es: *"las matemáticas deberían estudiarse no por algún propósito utilitario, sino porque constituyen un desarrollo del pensamiento del hombre que debería ser apreciado y mostrado a los demás, for-*

mando parte de la educación de las personas.” (Blanco, 1991, p. 38)

a) - *Construcción del pensamiento matemático*

MED (2006) presenta un esquema de la construcción del pensamiento matemático. Que hemos interpretado de la siguiente manera:

Para *la construcción o desarrollo del pensamiento matemático* debemos seguir unas etapas que son secuenciales. *La primera etapa* empieza con el desarrollo del pensamiento sensorial que en matemática es de tipo intuitivo concreta. La persona aprehende la realidad a través de diversas sensaciones mediante la información que proporcionan los sentidos. *La segunda etapa* desarrolla el pensamiento racional que en matemática se caracteriza por ser gráfica y representativa. La persona aprehende la realidad a través de sus diversas formas y maneras de representarla y graficarla como un medio elemental de razonamiento. *La tercera etapa* desarrolla el pensamiento lógico que en matemática se manifiesta como una etapa conceptual y simbólica. La persona aprehende la realidad que nos rodea a través de nociones, conceptos, teorías, leyes, principios simbólicos, etc. Así se obtiene el conocimiento mediante el ejercicio de de estos procesos mentales. También, se debe reflexionar sobre la misma actividad mental, es decir, sobre la manera como pensamos. Esto nos lleva alcanzar aprendizajes superiores como **el aprender a aprender, aprender a pensar, aprender hacer, aprender a vivir y aprender a ser**. Estos aprendizajes superiores han sido identificados del informe propuesto a la UNESCO (1996).

b).- *Una enseñanza para desarrollar un pensamiento matemático.*

MED (2006) afirma que se debe enseñar a los alumnos a realizar abstracciones y a generalizar y no que aprendan un conjunto infinito de las mismas. En esto consiste enseñar a pensar. Se define “**abstracción**” como la distancia que existe entre los datos inmediatos con que se enfrenta el sujeto y la generalización que hace de los mismos. Bernad (2000).

Para enseñar a pensar los alumnos deben enfrentarse a situaciones problemáticas concretas; la actividad comenzará donde ellos utilicen el mínimo esfuerzo y los resultados les sean comprensibles; formularán hipótesis; se familiarizarán con lo intuitivo y concreto utilizando materiales educativos u objetos reales del ambiente; trabajando así la etapa sensorial del pensamiento. Luego, deberán representar la situación usando etiquetas, esquemas, grafos procurando explicar con sus propias palabras la situación planteada. Posteriormente trabajaran el concepto, que ya es un pensamiento abstracto, utilizando la simbología del área, llegando a deducir y utilizar fórmulas, organizando sus estructuras conceptuales y analizando sus constructos teóricos y abstractos.

2.3.- Logros de aprendizaje por ciclo en el área de matemática.

En las tablas Nro 1 y Nro 2 presentamos ejemplos de los logros de aprendizaje que involucran contenidos de números y de geometría; y que se encuentran relacionados para articular los ciclos y niveles de la Educación Básica Regular.

Tabla 1. Logros de aprendizaje por ciclo. Entre los ciclos del Nivel Secundario

LOGROS DE APRENDIZAJE POR CICLO		
V Ciclo (5to y 6to grado del Nivel primaria)	VI Ciclo (1er y 2do grado del Nivel Secundaria)	VII Ciclo (3er, 4to y 5to grado del Nivel Secundaria)
Formula y resuelve problemas para cuya solución requiere la aplicación de estrategias, conceptos, y algoritmos de las operaciones con números naturales, fracciones y decimales. Aprecia la utilidad de los números en la vida diaria. Demuestra confianza en sus propias capacidades y perseverancia en la búsqueda de soluciones.	Resuelve situaciones problemáticas de la vida cotidiana, cuya solución requiere la aplicación de estrategias, conceptos y algoritmos de la adición y multiplicación de números naturales, enteros y racionales. Aborda con perseverancia y confianza en si mismo, situaciones problemáticas de la vida cotidiana.	Resuelve situaciones problemáticas de la vida cotidiana, cuya solución requiere la aplicación de estrategias, conceptos y algoritmos de la adición y multiplicación de números reales. Aborda con perseverancia y confianza en si mismo, situaciones problemáticas de la vida cotidiana.
A	B	C

Tabla 2. Logros de aprendizaje por ciclo. Entre los niveles Primario y secundario

LOGROS DE APRENDIZAJE POR CICLO		
V Ciclo (5to y 6to grado del Nivel primaria)	VI Ciclo (1er y 2do grado del Nivel Secundaria)	VII Ciclo (3er, 4to y 5to grado del Nivel Secundaria)
	Modela representaciones gráficas de objetos tridimensionales en el plano; así como identifica, interpreta, grafica y relaciona figuras en el plano, áreas superficiales y volúmenes.	Modela representaciones gráficas de objetos tridimensionales en el plano, así identifica, interpreta, grafica y relaciona figuras en el plano, áreas superficiales y sólidos de revolución.
	D	E
		Realiza abstracciones a través del descubrimiento de regularidades numéricas en el plano y el espacio, así como áreas superficiales y sólidos de revolución.
		F
	Formula y analiza conjeturas utilizando operaciones combinadas en el conjunto de los números racionales. Verifica sus resultados.	Formula y analiza conjeturas utilizando operaciones combinadas en el conjunto de los números reales. Verifica sus resultados.
	G	H

Al realizar un proceso de comparación entre los logros de aprendizaje en el nivel secundario, se verifica que se encuentran debidamente articulados; no sucede así con los logros de aprendizaje entre los niveles primario y secundario;

el primero (logro de aprendizaje A) busca que el alumno formule y resuelva problemas no haciendo referencia de un contexto; en cambio, en los logros del nivel secundario (B y C) sólo se plantea que el alumno resuelva situaciones problemáti-

cas de la vida diaria; no busca la formulación de un problema proceso que se ha iniciado ya en el nivel primario, esto lo podemos observar en la tabla Nro 1.

