NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas
http://www.sinewton.org/numeros
ISSN: 1887-1984
Volumen 113, marzo de 2023, páginas 63-80

Una situación de aprendizaje para el desarrollo del sentido estocástico en Educación Primaria

Juan José Santaengracia
Luis J. Rodríguez-Muñiz
(Universidad de Oviedo. España)
Belén Palop del Río
(Universidad de Valladolid y Universidad Complutense de Madrid. España)

Fecha de recepción: 7 de diciembre de 2022
Fecha de aceptación: 9 de enero de 2023

Resumen

La reciente Ley Orgánica por la que se modifica la Ley Orgánica de Educación (LOMLOE) ha traído cambios significativos tanto en el diseño de las sesiones como en el área de matemáticas. En este artículo presentamos el diseño de una situación de aprendizaje según se define en la LOMLOE centrada en el desarrollo del sentido estocástico y basada en los procesos del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) y el Enfoque de los Itinerarios de Aprendizaje de las Matemáticas. En ella se realiza una conexión entre los saberes básicos, las competencias específicas y los criterios de evaluación. Además, se ilustra el diseño mediante una implementación que demuestra su eficacia y se señalan algunas de las situaciones que pueden surgir. Finalmente, se realizan algunas propuestas de continuidad para este diseño de situación de aprendizaje.

Palabras clave

Educación matemática, sentido estocástico, situación de aprendizaje, diseño, estadística, probabilidad, LOMLOE, EIEM.

Abstract

The recent LOMLOE has made significant changes both in the design of the sessions and in mathematics. In this paper we present the design of a learning situation as defined in the LOMLOE, focused on the development of stochastic sense, and based on the processes of the NCTM and the Approach of Learning Routes of Mathematics. We make a connection between basic knowledge, specific skills, and evaluation criteria. In addition, the design is illustrated through an implementation that demonstrates its effectiveness and some of the situations that can arise are pointed out. Finally, some continuity proposals were made for this learning situation design.

Keywords

Mathematics education, stochastic sense, learning situation, design, statistics, probability, LOMLOE, EIEM.

1. Introducción

En una sociedad orientada a los datos en la que se generan diariamente varios *zetabytes* (millones de *petabytes*), tener la capacidad de leer, entender y analizar información resulta una competencia esencial para la ciudadanía. Esta necesidad formativa se ha hecho más evidente en las últimas décadas, con la denominada alfabetización de datos o *Data Literacy* (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos [OCDE], 2019). Aunque este protagonismo es reciente, las primeras apariciones de la estadística y de la probabilidad en Estados Unidos se remontan a 1989, con la aparición del bloque

"Datos y azar" en la propuesta del *National Council of Teachers of Mathematics* [NCTM] (NCTM, 1989). A partir del año 2000, este bloque pasó a ser denominado "Análisis de datos y probabilidad" (NCTM, 2000). En el contexto español, esta necesidad de alfabetización se refleja en un bloque del currículo de matemáticas por primera vez en 1990, bajo la denominación de "Organización de la información" en la Ley Orgánica General del Sistema Educativo (Jefatura del Estado, 1990). Algunos años después, en la Ley Orgánica de Educación (Jefatura del Estado, 2006) se modificó su denominación por "Tratamiento de la información, azar y probabilidad", siendo la primera vez que se mencionan los fenómenos aleatorios en el currículo español. Manteniendo en esencia la temática del bloque, la Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (Jefatura del Estado, 2013) cambió su denominación por "Estadística y probabilidad". Por último, en la Ley Orgánica por la que se modifica la Ley Orgánica de Educación [LOMLOE] (Jefatura del Estado, 2020) se reformulan los bloques como diferentes sentidos, siendo uno de ellos el "Sentido estocástico". Este sentido se desarrolla en torno a tres grandes ideas: "Organización y análisis de datos", "Incertidumbre" e "Inferencia".

Desafortunadamente, los avances legislativos y el marco curricular respecto a la estadística y la probabilidad no implican necesariamente una mayor capacitación del profesorado para abordar una educación de calidad en este ámbito (Alsina, 2021). De hecho, trabajos como Alonso-Castaño *et al.* (2021) o Vásquez y Alsina (2019) señalan debilidades en la capacidad de los docentes para llevar a cabo con éxito el proceso de enseñanza-aprendizaje de la estadística y el azar. A este respecto, Batanero (2013) planteó que, a pesar de que la estadística se enseña desde edades cada vez más tempranas, el alumnado sigue teniendo sesgos y dificultades a la hora de interpretar datos. También en Batanero (2013), la autora sentó las bases del sentido estadístico, que podemos considerar la semilla para su incorporación al currículo actual. Aunque el término estocástico es menos frecuente en el contexto hispanohablante, la propia Batanero explica la preferencia por esta denominación:

> Siguiendo la tradición europea, discutida en Batanero y Borovcnik (2016), prefiero hablar de estocástica, porque la estadística y la probabilidad están ligadas indisolublemente, puesto que no recogemos datos estadísticos de fenómenos deterministas, cuyos datos se generan mediante fórmulas matemáticas [...]. En resumen, usamos el término estocástica para enfatizar la dependencia mutua del conocimiento y razonamiento sobre probabilidad y estadística, que están interconectadas y deben enseñarse conjuntamente. (Batanero, 2019, pp. 2).

La realidad de nuestras aulas muestra que el sentido estocástico sigue teniendo menos peso y reconocimiento que otros sentidos más asentados, como el numérico o espacial. Diversos autores han realizado propuestas que profundizan en cómo debería llevarse al aula esta educación (véanse Batanero, 2000, 2002; Batanero y Godino, 2004) así como investigaciones en el aula, en las que se diseñan y ponen a prueba los supuestos teóricos (por ejemplo, Alsina, 2017; Alsina *et al.*, 2020; Anasagasti y Berciano, 2016; Vásquez *et al.*, 2018).

Adicionalmente a la concreción de los saberes básicos y de los criterios de evaluación que corresponden a cada sentido, el Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria (Ministerio de Educación y Formación Profesional [MEFP], 2022) establece en el Anexo III que se debe favorecer el desarrollo de las competencias a través de la construcción del conocimiento, para lo que se promueve la creación de "situaciones de aprendizaje".

> Con ellas se busca ofrecer al alumnado la oportunidad de conectar sus aprendizajes y aplicarlos en contextos cercanos a su vida cotidiana, favoreciendo su compromiso con el aprendizaje propio. Así planteadas, las

> situaciones de aprendizaje constituyen un componente que, alineado con los principios del Diseño Universal para el Aprendizaje, permite aprender a aprender y sentar las bases para el aprendizaje durante toda la vida fomentando procesos pedagógicos flexibles y accesibles que se ajusten a las necesidades, las características y los diferentes ritmos de aprendizaje del alumnado. (MEFP, 2022, p. 108).

