

Las matemáticas no me han servido para nada... pero dicen que las matemáticas son imprescindibles...

La justificación de la presencia de la matemática en la educación secundaria puede darse a partir de perspectivas internas o externas a ella. El artículo pone de manifiesto que en las clases de matemáticas se da un cierto desequilibrio hacia los argumentos internos, lo que dificulta el acercamiento a las matemáticas de buena parte del alumnado y puede obstaculizar la adquisición de la competencia básica en la materia. En el artículo se apuesta por equilibrar la balanza acentuando una visión social y práctica de las matemáticas a partir de la introducción en el aula de contextos y situaciones donde sean necesarias.

Palabras Clave: Innovación didáctica, resolución de problemas, modelización, actitudes, secundaria.

Mathematics were useless for me... but people say they are essential...

Internal and external explanations can justify the presence of mathematics in secondary education. The article shows that there is a certain imbalance towards the internal arguments when teachers try to justify mathematics in the curricula. This situation drives out many students and can prevent the acquisition of basic competences in this subject. In the article we propose to balance towards the social and practical vision of the mathematics and to introduce concepts through contexts and situations where mathematics are needed.

Key words: Educational innovation, problem solving, modelling, attitudes, secondary education.

La democracia es una broma si los ciudadanos son analfabetos en matemáticas. La política no son palabras, son números y, al final sólo se puede juzgar por los números. El ciudadano que no entiende los presupuestos públicos es pasto de la verborrea de los políticos.

(Mogens Niss, 2005)

i Qué papel juegan las matemáticas en la vida de las personas? ¿Por qué mucha gente cree que las matemáticas que estudiaron en la escuela no le sirvieron para nada? ¿Por qué, a pesar de ello, todo el mundo admite que se deben estudiar y nadie cuestiona su inclusión en el currículo escolar? ¿Por qué las incluyen los currículos de todos los países? ¿Qué tienen las matemáticas que se aman o se intentan olvidar sin situaciones intermedias?

Cómo se ven las matemáticas después de la escuela

Leemos el diario, escuchamos las noticias de la televisión, vamos por la calle e intuimos matemáticas por todas partes, pero nuestra percepción no es universal porque formamos parte de esta pequeña franja de población que las entiende,

las ama, las vive y vive de ellas (como enseñantes de matemáticas). Tenemos una visión sesgada de la realidad que puede dificultar nuestra práctica docente porque llegamos a olvidar que actuamos desde nuestra percepción matemática del mundo, de modo que tal vez no somos capaces de ponernos en la piel de nuestro alumnado.

En un curso de formación, dirigido a profesorado del PQPI ¹, se invita a las personas asistentes a recordar una o dos situaciones de la vida real en las que hayan utilizado las matemáticas y en las que el hecho de saber algo de ellas les haya ayudado a resolver o a comprender mejor la situación que descri-

Marta Berini López-Lara

IES Joanot Martorell. Esplugues de Llobregat

Daniel Bosch Blanch

IES les Corts. Barcelona

Martí Casadevall Pou

IES Arquitecte Manuel Raspall. Cardedeu

Iolanda Guevara Casanova

IES Badalona VII. Badalona

Damià Sabaté Giménez

ICE (Institut de Ciències de l'Educació) de la UPC

ben. Con esta actividad se pretendía sensibilizarlos con la idea de que las matemáticas están por todas partes, que no se puede vivir sin ellas, (en el sentido que nos dice Mogens Niss) y a la vez se intentaba que la actividad diese lugar a pensar en situaciones de la vida real con las que poder introducir la mayoría de los contenidos de un currículo básico de matemáticas.

Las respuestas fueron múltiples y mostraban situaciones diversas: comprobación del cambio al ir a comprar, reformas en una casa, rebajas, previsión de gastos mensuales, entender una multa², hipotecas y créditos, recetas de cocina, cambios de moneda extranjera, precio de la vivienda en relación a los m², cálculo del IVA, estimación del tiempo de un recorrido, reparto de gastos después de una cena en grupo, presupuestos, compra de materiales para bricolaje, composición de un champú, cálculo de personas para realizar un trabajo, reparto de herencias, compra del modelo de aire acondicionado más adecuado al espacio a refrigerar...

Para cada situación se desglosan las matemáticas que se utilizan y se ve como en algunos casos confluye más de un tema: por ejemplo, medida, geometría, proporciones y estadística en el ámbito de la compra, alquiler o reforma de la vivienda y las hipotecas o créditos que pueda comportar. Es evidente que van apareciendo buena parte de los temas del currículo de los primeros cursos de la ESO de manera contextualizada. Las matemáticas que se usan adquieren sentido porque sirven para resolver la situación: las operaciones con los números no son un mero ejercicio de cálculo sino que dan la respuesta a la cantidad que, en las condiciones descritas, se está buscando; las proporciones se utilizan para ampliar una receta de cocina en caso de que haya más o menos comensales; los porcentajes que aparecen calculan un descuento, un IVA; el cálculo de áreas se relaciona con el precio de las viviendas; etc... y así cada objeto matemático que surge tiene su razón de ser, nada sobra ni es inútil. Las matemáticas que aparecieron en esta experiencia recubrían la mayor parte del currículo de los dos primeros cursos de la ESO.

