

SECUENCIAS DIDÁCTICAS BASADAS EN GEOGEBRA PARA LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

Juan Campo Quinzaños
Universidad de Cantabria
jcq636@alumnos.unican.es
Steven Van Vaerenbergh
Universidad de Cantabria
steyen.vanvaerenbergh@unican.es
Angela del Barrio Fernández
IES Alisal, Santander
adelbarriofernandez@educantabria.es

Recepción Artículo: 11 mayo 2021
Admisión Evaluación: 13 mayo 2021
Informe Evaluador 1: 27 mayo 2021
Informe Evaluador 2: 02 junio 2021
Aprobación Publicación: 03 junio 2021

RESUMEN

En este artículo se profundiza en las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) para la enseñanza de la geometría en la educación secundaria, y en particular el Software de Geometría Dinámica (SGD) GeoGebra. Este software permite al alumno construir modelos geométricos de forma interactiva y dinámica, mediante la manipulación libre de los objetos matemáticos, impulsándole a que descubra por sí solo conceptos y propiedades geométricas mediante el proceso de exploración de situaciones prácticas (Mora Sánchez, 2007). Se examina cómo el SGD puede ser integrado en el currículo de secundaria para explicar ciertos contenidos del bloque de geometría del curso tercero de Educación Secundaria Obligatoria (ESO). Los contenidos seleccionados demuestran las ventajas de utilizar este software para explicar los conceptos necesarios frente al método tradicional basado en representaciones estáticas. Se diseñan dos secuencias didácticas para trabajar con GeoGebra, un software popular de SGD. La primera está destinada a trabajar el concepto de mediatriz y bisectriz, y la segunda trata la simetría axial y la central. Para ambas secuencias se muestra qué contenidos van a ser aprendidos y cuáles son los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables.

Palabras clave: GeoGebra; geometría dinámica; Educación Secundaria Obligatoria (ESO)

ABSTRACT

Didactic sequences based on GeoGebra for the teaching of geometry in secondary education.

This paper explores Information and Communication Technologies (ICT) for teaching geometry in secondary education, and in particular the Dynamic Geometry Software (DGS) GeoGebra. This software allows students to build

geometric models in an interactive and dynamic way, through the free manipulation of mathematical objects, encouraging them to discover geometric concepts and properties on their own through the process of exploring practical situations (Mora Sánchez, 2007). We examine how DGS can be integrated into the secondary school curriculum to explain certain contents of the geometry block in the third year of Compulsory Secondary Education (CSE). The selected contents demonstrate the benefits of using this software to explain the necessary concepts, compared to the traditional method based on static representations. Two didactic sequences are designed to work with GeoGebra, a popular DGS software. The first one is aimed at working on the concept of the perpendicular bisector and the bisector, and the second one deals with axial and central symmetry. For both sequences, an overview is provided of the contents to be learnt, the assessment criteria and the assessable learning standards.

Keywords: GeoGebra; dynamic geometry; Compulsory Secondary Education (CSE).

INTRODUCCIÓN

La crisis provocada por la COVID-19 ha marcado un antes y un después en el desarrollo de muchos sectores de trabajo y, por supuesto, también ha afectado a la enseñanza. El confinamiento vivido en el 2020 ha servido para apreciar aún más todos los recursos de aprendizaje on-line de los que se disponen, de tal forma que muchos de ellos han sido descubiertos una vez confinados y ya parece que van a formar parte del proceso educativo para siempre. Todo esto está estrechamente relacionado con el empleo de las TIC (Tecnologías de la Información y Comunicación) que, gracias a su continua transformación, han posibilitado incrementar la calidad educativa del alumno (Hernández, 2017).

Se plantean en este trabajo, los objetivos a lograr por los estudiantes, con la utilización del programa GeoGebra, para el aprendizaje de dos secuencias didácticas programadas para llevar a cabo en el curso de tercero de ESO. A su vez, se especifican los contenidos, los criterios de evaluación, los estándares de aprendizaje evaluables, una justificación de por qué se considera adecuado llevar a cabo esta propuesta, así como las competencias que los alumnos podrán desarrollar con esta actividad de las establecidas en el Decreto 38/2015 de 22 de mayo¹, que establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Cantabria.

A continuación, se expone el marco teórico para comentar qué papel juegan las TIC en la digitalización que se está produciendo en la enseñanza, mostrar qué es el software de geometría dinámica, más concretamente el programa GeoGebra, y qué consecuencias ha provocado la crisis producida por la Covid-19 en la enseñanza.