En lo que respecta al análisis realizado en la tabla Nro. 2, podemos observar que existen procesos cognitivos involucrados en los logros de aprendizaje (D, E y F) que en nivel primario no se habían tomado en cuenta, como el modelar y el abstraer; posiblemente se deba porque los alumnos del nivel secundario se encuentran en una nueva etapa biológica de la inteligencia, período de las operaciones formales de Piaget que abarca desde los 12 años a los 18 ó 20 años. Esta etapa, “se caracteriza por la aparición del pensamiento formal, un pensamiento realmente abstracto, cuya perfección se va realizando paulatinamente en ese largo tiempo.” (Pérez 2000, p. 158). También, podemos afirmar que el logro de aprendizaje (H) no pertenece al VII ciclo; debido a que el bloque de contenidos del sistema de números reales pertenece al VI ciclo. Se verifica observando la tabla Nro 4.

Por último, hemos podido comprobar en el DCN los logros de aprendizaje en el nivel secundario no cumplen otra función; ya que en las orientaciones metodológicas no son mencionados ni abordados desde la programación, que es el inicio del proceso enseñanza aprendizaje en la institución educativa.

2.4.- Capacidades del área de matemática

En el MED (2005) se identifican tres capacidades de área. Estas son: razonamiento y demostración, comunicación matemática y resolución de problemas.

Las capacidades del área de matemática son una adaptación de los cinco estándares curriculares para la educación matemática, editados por el NCTM. Estos estándares tratan de los procesos de resolución de problemas, razonamiento y prueba, conexiones, comunicación y representación.

a).- Razonamiento y demostración

MED (2006) se refiere al razonamiento y demostración como una capacidad de proporcionar modos para desarrollar y codificar conocimientos sobre una variedad de fenómenos. Esta capacidad implica, percibir patrones, estructuras o regularidades, formular conjeturas y demostrarlas. La demostración en matemática es una manera formal de expresar tipos particulares de razonamiento y de justificación.

La capacidad de razonamiento y demostración del área de matemática persigue los mismos objetivos que el estándar razonamiento y demostración propuesto por el NCTM (2000) que dice: “*Los alumnos deberían tener frecuentes y diversas experiencias con el razonamiento matemático cuando: examinan patrones y estructuras para detectar regularidades; formulan generalizaciones y conjeturas acerca de las regularidades observadas; evalúan conjeturas; y construyen y evalúan argumentos matemáticos.*” (NCTM, 2000, p. 266)

En esta línea Rico (1997) señala que se deben crear numerosas y variadas experiencias para que los alumnos refuercen y amplíen las destrezas de razonamiento lógico. Se evidenciará esta capacidad cuando los alumnos puedan ser capaces de hacer y probar conjeturas,

formular contraejemplos, seguir argumentos lógicos y juzgar la validez de los argumentos planteados.

b).- *Comunicación matemática.*

La comunicación matemática, de acuerdo a MED (2006) es la capacidad que permite expresar compartir y aclarar las ideas que llegan a ser objeto de reflexión, perfeccionamiento, discusión, análisis y reajuste. La comunicación involucra además los procesos de conexiones y de representación propuestos en el NCTM (2000).

Con respecto al término **conexiones** MED (2006) le da un significado distinto del que presenta el NCTM. Este es: *“Comprender implica hacer conexiones. Esta capacidad contribuye también al desarrollo de un lenguaje para expresar las ideas matemáticas, y a apreciar la necesidad de la precisión en este lenguaje”* (MED, 2006, p. 27). **La representación** se define en este documento como el acto de captar un proceso matemático o una relación a una forma determinada como los diagramas, las gráficas y las expresiones simbólicas. Estas formas de representación no deben ser fines del aprendizaje, por tratarse de formas de comunicación matemática y no de capacidades ni contenidos.

En referencia a la capacidad de comunicación matemática se observa que involucra a los procesos de comunicación, conexión y representación propuestos por el NCTM (2000). En el proceso de comunicación los alumnos explican sus pensamientos, argumentos matemáticos, los fundamentos teóricos y manifiestan las estrategias que utilizan para resolver problemas.