Si en la vida real se utilizan las matemáticas, ¿por qué muchas personas tienen la percepción de que las matemáticas escolares son inútiles? ¿Dónde y cuándo se aprenden las que se utilizan en la vida real? ¿Es que en la escuela todo se remite a aprender a contar, a calcular y a resolver ecuaciones sin saber muy bien cuándo utilizarlo, sólo como mero divertimento, como gimkhana de obstáculos que se debe superar para obtener el aprobado? ¿Se tratan habitualmente en el aula de matemáticas situaciones como la de la figura 1, donde las matemáticas son indispensables para dar respuesta a una necesidad en un contexto real, o más bien se proponen problemas como los de la figura 2 que corresponden a la tradición académica?

Cocinar para 20 personas	
<p>A menudo las recetas de cocina están pensadas para un número determinado de personas y debemos hacer una transposición para las personas que queremos cocinar. Si se trata de una comida salada haremos una aproximación, incluso con según qué postres también actuaremos así, ahora bien si se trata de un pastel hace falta que seamos muy cuidadosos con las proporciones porque de lo contrario nos exponemos que el pastel no suba adecuadamente cuando lo ponemos al horno o quede excesivamente denso.</p> <p>A partir de las dos recetas siguientes, calculad para cada caso los ingredientes, si queréis cocinar para 20 personas. En pastelería se cuenta un mínimo de 100g por persona.</p>	
Arroz negro	
<p>Elaboración:</p> <p>Picáis las cebollas y echadlas en una cazuela de barro con aceite: dejadlas al fuego al rojo vivo hasta que se sofrían. Entonces añadís dos dientes de ajo picados, el pimiento a dados pequeños y los chipirones, mezcladlo bien. Peláis los tomates, sacando las semillas, picadlos bien y añadidlos a la cazuela. Veréis como los chipirones van desprendiendo su tinta, cosa que hará volver el arroz de un color negruzco. Añadiréis el arroz y lo mezcláis bien. Ponéis el agua al fuego, aparte y añadidla cuando esté hirviendo. Dejáis, durante unos veinte minutos, que hierva todo a fuego suave. Picáis en el al mortero los dos dientes de ajo que os quedan con algo de aceite y añadidlo a la cazuela unos minutos antes de retirarla del fuego. Saladlo y servidlo.</p>	<p>Ingredientes par a seis personas:</p> <p>Chipirones 600g Arroz 500 g Cebollas 2 Tomates maduros 4 Sal Pimientos 3 Aceite 2 dl Ajo 4 dientes Agua 1250 c</p>
Pastel de zanahoria y coco	
<p>Elaboración:</p> <p>En un bol batiréis los huevos hasta punto de nieve y a continuación iréis añadiendo sin dejar de batir el azúcar, el coco, la zanahoria, la harina y el bicarbonato. Untáis un molde con aceite de oliva, vertéis la mezcla del bol y ponedlo al horno a 200° unos 30 minutos.</p>	<p>Ingredientes:</p> <p>200 g de coco rallado 200 g de zanahoria rallada 150 g de azúcar integral 2 huevos grandes (75 g /unidad) 100 g de harina integral 1 cucharilla de bicarbonato en polvo</p>

Figura 1: Recetas de cocina



Fig. 2: ¿Qué problemas se resuelven en clase de matemáticas? Problemas Salvatella. Javier Kühnel. Libro del maestro. Año 1959



Figura 3: Los usos de la calculadora

Si las matemáticas escolares se restringen al entrenamiento en cálculo, primero con números y más adelante con expresiones algebraicas sin saber cuándo, cómo y para qué utilizarlas, estaríamos dando la razón al profesor de literatura de la UAB, Francisco Rico, cuando afirmaba en una entrevista al diario *El País*:

Uno de los mayores problemas de España es el insuficiente conocimiento escrito y hablado de las lenguas extranjeras. Entre otras cosas porque se enseñan mal. Del bachillerato habría que salir hablando perfectamente al menos una de ellas. La culpa es de los planes de estudios, que convierten estas asignaturas en marías. Las básicas deberían ser la lengua española y la lengua extranjera. Y la literatura, que es lo que enseña a conocer el mundo. Las asignaturas técnicas, las matemáticas, no hacen ninguna falta: cualquier calculadora u ordenador te lo da todo hecho. (Rico, 1996)

El currículo que nosotros defendemos contiene una parte dedicada al cálculo, pero éste no aparece como un fin último (de él se encargará la calculadora cuando no sea suficiente el cálculo mental), sino como una herramienta para comprender e informar sobre un mundo real repleto de datos numéricos. La educación matemática, que no puede clasificarse como de ciencias o de letras, debe capacitar a toda la población para comprender el significado de lo que hacemos o escribimos cuando utilizamos números, y de la coherencia del resultado obtenido cuando lo referimos a una situación o a un problema concreto (lo que no hace la calculadora).

Volviendo a los asistentes al curso e intentando reflexionar sobre la lista construida por todo el grupo sobre las matemáticas que les han sido útiles, les proponemos que construyan una nueva lista de situaciones que reúnan una doble condición: ser útiles a su alumnado a corto y a más largo plazo, fuera del ámbito escolar, pero que además sean suficientes para dar pie a introducir todos los contenidos que deben tratar en sus clases. La reacción mayoritaria entre el profesorado asistente pone el dedo en la llaga. Nos dicen: “Ah, ¿pero esto

es posible? Nos quedaremos con las más básicas, pero las matemáticas auténticas quedarán fuera, ¿verdad?”