JUSTIFICACIÓN

Según una encuesta realizada por (Fernández Lázaro, 2013) a profesores de matemáticas de secundaria, las principales dificultades de los alumnos al estudiar geometría son la interpretación y modelización del espacio físico real mediante objetos geométricos ideales, el aprendizaje de las propiedades matemáticas de los objetos geométricos y el lenguaje simbólico propio de la geometría (fórmulas, expresiones, códigos y convenciones, etc.). La herramienta que aquí se presenta, al tratarse de una metodología que plantea un rol activo del alumnado para trabajar los contenidos, puede resultar más beneficiosa y motivadora, que la explicación y la realización de ejercicios por el método tradicional.

Teniendo en cuenta estos planteamientos, se decidió llevar a cabo las secuencias didácticas que se plantean, por considerar que con ellas se puede conseguir que los alumnos alcancen varios logros interesantes. Se pretende que usando GeoGebra en el aula, los alumnos, puedan modificar a su antojo las figuras a las que se aplica la traslación y la simetría e intenten ellos solos adivinar cómo sería la figura resultante. Esto beneficiará su abstracción espacial y su curiosidad. Además, se da más importancia a las capacidades de abstracción visual ya que en la etapa de secundaria y bachillerato se trabaja principalmente de forma analítica.

También, se puede apreciar más claramente cómo se relacionan conceptos de la asignatura de Matemáticas con la de Educación Plástica, Visual y Audiovisual, haciendo ver al alumnado que los conocimientos adquiridos en una asignatura no están aislados del resto de materias.

Es una forma, a su vez, de atender a la diversidad de los alumnos en el aula pues se da la oportunidad a que todos se sientan más cómodos trabajando.

En cuanto a las competencias establecidas en el Decreto 38/2015, la metodología planteada afecta a las siguientes:

- Competencia lingüística: a la hora de leer los enunciados y aprender nuevo vocabulario del programa informático.
- Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología: al tratarse de contenidos matemáticos y al emplear el programa informático GeoGebra.
- Competencia digital: en cuanto al uso del ordenador o tableta electrónica para aprender los conceptos matemáticos.
- Aprender a aprender: las secuencias están diseñadas de tal manera que conduzcan a los alumnos a que sean ellos mismos los que deduzcan propiedades matemáticas como consecuencia de la manipulación de los objetos.
- Competencias sociales y cívicas: los alumnos tendrán la oportunidad de preguntar dudas y compartir sus ideas al resto de sus compañeros. Se fomenta el trabajo en equipo.
- Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor: el alumno podrá manipular los objetos a su antojo o realizar construcciones diferentes a las que le son proporcionadas.

OBJETIVOS

Los objetivos de este trabajo son dos. En primer lugar, se diseñarán e implementarán sesiones didácticas de Geometría, a través de una metodología activa haciendo uso del software GeoGebra, en busca del fortalecimiento del pensamiento espacial de los estudiantes, y de mejorar la calidad de la enseñanza y el aprendizaje. En segundo lugar, se examinará cómo GeoGebra puede ser integrado en el currículo de secundaria para explicar ciertos contenidos del bloque de Geometría del curso tercero de Educación Secundaria Obligatoria (ESO).

MARCO TEÓRICO

La digitalización en la enseñanza (TIC)

La digitalización, entendida como el proceso de transformación de todo material educativo e informativo (textos, sonidos, videos, etc.) a formato de lenguaje digital, es una tendencia en alza que está provocando una reforma y modernización de la educación (Machekhina, 2017). Muchos expertos han realizado análisis que apuntan a que este proceso de digitalización supone el punto de inflexión en la historia del proceso de enseñanza.

Proyectos educativos como “Touch the future” (Machekhina, 2017), desarrollado en base al documento de Políticas de Educación Digital de la Unión Europea, tratan de integrar al sistema educativo tecnologías digitales para que así ayuden a los estudiantes a aprender nuevos contenidos y también les impulsen a ser más competentes, desarrollar el pensamiento lógico y adquirir nuevas técnicas de comunicación. Las nuevas tecnologías integradas en la educación son beneficiosas para los docentes puesto que ofrecen métodos de enseñanza en los que se emplea o hace uso de videos, mapas mentales, estimulaciones, páginas web, música, etc. que provocarán que el proceso de enseñanza pueda llegar a ser más significativo y satisfactorio para el alumnado (Ghavifekr & Rosdy, 2015).