Sobre estos principios teóricos, se ha elaborado una situación de aprendizaje sobre los saberes básicos del sentido estocástico en el actual currículo de Educación Primaria. El enfoque de la situación la hace útil, a nuestro juicio, como sesión introductoria (o situación de enseñanza en contexto informal, usando la terminología del Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas) en el segundo ciclo. Además, este diseño se puso a prueba en una clase de cuarto de Educación Primaria, por lo que también se detallarán aquellos aspectos relevantes encontrados en la sesión, las reflexiones más importantes realizadas por el alumnado y las conclusiones que se pudieron extraer de la implementación.

2. Marco teórico

La propuesta y la posterior intervención están basadas en tres pilares: 1) definición y conceptualización del sentido estocástico en la investigación educativa; 2) los procesos del NCTM (NCTM, 2000); y 3) el Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas [EIEM] de Alsina (2021).

2.1. Sentido estocástico

La relación entre la estadística y la probabilidad que se plasma escolarmente tiene una gran influencia de la tradición histórica y cultural. En los países anglosajones, especialmente en Estados Unidos de América, la estadística se desarrolló mucho más independientemente de la probabilidad que en Europa. En un intento de conciliación entre ambos dominios de conocimiento, se impone el término estocástico, del griego στοχαστικός, que significa relativo a la conjetura, y se cree vinculado etimológicamente a la capacidad del arquero de hacer blanco en un poste (por lo tanto, vinculado al azar). En realidad, la tradición de hablar de educación estocástica es más antigua en países como Alemania, mientras que en España la estadística ha aparecido normalmente en los planes de estudio siempre como una parte de las matemáticas, junto con la probabilidad, y el uso del término estocástico es menos frecuente (Batanero y Godino, 2002).

En la consideración de lo estocástico como integrador de la estadística y la probabilidad, esta asume un rol no solo de herramienta para la estadística, sino que se refuerza su carácter de disciplina matemática para modelar los experimentos no deterministas y ayudar en la toma de decisiones bajo incertidumbre (Borovnick, 2006; Burril y Biehler, 2011). Siguiendo a Fischbein (1990), la probabilidad no debería ser enseñada como un elemento independiente de los datos, sino vinculada a su papel en la estadística como generadora de modelos aleatorios. Asumiendo ese postulado, el sentido estocástico podría ser el sentido estadístico de Batanero (2013), con un énfasis específico en el razonamiento probabilístico que, aunque no está explícito, está incluido en su formulación.

Por su parte, el Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo (MEFP, 2022), declara que:

> El sentido estocástico se orienta hacia el razonamiento y la interpretación de datos y la valoración crítica, así como la toma de decisiones a partir de información estadística. También comprende los saberes vinculados con la comprensión y la comunicación de fenómenos aleatorios en situaciones de la vida cotidiana (MEPF, 2022, p. 93).

Se asumirá, por tanto, la definición de Batanero y del MEFP para conceptualizar al sentido estocástico como visión integradora de la estadística y la probabilidad.

2.2. Procesos del NCTM

Considerar los procesos matemáticos junto con los contenidos permite el desarrollo de la competencia matemática, en el sentido de Niss (2002) o de la OCDE (2018), entendida como la capacidad de utilizar las matemáticas en situaciones cotidianas tanto en el contexto escolar como fuera de él (Alsina, 2014). La primera conceptualización de los procesos, en plano de igualdad con los contenidos, aparece en la propuesta de estándares para la educación matemática que hizo el NCTM hace más de veinte años (NCTM, 2000). Los procesos identificados por el NCTM (NCTM, 2000) son los cinco que se detallan a continuación.

- **Resolución de problemas:** El alumnado debe ser capaz de plantear y resolver problemas complejos que les supongan un reto. A través de la resolución de problemas, los estudiantes desarrollan los procesos cognitivos que les permitirán abordar otros problemas de mayor dificultad, así como conectar los conocimientos adquiridos con otro tipo de situaciones.

- **Razonamiento y demostración:** Elaborar, evaluar y argumentar conjeturas matemáticas mediante el razonamiento y la demostración permite dotar de sentido a las matemáticas.

- **Comunicación:** La comunicación se concibe como el intercambio de ideas reflexivas a través de la discusión sobre y acerca de las matemáticas involucradas. Mediante ella el alumnado usa un lenguaje matemático apropiado y se apropia metacognitivamente de las ideas que está tratando de comunicar.

- **Conexiones:** Las matemáticas deben entenderse como un conjunto de conocimientos integrados y no como algo fraccionado. Por ello es necesario tanto conectar los distintos contenidos matemáticos como las matemáticas con otras disciplinas para valorar su relevancia como lenguaje científico y social.

- **Representación:** Las diferentes representaciones del objeto matemático (representaciones pictóricas, materiales manipulativos, gráficos, tablas, fórmulas, etc.) son fundamentales tanto para entender las matemáticas en sí como para profundizar en cómo otras personas las comprenden.

A pesar de la importancia de los procesos matemáticos en el desarrollo de la competencia matemática, la literatura señala que la acción principal en Educación Primaria se centra más en los contenidos. Según la Real Sociedad de Matemáticas Española (López Beltrán et al., 2020, p. 7): “los procesos, métodos y actitudes se contemplan en un bloque de carácter transversal, [...] y la realidad parece ser que este bloque no está siendo tratado de manera suficiente en las aulas”. En la legislación actual, dicho bloque transversal se hace explícito y ha sido incluido dentro de los criterios de evaluación, aunque por su reciente aprobación, no es posible conocer cómo se ha implementado en el aula.

2.3. Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas en estadística y probabilidad

El Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas (EIEM) está caracterizado por distinguir tres niveles para organizar la educación matemática, yendo de lo más informal a lo más formal, fomentando el razonamiento, la comprensión y el pensamiento crítico en matemáticas (Alsina, 2019).

El EIEM se basa en tres marcos teóricos. En primer lugar, utiliza los trabajos de Vygotsky (1978) acerca de la Perspectiva Sociocultural del Aprendizaje Humano, entendiendo el proceso educativo como un fenómeno social en el que la comunicación entre pares permite desarrollar el conocimiento a través de las conexiones y la reflexión. En segundo lugar, el Modelo Realista de Formación del Profesorado propuesto por Tigchelaar *et al*. (2010), en el que se promueve una formación del profesorado para poder saber cuándo y cómo guiar al alumnado, generando situaciones reflexivas en el aula en las que se integren las experiencias personales y los conocimientos previos. Y, en tercer lugar, se utiliza la Educación Matemática Realista de Freudenthal (1991), proponiendo empezar por situaciones didácticas que partan desde situaciones de la vida cotidiana o que estén contextualizadas, para formalizar la abstracción del conocimiento más adelante. Alsina (2021) identifica tres niveles en estos itinerarios:

Nivel uno. Enseñanza en contextos informales: la introducción de los contenidos matemáticos parte de situaciones reales o realistas. Se utilizan materiales manipulativos para modelizar de forma concreta el objeto matemático, teniendo que usar sus conocimientos previos y el sentido común.