La importancia del medio social en que se forma el individuo es destacada por Vigotski que afirma que la interacción social es lo que facilita la adquisición de herramientas que se consiguen con un contacto externo y que luego el alumno debe internalizar. Así, el profesor podría trabajar la zona de desarrollo potencial. *“El nivel de desarrollo potencial estaría constituido por lo que el sujeto sería capaz de hacer con ayuda de otras personas o de instrumentos mediadores externamente proporcionados.”* (Pozo, 1996, p. 198)

NCTM (2000) presenta el término conexiones como procesos de reconocer y relacionar ideas matemáticas; comprender cómo las ideas matemáticas se interconectan y construyen una sobre otras para producir un todo coherente; y reconocer y aplicar matemática en contextos no matemáticos. También la representación se relaciona con procesos de: crear y utilizar representaciones para organizar, registrar y comunicar ideas matemáticas; seleccionar, aplicar y traducir representaciones matemáticas para resolver problemas; y usar representaciones para modelizar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos. *“Este estándar permitirá en el alumno que aprendan a reconocer, comparar y usar una serie de formas de representación para las fracciones, los decimales, los porcentajes y los números enteros.”* (NCTM, 2000, p. 284)

Autores como Rico (1997) afirman que la comunicación busca desarrollar en los alumnos el lenguaje y simbolismo apropiados para comunicar ideas matemáticas. El objetivo es que los alumnos puedan formular, expresar, leer represen-

taciones matemáticas mediante un lenguaje oral y escrito.

c).- Resolución de problemas.

Con respecto a la resolución de problemas MED (2006a) afirma que esta capacidad permite formar personas autónomas, críticas, que adquieren formas de pensar, hábitos de perseverancia curiosidad y confianza que les servirán para enfrentarse a situaciones no familiares y que se dan fuera de clase. El resolver problemas *“posibilita el desarrollo de capacidades complejas y procesos cognitivos de orden superior que permitan una diversidad de transferencias y aplicaciones a otras situaciones y áreas; y en consecuencia proporciona grandes beneficios en la vida diaria y en el trabajo. De allí que, resolver problemas se constituye en el eje principal del trabajo en matemática.”* (MED 2006, p. 23)

En el mismo sentido Blanco (1991) presenta las interpretaciones que da Branca (1980) a la resolución de problemas. Es decir: como meta, como un proceso y como una habilidad básica.

En la interpretación como una meta se plantea la necesidad de aprender a resolver problemas ya que se considera que esta habilidad ayudará a resolver distintas situaciones de naturaleza diversa.

En la segunda interpretación, como un proceso, lo que importa es el método, el proceso, la estrategia y este debería ser el foco del currículo de matemáticas.

Por último, la resolución de problemas puede plantearse como una habilidad básica que se considera conjuntamente con otras, como interpretación de tablas, habilidades de cálculo, etc. Y en este sentido sería necesario distinguir los

contenidos de los problemas, la clasificación que pudiera hacerse o distintos métodos para hallar la solución.

NCTM (2000) afirma que la capacidad de resolución de problemas permite en los alumnos realizar observaciones que dan lugar a hacer conjeturas, y proponer generalizaciones cuya validez puede ser desconocida por el profesor. Por lo que concluimos que cuando se trabajan los procesos internos para desarrollar esta capacidad estamos desarrollando la comunicación matemática, el razonamiento y la demostración.

MED (2004b) considera que resolver problemas es uno de los factores que más caracteriza el desarrollo cognitivo de las personas y que implica las estructuras cognitivas y las socioemociones. En esta guía se hace un listado de las habilidades involucradas para el desarrollo de esta capacidad según Win y Lochhead. Estas son: habilidades para la comprensión lectora; habilidades para observar, explorar y operar con precisión; habilidades para verificar y corregir errores; habilidades para regular la impulsividad; habilidades para perseverar y tener seguridad en sí mismo; habilidades para comunicarse e interactuar con otras personas; habilidades para razonar; habilidades para diseñar y aplicar estrategias; y habilidades para manejar procedimientos, métodos y técnicas con el fin de resolver problemas.

También, el diseño curricular del MEC (1992) de España señala que *“la resolución de problemas es uno de los ejes vertebrados del área a lo largo de toda la etapa, por lo que debe estar integrada como una actividad de presencia permanente en la clase, trabajándose*

cada una de las estrategias de resolución desde diversos contextos matemáticos.” (MEC, 1992, p. 104).

Como podemos apreciar en el área de matemática es de vital importancia el desarrollo de la capacidad de resolución de problemas porque: favorece el desarrollo de una gran variedad de estrategias, destrezas y habilidades; permite la transferencia para usar las matemáticas

en otras áreas y proporciona herramientas cognitivas que son de utilidad en la vida diaria y el trabajo.

2.5.- Capacidades específicas en el área de matemática

La tabla Nro 3 contiene las capacidades específicas del área de matemática. Esta tabla es extraída del documento MED (2005)