Las TIC han sufrido una transformación que ha posibilitado incrementar la calidad educativa de un alumno al cambiar la forma en la que se obtiene, maneja e interpreta la información (Hernández, 2017). El continuo desarrollo de estas tecnologías ha supuesto un nuevo clima de aprendizaje donde los estudiantes pasan a ser los protagonistas de su propio proceso de aprendizaje. La educación y la tecnología reclaman ir de la mano pues son competencias esenciales en el proceso educativo del alumnado y, es por lo que, los docentes deben estar preparados para adaptar y crear nuevas actividades que incorporen el uso de las TIC en el aula.

Sistemas de Geometría Dinámica

Ruiz (2013) refiere una serie de trabajos que avalan que la introducción de un SGD en la enseñanza de las matemáticas produce cambios significativos en el papel del profesor y en el conocimiento que construye el alumno. Por otra parte, el docente debe de fomentar prioritariamente actividades de razonamiento, de representación y de interpretación, en lugar de incitar únicamente el desarrollo de la capacidad para emitir respuestas correctas. En otras palabras, el niño aprende sobre todo pensando, y no calculando, memorizando y repitiendo lo que dice el profesor (Santiuste Bermejo, 2019).

En la enseñanza de las matemáticas en la etapa de la educación primaria y secundaria, si hay algún tipo de tecnología que se emplee para la motivación y fomento del buen aprendizaje de la materia, esta es los Sistemas de Geometría Dinámica (SGD) (González-López, 2001). Los sistemas de geometría dinámica, como GeoGebra² o Cabri Geometry³, son programas informáticos que permiten la creación y manipulación de construcciones geométricas. Este tipo de programas son capaces de construir modelos geométricos a partir de puntos, rectas, curvas, ... así como de las dependencias y relaciones de unos objetos con otros. Como resultado, se consigue que la geometría no se conciba como un tema codificado de conocimientos a transmitir y que sea una actividad de los estudiantes con determinados objetos de su entorno.

Estos SGD modifican la forma en la que se ejerce la actividad matemática respecto de la forma tradicional en la que se enseña la geometría. Los SGD impulsan al estudiante a descubrir por sí solo conceptos y propiedades geométricas mediante el proceso de exploración de situaciones prácticas al manipular los objetos matemáticos (Mora Sánchez, 2007). Además, otro aspecto a destacar es que, al realizar este tipo de prácticas, son los propios alumnos los que en ocasiones se corrigen a sí mismos siendo de esta manera más autónomos en su proceso de aprendizaje (González-López, 2001).

Impacto de la Covid-19 en la educación

La crisis provocada por la Covid-19 ha marcado un antes y un después en el desarrollo de muchos sectores laborales y educativos, habiendo aumentado considerablemente el porcentaje de empresas en España que hacen uso de las tecnologías para trabajar (un tercio de los ocupados cambiaron su modelo laboral por la Covid-19) (Meraviglia, 2020). Pero no solo han sido las empresas las que han tenido que renovarse en este aspecto, sino que ha obligado a replantearse el modelo de educación vigente donde hasta ahora casi siempre se ha llevado a cabo un modelo de enseñanza presencial. A raíz del confinamiento del año 2020, los recursos de aprendizaje online permitieron a estudiantes de todo el mundo seguir aprendiendo desde sus casas. Es en ese momento cuando una gran parte de los profesores toman conciencia de la gran necesidad de estar más capacitados en el uso de las TIC para ejercer la docencia (Schleicher, 2020), llegándose a convertir en la segunda necesidad de capacitación más habitual detectada por el cuerpo de docentes, justo por detrás de la enseñanza a alumnado con necesidades educativas especiales.

De acuerdo con el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos de la OCDE (PISA 2018) la mayoría de los sistemas educativos no estaban preparados para aprovechar las oportunidades que brindaban las tecnologías para la educación (Schleicher, 2020). A su vez, este informe pone de manifiesto una mediocre formación de los escolares de nuestro país, en matemáticas.