Nivel dos. Enseñanza en contextos intermedios: una vez introducido el contenido, es necesario crear un puente entre las situaciones de enseñanza anteriores con los contextos abstractos y formales del último nivel. Para este fin, se propone usar tanto recursos literarios (historias, cuentos, canciones, etc.) como tecnológicos (*applets*, programación básica por bloques…).

Nivel tres. Enseñanza en contextos formales: finalmente, se presenta el contenido de forma abstracta en contextos gráficos y simbólicos mediante materiales de apoyo como libros. En este Nivel se pretende que el alumnado formalice los conocimientos y los exprese con la notación convencional.

3. Marco legal

Recientemente, en el Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria (Ministerio de Educación y Formación Profesional [MEFP], 2022), aparecen cambios sustanciales en la estructura curricular. Para comenzar, se establecen una serie de competencias clave para toda la etapa que, posteriormente, son concretadas en competencias específicas. Estas serán abordadas a partir de los saberes básicos (denominados contenidos en la LOMCE) propuestos para cada ámbito o área, y serán evaluadas a través de los criterios de evaluación. Con el fin de que el alumnado adquiera las mencionadas competencias, se deberán diseñar situaciones de aprendizaje que permitan su desarrollo. Como se observa, el cambio legislativo ha hecho que el desarrollo de actividades coherentes con el Real Decreto, bajo la denominación de "situaciones de aprendizaje", tenga una enorme importancia a la par que un margen de maniobrabilidad adicional al permitir encajar las competencias, los criterios y los saberes, por lo que resulta enormemente conveniente validar situaciones cuidadosamente elaboradas para su puesta a disposición de los docentes.

3.1. Saberes básicos del sentido estocástico

Tal y como se explica en el documento curricular del Comité Español de Matemáticas (CEMat) (Calvo Pesce *et al.*, 2021):

> La concepción global del currículo, más allá de los contenidos, nos permite también mirar las matemáticas desde un punto de vista superior. En este sentido, es muy importante señalar la existencia de las denominadas grandes ideas matemáticas (patrones, modelo, variable, relaciones y funciones, movimientos y transformaciones, distribución, incertidumbre, magnitud, etc.), que vertebran estos contenidos en niveles superiores y permiten apreciar la continuidad y las conexiones intramatemáticas, y que suelen corresponderse con hitos revolucionarios en la disciplina. (Calvo Pesce *et al.*, p. 5).

Podemos observar que el sentido estocástico en el currículo de Educación Primaria está compuesto por tres grandes ideas matemáticas:

1. Organización y análisis de datos. Se hace alusión a la recogida, clasificación, recuento y análisis de datos, así como a sus representaciones mediante gráficos estadísticos. Dentro de este apartado también se encuentran las tres medidas de tendencia central (media, mediana y moda) y los recursos informáticos de gestión de datos como las hojas de cálculo.
2. Incertidumbre. Los saberes básicos incluidos están referidos a las situaciones de azar, que deben ser reconocidas tanto en experimentos como en situaciones de la vida cotidiana. Se incluye también la medida de la probabilidad, mediante la identificación y comparación de sucesos.
3. Inferencia. A través de este bloque se pretende lograr que el alumnado sea capaz de realizar hipótesis y conjeturas a partir de los datos, entendiendo la calidad y alcance de la muestra sobre la que se está trabajando.

Estas grandes ideas no se distribuyen de forma homogénea a lo largo de los cursos, sino que se van incluyendo progresivamente. Como se muestra en la Figura 1, la organización y análisis de datos comienza en el primer ciclo, mientras que la incertidumbre y la inferencia empiezan a estudiarse en el segundo, de forma que los tres bloques siguen presentes de forma posterior. El propósito de esta estructura es visualizar la continuidad de las grandes ideas como organizadores del currículo.

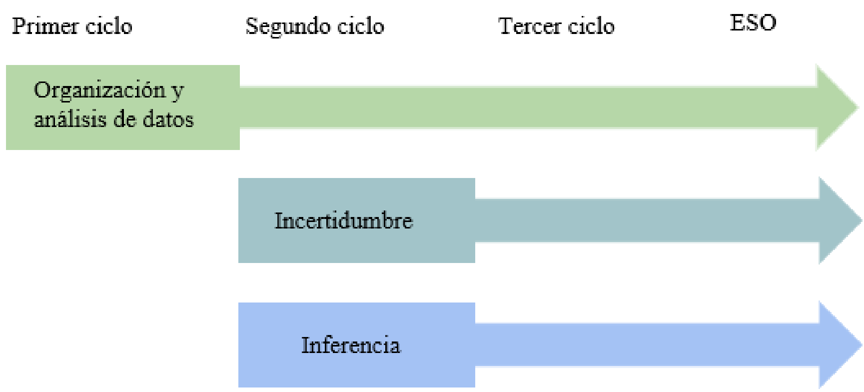

Figura 1. Grandes ideas del sentido estocástico. Fuente: elaboración propia a partir del RD 157/2022

La propuesta que presentamos está diseñada como una situación de aprendizaje adecuada para el segundo ciclo de primaria, aunque resultaría adecuada también en tercer ciclo, particularmente si el grupo clase no hubiera tenido una introducción adecuada al sentido estocástico. En ella, se consideran las tres grandes ideas mencionadas y prácticamente todos los saberes básicos que incluyen.

3.2. Competencias específicas

El desarrollo de las competencias específicas que realiza la LOMLOE para Matemáticas está claramente influido por los procesos del NCTM, expuestos en el marco teórico. De hecho, existe una correspondencia, con la única excepción de aquellas relacionadas con el sentido socioafectivo (competencias específicas 7 y 8) y el pensamiento computacional (competencia específica 4). La Tabla 1 refleja la relación entre los procesos del NCTM y las competencias específicas según aparecen redactadas en la LOMLOE.