Tabla 3. Capacidades específicas

<i>Razonamiento y Demostración</i>	<i>Comunicación Matemática</i>	<i>Resolución de problemas</i>
<p>Identifica/Discrimina: Datos, conceptos; conjeturas, proposiciones; información pertinente; procesos cognitivos usados en el razonamiento y la demostración.</p> <p>Anticipa: Argumentos lógicos, procedimientos de demostración.</p> <p>Analiza/organiza: Datos disponibles, condiciones determinadas.</p> <p>Interpreta: Datos disponibles, condiciones, postulados matemáticos, teoremas, estrategias de razonamiento y demostración.</p> <p>Infiere: Datos implícitos, conclusiones, procedimientos.</p> <p>Formula/Elabora: Conceptos, conjeturas, proposiciones, ejemplos, contraejemplos, diseños, tablas.</p> <p>Recrea: Axiomas, teoremas.</p> <p>Evalúa: Conceptos y relaciones, el proceso cognitivo para el razonamiento y la demostración, estrategias metacognitivas empleadas.</p>	<p>Identifica/Discrimina: Gráficas y expresiones simbólicas, representaciones simbólicas, procesos cognitivos usados en la interpretación de gráficos.</p> <p>Analiza: Representaciones gráficas, expresiones simbólicas.</p> <p>Interpreta: Datos disponibles, condiciones, postulados y teoremas matemáticos, gráficos, expresiones simbólicas.</p> <p>Infiere: Datos implícitos, representaciones gráficas.</p> <p>Formula/Elabora: Ejemplos, contraejemplos; gráficos; representaciones simbólicas.</p> <p>Representa: Axiomas, teoremas.</p> <p>Evalúa: Conceptos y relaciones, el proceso cognitivo para interpretar gráficos y expresiones simbólicas, estrategias metacognitivas empleadas.</p>	<p>Identifica/Discrimina: Conjeturas, interrogantes, incógnitas; Datos; procesos cognitivos usados en la resolución de problemas.</p> <p>Anticipa: Argumentos lógicos, el uso pertinente de algoritmos.</p> <p>Analiza: Datos disponibles, tipos de problemas, estrategias de resolución de problemas.</p> <p>Interpreta/Infiere: Datos disponibles, condiciones, postulados matemáticos, teoremas, situaciones problemáticas, resultados, datos implícitos.</p> <p>Organiza: Estrategias para la resolución de problemas.</p> <p>Formula/Elabora: Estrategias de resolución de problemas, conjeturas, proposiciones, ejemplos, contraejemplos, diseños, tablas, resultados</p> <p>Evalúa: Estrategias metacognitivas empleadas.</p>

El plantear las capacidades específicas es un avance significativo. Porque se identifican los procesos internos que deben activar los alumnos para desarrollar las capacidades de área. Sin embargo hay capacidades específicas que no son tomadas en cuenta por ejemplo: aplica, representa, jerarquiza, discrimina,... como podemos ver en la tabla anterior.

Polya considera procesos internos específicos para el desarrollo de la capacidad resolución de problemas y los relacionan con la **Heurística** que: *“trata de comprender el método que conduce a la solución de problemas, en particular las operaciones mentales típicamente útiles en este proceso.”* (Polya, 1981, p. 102). Este autor considera los siguientes procesos internos: la **analogía**, descomponer y recomponer el problema, introducir una notación apropiada, recordar un problema relacionado al nuestro y que ya hemos resuelto, **generalizar, particu- rizar**, razonamiento regresivo, variar el problema, resolver un problema auxiliar más accesible, resuelve parte del problema para llegar a una meta menor, ... Estos procesos internos no son tomados en cuenta en la capacidad de resolución de problemas.

2.6.- Contenidos del Área de Matemática

Los contenidos del área se encuentran estructurados en tres bloques para todos los grados del nivel secundario: Número, relaciones y funciones; Geometría y medida y la Estadística y probabilidad. Se verifica que los objetivos de enseñanza para los tres bloques de contenidos están extraídos de los cinco estándares que podemos consultar en el NCTM (2000)

A continuación estudiamos detenidamente cada uno de estos bloques.

a).- Número, relaciones y funciones

En las orientaciones para el trabajo pedagógico del área de matemática este bloque esta compuesto de dos partes. La primera parte los contenidos son referidos a los sistemas numéricos, sus estructuras y a la aritmética en general. La segunda parte esta centrado en las relaciones entre cantidades, las funciones, las formas de representación de relaciones matemáticas y el análisis del cambio.

La tabla n° 4 que presentamos a continuación, muestra estos contenidos.

Tabla 4. Contenidos conceptuales de Número, Relaciones y Funciones

VI CICLO		VII CICLO		
PRIMER GRADO (12-13 años)	SEGUNDO GRADO (13-14 años)	TERCER GRADO (14-15 años)	CUARTO GRADO (15-16 años)	QUINTO GRADO (16-17 años)
El sistema de Números naturales (N)	El sistema de Números reales (R)	Ecuaciones e inecuaciones	Funciones y expresiones	Introducción a la programación lineal
El sistema de Números enteros (Z)	Polinomios	Sistema de ecuaciones lineales		Funciones exponencial y logarítmica
El sistema de números racionales (Q)				

Los dos estándares del NCTM (2000) relacionados con estos contenidos son: Números y operaciones y Álgebra. Las capacidades propuestas y las orientaciones para trabajar estos contenidos son extraídas del documento NCTM (2000).

Los objetivos de enseñanza buscan capacitar a los alumnos en: comprender los números, las formas de representarlos, las relaciones entre ellos, y los conjuntos numéricos. Comprender los significados de las operaciones y como se relacionan unas con otras. Calcular con fluidez y hacer estimaciones razonables. Comprender patrones, relaciones y funciones. Representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas utilizando símbolos algebraicos. Usar modelos matemáticos para representar y comprender relaciones cuantitativas. Analizar el cambio en contextos diversos.

Rico (1997) realiza una interpretación de los estándares citados anteriormente y afirma que debe incluir el estudio de la estructura matemática y sus características para que los alumnos

comparen y contrasten el sistema de los números reales y sus varios subsistemas. Los futuros alumnos universitarios deben ser capaces de desarrollar el sistema de los números complejos y demostrar con facilidad con sus operaciones, probar teoremas dentro de varias estructuras matemáticas, como los de grupo y cuerpo, y comprender la naturaleza y el propósito de los sistemas axiomáticos.

b).- Geometría y Medida

Este bloque está compuesto de dos partes en la primera parte, se plantea contenidos de geometría. Al respecto el MED (2006) orienta a los profesores para que los alumnos aprendan sobre las formas y estructuras geométricas así como analizar sus características y relaciones. En la segunda parte se abordan contenidos de medida como la conversión de unidades de longitud, masa superficie y capacidad; también, la medida de áreas, volúmenes de elementos geométricos tanto en el plano como en el espacio.