Descripción de GeoGebra

De entre todos los SGD se destaca GeoGebra, que fue desarrollado por Markus Hohenwarter en el marco de su trabajo de tesis de Máster, presentada en el año 2002 en la Universidad de Salzburgo, Austria. GeoGebra es un software que reúne dinámicamente geometría, análisis, estadística y cálculo, y armoniza los conceptos matemáticos con los experimentos, consiguiendo así una organización didáctica y disciplinar que cruza matemáticas, ciencia, ingeniería y tecnología (STEM: Science, Technology, Engineering and Mathematics). Es importante que la educación sufra un proceso de innovación si se quiere que las personas aprendan a desenvolverse en la vida cotidiana (Jiménez & Jiménez, 2017). Innovar la educación consiste en hacer un uso adecuado de las tecnologías

para llevar a cabo un buen proceso de aprendizaje. GeoGebra integra el trabajo de diversas áreas (geometría, análisis y álgebra) en un ambiente dinámico (Córdoba & Cardeño, 2013) para, así, fomentar el desarrollo del pensamiento variacional, es decir, el pensamiento que hace énfasis en la capacidad del alumno para identificar espacios de cambio de una o más variables y las relaciones que existen entre ellas. En base a todo esto, GeoGebra debe ser considerada como una herramienta didáctica (Córdoba & Cardeño, 2013) pues ayuda al docente a la hora de presentar ciertas temáticas en el aula y, también debido a que proporciona al alumnado una forma novedosa de representación, visualización y organización de conocimientos y procedimientos estudiados.

Una de las características más destacada de GeoGebra es su vista: una expresión en la ventana algebraica se corresponde con un objeto en la ventana geométrica, y viceversa. Se puede por tanto realizar construcciones geométricas en la ventana geométrica mediante el uso de las herramientas de construcción de objetos, o directamente escribir la expresión algebraica del objeto deseado en la ventana algebraica mediante el uso del teclado (por ejemplo, si se dibuja en la ventana geométrica una circunferencia de centro el origen de coordenadas y radio uno, en la ventana algebraica aparecerá $x^2+y^2=1$).

El gran incremento de usuarios de GeoGebra y la continua demanda de material y ayudas en el uso de las herramientas de GeoGebra hizo que se desarrollasen una página web con el manual de GeoGebra⁴, una página de ayuda⁵ y la GeoGebraWiki⁶, que se trata de un sitio web donde todos los usuarios pueden compartir los materiales que diseñan y en el fórum de usuarios de GeoGebra los usuarios preguntan al resto de usuarios cualquier duda que les surja.

SECUENCIAS DIDÁCTICAS

En esta sección se desarrollan dos secuencias didácticas basadas en el software GeoGebra, ambas para el curso de tercero de ESO. La primera de ellas aborda los conceptos de mediatriz de un segmento (y su punto medio), y bisectriz de un ángulo. La segunda trata acerca de la simetría axial y central. La razón por la que se plantea empezar aprendiendo la mediatriz es para que los alumnos aprovechen lo aprendido y puedan calcular después ellos solos el eje de una simetría axial. Se cree conveniente tratar el concepto de simetría axial y central dado que en la mayoría de los libros de texto aparecen objetos en los que se aplican simetrías, pero son ejemplos básicos y pobres.

Todos estos contenidos siguen el Decreto 38/2015 y serán explicados a partir de actividades ya desarrolladas por profesores de matemáticas con perfil en la página web de GeoGebra, y a las que se pueden acceder libremente a través de internet, combinándolas en ocasiones con actividades de desarrollo propio. Para aprovechar al máximo estas secuencias, lo ideal es que cada alumno disponga de un ordenador o tableta electrónica en el aula para poder acceder a GeoGebra y realizar la actividad. La razón por la cual se decidió diseñar estas dos secuencias didácticas es que además de pertenecer ambas al mismo curso y al mismo bloque de matemáticas, los contenidos que se estudian guardan una relación directa: la mediatriz y la bisectriz son rectas que dividen a un objeto matemático (un segmento para el caso de la mediatriz, y un ángulo para la bisectriz) en dos partes iguales, y el eje de una simetría axial no es más que la mediatriz del segmento que une un punto con su simétrico.

Mediatriz y bisectriz

La primera secuencia didáctica trata la mediatriz y la bisectriz. Para empezar, sería conveniente explicar a los alumnos qué es la mediatriz de un segmento para así mostrarles acto seguido el applet desarrollado por Manuel Sada⁷. En este applet se desarrolla, en una secuencia de seis pasos, el proceso para calcular geoméricamente la mediatriz de cualquier segmento (ver Figura 1). Aunque se trata de la construcción de la mediatriz con regla y compás, en vez de su cálculo algebraicamente, es una adecuada primera aproximación para conocer el concepto de mediatriz. Pulsando en la casilla "Ver punto P sobre mediatriz" se dibuja un triángulo cuyos lados son los segmentos AB, BP y PA, para así intentar que sean los alumnos los que deduzcan qué propiedad cumplen los triángulos cuyo tercer vértice se encuentra sobre la recta de la mediatriz. La propiedad de la que se habla es que todos esos triángulos son isósceles (dos lados iguales) y para que los estudiantes confirmen su deducción, este applet

permite que trasladen los puntos A, B y P a su antojo para que puedan comprobar que las medidas de los segmentos BP y PA es la misma (Figura 2).