Competencias específicas	**Procesos del NCTM**
1. Interpretar situaciones de la vida cotidiana, proporcionando una representación matemática de las mismas mediante conceptos, herramientas y estrategias, para analizar la información más relevante.	Resolución de problemas y Representación
2. Resolver situaciones problematizadas, aplicando diferentes técnicas, estrategias y formas de razonamiento, para explorar distintas maneras de proceder, obtener soluciones y asegurar su validez desde un punto de vista formal y en relación con el contexto planteado.	Resolución de problemas
3. Explorar, formular y comprobar conjeturas sencillas o plantear problemas de tipo matemático en situaciones basadas en la vida cotidiana, de forma guiada, reconociendo el valor del razonamiento y la argumentación, para contrastar su validez, adquirir e integrar nuevo conocimiento.	Razonamiento y demostración
4. Utilizar el pensamiento computacional, organizando datos, descomponiendo en partes, reconociendo patrones, generalizando e interpretando, modificando y creando algoritmos de forma guiada, para modelizar y automatizar situaciones de la vida cotidiana.	No hay coincidencia
5. Reconocer y utilizar conexiones entre las diferentes ideas matemáticas, así como identificar las matemáticas implicadas en otras áreas o en la vida cotidiana, interrelacionando conceptos y procedimientos, para interpretar situaciones y contextos diversos.	Conexiones
6. Comunicar y representar, de forma individual y colectiva, conceptos, procedimientos y resultados matemáticos, utilizando el lenguaje oral, escrito, gráfico, multimodal y la terminología apropiados, para dar significado y permanencia a las ideas matemáticas.	Comunicación y Representación
7. Desarrollar destrezas personales que ayuden a identificar y gestionar emociones al enfrentarse a retos matemáticos, fomentando la confianza en las propias posibilidades, aceptando el error como parte del proceso de aprendizaje y adaptándose a las situaciones de incertidumbre, para mejorar la perseverancia y disfrutar en el aprendizaje de las matemáticas.	No hay coincidencia
8. Desarrollar destrezas sociales, reconociendo y respetando las emociones, las experiencias de los demás y el valor de la diversidad y participando activamente en equipos de trabajo heterogéneos con roles asignados, para construir una identidad positiva como estudiante de matemáticas, fomentar el bienestar personal y crear relaciones saludables.	No hay coincidencia

Tabla 1. Conexión entre competencias específicas y procesos matemáticos. Fuente: elaboración propia a partir del Real Decreto 157/2022.

4. Descripción de la situación de aprendizaje

En este apartado se describe la propuesta de situación de aprendizaje para el sentido estocástico. La situación conecta prácticamente todos los saberes básicos del sentido estocástico del segundo ciclo de Educación Primaria y casi todas las competencias específicas de la asignatura, aunque se debe tener en cuenta (Alsina, 2021) que no es necesario abordar todas las competencias en una única situación.

Mediante esta situación, se abordan los saberes básicos en relación con las competencias específicas del área de Matemáticas de acuerdo con el esquema mostrado en la Figura 1. Consideramos que podría desarrollarse en una única sesión de entre 60 y 90 minutos o, alternativamente, en dos sesiones de entre 40 y 45 minutos siendo esta segunda la opción más recomendable al tratarse de una actividad con elevada demanda cognitiva. En la Tabla 2, se describe cómo se relacionan los saberes básicos y los criterios de evaluación. Se ha realizado una conexión particular entre saber y criterio, representada con una casilla en gris en aquellos casos en los que existe una unión entre ellos.

Saberes básicos del sentido estocástico del segundo ciclo de EP	**CE1**		**CE2**			**CE3**		**CE4**		**CE5**		**CE6**		**CE7**		**CE8**	
1. Organización y análisis de datos.	1.1	1.2	2.1	2.2	2.3	3.1	3.2	4.1	4.2	5.1	5.2	6.1	6.2	7.1	7.2	8.1	8.2
– Gráficos estadísticos de la vida cotidiana (pictogramas, gráficas de barras, histogramas...): lectura e interpretación.	■	■				■				■	■	■			■		
– Estrategias sencillas para la recogida, clasificación y organización de datos cualitativos o cuantitativos discretos en muestras pequeñas mediante calculadora y aplicaciones informáticas sencillas. Frecuencia absoluta: interpretación.	■	■				■									■	■	
– Gráficos estadísticos sencillos (diagrama de barras y pictogramas) para representar datos, seleccionando el más conveniente, mediante recursos tradicionales y aplicaciones informáticas sencillas.	■	■				■				■			■		■		
– La moda: interpretación como el dato más frecuente.																	
– Comparación gráfica de dos conjuntos de datos para establecer relaciones y extraer conclusiones.																	
2. Incertidumbre.																	
– La probabilidad como medida subjetiva de la incertidumbre. Reconocimiento de la incertidumbre en situaciones de la vida cotidiana y mediante la realización de experimentos.	■		■		■	■				■	■	■	■		■	■	
– Identificación de suceso seguro, suceso posible y suceso imposible.	■		■		■	■				■		■	■		■	■	
– Comparación de la probabilidad de dos sucesos de forma intuitiva.	■	■	■		■	■				■	■	■			■	■	
3. Inferencia.																	
– Formulación de conjeturas a partir de los datos recogidos y analizados, dándoles sentido en el contexto de estudio.	■	■				■				■	■	■	■		■		

Tabla 2. Conexión entre saberes básicos y criterios de evaluación. Fuente: elaboración propia.

4.1. Actividad 1: toma de datos y recuento

Desarrollo de la actividad

Necesitamos una bolsa opaca con policubos de diferentes colores. A modo de ejemplo, usaremos 20: 9 rojos, 7 amarillos, 3 azules y 1 negro. Debemos tener en cuenta que, si usamos un número menor de policubos y/o de colores se estabilizarán antes las frecuencias y resultará más sencillo encontrar regularidades, mientras que con un número mayor de policubos y/o de colores necesitaremos más extracciones.

La sesión comienza con el docente mostrando la bolsa opaca, anunciando que dentro de ella hay policubos y que van a intentar averiguar entre todos y todas su número y su color. A continuación, el maestro o la maestra, extraerá policubos, de uno en uno, dando la consigna al alumnado de que debe anotar el color del policubo que ha salido. Este proceso se repite realizando extracciones con reemplazamiento (devolviendo cada policubo a la bolsa una vez extraído para tener siempre la misma situación de partida ante cada extracción). Se aconseja hacer un mínimo de 20 extracciones, intercalando las preguntas que se indican a continuación.

Preguntas y momentos reflexivos: competencias específicas

Para promover las competencias de razonamiento, elaboración de conjeturas y argumentación, el docente debe guiar el aprendizaje mediante las preguntas oportunas, estimulando la comunicación verbal de los razonamientos y la confrontación de ideas sobre el fenómeno probabilístico que se está viviendo. Estos pequeños debates son relevantes, ya que, además de la comunicación matemática, el razonamiento y la argumentación, se desarrolla también la competencia específica de socialización en torno a la actividad matemática.