En la tabla Nro 5 se presentan de manera sintetizada los contenidos de este bloque.

Tabla 5. Contenidos de Geometría y Medida

VI CICLO		VII CICLO		
PRIMER GRADO (12-13 años)	SEGUNDO GRADO (13-14 años)	TERCER GRADO (14-15 años)	CUARTO GRADO (15-16 años)	QUINTO GRADO (16-17 años)
GEOMETRÍA Polígonos Transformaciones geométricas Geometría del espacio: sólidos geométricos	GEOMETRÍA Figuras y ángulos Geometría del espacio; nociones básicas.	GEOMETRÍA Nociones básicas de geometría plana. Congruencia perpendicularidad y paralelismo Geometría del espacio nociones básicas.	GEOMETRÍA Polígono circunferencia Semejanza de triángulos, área de regiones poligonales y circulares. Razones trigonométricas en el triángulo rectángulo Geometría del espacio prisma y pirámide Introducción a la geometría analítica Plana, la recta.	GEOMETRÍA Razones trigonométricas Geometría del espacio superficie de revolución Introducción a la geometría analítica plana circunferencia, parábola y elipse.
MEDIDA Medida (conversión de unidades de longitud, masa superficie y capacidad)	MEDIDA Medida (conversión unidades cúbicas) cubo prisma pirámide (áreas y volúmenes)	MEDIDA Medida cilindro cono esfera áreas y volúmenes	MEDIDA Medida variación de elementos geométricos lineales triángulo cuadriláteros volúmenes de cubos y prismas.	MEDIDA Medida variación del radio tanto en el perímetro y el área del círculo, volumen del cilindro y de la esfera.

Los contenidos de Geometría y Medida Los dos estándares del NCTM (2000) relacionados con estos contenidos son: Geometría y Medida.

MED (2006) sugiere trabajar los contenidos de tal forma que los alumnos puedan realizar un proceso de análisis de las características y propiedades de figuras geométricas de dos y tres dimensiones, usando un proceso de visualización. Los contenidos geométricos deben contribuir a desarrollar el razonamiento y la capacidad de realizar demostraciones; construyendo un conocimiento geométrico a partir de un pensamiento informal hasta alcanzar un pensamiento formal.

La finalidad de la enseñanza- apren-

dizaje de la Geometría es hacer que los alumnos se relacionen con el mundo en el que se mueven, son de mucha utilidad el conocimiento, la intuición y las relaciones geométricas para la vida cotidiana (Barrantes, 2003). Este autor enuncia dos grandes objetivos para la enseñanza de la geometría que son: primero desarrollar en los alumnos la adecuación al medio ambiente haciendo que explore el espacio tridimensional; segundo prepararlos para el aprendizaje de niveles superiores como la adquisición del razonamiento lógico.

c).- Estadística y probabilidad

MED (2006) afirma que la estadística debe llevar a los alumnos a un mane-

jo y tratamiento adecuado de datos representándolos en gráficos, diagramas y realizar un adecuado análisis de los mismos. También, deben abordarse conceptos y aplicaciones básicas de la probabilidad. Las capacidades relacionadas

con estos contenidos deberán llevar a los alumnos a ser ciudadanos bien formados y consumidores inteligentes.

La tabla Nro 6 presenta los contenidos referente la estadística y probabilidad que propone el DCN peruano.

Tabla 6. Contenidos de estadística y probabilidad

VI CICLO		VII CICLO		
PRIMER GRADO (12-13 años)	SEGUNDO GRADO (13-14 años)	TERCER GRADO (14-15 años)	CUARTO GRADO (15-16 años)	QUINTO GRADO (16-17 años)
<p>Estadística</p> <p>Ejes de coordenadas rectangulares interpretación de puntos. Interpretación y construcción de tablas y gráficos. Interpretación de gráficos estadísticos</p> <p>Probabilidad</p> <p>Experimentos aleatorios. Sucesos igualmente probables más probables y menos probables. La escala de probabilidades. Diagramas de árbol.</p>	<p>Estadística</p> <p>Manejo de datos. Promedios aritmético y ponderado. Tablas de frecuencias Diagramas de clasificación y conteo</p> <p>Probabilidad</p> <p>Experimento aleatorio Espacio muestral Probabilidad de un evento</p>	<p>Estadística</p> <p>Variables estadísticas clasificación Población y muestra Frecuencia relativa y acumulada Representación gráfica de distribuciones, histogramas, polígonos de frecuencia ojiva. Medidas de tendencia central media mediana moda.</p> <p>Probabilidad</p> <p>Probabilidad de frecuencia método montecarlo Introducción a la esperanza matemática</p>	<p>Estadística</p> <p>Frecuencia de datos agrupados Deciles Cuartiles Percentiles</p> <p>Probabilidad</p> <p>Factorial de un número Variaciones y permutaciones Binomio de Newton. Aplicaciones a las probabilidades.</p>	<p>Estadística</p> <p>Medidas de dispersión varianza y desviación estándar</p> <p>Probabilidad</p> <p>Probabilidad condicional Teorema de Bayes Esperanza matemática.</p>

Al analizar los objetivos de aprendizaje de este bloque identificamos que son los mismos propuestos en el estándar Análisis de datos y Probabilidad del NCTM (2000).