Es como si unas matemáticas que se comprendan y sean útiles no fueran auténticas, como si fueran de segunda clase. Las de verdad tienen que ser difíciles y abstrusas, no contaminadas con la vida real y sólo accesibles a unos pocos para su comprensión y disfrute.

¿Por qué se nos ha hecho creer desde la infancia que había una relación directa entre la inteligencia de las personas y su éxito en la asignatura de matemáticas? ¿Por qué no se ha avanzado un poco más en la vertiente social y cultural de las matemáticas, la que preconizan Alan J. Bishop (1999), Cristine Keitel (2004), Mogens Niss (2002) y tantos otros?

El nuevo currículo de secundaria, que se imparte en Catalunya desde el curso 2007-2008, ya habla de las matemáticas como instrumento de análisis de la realidad; si se camina con esta perspectiva y se hace vivir al alumnado esas situaciones que dan razón de ser a las matemáticas como instrumento de análisis de la realidad, algo se habrá avanzado:

Las matemáticas son un instrumento de conocimiento y análisis de la realidad, y al mismo tiempo constituyen un conjunto de saberes de un gran valor cultural, cuyo conocimiento ha de ayudar a todas las personas a razonar, de manera crítica, sobre las diferentes realidades y problemáticas del mundo actual. Por este motivo la educación matemática en las etapas obligatorias debe contribuir a formar ciudadanos y ciudadanas que conozcan el mundo en que viven y que sean capaces de fundamentar sus criterios y sus decisiones, así como adaptarse a los cambios, en los diferentes ámbitos de su vida. Asimismo, las matemáticas posibilitan la creación de modelos simplificados del mundo real que permiten una interpretación acotada de éste y a la vez generan problemas adecuados al momento educativo del alumnado facilitando su espíritu crítico y despertando su creatividad. (Decret 143/2007, DOGC³ núm. 4915)

Cómo ve las matemáticas el profesorado de matemáticas

¿Cómo defenderíamos la inclusión de las matemáticas en el currículo escolar? ¿Qué visión de las matemáticas debería prevalecer en la educación matemática? ¿Cómo enmarcaríamos las matemáticas escolares? ¿A qué deberían dar respuesta?

Algunas personas sostienen que las matemáticas son un arte. Godfrey H. Hardy, por ejemplo, nos dice: “Un matemático, lo mismo que un pintor o un poeta, es un constructor de configuraciones. Si sus configuraciones gozan de mayor perdurabilidad que las construidas por los demás hombres es a causa de que su material básico son las ideas.”; y también: “La belleza es la primera piedra de toque; en el mundo no hay un lugar permanente para las matemáticas desagradables desde el punto de vista estético.” (Hardy, 1981)⁴



Fig. 4: Exposición “Arte fractal: Belleza y matemáticas”
Congreso Internacional de Matemáticos, Madrid (2006).

<http://divulgamat.ehu.es/weborriak/Exposiciones/ArteMate/FractalesICM/Fractal01.asp>

Ante un objeto de arte, en el museo, en el concierto, podemos reaccionar de diferentes maneras; si tenemos estudios sobre historia del arte, sobre música, tendremos más recursos para entender y apreciar la obra. A pesar de ello ante una obra de arte siempre se apela a la sensibilidad personal, ¿nos ha emocionado? Desde esta perspectiva, la educación matemática consistiría en acercar las obras de arte matemáticas al alumnado y dar las claves para que todo el mundo pueda comprenderlas y disfrutarlas. Y es cierto que un buen profesor o profesora puede contribuir de manera determinante a este objetivo, como un buen profesor de música será decisivo para

que su alumnado pueda llegar a emocionarse escuchando una sonata o un concierto. Pero ¿lo conseguirá con todos? Y además, ¿tendrá la mayoría del profesorado suficiente talento, entusiasmo y recursos para lograrlo? Muchas veces se culpabiliza al profesorado presuponiendo que el problema de la educación matemática se encuentra en la manera de enseñarlas. Pero ¿no será que el problema está en qué matemáticas se enseñan? Continuando con el símil musical en relación a las distintas sensibilidades y capacidades del alumnado, ¿es que podríamos basar una educación musical para todo el mundo en un tipo de música que sólo entusiasmará a una pequeña parte de este alumnado? ¿De qué se trata, de educar en un tipo de música, la auténtica, o de educar musicalmente?, ¿de educar pensando en quien tenga una especial predisposición o talento musical, o en la mayoría que no lo tiene? ¿Puede alguien citar a una persona a quien le disgusten todos los tipos de música? Como la música, las matemáticas están en todas partes, sólo sería necesario que cada cual, durante su etapa escolar, encontrase “sus” matemáticas.

Bajo esta visión, que busca la justificación de la educación matemática dentro de las matemáticas, hay quien además hace hincapié en que son la ciencia del razonamiento, porque ayudan a pensar y a razonar y que, una vez se ha aprendido a pensar y a razonar utilizando las matemáticas, el método es transferible a cualquier situación de la vida que lo requiera porque estructuran la mente, y es por ello que tienen un fuerte valor metodológico. Así, su enseñanza se sustenta en el hecho de que ayudan a organizar el pensamiento por su alto valor lógico y deductivo.