Se proponen, a continuación, algunas preguntas, indicando su finalidad:

- “¿Qué color crees que va a salir a continuación?” Se recomienda plantear esta pregunta tras realizar una o dos extracciones, y repetirla periódicamente durante el proceso. Con ella se comprueba si en el alumnado están presentes sesgos habituales en el razonamiento probabilístico (como pensar que los resultados pasados influyen en los futuros) o si basa sus decisiones en razonamientos determinísticos (pensando, por ejemplo, que hay un patrón explicativo de los resultados).
- “¿Crees que en la siguiente extracción saldrá el color azul (u otro color de los posibles)? ¿Estás totalmente/muy/un poco seguro?” A través de esta pregunta, de carácter más intuitivo, favorecemos evaluar la autoconfianza en los resultados. En función de las respuestas, si surge la idea de posibilidad frente a certeza o imposibilidad, podemos plantear cuestiones como: “Dime algo que sea seguro (o imposible) que suceda en este experimento”.
- “¿Cuántos policubos crees que hay dentro de la bolsa?” Su intuición sobre la cantidad puede variar mucho durante la actividad y, dado que desconocen el valor real, resulta relevante conocer la forma en la que lo estiman y las razones que aportan.
- A estas preguntas se les pueden añadir otras como, por ejemplo: “¿Será el siguiente bloque uno morado? ¿Cuál es el color que más veces ha salido? ¿Podría salir tres veces seguidas el amarillo?” Aconsejamos, en todo caso, dinamismo, adaptando las preguntas a las respuestas y razonamientos que vayan surgiendo entre el alumnado.

Una vez finalizadas las extracciones, y tras realizar varias veces estos debates, es importante institucionalizar los saberes que han aparecido, asegurándonos de que el alumnado entiende conceptos como el de la probabilidad, que ha aparecido en este caso como una medida subjetiva de la incertidumbre.

4.2. Actividad 2: representaciones de datos

Desarrollo de la actividad

La actividad comienza realizando un breve repaso de la secuencia de colores. Tras esto, se recomienda utilizar alguna rutina de pensamiento como por ejemplo *Think, Pair, Share* (University of Harvard, 2022). A través de estas agrupaciones, el alumnado ha de explicarse mutuamente la forma en la que ha tomado datos, discutiendo y decidiendo en grupo cuál creen que es la más adecuada. La relevancia de las marcas y notas de recuento como base de una adecuada representación de las frecuencias fue señalada en Rodríguez-Muñiz *et al.* (2021). Además, se puede volver a plantear la pregunta: "¿Cuántos policubos creéis que hay en la bolsa y de qué colores son?", para comprobar si la reflexión sobre el recuento ayuda a formular nuevas conjeturas o a profundizar sobre las realizadas anteriormente.

Tras esta discusión, el docente extrae todos los cubos de la bolsa y los apila con forma de pictograma o gráfico de barras manipulativo (Rodríguez-Muñiz *et al.*, 2021), como se puede ver en la Figura 2. Con base en esta representación, se discutirá sobre las similitudes y diferencias entre las previsiones hechas por el alumnado y la realidad de la bolsa. Podemos aprovechar esta comparación para insistir en que la aleatoriedad no es un patrón de comportamiento, y puede generar situaciones en las que la frecuencia observada no coincida con la proporción de la bolsa, lo que supone la base conceptual de la probabilidad (Alsina *et al.*, 2020) y contribuye a despejar sesgos como el "enfoque del resultado aislado" (Konold, 1989), que consiste en interpretar la probabilidad como fórmula de predicción de un resultado aislado.

Figura 2. Gráfico de barras con policubos. Fuente: elaboración propia.

Preguntas y momentos reflexivos: competencias específicas

El docente puede sugerir realizar una representación de los datos mediante una tabla de recuento, en caso de que el alumnado no hubiera llegado a esa conclusión. De esta forma se trabajan y discuten distintos tipos de representación de datos, trabajando las competencias específicas 1 y 6, a la par que se desarrollan las competencias 3, 6, 7 y 8 por las situaciones de comunicación y trabajo en grupo que se dan durante el desarrollo de la situación.

4.3. Actividad 3: nuevas bolsas

Desarrollo de la actividad

Para finalizar la sesión, se propone al alumnado que configure sus propias bolsas a partir de unas directrices preestablecidas, trabajando en grupos formados por, idealmente, tres estudiantes (según recomendaciones de Liljedahl, 2020). Es relevante que los grupos sean homogéneos pues, de lo contrario, se corre el riesgo de que la persona más avanzada realice la actividad de forma protagónica.

Mostramos a continuación, en la Tabla 3 cuatro propuestas, ordenadas en dificultad creciente, de directrices sobre las bolsas. Obviamente, podemos modificar, añadir o sustituir directrices, comprobando que el espacio de soluciones sea factible (aunque también podría tener interés plantear una situación sin soluciones factibles).

Propuesta	Directrices
Bolsa 1	Tiene que ser imposible sacar un policubo azul. Tiene que ser posible sacar un policubo verde. El color con mayor probabilidad de salir es el rojo.
Bolsa 2	Tiene que ser imposible sacar un policubo verde. Tiene que ser posible sacar un policubo azul. Tiene que ser muy probable que salga un policubo amarillo. Tiene que ser poco probable que salga un policubo azul.
Bolsa 3	Tiene que ser muy improbable que salga un policubo azul. Tiene que ser muy probable que salga un policubo naranja. Tiene que ser casi imposible sacar un policubo negro. Tiene que haber, como máximo, 12 policubos.
Bolsa 4	Tiene que ser poco probable que salga un policubo marrón. Tiene que haber un color de policubos que sea menos frecuente que el marrón. Tiene que haber un color de policubos con la misma probabilidad de salir que el marrón. Solo se pueden usar policubos de cuatro colores diferentes.

Tabla 3. Directrices para crear nuevas bolsas. Fuente: elaboración propia.

Preguntas y momentos reflexivos: competencias específicas

Cada bolsa es un problema que resolver. Gracias a esta actividad, mediante la supervisión del maestro o la maestra planteando preguntas que permitan que el alumnado refleje de forma oral sus explicaciones y argumentos, se amplía el espacio para la argumentación y la comprobación de conjeturas, así como la comunicación matemática en el seno del grupo: demostrar significa convencerse a uno mismo o una misma y al resto de que algo es cierto. Como se aprecia, una misma configuración admite diferentes soluciones, por lo que se favorece la discusión sobre el concepto de solución y su posible no unicidad (al no especificar cuál debe ser el número total de policubos que se debe usar en cada situación, se multiplican las soluciones). Trabajamos las Competencias Específicas 2, 3, 6, 7 y 8.

5. Implementación

La actividad se implementó en el aula por un miembro del equipo investigador en un aula de 4º de EP con 14 estudiantes. Tanto el maestro habitual como otros maestros que imparten matemáticas en el centro y otro miembro del equipo de investigación estaban presentes en el aula, ayudando a recoger la información, pero sin intervenir en la sesión de forma directa.