Rico al respecto de los contenidos de la estadística y probabilidad propuestos por el NCTM (2000) nos dice: "... los estudiantes puedan construir y realizar inferencias a partir de cuadros, tablas y

gráficos que resuman datos tomados de situaciones reales; usar el ajuste de curvas para realizar predicciones a partir de los datos; comprender y aplicar medidas de tendencia central, variabilidad y correlación; comprender el muestreo y reconocer su papel en resultados estadísticos; diseñar un experimento estadístico para estudiar un problema." (Rico, 1997, P. 365). También se refiere al estudio de

la probabilidad para resolver problemas que impliquen incertidumbre usar simulaciones para estimar probabilidades, etc.

2.7.- Aprendizajes esperados en el área de Matemática

Los aprendizajes esperados garantizan el logro de capacidades específicas de área y fundamentales. Para identificar y definir estos aprendizajes es necesario tener en cuenta algunos factores o procesos que los regulan o favorecen. Como ejemplos tenemos: la experimentación,

la observación, la manipulación, el establecimiento de relaciones o conexiones, las rutas algorítmicas específicas, las estrategias heurísticas genéricas o específicas. MED (2006)

Los aprendizajes esperados deberán ser elaborados por los profesores desde la programación. Es decir se deben plasmar en las unidades de aprendizaje, proyectos de aprendizaje o módulos de aprendizaje.

En el cuadro Nro. 2 se puede visualizar la estructura de los aprendizajes esperados de acuerdo al (MED, 2006, p. 32).

Cuadro Nro. 2 Estructura de un aprendizaje esperado

CAPACIDAD ESPECÍFICA + CONTENIDO DIVERSIFICADO
= APRENDIZAJE ESPERADO

En el cuadro Nro. 3 nos ilustra con aprendizajes esperados mostrando los siguientes ejemplos:

Cuadro Nro. 3. Ejemplos de aprendizajes esperados.

Ejemplos:

1.- Aplica criterios de divisibilidad al resolver problemas	(1° grado)
2.- Define y aplica sus propiedades al operar con números irracionales	(2° grado)
3.- Construye figuras congruentes y semejantes usando regla y compás y, otras herramientas	(3° grado)
4.- Aplica fórmulas para el área y volumen de pirámides y conos	(4° grado)
5.- Representa la mejor recta de ajuste de un conjunto de datos.	(5° grado)
6.- Representa y resuelve ecuaciones con una variable usando símbolos y gráficos	(6° grado)

(MED 2006, P. 32)

a).- Análisis de los ejemplos propuestos en el cuadro número 3

Estudiamos si estos ejemplos se adaptan a la estructura que se define en el cuadro Nro 2. Para ello, primero identificaremos las capacidades específicas en los ejemplos estas son: aplica, define y aplica, construye, representa, opera, y en segundo lugar identificamos los contenidos matemáticos criterios de divisibilidad, números irracionales, figuras congruentes y semejantes área y volumen de pirámides y conos, recta de ajuste de un conjunto de datos, ecuaciones con una variable.

De acuerdo al proceso de identificación que estamos realizando, observamos que no se utiliza ninguna de las capacidades específicas propuestas en el diseño curricular básico (DCN); los procesos que aparecen en los ejemplos no son tomados en cuenta dentro de las capacidades de área. En los aprendizajes esperados identificamos un tercer elemento; así tenemos los enunciados: al resolver problemas; usando regla y compás y, otras herramientas, usando símbolos y gráficos.

b).- Análisis del tercer ejemplo propuesto en el cuadro número 3

En el caso anterior el estudio se ha realizado de forma global; ahora hacemos un nuevo análisis aplicando las definiciones presentadas en el diseño curricular utilizando el tercer ejemplo: “*Construye figuras congruentes y semejantes usando regla y compás y, otras herramientas.*”

El término “construye” es una destreza que en si mismo puede ser considerada una capacidad específica relacionada a una capacidad de área. La parte del enunciado “*figuras congruentes y seme-*

jantes” es un contenido matemático que involucra:

- Figuras: triángulos, cuadriláteros,... implica conocer definición, propiedades, clasificación, elementos, líneas notables, entre otras.

- Congruencia: toda una teoría compuesta de definiciones, teoremas,...

- Semejanza: toda una teoría compuesta de definiciones, teoremas,...

Por último, la parte del enunciado “*usando regla y compás y, otras herramientas*” es una condición que nos orienta cómo se debe ejecutar esta destreza.

Podemos apreciar que este aprendizaje esperado es muy amplio y para poderlo evaluar deberá abarcar varias sesiones de aprendizaje con diferentes objetos matemáticos como el triángulo, cuadrilátero,... Además, en este ejemplo aparece un nuevo elemento que es la condición de cómo ejecutar la capacidad específica que no esta contemplado en la estructura de un aprendizaje esperado de acuerdo al MED (2006)

2.8.- La evaluación de aprendizajes en el área de Matemática

La evaluación en el área de matemática se encuentra enmarcada dentro de los procesos de evaluación que se realizan en nivel secundario. Como hemos comentado anteriormente en este trabajo nos centraremos en la evaluación de las capacidades de área. Por lo tanto, debemos analizar los procesos internos que se encuentran involucrados para su desarrollo. Analizaremos los aprendizajes esperados y los indicadores de evaluación.