En este sentido, el currículo catalán, cuando organiza las ocho competencias básicas en cuatro grandes ámbitos, el comunicativo, el metodológico, el personal y el específico, sitúa la competencia matemática en el grupo de los metodológicos, junto al tratamiento de la información y la competencia de aprender a aprender. Y esto se hace a pesar de que la competencia matemática incluya una vertiente comunicativa y otra muy destacada de resolución de problemas y situaciones en contextos reales, que estarían más próximas, la primera al grupo de las competencias comunicativas y la segunda al grupo específico centrado en convivir y habitar el mundo. Desde esta visión, aprender matemáticas implica aprender a pensar y a razonar, requiere un esfuerzo y comporta una dificultad, y es un reto personal que se debe trabajar y potenciar en la escuela. Los juegos, los divertimentos matemáticos, los concursos, etc. son un buen estímulo para desarrollar el razonamiento matemático, pero la realidad nos muestra que no todo nuestro alumnado transita por este camino.

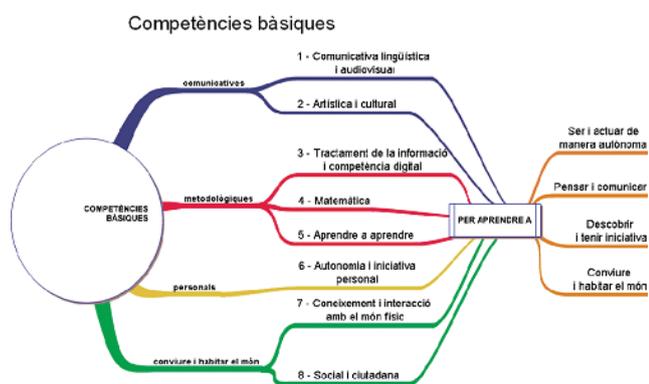


Figura 5: Competencias en el Diario Oficial de la Generalitat de Catalunya

Siguiendo la línea de los valores intrínsecos de la matemática, existe una tercera visión que defiende su enseñanza para contribuir a la formación propedéutica del alumnado, para ayudarle a superar listones académicos. Las matemáticas no sólo están en los currículos de la educación secundaria obligatoria sino que también se incluyen, con mayor o menor profundidad, en estudios de niveles superiores de carácter científico. Algunas veces, más como materias de control de acceso y superación de etapas, que como herramienta al servicio del desarrollo profesional de esos estudios específicos. Pero en cualquier caso, desde este punto de vista, la inclusión de las matemáticas en el currículo obligatorio quedaría justificada para preparar estos estudios posteriores. ¿Cuántas veces no hemos oído o hemos formulado nosotros mismos aquella respuesta comodín de “ya verás más adelante para qué sirve, ahora es cuestión de estudiarlo”?

Más allá de buscar una respuesta que justifique la inclusión de las matemáticas en el currículo obligatorio desde un punto de vista intrínseco, por su belleza como arte, su contribución a la organización de la mente o su necesidad para los estudios posteriores, pensamos que sería importante mirar hacia la naturaleza extrínseca, sus relaciones con otras ciencias y con el medio social y cultural.

Alan J. Bishop, en su libro *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural* (1999) argumenta que así como la comunicación es la actividad básica para el desarrollo del lenguaje humano, existen unas actividades o necesidades humanas que se han dado y se dan en todas las culturas y que estarían en la base del origen y el desarrollo de las matemáticas y darían razón de ser a la inclusión de las matemáticas en el currículo obligatorio. Estas actividades son: contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar, y sobre ellas se debería basar una educación matemática para toda la población.

También Christine Keitel, recaba el punto de vista social:

Hoy en día las matemáticas se utilizan mundialmente en todos los ámbitos de la sociedad y casi no hay ningún proceso de toma de decisiones políticas en el que las matemáticas no se utilicen como un argumento racional o como base objetiva para reemplazar las decisiones políticas y las relaciones de poder. (Keitel, 2004).

En este sentido, desarrolla una explicación social de las matemáticas y las relaciona con el poder político cuando argumenta que (está hablando del proceso de comunicación entre clase política y ciudadanía) “la regulación y el control democrático de los estudios, de los desarrollos y procesos de aplicación de las matemáticas presentes y futuras, y de la enseñanza de las matemáticas, necesitan una competencia y un conocimiento específico por parte de la clase política, para que la capacite en el momento de tomar decisiones, y un nuevo conocimiento por parte de la ciudadanía para poder ejercer la evaluación y el control democrático que le corresponde.” (Keitel, 2004).

Para completar esta visión del papel de las matemáticas en la sociedad podemos recoger algunos de los argumentos de Mogens Niss (2002) cuando analiza la vinculación de esta ciencia al funcionamiento y al desarrollo de la sociedad desde tres ámbitos.

El primero, por su papel en la ciencia y la tecnología. Con esta idea sintoniza el hecho que, a nivel de la OCDE, la competencia matemática, reconocida dentro de las ocho competencias clave o generales para el conocimiento no es única, como la sitúa el decreto del MEC o el de la Generalitat de Catalunya, sino que forma parte de una competencia más general, la competencia en matemática, ciencia y tecnología, que es la tercera de la lista después de la comunicación en lengua materna y de la comunicación en lenguas extranjeras.