En la primera actividad, tras sacar el primer policubo (amarillo) se preguntó qué podría salir:

Estudiante 1: *Policubos de colores*
Maestro: *Ahora que hemos visto una cosa que hay en la bolsa vais a tomar nota como queráis de lo que vamos a ir sacando. Cada uno como quiera. ¿Qué creéis que podría sacar ahora?*
E2: *Amarillo, pero no sé por qué*
E3: *Negro porque hay muchos policubos*

Como se observa, el alumnado, a pesar de desconocer la información, intuía que había policubos de distintos colores. En las siguientes cuatro extracciones salieron policubos de colores rojo, amarillo, rojo y amarillo (en este orden), lo que llevó a parte del alumnado a predecir que el siguiente sería rojo:

M: *¿Qué va a salir ahora?*
E4: *Rojo, porque están saliendo alternados rojo-amarillo-rojo…*
E5: *Rojo porque hay una serie*

En este fragmento observamos que los estudiantes advirtieron un patrón, una serie determinista, lo que indica que todavía no habían percibido la situación como aleatoria. Esta forma de pensamiento se repitió durante las siguientes extracciones, apareciendo frases como: "yo no sé cuál es la serie". Posteriormente, se observó que parte del alumnado empezó a comprender que no tenían la información necesaria para predecir la siguiente extracción, mientras que otra parte seguía tratando de encontrar un patrón. Tras varias extracciones más, se sacó el cubo de color negro:

N: [Sorpresa] *¡Un negro! ¿Un negro?*
JJ: [saca rojo]
N: *Es clarísimo, hay más amarillos. Pero hace tiempo que no sale un azul*
JJ: [saca azul]
N: *¡Azul! ¡Están repetidos todos! Puede que haya dos de cada color*
JJ: *¿Cuál es entonces el color que más ha salido?*
N: *Amarillo, luego rojo, luego azul y un negro.*

En este momento, tras 15 extracciones (5 rojos, 7 amarillos, 2 azules y 1 negro), el alumnado comienza a caer en sesgos habituales del pensamiento probabilístico (Serrano *et al.*,1998). Así, identificamos concepciones erróneas como la "falacia del jugador", que consiste en pensar que es más probable que salga un color por el hecho de que lleve tiempo sin salir, o el "sesgo de la equiprobabilidad", identificando todos los colores como equiprobables porque "puede salir cualquiera". Se observó que, al razonar sobre la aleatoriedad, mientras tenían pocos datos, asumían la existencia de una serie determinística; sin embargo, en el momento en el que consiguieron romper esa creencia, fueron capaces de identificar los fenómenos de azar. De este modo, desarrollaron una intuición de la probabilidad, con una gran carga subjetiva, de acuerdo con los significados intuitivo y bayesiano formulados por Gómez-Torres *et al* (2015).

Tras otras cinco extracciones (con resultado global de 7 rojos, 10 amarillos, 2 azules y 1 negro) se hicieron dos grupos de 5 y un grupo de 4, y se planteó la pregunta: "¿Cuántos policubos hay y de qué colores son?". En los tres grupos, a pesar de la falta de datos, se propuso con bastante seguridad que había un total de 10 policubos. A partir de esta cantidad, razonaron proporcionalmente respecto al total, indicando que en la bolsa seguramente había 3 o 4 rojos (habían salido 7 de 20), 5 amarillos, 1 azul y 1 negro. Esta reconstrucción de la población, mediante proporcionalidad cuando se les preguntó, supone, a nuestro juicio, un uso naíf e implícito de la regla de Laplace, ya que el alumnado estimó el número de cubos de cada color respecto al total que pensaba que había en la bolsa.

Posteriormente, el alumnado comenzó el debate acerca de la mejor forma para representar los datos. Entre las múltiples representaciones que realizaron, podemos distinguir tres tipos:

1. Representación de la secuencia de resultados, con el número de extracción y el color extraído. Tanto de forma abstracta como figurativa (véase, por ejemplo, las Figuras 3 y 4).
2. Tablas de recuento, utilizando diferentes marcas, y anotando los colores y número de extracciones. Hay marcas de conteo tanto agrupadas de 5 en 5 (*five bar door*, Rodríguez-Muñiz *et al.*, 2021) como sin agrupar (Figuras 5 y 6).
3. Tablas de frecuencia actualizadas en cada extracción: se anotaba el color y el número de ocurrencias, que se incrementaba cada vez que se repetía el color, borrando el número anterior y sumándole uno (Figura 7). En este caso, el paso de la tabla de recuento a la de frecuencia señalado en Rodríguez-Muñiz et al. (2021) se realiza de manera automática.

Figura 3. Representación con número y color de forma abstracta Fuente: elaboración propia.

Figura 4: Representación con número y color de forma figurativa. Fuente: elaboración propia.

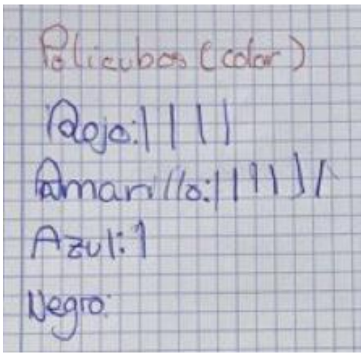

Figura 5. Representación con marcas figurativas sin agrupar. Fuente: elaboración propia.

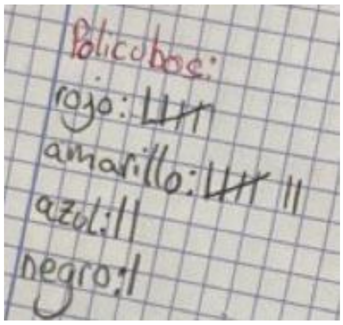

Figura 6. Representación con marcas figurativas agrupadas de 5 en 5. Fuente: elaboración propia.

Figura 7. Tabla de frecuencia actualizada en cada paso mediante la sustitución de números. Fuente: elaboración propia.

Posteriormente, se extrajeron todos los policubos de la bolsa y se apilaron por colores, formando un gráfico de barras manipulativo, como el que se ilustró en la Figura 3. El alumnado se sorprendió al comprobar que había más rojos que amarillos, a pesar de que los resultados arrojaban menos, lo que dio pie a un debate sobre las situaciones de azar.

Finalmente, se propusieron las nuevas bolsas que debían diseñar (Tabla 3), trabajando por grupos. Los tres grupos consiguieron realizar correctamente la primera bolsa; la segunda bolsa únicamente fue resuelta por dos de los grupos, mientras que la tercera bolsa fue resuelta únicamente por el grupo de nivel más alto. La cuarta bolsa no fue resuelta por ningún grupo. Durante la creación de las bolsas, en ocasiones, el descubrimiento guiado no era suficiente, por lo que el docente tuvo que realizar intervenciones puntuales, por ejemplo, para explicar la diferencia entre "posible" y "poco/muy probable".