La siguiente tabla contiene ejemplos extraídos de la guía metodológica del área de matemática MED (2006)

Tabla Nro. 7. Indicadores de evaluación

APRENDIZAJES ESPERADO	INDICADORES DE EVALUACIÓN
1. Identifica e interpreta intervalos acotados. 2. Discrimina números racionales y decimales, y selecciona los conceptos de proporcionalidad y porcentaje. 3. Interpreta variables estadísticas y las utiliza para organizar la información	1. Identifica intervalos acotados y no acotados y los interpreta en un informe breve. 2. Discrimina números racionales y decimales y opera con ellos para resolver ejercicios de proporcionalidad y porcentaje. 3. Elabora una tabla estadística en base a un mínimo de variables estadísticas.

a).- Primero trabajaremos con el primer ejemplo propuesto en la tabla Nro 7.

El análisis lo hacemos atendiendo al esquema.

UNIDADES QUE INTERVIENEN EN LA ESTRUCTURA DE LOS ELEMENTOS CURRICULARES (I Y II)	I.- APRENDIZAJES ESPERADOS	II.- INDICADORES DE EVALUACIÓN
	Identifica e interpreta intervalos acotados.	Identifica intervalos acotados y no acotados y los interpreta en un informe breve.
Capacidad Específica	Identifica, Interpreta	Identifica, Interpreta
Contenido Matemático	Intervalos acotados	Intervalos acotados y no acotados
Producto o resultado		Informe breve

Como podemos ver en este ejemplo identificamos dos capacidades específicas para estructurar el aprendizaje esperado y el indicador de logro estas son *identifica e interpreta*. En el indicador de logro tenemos el contenido matemático *Intervalos no acotados* contenido matemático que

no pertenece al aprendizaje esperado. También podemos identificar en el indicador de logro un producto que es *Informe breve* en la que el alumno debe realizar el proceso interno interpretar.

b).- Por último, analizaremos el segundo ejemplo propuesto en la tabla n° 7

UNIDADES QUE INTERVIENEN EN LA ESTRUCTURA DE LOS ELEMENTOS CURRICULARES (I Y II)	I.- APRENDIZAJES ESPERADOS	II.- INDICADORES DE EVALUACIÓN
		Discrimina números racionales y decimales, y selecciona los conceptos de proporcionalidad y porcentaje.
Capacidad Específica	Discrimina, selecciona	Discrimina, opera y resuelve
Contenido Matemático	Número racionales y decimales. Los conceptos de proporcionalidad y porcentaje.	Número racionales y decimales. Ejercicios de proporcionalidad y porcentaje.
Producto o resultado		Opera con ellos para resolver ejercicios de proporcionalidad y porcentaje.

Las capacidades específicas de los aprendizajes esperados no están relacionadas con las capacidades específicas del indicador de logro. Por lo tanto los procesos internos que se activan en el indicador de logro son diferentes a los del aprendizaje esperado.

Con respecto al contenido matemático “números racionales y decimales” no es correcto porque los decimales es una representación dentro de los números racionales. Finalmente, opera como producto del indicador de logro es una destreza de la capacidad aplica.

Con el análisis de los dos ejemplos podemos clarificar la relación que existe entre el aprendizaje esperado y el indicador de logro. También, a partir del análisis realizado podemos hacer los procesos de síntesis y transferencia para la elaboración de aprendizajes esperados e indicadores de logro para evaluar las capacidades en el área de matemática.

Conclusiones

La Educación Básica Regular del Perú se encuentra estructurada en base a

cuatro aprendizajes de orden superior y que están propuestos en el DCN como ejes curriculares y son: aprender a ser, aprender a vivir juntos, aprender a aprender y aprender a hacer.

El DCN tiene una orientación cognitiva; porque busca el entrenamiento de procesos cognitivos, que son los procesos internos que deberán activarse para desarrollar las capacidades de área. Estos procesos en el DCN se conocen como capacidades específicas.

En el nivel secundario el aprendizaje está orientado a conseguir capacidades cognitivas. Los alumnos deberán adquirir y manejar en forma pertinente, eficiente, eficaz, coherente y lógica cuatro capacidades fundamentales que son: el pensamiento crítico, el pensamiento creativo, la solución de problemas o pensamiento resolutivo y la toma de decisiones o pensamiento ejecutivo.

Los logros de aprendizaje son otros de los elementos del currículo; éstos buscan articular los niveles y ciclos de la educación básica regular y establecer una secuencia entre los aprendizajes; se encuentran estructurados en torno a tres

tipo de contenidos que son: conceptuales, procedimentales y actitudinales. Se observa la estrecha relación y secuencialidad de estos logros en los grados y los ciclos que pertenecen a un mismo nivel; pero falta mayor articulación de ellos entre los niveles de la educación primaria y secundaria.

En el análisis realizado se puede observar, que la formulación de los logros de aprendizaje es muy genérica y no abarca todos los contenidos matemáticos que se encuentran en el DCN y que por su importancia deberían existir de manera específica. Por ejemplo: no existe un logro de aprendizaje que aborde la programación lineal.

En el nivel primario los logros de aprendizaje se alcanzan mediante unas capacidades que se encuentran conformadas por unos procesos internos y un contenido matemático diversificado. En el nivel secundario, podemos deducir que los logros de aprendizaje deberán ser alcanzados mediante la elaboración de aprendizajes esperados que se encuentran conformados por capacidades específicas y contenidos diversificados.