Competencias para una sociedad del conocimiento	
UE/PISA: Competencias clave para el aprendizaje permanente	BOE: Competencias básicas
1. Comunicación en lengua materna	1. Comunicación lingüística
2. Comunicación en lenguas extranjeras	2. Matemática
3. Matemática y Ciencia y Tecnología	3. Conocimiento y interacción mundo físico
4. Digital	4. Tratamiento de la información y competencia digital
5. Aprender a aprender	5. Social y ciudadana
6. Sociales y cívicas	6. Cultural y artística
7. Sentido de la iniciativa y espíritu de empresa	7. Aprender a aprender
8. Conciencia y expresión cultural	8. Autonomía y iniciativa personal

Figura 6: Las competencias según PISA y según el BOE (2006)

En segundo lugar, argumenta que las matemáticas también participan directamente en una serie de áreas profesionales especializadas. Se puede mencionar la predicción y toma de decisiones en la economía; el cálculo de las tarifas de las empresas aseguradoras; la predicción y previsión de fenómenos de la naturaleza; el funcionamiento y regulación de sistemas industriales; los usos de la criptografía para preservar la información privada transmitida por internet; etc.

En tercer lugar, las matemáticas son un elemento esencial pero, irónicamente, a menudo ignorado y poco reconocido en una gran variedad de prácticas no especializadas de la vida cotidiana de la sociedad: la representación de números, los negocios elementales y las transacciones económicas; los calendarios; las coordenadas geográficas; la medida del tiempo; los dibujos; las formas de los objetos; los códigos en general y en particular los códigos de barras. Todo esto invade innumerables aspectos de la vida moderna. La capacidad de dominar sin problemas estos elementos para la vida privada y social, la posesión de una competencia básica en matemáticas, es una necesidad de la misma manera que lo es el alfabetismo.



Figura 7 : El código de barras del libro *Enculturación matemática* (1999).

En general, la escuela parece dedicar poca atención a la adquisición de “sentido numérico” y de “sentido de la medida”; se consideran “triviales” y, por ende, poco dignos de atención por parte de amplios sectores del profesorado de matemáticas. Sin embargo, la carencia de estos “sentidos” puede equipararse al analfabetismo en matemáticas que imposibilita el aprendizaje comprensivo de contenidos más complejos y, lo que es peor, deja indefensas a las personas ante cualquier disparate:

El anumerismo y la seudociencia suelen ir de la mano, debido en gran parte a lo fácil que es invocar la certidumbre matemática para obligar al anumérico a asentir estúpidamente ante cualquier información. (Paulos, 1990)

La perspectiva intrínseca de la actividad matemática

En el apartado anterior se exponían diferentes visiones del papel de las matemáticas, se apuntaba que cada una de ellas conducía a una manera de entender la educación matemática y se entreveían las justificaciones que estas posturas podían argumentar para justificar la inclusión de esta materia en el currículo escolar obligatorio. En realidad, y para ser exactos, cabe pensar que estas concepciones sobre esta ciencia y su enseñanza no son excluyentes y seguramente el lector o lectora se puede sentir identificado con más de un argumento.

Paul Lockhart, entroncando con la posición de Godfrey H. Hardy que se ha citado anteriormente, escribe en el 2002 (en español, 2008) *El lamento de un matemático* (2002) donde defiende la postura de las matemáticas como arte. El artículo fue un auténtico bombazo en el mundo de la educación matemática, en Estados Unidos primero y después en todo el mundo. Su autor, nunca lo publicó. Sin embargo, a los pocos meses de ser gestado corría como la pólvora entre los círculos de profesores de matemáticas más sensibilizados por los contenidos de esta materia en la enseñanza primaria y secundaria. Paul Lockhart había dejado la enseñanza universitaria y, desde el año 2000, es profesor de matemáticas en la Saint Ann’s School en Brooklyn, Nueva York, donde da clases a alumnos de secundaria y, según sus palabras, subvirtiendo el orden establecido. Paul Lockhart (2008) comenta en su artículo: “Lo primero que hay que entender es que las matemáticas son un arte. La diferencia entre las matemáticas y el resto de las artes, como la música y la pintura, es que nuestra cultura no la reconoce como tal.”

A lo largo de todo el artículo Lockhart hace una crítica radical y profunda de los contenidos de matemáticas que se enseñan en la educación primaria y secundaria y de la forma de enseñarlos. A pesar de sus seis años de existencia, no ha perdido actualidad, y menos aún en nuestro país sometido cada pocos años a cambios curriculares. Lockhart se atreve a decir alto y claro que las matemáticas que estamos enseñando no son las que necesita la ciudadanía del siglo XXI y que urge un cambio radical, no sólo en la forma de enseñar matemáticas, sino también en las matemáticas que se enseñan.