Figura 1. Applet de GeoGebra de Manuel Sada (Mediatriz y punto medio de un segmento).

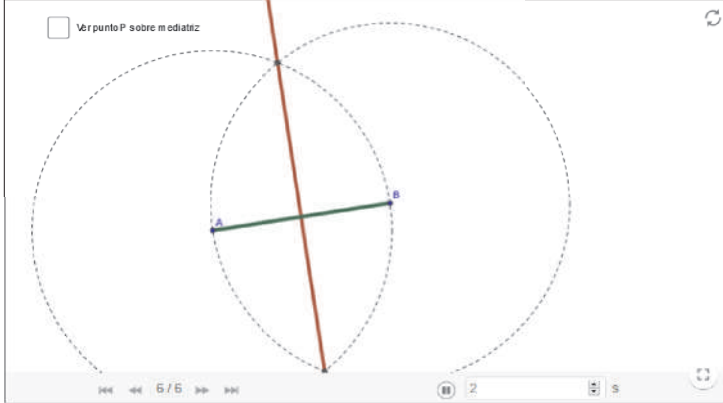
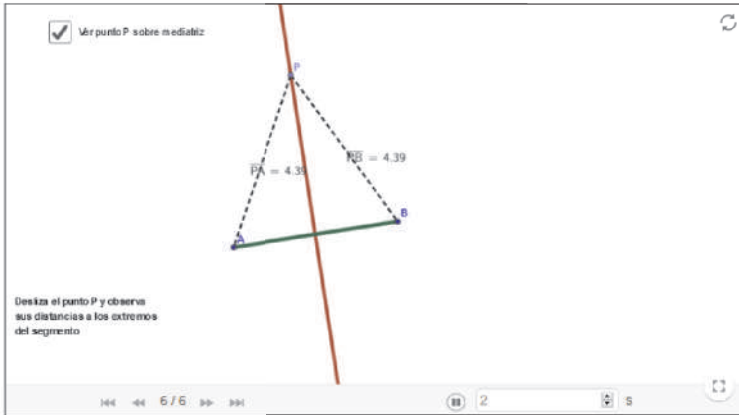
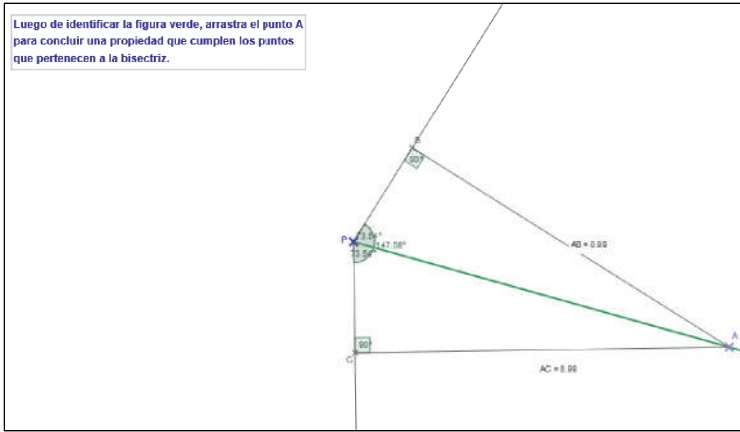


Figura 2. Applet de GeoGebra de Manuel Sada (Mediatriz y punto medio de un segmento).



Para el caso de la bisectriz, se empleará el applet diseñado por Laura Ruiz⁸. Al igual que en el planteamiento anterior, se consideró que lo más conveniente era comenzar por dar la definición de bisectriz de un ángulo. La actividad que se ha seleccionado muestra dibujada a bisectriz de un ángulo y el objetivo de este ejercicio es que sean los propios alumnos los que, mediante la traslación del punto A a lo largo de la bisectriz, deduzcan la propiedad que cumplen todos los puntos que se encuentran sobre la bisectriz. Para ayudarles aún más, en el applet aparecen marcadas las distancias que hay desde el punto A a cada una de las semirrectas que forman el ángulo sobre el cual se calcula la bisectriz (Figura 3). Además, en la actividad queda marcado el valor de los ángulos en B y en C, para que se pueda aprovechar a explicar que para medir la distancia de un punto a una recta debe medirse con el segmento en perpendicular a la recta. El fin de estas actividades es que los alumnos muevan ciertos puntos de la figura de forma autónoma, identifiquen ellos mismos todas las posibles relaciones y propiedades que pueden existir antes de que sean los profesores quienes se las descubran.