Finalmente, hay que destacar la capacidad de resolución de problemas que incluyen situaciones de azar que demostraron los alumnos a pesar de no haberse enfrentado nunca a un reto de este tipo. Resultó interesante comprobar cómo, a pesar de no conocer la diferencia entre algunos conceptos, en el momento en el que fueron explicados, pudieron aplicarlos sin problema. Se observó también de forma explícita la injerencia de los procesos, ya que el alumnado comunicaba, argumentaba, resolvía problemas y representaba de forma orgánica, sin necesidad de pedirlo explícitamente.

6. Conclusiones

6.1. Conclusiones sobre el diseño y la implementación

La actividad planteada surgió de la necesidad de realizar diseños coherentes con lo señalado por la investigación respecto al sentido estocástico, considerando de forma conjunta la aleatoriedad, la toma de datos y la estadística. Por ello, en este trabajo ha sido minuciosamente diseñada una situación de aprendizaje en la que se ha logrado cubrir la mayoría de los saberes básicos, trabajar con distintos niveles de complejidad y, por ende, atender a la diversidad natural en aula. Esto es debido a que está concebida para poder desarrollar las competencias generales y específicas junto con los saberes básicos y, por lo tanto, puede ser evaluada mediante los criterios específicos (en el sentido de la Tabla 2).

Una situación de aprendizaje debe partir de una reflexión profunda que alinea la metodología, los criterios de evaluación, los saberes básicos recogidos en el currículo y las recomendaciones pedagógicas y didácticas referentes al tema elegido. La propuesta que planteamos está fundamentada en la metodología de descubrimiento guiado, la cual se alinea perfectamente con el propósito reflexivo de la sesión; además, sigue las recomendaciones didácticas planteadas en el marco teórico, por lo que podemos decir que está fundamentada en la literatura especializada en el tema.

Consideramos que la actividad es útil para ejemplificar una situación de aprendizaje flexible y configurable, en la que es sencillo realizar modificaciones en cuanto temporalización y saberes básicos, pudiendo ampliarse o reducirse según las necesidades de cada grupo. Además, permite entender la situación de aprendizaje como un tejido entre las competencias, los criterios y los saberes básicos.

6.2. Propuestas de continuidad

En este trabajo se expone una sesión introductoria que comprende el nivel uno de los EIEM (Alsina, 2021). Como señalamos arriba, la propuesta es ampliable y, en este sentido, apuntamos a continuación algunos consejos a modo de guía para poder alcanzar los niveles dos y tres. Además, al enriquecer la propuesta, ampliaremos también los saberes básicos del sentido estocástico que son movilizados y formalizaremos aquellos que ya habían aparecido en el nivel uno.

El desarrollo del Nivel dos está ligado al uso de recursos literarios y/o tecnológicos, que permitan tanto la esquematización como la generalización progresiva del conocimiento matemático. En este Nivel sugerimos que se incluyan los saberes básicos que no se contemplaron en la propuesta para el Nivel uno, accediendo de forma explícita a la regla de Laplace (y por consecuencia a las fracciones como razón), al concepto de moda y a la realización de gráficos estadísticos sencillos. Como recursos para esto se aconsejan, además de los propuestos por Alsina (2019), algunos recursos de NRich (University of Cambridge, 2022a, 2022b) que permiten introducir y profundizar en los saberes básicos mencionados y mantienen la esencia de la primera sesión.

Para alcanzar el Nivel tres es necesario que el alumnado formalice el conocimiento en contextos gráficos y simbólicos a través de la notación convencional. En este caso, resulta necesario que el alumnado explicite, demuestre y comunique los conceptos matemáticos a través de un lenguaje común y formal. Para poder alcanzarlo se recomienda emplear varias sesiones diferentes, puesto que es complejo formalizar todos los saberes básicos en una. Para esta tarea, se recomienda empezar con un debate acerca de los conceptos trabajados previamente, con una ficha similar a la que se propone en Nrich (University of Cambridge, 2022c), a través de la cual resulta posible formalizar uno a uno los saberes básicos a través de las preguntas adecuadas y la guía del docente.

Financiación

Esta investigación ha sido parcialmente financiada por el Ministerio de Educación y Formación Profesional a través de la Ayuda para la formación de profesorado universitario (FPU) con número FPU21/05874

Referencias

Alonso-Castaño, M., Alonso, P., Mellone, M., y Rodríguez-Muñiz, L. J. (2021). What Mathematical Knowledge Do Prospective Teachers Reveal When Creating and Solving a Probability Problem? *Mathematics*, *9*(24), 3300. https://doi.org/10.3390/math9243300

Alsina, Á. (2014). Procesos matemáticos en Educación Infantil: 50 ideas clave. *Números: Revista de didáctica de las matemáticas*, *86*, 5–28.

EXPERIENCIAS DE AULA

Alsina, Á. (2017). Contextos y propuestas para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: un itinerario didáctico. *Épsilon - Revista de Educación Matemática*, *34*(95), 25–48.

Alsina, Á. (2019). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (6-12 años)*. Graó.

Alsina, Á., Vásquez, C., Muñiz-Rodríguez, L., y Rodríguez-Muñiz, L.J. (2020). ¿Cómo promover la alfabetización estadística y probabilística en contexto? Estrategias y recursos a partir de la COVID19 para Educación Primaria. *Épsilon - Revista de Educación Matemática*, *104*, 99–128.

Alsina, Á. (2021). ¿Qué puede hacer el profesorado para mejorar la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad? Recomendaciones esenciales desde el Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas. *Números: Revista de didáctica de las matemáticas*, 108, 49-74.

Anasagasti, J., y Berciano, A. (2016). El aprendizaje de la estadística a través de PBL con futuros profesores de primaria. *Contextos Educativos. Revista de Educación, Extraordinario 1*, 31v43. https://doi.org/10.18172/con.2699

Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística? *Blaix*, *15*(2), 2–13.

Batanero, C. (2002). Estadística y didáctica de la matemática: relaciones, problemas y aportaciones mutuas. En C. Penalva, G. Torregrosa y J. Valls (eds.), *Aportaciones de la didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales* (pp. 95-120). Universidad de Alicante.

Batanero, C. (2013). La comprensión de la probabilidad en los niños. ¿Qué podemos aprender de la investigación? En J. A. Fernandes, P. F. Correia, M. H. Martinho y F. Viseu (eds.), *Atas do III Encontro de Probabilidades e Estatítica na Escola* (pp. 1-13). Centro de Investigação em Educação. Universidade Do Minho.