En el área de matemática podemos observar que el aprendizaje esperado es mucho más complejo que la estructura

presentada para su elaboración, ya que lleva un componente adicional como es la condición de cómo ejecutar la capacidad específica.

Con respecto a la propuesta de evaluación podemos inferir que las capacidades de área también cumplen la función de criterios de evaluación. En el Diseño Curricular Nacional las capacidades del área de matemática son: Razonamiento y Demostración, Comunicación matemática y Resolución de problemas.

Las capacidades, los contenidos y las orientaciones metodológicas del área de matemática se encuentran fundamentados en los estándares del NCTM (2000)

Los documentos relacionados con el DCN se encuentran muy bien trabajados por expertos y especialistas del Ministerio de Educación Peruano con un lenguaje muy técnico, propio de la psicopedagogía. Para que un docente pueda ejecutarlos, deberá estar capacitado en las nuevas concepciones, metodologías y técnicas propuestas en cada uno de ellos.

Los profesores que comienzan la labor docente tienen un gran reto; porque de los resultados obtenidos de la aplicación de las nuevas concepciones presentadas en el DCN, dependerá la formación y el futuro de los alumnos.

Notas

- 1 Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura.
- 2 El término borrador es para designar a la goma de borrar.
- 3 La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico: es un organismo entre cuyos objetivos está promover políticas destinadas a alcanzar un crecimiento sostenible de la economía y del empleo, así como una progresión del nivel de vida en los países miembros, manteniendo paralelamente la estabilidad financiera con el fin de contribuir al desarrollo de la economía mundial. La educación y formación son áreas de estudio y cooperación promovidas por la OCDE.
- 4 En el diseño curricular los contenidos matemáticos se dividen en tres grupos que se llaman componentes Números, relaciones y funciones, Geometría y medida y Estadística y probabilidad.
- 5 National Council of Teachers of Mathematics
- 6 A partir de mayo de 1989 la Revista Mathematics Teacher, editada por el NCTM, publicó diversos artículos con el título genérico de Implementing the Standards para clarificar los cambios propuestos en los Estándares curriculares

Referencias bibliográficas.

- Agüera, I. (1997) *Ideas prácticas para un currículo creativo*. Madrid. Nancea S.A. de Ediciones.
- Barrantes, M (2003). Caracterización de la enseñanza/aprendizaje de la Geometría en Primaria y Secundaria. *Campo Abierto*, 24,15-36.
- Beltrán, J. (1993) *Procesos, estrategias y técnicas de aprendizaje*. Madrid. Editorial Síntesis.
- Bernad, J. (2000) *Modelo cognitivo de evaluación educativa: Escala de estrategias de aprendizaje contextualizado (ESEAC)*. Madrid. Nancea.
- Blanco, L. (1991) *Conocimiento y acción en la enseñanza de las matemáticas de profesores de E.G.B. y estudiantes para profesores*. Cáceres. Servicio de Publicaciones Universidad de Extremadura.
- Branca, N.A. (1980). Problem solving as a goal, and basic skill. En NCTM, *Problem solving in school Mathematics.1980 Yearbook* 3-8. NCTM
- Gallego, J. (2002) *Enseñar con estrategias*. Madrid. Ediciones Pirámide.
- OCDE (2003) *Informe Pisa: Aprender para el Mundo de Mañana*. Madrid. Santillana.
- Lukas, J.F. y Santiago, K. (2004) *Evaluación educativa*. Madrid. Alianza editorial.
- MED (2004a) *Guía de Evaluación del Aprendizaje*. Lima. MED.
- MED (2004b) *Guía para el Desarrollo de Capacidades*. Lima. MED.
- MED (2004c) *Orientaciones para el trabajo Pedagógico. Área de Matemática*. Lima. MED.
- MED (2005) *Diseño Curricular Nacional de Educación Básica Regular*. Lima. MED.
- MED (2006) *Orientaciones para el trabajo Pedagógico. Área de Matemática*. Lima. MED.
- Ministerio de Educación y Ciencia (1992) *Secundaria Obligatoria Matemáticas*. Madrid. MEC.
- N.C.T.M. (1991). *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. Sevilla. S.A.E.M.
- N.C.T.M., (2000) *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla. S.A.E.M.

- Pérez, P. (2000) *Psicología Educativa*. Industrial Lima. Gráfica S.A.
- Polya, G. (1981) *Como plantear y resolver problemas*. México. Editorial Trillas.
- Pozo, J. (1996) *Teorías cognitivas del aprendizaje*. Madrid. Morata.
- Rico, L. (1997) *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria*. Madrid. Editorial síntesis.
- Rico, L., Castro, E., Castro, E., Coria, M., Marín, A., Puig, L., Sierra, M. y Socas, M. (2000) *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. Barcelona. Editorial Horsori.
- Román, M. (1994) *Currículum y Enseñanza una Didáctica Centrada en Procesos*. Madrid. Editorial EOS.
- Romberg, T. (1991) *Características problemáticas del currículo escolar de matemáticas*. Revista de educación, 294, 323-406
- UNESCO (1996) *La Educación Encierra un Tesoro*. Informe de la Comisión Internacional sobre la Educación para el Siglo XXI, presidida por Jacques Delors. Madrid. Santillana.