Figura 3. Applet de GeoGebra de Laura Ruiz (Bisectriz de un ángulo).



Simetría axial y central

La segunda secuencia didáctica trata la simetría axial y central, y se han diseñado una serie actividades en GeoGebra para tratar cada una de ellas. Las primeras consisten en realizar la simetría de una serie de objetos para que se reconozca a qué tipo de simetría corresponde cada una, aprovechando una noción visual de cómo se lleva a cabo dicha simetría (Figuras 4 y 5). Posteriormente, se muestra una actividad más para cada tipo donde se aprenderán los conceptos de eje de una simetría axial y centro de una simetría central (Figuras 6 y 7).

Figura 4. Applet de GeoGebra de Juan Campo° (Simetría axial).

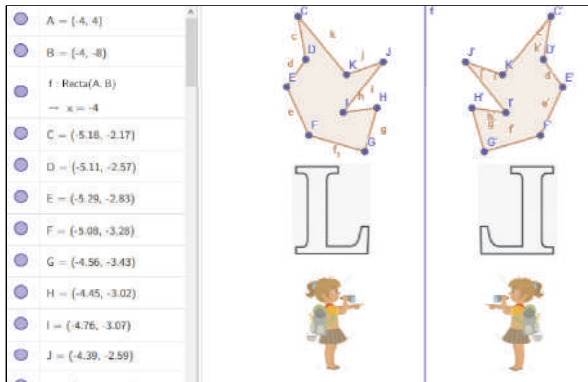
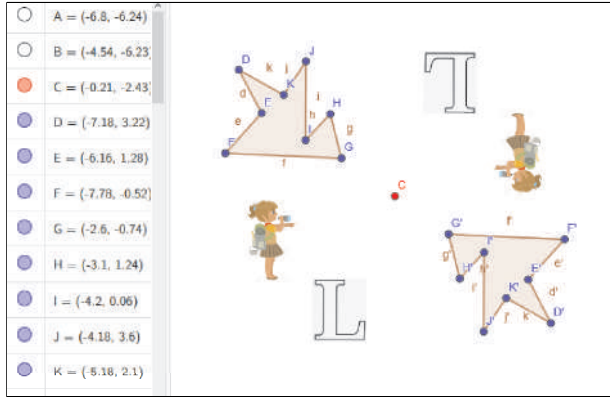
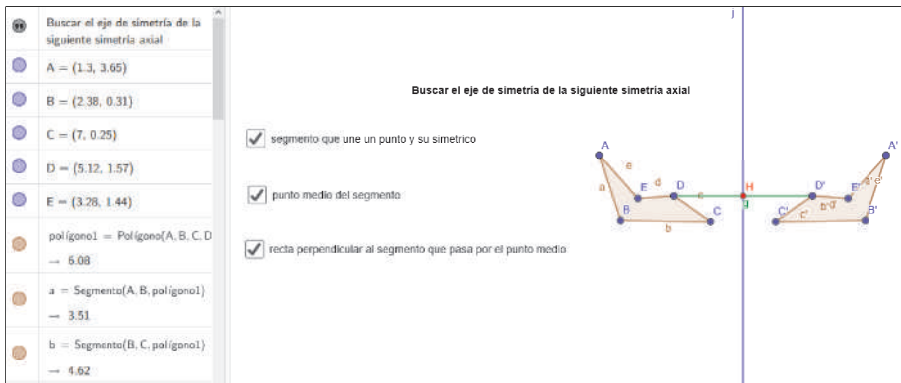


Figura 5. Applet de GeoGebra de Juan Campo¹⁰ (Simetría central).