Batanero, C. (2019). Treinta años de investigación en educación estocástica: Reflexiones y desafíos. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*.

Batanero, C., y Godino, J. (2002). Estocástica y su didáctica para maestros. Universidad de Granada.

Borovcnik, M. (2006). Probabilistic and statistical thinking. En M. Bosch (ed.*), Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 484–506). European Research in Mathematics Education.

Burrill, G., y Biehler, R. (2011). Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (eds.), *Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education - A joint ICMI/IASE study* (pp. 57–69). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0_10

Calvo Pesce, C., Carrillo, A., de la Fuente, A., de León, M., González, M. J., Gordaliza, A., Guevara, I., Lázaro, C., Monzó, O., Moreno, A., Rodríguez-Muñiz, L. J., Rodríguez, J., y Serradó, A. (2021). *Bases para la elaboración de un currículo de Matemáticas en educación no universitaria*. Comité Español de Matemáticas [CEMat]. https://matematicas.uclm.es/cemat/wpcontent/uploads/bases2021.pdf

Fischbein, E. (1990). Training teachers for teaching statistics. En A. Hawkins (ed.), *Training Teachers to Teach Statistics*. Proceedings of the International Statistical Institute Roundtable Conference (pp. 48–57). International Statistical Institute.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Kluwer Academic Publishers.

Gómez Torres, E., Contreras, J. M., y Batanero, C. (2015). Significados de la probabilidad en libros de texto para Educación Primaria en Andalucía. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 73–87). SEIEM.

Jefatura del Estado (1990). Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre, de Ordenación General del Sistema Educativo. BOE (Boletín Oficial del Estado), 238, de 4 de octubre de 1990, 28927–28942.

Jefatura del Estado (2006). Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. BOE (Boletín Oficial del Estado), 106, de 4 de mayo de 2006, 17158–17207.

Jefatura del Estado (2013). Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. BOE (Boletín Oficial del Estado), 295, de 10 de diciembre de 2013, 1–64.

Jefatura del Estado (2020). Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. BOE (Boletín Oficial del Estado), 340, de 30 de diciembre de 2020, 122868–122953.

Konold, C. (1989). Informal conceptions of probability. *Cognition and Instruction, 6*(1), 59–98. https://doi.org/10.1207/s1532690xci0601_3

Liljedahl, P. (2020). *Building Thinking Classrooms in Mathematics, Grades K-12: 14 Teaching Practices for Enhancing Learning.* Corwin Mathematics.

López Beltrán, M. (Coord.), Albarracín, L., Ferrando, I., Montejo-Gámez, J., Ramos, P., Serradó, A., Thibaut, E., y Mallavibarrena, R. (2020). La educación matemática en las enseñanzas obligatorias y el bachillerato, en D. Martín (Coord. General) y T. Chacón, F. G. Curbera, F. Marcellán y M. Siles (Coord.), *El Libro Blanco de las Matemáticas* (pp. 1-94). Editorial Centro de Estudios Ramón Areces y Real Sociedad Matemática Española.

Ministerio de Educación y Formación Profesional [MEFP] (2022). Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. BOE (Boletín Oficial del Estado), 52, de 2 de marzo de 2022, 24386–24504.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.

Niss, M. (2002). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM Project*. Roskilde University.

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos [OCDE]. (2018). *PISA 2022 Mathematics Framework (Draft)*. OECD Publishing.

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos [OCDE]. (2019). *Organisation for Economic Cooperation and Development OECD. Future of Education and Skills 2030: OECD Learning Compass 2030*. OECD Publishing.

Rodríguez-Muñiz, L. J., Muñiz-Rodríguez, L., y Aguilar-González, Á. (2021). El recuento y las representaciones manipulativas: los primeros pasos de la alfabetización estadística. *PNA, 15*(4), 311–338. https://doi.org/10.30827/pna.v15i4.22511

Serrano, L., Batanero, C., Ortíz, J. J., y Cañizares, M. J. (1998) Heurísticas y sesgos en el razonamiento probabilístico de los estudiantes de secundaria. *Educación matemática, 10*(1), 7–25.

Tigchelaar, A., Melief, K., Van Rijswijk, M., y Korthagen, K. (2010). Elementos de una posible estructura del aprendizaje realista en la formación inicial y permanente del profesorado. En O. Esteve, K. Melief, y Á. Alsina (eds.), *Creando mi profesión. Una propuesta para el desarrollo profesional del profesorado* (pp. 39-64). Octaedro.

University of Cambridge (2022a). *NRICH.* https://nrich.maths.org/7244

University of Cambridge (2022b). *NRICH.* https://nrich.maths.org/2150

University of Cambridge (2022c). *NRICH.* https://nrich.maths.org/7245

University of Harvard (2022). *Project Zero's Thinking Routine Toolbox.* http://www.pz.harvard.edu/thinking-routines

Vásquez, C., y Alsina, Á. (2019). Conocimiento especializado del profesorado de educación básica para la enseñanza de la probabilidad. Profesorado. *Revista de Currículum y Formación de Profesorado, 23*(1), 393–419. https://doi.org/10.30827/profesorado.v23i1.9160

Vásquez, C., Díaz-Levicoy, D., Coronata, C., y Alsina, Á. (2018). Alfabetización estadística y probabilística: primeros pasos para su desarrollo desde la Educación Infantil. *Cadernos Cenpec, 8*(1), 154–179.

Vygotsky, L.S. (1978). Mind in society. *The development of higher psychological processes.* Harvard University Press.

Juan José Santaengracia. Dpto de Estadística e I.O. y Didáctica de la Matemática, Universidad de Oviedo, Principado de Asturias. Estudiante de doctorado en didáctica de las matemáticas con líneas de investigación centradas en pensamiento computacional y educación estadística. Email: juanjosesantaengracia@gmail.com

Luis J. Rodríguez-Muñiz. Licenciado y doctor en matemáticas, catedrático de Didáctica de la Matemática en la Universidad de Oviedo. Sus líneas de investigación son la educación estocástica y la formación inicial y continua del profesorado de matemáticas. Vicepresidente segundo de la Real Sociedad Matemática Española (RSME), socio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM), de la European Society for Research in Mathematics Education (ERME) y de la Sociedad Asturiana de Educación Matemática "Agustín de Pedrayes". Email: luisj@uniovi.es

Belén Palop del Río. Ingeniera en informática y doctora por el programa de Matemática Aplicada de la Universitat Politècnica de Catalunya. Arrancó su carrera como investigadora en el área de Geometría Computacional y desde 2015 trabaja en el área de Didáctica de la Matemática, con especial énfasis en las conexiones entre las matemáticas y otras disciplinas como la informática o, en general, en la Educación STEAM. Email: b.palop@ucm.es