Después de leer el artículo coincidimos en la descripción de la situación de la educación matemática que presenta, pero como dice Simplicio, uno de los dos personajes que utiliza para construir su discurso, le diríamos a Salviati, el otro personaje que actúa en el diálogo y que expresa la opinión del autor: “Vale, estoy profundamente deprimido. ¿Y ahora qué?”. No encontramos un horizonte claro para cambiar la situación yendo por este camino. Coincidimos en que el estudiante debe ser en todo momento el objeto de la educación y que esto sólo es posible si está participando permanentemente en el proceso de construcción, pero cómo hacerlo es lo que no nos queda claro. Por otro lado, Lockhart soslaya la necesidad de que el alumnado salga del sistema escolar sabiendo aplicar conocimientos matemáticos básicos a situaciones prácticas. Tengamos en cuenta lo que Hardy opinaba de las matemáticas aplicadas: “Una parte realmente ínfima de las matemáticas tiene utilidad práctica, y puede decirse que, comparativamente con otras de sus ramas, esta pequeña parte goza de una notable tosquedad.” (Hardy, 1981). Estas matemáticas pretendidamente “toscas” podrían resultar muy poco “artísticas” y su lugar en la escuela quedaría en entredicho.



Figura 8: Matemáticas, ¿ciencia o religión?

Siguiendo el análisis de las consecuencias que tienen para la educación las diversas concepciones de las matemáticas, le llega el turno a la concepción metodológica, que tiene puntos en común con la que preconiza Lockhart: es la matemática que enseña a pensar, a razonar, a estructurar las ideas, la que organiza la mente. Pero ¿con qué contenidos trabajamos? ¿Qué es lo que se quiere estructurar? ¿Quién quiere estructurar y organizar, el profesorado o el alumnado? No nos queda muy claro cómo se puede atrapar a la mayoría del alumnado con esta concepción. ¿En qué consisten las clases de matemáticas para estos alumnos y estas alumnas? ¿Le argumentamos a nuestro alumnado que lo que está haciendo es muy interesante porque les enseña a pensar?

Por último, la concepción que considera que hay que aprender matemáticas para prepararse de cara a estudios posteriores, nos parece que no es un fin en sí mismo, que puede ser una necesidad, pero que trabajar poniendo el énfasis en esta finalidad no va a ayudar mucho a modificar la idea de que las matemáticas no han servido para nada. Tal vez a unos pocos les habrán servido para continuar estudiando por la vía científica, pero estamos otra vez lejos de las matemáticas para todos.

Apoyándonos en las características intrínsecas de las matemáticas, la belleza y la competencia metodológica, no parece que podamos extender la educación matemática para todo el mundo; tal vez el problema consista en querer justificar las matemáticas desde dentro, y convendría dar un giro hacia los aspectos extrínsecos. Desde hace miles de años se hacen y se enseñan matemáticas; quizás debamos buscar razones externas a las matemáticas y también prestar atención a lo que nos pueda revelar su historia.

La perspectiva extrínseca de la actividad matemática

¿Hacia dónde nos encaminamos? ¿Qué puntos de vista tendríamos que potenciar si queremos educar para que más personas dejen de pensar que las matemáticas que estudiaron no les sirvieron para nada?

Pero no sólo deberíamos responder a estas cuestiones, sino también a alguna otra como, ¿qué matemáticas hay que enseñar para evitar hacer de ellas un uso bienintencionado pero con poco sentido? Seguramente muchos de nosotros hemos recibido un fantástico "Power Point" o leído algún artículo en que se plantea la discrepancia con la idea de que para paliar la crisis económica el estado invierta recursos en ayudar a los bancos. En él se argumenta que si los millones de euros de fondos invertidos se distribuyesen entre los millones de habitantes del planeta, tocaría a más de cien millones de euros por persona, cuándo en realidad se debería sacar la "coletilla" millones y quedarnos con 100 € a secas. ¿No es esto una prueba de la falta total del sentido numérico por parte de los cientos de usuarios de internet que se han ido pasando la noticia? ¿Por qué esta grave distorsión numérica de la realidad ha sido poco contestada y nadie, que sepamos, se ha rasgado las vestiduras públicamente como seguramente hubiese ocurrido si un error de tal magnitud hubiese aparecido, por ejemplo, en relación a una cita literaria o una obra pictórica?

En esta misma línea también encontramos personajes famosos, políticos, deportistas, etc. que dicen no saber nada de matemáticas y quedarse tan anchos. Seguramente todas aquellas personas que ven las matemáticas como un objeto de selección y que da un cierto pedigrí se frotarán las manos, pero, ¿qué lejos estaremos otra vez de las matemáticas para todos!



Figura 9: ¿Resolución de problemas de la vida real?

¿Qué nos enseña la historia? ¿Qué otra materia se está dando sin mención a su historia, a su filosofía, a su desarrollo temático, a criterios estéticos y a su estado actual? ¿Qué otra asignatura evita constantemente sus fuentes principales? Las matemáticas se han visto a menudo como una disciplina desconectada de las influencias sociales y culturales. La historia puede ilustrar sobre la superficialidad de esta concepción. Los números negativos, por ejemplo, ¿cuándo fueron aceptados por la comunidad matemática? Se resolvían ecuaciones y cuando las soluciones eran negativas simplemente se decía que no existía solución. Paralelamente, los tratados mercantiles alemanes aceptaban el número negativo para indicar situación de débito. En este caso, se impuso antes la práctica y el contexto que la estructura, se aceptaron antes los números negativos en las aritméticas mercantiles que en los tratados de álgebra de la época.