Se dice que dos puntos P y P' son simétricos respecto de un eje (recta) cuando dicho eje es la mediatriz del segmento que une P y P'. Esta simetría es la denominada *simetría axial*. La Figura 6 consiste en, dado un polígono y su simétrico, calcular cuál es el eje de esa simetría. Para ello se incluyen unas casillas que controlan los pasos para llegar a obtener el eje. Al igual que con el resto de las actividades diseñadas, se permite que los alumnos modifiquen el polígono sobre el cual se calcula su figura simétrica. Una vez hecho este pequeño ejercicio, la siguiente actividad consiste en comprobar que, eligiendo otro punto cualquiera y su simétrico, se obtiene el mismo eje de simetría, como es de esperar. Como en tercero de ESO todavía no se enseñan las ecuaciones de las rectas, GeoGebra resulta ser una herramienta perfecta para trabajar calculando este tipo de ejercicios donde al final se calculan rectas, aunque solo sea de manera geométrica. Los alumnos deberían saber hacer esto, puesto que la secuencia didáctica comenzó con la explicación de la mediatriz de un segmento, y el cálculo del eje de simetría consiste precisamente en calcular la mediatriz del segmento que une un punto y su simétrico. Con este ejercicio se busca que los alumnos sean conscientes de las relaciones entre los conceptos aprendidos.

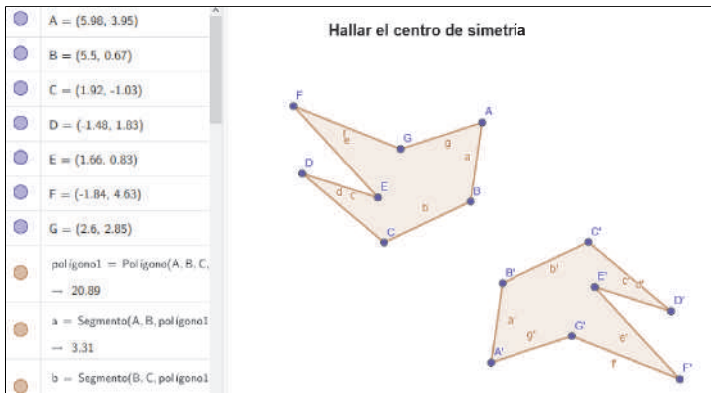
Figura 6. Applet de GeoGebra de Juan Campo¹¹ (Simetría axial).



Se dice que dos puntos P y P' son simétricos respecto de un punto O, cuando O es el punto medio del segmento PP'. Al punto O se le llama *centro de simetría*. La actividad que se ha desarrollado para completar esta secuencia didáctica consiste en que, los alumnos, después de haber visto los distintos ejemplos de simetrías

centrales, sepan por sí solos hallar el centro de simetría (Figura 7). Para ello, podrán mover libremente el polígono sobre el cual se aplica la simetría para ver así cómo cambia la figura simétrica, lo cual les ayudará a averiguar cómo hallar el centro de la simetría. Está claro que la definición formal antes expuesta de simetría central no debería ser proporcionada hasta que los alumnos hayan invertido algo de tiempo en intentar resolver el ejercicio. Con este tipo de ejercicio se busca que el alumno descubra qué propiedad se cumple respecto al centro de la simetría y que no solamente base su conocimiento en la memorización de la definición.

Figura 7. Applet de GeoGebra de Juan Campo¹² (Simetría central).



Finalmente, en la Tabla 1 se muestran de forma resumida los contenidos, criterios de evaluación, y los estándares de aprendizaje evaluables, que se busca que los alumnos aprendan y logren al finalizar toda la secuencia didáctica, así como la organización temporal necesaria para llevar a cabo ambas actividades.

SECUENCIAS DIDÁCTICAS BASADAS EN GEOGEBRA PARA LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

Tabla 1. Contenidos, criterios y estándares trabajados en cada una de las dos secuencias didácticas propuestas, así como su organización temporal.

	Mediatriz y bisectriz	Simetría axial y central
Contenidos	Software GeoGebra. Geometría del plano. Lugar geométrico. Recta. Ángulo. Mediatriz. Bisectriz. Distancia.	Software GeoGebra. Simetría axial en el plano. Simetría central en el plano. Centro y eje de una simetría.
Criterios de Evaluación	Reconocer y describir los elementos y propiedades de la mediatriz y bisectriz.	Reconocer y describir las simetrías axiales y centrales. Utilizar las nociones geométricas de las simetrías para describir y comprender situaciones de la vida cotidiana.
Estándares de aprendizaje evaluables	Conoce las propiedades de los puntos de la mediatriz de un segmento y de la bisectriz de un ángulo. Define el concepto de mediatriz y bisectriz haciendo uso de la expresión "lugar geométrico". Conoce cómo debe medirse la distancia entre dos puntos, o entre un punto y una recta.	Calcula el eje y el centro de una simetría axial y central, respectivamente. Traza una figura plana simétrica de otra respecto de un eje o un centro de simetría.
Organización temporal	Una sesión de 50 minutos.	Una sesión de 50 minutos.

CONSIDERACIONES FINALES

Cabe destacar el interés, la satisfacción y el agrado que se percibe en el alumnado con el tipo de metodología presentado, que aceptan de una manera muy positiva. Lo que tiene una incidencia directa en su motivación, su aprendizaje, y previsiblemente en sus buenos resultados académicos.

Se trata de un aprendizaje activo y por descubrimiento puesto que a partir de los conocimientos previos del alumno se originan aprendizajes significativos. Cambia la dinámica de los trabajos rutinarios lo que permite una mayor motivación para afianzar los contenidos. Aumenta la capacidad de razonamiento de los alumnos al tener que activarse para realizar las actividades planteadas.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por el proyecto de investigación con referencia PID2019-105677RB-I00/AEI/10.13039/501100011033.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Córdoba, F. J., & Cardeño, J. (2013). *Desarrollo y uso didáctico de GeoGebra*. Medellín: Instituto Tecnológico Metropolitano.
- Fernández Lázaro, A. (2013). *Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas en ESO y Bachillerato. Análisis de un caso práctico*. Trabajo Fin de Máster, Universidad Internacional de La Rioja.

- Ghavifekr, S., & Rosdy, W. (2015). Teaching and learning with technology: Effectiveness of ICT integration in schools. *International Journal of Research in Education and Science*, 1(2), 175-191.
- González-López, M. J. (2001). La gestión de la clase de Geometría utilizando Sistemas de Geometría Dinámica. En P. Gómez, & L. Rico (Edits.), *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática*. Granada: Editorial Universidad de Granada.
- Hernández, R. M. (2017). Impacto de las TIC en la educación: Retos y Perspectivas. *Propósitos y Representaciones*, 5(1), 325-347.
- Jiménez, J. G., & Jiménez, S. (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso de enseñanza-aprendizaje en matemáticas. *Revista Electrónica sobre Tecnología, Educación y Sociedad*, 4(7), 1-17.
- Machekhina, O. N. (2017). Digitalization of education as a trend of its modernization and reforming. *Revista Espacios*, 38(40), 26-31.
- Meraviglia, A. (6 de mayo de 2020). La incidencia del teletrabajo en España pasa del 5% al 34% durante la pandemia. *El País*.
- Mora Sánchez, J. A. (2007). Geometría Dinámica en Secundaria. *XIII Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas (JAEM)*. Granada.
- Ruiz López, N. (2013). Influencia del software de geometría dinámica GeoGebra en la formación inicial del profesorado de primaria. *I Congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe*. Santo Domingo, República Dominicana.
- Santiuste Bermejo, V. (2019). Construir puentes entre la universidad y la escuela. En V. Castro, & D. Padilla (Edits.), *Del mérito al prestigio. Serie Conocimiento*. Asociación Crecimiento Humano. INFAD.
- Schleicher, A. (2020). *The impact of COVID-19 on education: Insights from Education at a Glance 2020*. Paris: OECD. Retrieved abril 20, 2021, from <https://www.oecd.org/education/the-impact-of-covid-19-on-education-insights-education-at-a-glance-2020.pdf>

NOTAS

- 1 <https://boc.cantabria.es/boces/verAnuncioAction.do?idAnuBlob=287913>
- 2 <https://www.geogebra.org/> GeoGebra.
- 3 <https://cabri.com/es/> Cabri Geometry.
- 4 <https://wiki.geogebra.org/es/Manual> Manual de GeoGebra.
- 5 <https://help.geogebra.org/> Ayuda de GeoGebra.
- 6 <https://wiki.geogebra.org/es> GeoGebraWiki.
- 7 <https://www.geogebra.org/m/N5xzxPpe#material/SspDyCtr> Applet de GeoGebra "La Mediatriz (y el punto medio) de un segmento con regla y compás".
- 8 <https://www.geogebra.org/m/yCe9h33J#material/XuNdzqgJ> Applet de GeoGebra "Bisectriz de un ángulo convexo".
- 9 <https://www.geogebra.org/m/tqywmvuh> Applet de GeoGebra "Simetría Axial".
- 10 <https://www.geogebra.org/m/c3vhtkqk> Applet de GeoGebra "Simetría Central".
- 11 <https://www.geogebra.org/m/zqzk8ujr> Applet de GeoGebra "Simetría axial".
- 12 <https://www.geogebra.org/m/s8mpv9af> Applet de GeoGebra "Simetría central".