En la *Aritmética mercantil* (1489) del alemán Johann Widman aparecen impresos por primera vez los símbolos actuales, la adición (+) y la sustracción (-), junto a una explicación de su uso: los comerciantes debían utilizar el “+” para indicar un exceso en medida y el “-” para denotar una deficiencia. Estos símbolos alcanzaron gran popularidad rápidamente entre los comerciantes. Sin embargo, muchos matemáticos todavía no aceptaban las soluciones negativas de las ecuaciones y éstas no entraron por la puerta grande hasta que Girolamo Cardano (1501-1576) las admitió como necesarias en su obra *Ars Magna*, donde las utiliza, junto a las raíces de números negativos, para resolver ecuaciones de segundo y tercer grado. (Katz, V.J., 2004)



Figura 10: Portada del libro *Ars Magna* (1545)

En general la historia de las matemáticas nos nutre de numerosos ejemplos en los que durante un tiempo conviven, con cierto antagonismo, la utilización de las matemáticas con su desarrollo más abstracto. En unos casos va por delante la utilización y se llega después a las definiciones y a la estructura;

en otros, se desarrollan los conceptos matemáticos por ellos mismos, sin buscar aplicación alguna con la vida real. Esta dicotomía entre matemática pura o aplicada, es la que encontramos también cuando hemos analizado las diferentes concepciones de la matemática: como arte, como ciencia que desarrolla el razonamiento, como materia propedéutica que prepara para estudios posteriores; son las visiones más cercanas a la matemática que se mira a sí misma, mientras que la matemática como instrumento de otras ciencias, como herramienta al servicio de áreas específicas concretas y especializadas, o que forma parte de la realidad cotidiana, serían las visiones más cercanas al punto de vista social y aplicativo.

La visión de las matemáticas como desarrollo y enriquecimiento personal, en realidad no está totalmente desligada de las matemáticas vinculadas al desarrollo social y cultural, no se trata de enfrentar las dos perspectivas. En este sentido, se puede pensar que la educación matemática del siglo XXI debería compaginar las dos vertientes, la pura y la aplicada porque a lo largo de toda la historia han ido emparejadas y una no tiene sentido sin la otra. Pero la realidad no refleja este equilibrio porque nuestras clases se han apoyado, fundamentalmente hasta ahora, en la belleza de las matemáticas, en enseñar a pensar, y en preparar para estudios posteriores, con el resultado de que unos pocos entraron muy bien pero la mayoría se quedó fuera. Seguramente se debería decantar un poco más la balanza hacia el punto de vista social y aplicativo, que es el que mejor puede acabar con la afirmación planteada desde el inicio: las matemáticas no me han servido para nada.



Figura 11: El equilibrio entre las dos justificaciones

La utilización de contextos en las clases de matemáticas

Si bien hasta ahora se han analizado diferentes concepciones de las matemáticas y sus consecuencias para la educación, parece necesario dar un paso más y concretar algunas cuestiones.

El panorama descrito no es original, se han ido incorporando defensores de unos y otros matices, pero entonces ¿qué está pasando? ¿Por qué continúa siendo de máxima actualidad el título de este artículo? ¿Hacia dónde se debería dirigir la educación matemática? ¿Nosotros mismos, profesores y profesoras de matemáticas con bastantes años de experiencia, qué estamos haciendo en nuestras clases para romper una lanza a favor de que el alumnado no se sienta alejado de las matemáticas e incapaz de usarlas?

Se ha hablado en los últimos años de la utilización de contextos en la clase de matemáticas para hacer sentir a nuestro alumnado que las matemáticas están vivas y están ahí, por todas partes, y como dice Fernando Corbalán: “No nos acostumbremos a observar la realidad con ojos matemáticos y acabamos por no ver ninguno de estos aspectos, y a suponer por tanto que no existen.” (Corbalán, 1995)

Para cada tema o contenido matemático que se trate durante el curso escolar se pueden introducir elementos que postulen de manera clara el punto de vista social y práctico de las matemáticas. Contextos en los que los objetos matemáticos que se están estudiando cobren sentido, situaciones que relacionen los contenidos que se han introducido o se van a introducir con el mundo real. Se pueden construir unidades didácticas a partir de situaciones o contextos que generan problemas, que en esencia no son matemáticos, pero que necesitan de las matemáticas para su resolución. Así, no sólo se pone de manifiesto la utilización de contenidos matemáticos estudiados, sino que se da pie a introducir otros nuevos, cuando los ya conocidos no permiten resolver los problemas planteados.



Figura 12: Alumnos y alumnas midiendo la sombra de un gnomon en distintos momentos del día. IES Arquitecte Raspall. Cardedeu.

El hecho es que la gente aprende mejor cuando el producto se obtiene del proceso, por tanto parece claro que si las matemáticas se presentan como una necesidad para resolver una situación siempre le quedará a nuestro alumnado la idea de que las matemáticas sirven para dar respuestas a preguntas y en defi-

nitiva para resolver problemas. Especialmente si somos capaces de hacer vivir a nuestro alumnado la situación planteada.

El convencimiento de que la utilización de contextos en clase de matemáticas podía ser un elemento clave para conseguir unas matemáticas para todos y con las que el alumnado, al acabar la enseñanza obligatoria, hubiese conectado mínimamente con esta disciplina y le viese un sentido más allá de la escuela, fue la razón que nos hizo poner en marcha un curso de formación del profesorado que lleva por título: *El trabajo contextualizado en matemáticas desde la perspectiva de los nuevos currículos*. (Damià Sabaté y otros, 2009)

Enlazando con la cita que encabezaba este artículo, si pretendemos que nuestros alumnos y alumnas puedan llegar a ser ciudadanos y ciudadanas del mundo con criterios propios que

les permitan conocer el entorno social y político en el que viven y afrontar los retos que les planteará el futuro inmediato, consideramos que el trabajo contextualizado de las matemáticas es hoy más necesario que nunca. En efecto, por un lado, la crisis económica, el cambio climático, el aumento del consumo energético, la disponibilidad de alimentos y de agua para todos, el derecho a la vivienda, etc. son problemas de gran vigencia que deberán abordarse desde los datos cuantitativos y el conocimiento científico; por otro lado, el enorme aumento de la información indiscriminada hace indispensable que las personas tengan la capacidad suficiente para interpretarla. El ámbito escolar no puede quedar al margen de la actualidad y debemos trabajar para equilibrar la balanza acentuando una visión social y práctica de las matemáticas a partir de la introducción en el aula de contextos y situaciones donde sean necesarias. ■

NOTAS

¹ Programa de cualificación profesional inicial, dirigido a alumnado mayor de 16 años que no ha aprobado la ESO. El profesorado de este programa imparte diversas asignaturas, entre ellas matemáticas, tiene estudios universitarios pero en general su formación matemática acabó en el bachillerato o en la escolaridad obligatoria.

² Qué porcentaje de la misma se paga según se abone antes o después del plazo prescrito.

³ DOGC: Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya

⁴ El año corresponde a la reedición consultada. Godfrey H. Hardy (1877-1947) escribió *La apología de un matemático* en 1940.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bishop, A.J. (1999). *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Temas de Educación, Paidós.

Corbalán, F. (1995). *La matemática aplicada a la vida cotidiana*. Barcelona: Editorial Graó.

Decret 143/2007, DOGC núm. 4915 En *Documents curriculars del Departament d'Educació*

http://phobos.xtec.cat/edubib/intranet/file.php?file=docs/ESO/matematicues_eso.pdf

Departament d'Educació, Generalitat de Catalunya (2009): Matemàtiques en el món laboral i per a la vida quotidiana en Projecte de Decret pel qual es regulen els programes de qualificació professional inicial, 39-42.

<http://www20.gencat.cat/portal/site/Educacio/menuitem.c0166987b293604ae244968bb0c0e1a0/?vgnextoid=9c1bf9dc8563f110VgnVCM1000008d0c1e0aRCRD&vgnnextchannel=9c1bf9dc8563f110VgnVCM1000008d0c1e0aRCRD&vgnnextfmt=default>

Documents del Consell Superior d'Avaluació del Sistema Educatiu: Marc conceptual per a l'avaluació PISA 2006. Capítol 3. La competència matemàtica.

<http://www20.gencat.cat/docs/Educacio/Documents/ARXIUS/marc2%20capitol%203.pdf>

Hardy, G. H. (1981). *Autojustificación de un matemático*. Barcelona: Ariel.

Katz, V.J; Michalowicz, K. D. (2004). *Historical Modules for teaching and Learning of Mathematics*. Washington: The Mathematical Association of America.

Keitel, C. (2004). ¿Para qué necesitan nuestros estudiantes las matemáticas? En Giménez, Joaquim; Santos, Leonor y Da Ponte, Joao

Pedro (Coords.) *La actividad matemática en el aula. Homenaje a Pablo Abrandes* (pp. 12-24). Barcelona: Editorial Graó.

Lockhart, P (2008). El lamento de un matemático. *LA GACETA* de la RSME, volumen 11, nº 4, pp. 739-766.

<http://www.dmsec-upf.cat/telemat0809/lament.pdf>

Niss, M. (2002). *Mathematical Competencies and the Learning of Mathematics: The Danish KOM Project*, Denmark. http://www7.nationalacademies.org/mseb/Mathematical_Competencies_and_the_Learning_of_Mathematics.pdf

Niss, M. (2005). Al final, la política de verdad son números. *La Vanguardia*, 20.5.05. Entrevista de Luís Amiguet - 20/05/2005. *La Contra*. http://divulgamat2.ehu.es/index2.php?option=com_content&do_pdf=1&id=4919

Paulos, J.A. (1990). *El hombre anumérico*. Barcelona: Tusquets Editores.

Rico, F (1996). La poesía es hoy la reserva lingüística de la literatura occidental. *El País Barcelona* - 25/06/1996- Entrevista de Pau Vidal. <http://www.elpais.com/>

Sabaté, D.; Berini, M; Bosch, D; Casadevall, M; Guevara, I (2009). Matemáticas a partir de contextos. *Actas de las XIV JAEM, FESPM, Girona*.

En internet:

Exposición Arte Fractal: belleza y matemáticas (2006). Congreso Internacional de Matemáticos, Madrid. Colaboración de la Fundación española para la Ciencia y la Tecnología, FECyT.

<http://divulgamat.ehu.es/weborriak/Exposiciones/ArteMate/FractalesICM/index.asp>